Vorausedition zur Leibniz-Akademie-Ausgabe, Band VII, 8: Varia mathematica, Nachträge 1672–1676

Version 1

Vorausedition zur Leibniz-Akademie-Ausgabe, Band VII, 8: Varia mathematica, Nachträge 1672–1676. Version 1. Bearbeitet von Alexandra Lewendoski, Siegmund Probst, Elisabeth Rinner, Regina Stuber und Achim Trunk, hrsg. von der Leibniz-Forschungsstelle Hannover der Akademie der Wissenschaften zu Göttingen beim Leibniz-Archiv der Gottfried Wilhelm Leibniz Bibliothek – Niedersächsische Landesbibliothek. Hannover, 16. November 2020.

ZU DIESEM DOKUMENT

Band 8: *Varia mathematica, Nachträge 1672–1676* von Reihe VII: *Mathematische Schriften* der historisch-kritischen Gesamtausgabe *Gottfried Wilhelm Leibniz: Sämtliche Schriften und Briefe*, hrsg. von der Preußischen Akademie der Wissenschaften u. a., Darmstadt u. a. 1923 ff. (Leibniz-Akademie-Ausgabe), wird die Edition der mathematischen Schriften aus Leibniz' Jahren in Paris abschließen. Die vorliegende Vorausedition gibt den Stand der Arbeiten an diesem Band vom November 2020 wieder.

Die Handschriften wurden von Alexandra Lewendoski, Siegmund Probst, Elisabeth Rinner, Regina Stuber und Achim Trunk bearbeitet. Die Erfassung der Stücke hat Manuela Mirasch-Müller übernommen, teilweise nach Vorarbeiten von Christopherus Ray'onaldo, Jule Schwarzkopf und Yixiao Wang.

Der Satz erfolgte mit dem von John Lavagnino und Dominik Wujastyk entwickelten TEX-Macropaket EDMAC. Um den Editionstext angemessen wiedergeben zu können, wurde im Leibniz-Archiv eine auf die Anforderungen und Bedürfnisse der Edition zugeschnittene Erweiterung entwickelt. Einige Figuren wurden mit den Programmen WINGEOM und WINPLOT von Richard Parris generiert und in TEX weiterbearbeitet.

Vorläufigkeit

Bei den Texten der Vorausedition handelt es sich um vorläufige Ergebnisse. Der fertige Band wird in einigen Aspekten von diesem Preprint abweichen. So werden sich die Anzahl und die Reihenfolge der Stücke und damit auch ihre Nummern und Seitenzahlen ändern. Bei Seitenumbrüchen und Zeilenzählung kann es ebenfalls zu Verschiebungen kommen. Schließlich können sich auch inhaltliche Änderungen ergeben; insbesondere sind die Datierungen noch vorläufig.

Versionierung und Langfristigkeit

Im Lauf der editorischen Arbeit an einem Band können geänderte vorläufige Fassungen als Vorausedition zugänglich gemacht werden. Unterschiedliche Fassungen des Dokuments werden durch Versionsnummern gekennzeichnet und sind so eindeutig identifizierbar.

Wir empfehlen ausdrücklich, stets die aktuellen Fassungen der Bearbeitungen der Stücke zu nutzen. Bitte überprüfen Sie deshalb vor der Nutzung auf unserer Webseite, ob eine neuere Version der *Vorausedition* oder der publizierte Band verfügbar ist.

Die Langzeitarchivierung und die langfristige Bereitstellung der Dokumente erfolgen über die Akademie der Wissenschaften zu Göttingen, die das Akademien-Vorhaben „Leibniz-Edition" gemeinsam mit der Berlin-Brandenburgischen Akademie der Wissenschaften betreut. Die Zitierfähigkeit wird gewährleistet.

Zitierhinweis

Die vollständigen bibliographischen Angaben des Dokuments können der Titelseite entnommen werden. Wir empfehlen, bei Zitaten aus der Vorausedition oder Verweisen auf diese stets die Versionsnummer mit anzugeben. Ein Verweis könnte in einer Kurzform nach dem Muster des folgenden Beispiels gestaltet werden:

> G. W. Leibniz, *De condendis tabulis analyticis* (GWLB LH 35 XIII 1 Bl. 440; vgl. *Vorausedition zur Leibniz-Akademie-Ausgabe, Band VII, 8, Version 1*, dort N. 21 S. 69–70).

Die Signatur der edierten Handschrift findet sich jeweils im Kopf des Stückes.

Kontakt

Leibniz-Archiv, Waterloostr. 8, D-30169 Hannover, Deutschland
Leitung: Michael Kempe
Email: leibnizarchiv@gwlb.de
Internetauftritt: http://www.gwlb.de

ABOUT THIS DOCUMENT

Volume 8: *Varia mathematica, Nachträge 1672–1676* of Series VII: *Mathematische Schriften* (Mathematical Writings) of the historical-critical edition of the complete works of Leibniz (Gottfried Wilhelm Leibniz: *Sämtliche Schriften und Briefe*) published by the Prussian Academy of Sciences and other institutions since 1923 (the Academy Edition or *Leibniz-Akademie-Ausgabe*) will complete the publication of the mathematical writings from Leibniz's years in Paris. This *Vorausedition* (advance edition) presents the state of work on this volume as of November 2020.

The texts were prepared from manuscript sources by Alexandra Lewendoski, Siegmund Probst, Elisabeth Rinner, Regina Stuber and Achim Trunk. Manuela Mirasch-Müller was responsible for inputting the texts, partly on the basis of preparatory work by the editors and by Christopherus Ray'onaldo, Jule Schwarzkopf, and Yixiao Wang.

The TeX macro suite EDMAC, developed by John Lavagnino and Dominik Wujastyk, was used for typesetting. To facilitate an adequate rendition of the published text, additions to this suite specifically adapted to the requirements and needs of the edition were developed at the Leibniz-Archiv. Some of the figures were initially produced using the WINGEOM and WINPLOT programs created by Richard Parris, and completed using TeX.

Preliminary status

The writings presented in this advance edition are preliminary research results. The finished volume can be expected to diverge from them in some respects. Thus, the quantity and the sequence of the texts will change, as will their numbering and pagination. Likewise, there may be shifts in page transitions and line numbers. Finally, changes may occur to the content itself; the dates assigned to the writings, in particular, are only preliminary.

Versions and long-term availability

Over the course of editorial work, successive preliminary versions may be made available as advance editions. Distinct versions of the document are marked with version numbers and are thus unambiguously identifiable.

We strongly recommend always using the most recently published version of our edition of each text. Please check our website before citing this document to ascertain whether a newer version of the *Vorausedition* or the printed volume has become available.

Long-term archiving and availability of our documents are provided by the Göttingen Academy of Sciences and Humanities, which is jointly responsible with the Berlin-Brandenburg Academy of Sciences and Humanities for the interacademic project of the Leibniz Academy Edition. Citability will remain assured.

Suggestions for citation

The complete reference of this document can be found on the title page. We recommend always specifying the version number when citing or referring to this advance edition. The following is an example of how such a reference may be provided in an abbreviated form:

G. W. Leibniz, *De condendis tabulis analyticis* (GWLB LH 35 XIII 1 fol. 440; see *Vorausedition zur Leibniz-Akademie-Ausgabe, Band VII, 8, Version 1*, N. 21 p. 69-70).

The shelfmark for the manuscript source may be found in the introductory notes to each individual text.

Contact

Leibniz-Archiv, Waterloostr. 8, D-30169 Hannover, Germany
Head of department: Michael Kempe
E-mail: leibnizarchiv@gwlb.de
Website: http://www.gwlb.de

INHALTSVERZEICHNIS

VORWORT

Hier folgt das Vorwort …

EINLEITUNG

Hier folgt die Einleitung ...

VARIA MATHEMATICA, NACHTRÄGE 1672–1676

1. OBSERVATIO DE LOGARITHMIS
[Mitte Februar 1673]

Überlieferung: *L* Notiz: LH 35 V 16 Bl. 4. 1 Streifen 19 × 1,5 cm. 2 Z. auf Bl. 4 r°. — Gedr.: III, 1 N. 4 S. 26 Erl.
Cc 2, Nr. 339

Datierungsgründe: Die Aufzeichnung dürfte kurz nach der in III, 1 N. 4 S. 22 f. erwähnten Unterhaltung mit J. Pell vom 12. Februar 1673 entstanden sein.

Bridgius in *Trigonometria Britannica*, ubi de Logarithmis, observavit, differentias sinuum numerorum imparium crescere, ut ipsos sinus; parium decrescere, puto. Dixit D$^{\text{nus}}$ Pellius.

8 Astronomia Britannica *L ändert Hrsg.*

---

8 observavit: Pell bezog sich vermutlich auf folgende Aussage in H. Briggs, *Trigonometria Britannica*, 1633, S. 36: „Sunt igitur Differentiae Secundae, Quartae, Sextae, Octavae etc. proportionales ipsis Sinubus datis. Et Differentiae Primae, Tertiae, Quintae, Septimae proportionales inter se et Sinubus complementorum Arcuum mediorum.“

2. RÈGLE POUR TROUVER LES FERIES
[Oktober – Dezember 1675]

Überlieferung: *L* Notiz: LH 35 XII 1 Bl. 182–183. 2 Bl. 8°, die ursprüngl. 1 Bl. 4° bildeten. 1 S. auf Bl. 182, 2 S. auf Bl. 183.
Cc 2, Nr. 1502 B, A

Datierungsgründe: Vgl. die Datierungsgründe zu VII, 3 N. 49. — Eine Datierung auf das Jahr 1675 wird durch den Umstand nahegelegt, dass Leibniz, als er sich mit dem Beispiel 1. Mai 1615 befasst, zunächst versehentlich 1675 schreibt; möglicherweise ist dies also die aktuelle Jahreszahl. Einen konkreten *terminus ante quem* liefert das Stück, indem es den 1. Januar 1676 in der Zukunftsform behandelt. Auch der 15. August 1676 wird in der Zukunftsform behandelt, in einer verworfenen Variante allerdings in der Vergangenheitsform. — Das Wasserzeichen des Papiers ist bislang nur von zwei anderen Trägern bekannt. Auf diesen finden sich VII, 3 N. 49_1, eine gemeinsame Gesprächsaufzeichnung von Leibniz und Tschirnhaus, und VII, 3 N. 49_2, eine Aufzeichnung von Tschirnhaus. Möglicherweise stammt die bei Leibniz seltene Papiersorte also aus Tschirnhausens Besitz. Da Tschirnhaus erst Ende September 1675 in Paris ankommt, können die erwähnten beiden Teilstücke nicht früher entstanden sein. Falls das Papier tatsächlich aus Tschirnhausens Besitz stammt, gilt dies auch für unser Stück, falls nicht, legt die Übereinstimmung der Wasserzeichen zumindest eine Entstehung in derselben Zeit nahe.

[*Erster Ansatz*]

Le cycle solaire peut servir à obtenir la lettre dominicale, et à connoistre ainsi le jour de la semaine qui sera par exemple le premier de mars, ou quelque autre d'un mois donné. Mais on peut l'obtenir plus aisément par la voye suivante: Au nombre 2 soit adjouté le nombre de l'année proposée de l'Epoque vulgaire, et encor le quart du dit nombre de la dite année proposée; negligeant le residu. Divisez la somme de ces trois nombres, $2+b+\dfrac{b}{4}$

19 obtenir *erg. L* 22 proposée *erg. L*

19 cycle solaire: Die Nummer eines Jahres im 28-jährigen Sonnenzirkel setzt Leibniz offenbar als bekannt voraus, sie kann aber auch mühelos berechnet werden (sie entspricht dem Rest, der bei Division der um 9 vergrößerten Jahreszahl durch 28 bleibt). Der dieser Zahl des Sonnenzirkels zugeordnete Sonntagsbuchstabe und der sich aus diesem ergebende Wochentag eines gesuchten Datums lassen sich dann geeigneten Tabellen entnehmen.

par 7, et le residu sera le nombre du jour de la semaine au quel se rencontre le premier de mars, contant le dimanche pour le premier jour de la semaine, lundi pour le second, etc. Quand il ne restera 0 le premier de Mars sera un samedy.

Si l'on demande la même chose de quelque année avant la naissance de nostre seigneur; alors il faut se servir de la regle suivante.

[*Zweiter Ansatz*]

Regle pour trouver les feries ou le jour de la semaine au quel se rencontre un certain jour du mois donné dans l'année donnée

Adjoutons ensemble,

le nombre de l'année donnée	1676	
son quart (negligeant le residu s'il y en a)	419	
et le nombre constant	2	si c'est un bissexte ou 3 si c'est un autre
La Somme	2097	
divisée par 7 laissera	4	

Dimanche	Lundi	Mardi	Mercredi	Jeudi	Vendredi	Samedi	
1	2	3	4	5	6	0	Nombres des feries

Donc le premier janvier de l'an 1676 sera un Mercredi.

Maintenant s'il s'agit de trouver la ferie du 15 d'Aoust de l'an 1676, on n'a qu'à prendre le nombre des jours qui sont depuis le 1. janvier inclusivement jusqu'au 15

3 *Über die* 0 *gesetzt:* rien

7 les feries ou *erg. L* 8 f. donnée *(1)* Par exemple le 15 d'Aoust de l'année 1676 estoit un samedi, tachons de le trouuer par nostre regle, qvi est telle: au nombre 2 *(a)* (si c'est un bissexte) *(b)* ou *(2)* Adjoutons *L* 12 constant 2 *(1)* ou 3. au lieux de 2. si l'an est un bissexte. *(2)* si *L* 18 trouuer *(1)* le 15 d'A *(2)* la ferie *L* 19 janvier *(1)* exclusivement jusqv'au 15 d'Aoust *(2)* inclusivement *L*

1 f. premier de mars: Die im ersten Ansatz festgehaltene Regel zur Bestimmung des Wochentages des 1. März eines beliebigen Jahres ist für den julianischen Kalender gültig, jedoch nicht für den in Paris geltenden gregorianischen. 5 regle suivante: Anstatt eine solche Regel zur Bestimmung des Wochentags von Daten, die vor Beginn der christlichen Zeitrechnung liegen, auszuführen, schneidet Leibniz das Blatt unterhalb der letzten Zeile des ersten Ansatzes durch und notiert den zweiten und dritten auf Vorder- und Rückseite des verbleibenden Papierstückes. 18 15 d'Aoust: Bereits G. Schott, *Organum mathematicum*, 1648, *regula* XI, S. 412–415, dient ein 15. August (der des Jahres 1665) als Beispiel für seine Regel zur Berechnung des Wochentages.

d'Aoust exclusivement sçavoir 227, et y adjouter 4, nombre de la ferie du premier janvier, et il proviendra 231, le quel divisé par 7 laisse 0, donc le 15 d'Aoust 1676 est un Samedi.

La regle se proposera plustost ainsi. Il faut adjouter ensemble le nombre 1676, son

---

1 *Hilfsaufstellung zu den beiden Beispielen:*

Janvier	31•	31	31
Fevrier	28 ou 29	29	28
Mars	31•	31	31
Avril	30	30	30
May	31•	31	120
Juin	31•	31	
Juill.	30	30	
Aoust	31•	14	
Sept.	30	227	
Oct.	31•		
Nov.	30		
Dec.	31•		

2 *Nebenrechnungen zum Beispiel 15. August 1676:*

1676
419
227
2
2324

$\cancel{2}\cancel{1}$
$\cancel{2}\cancel{3}\cancel{2}\cancel{4}$ ⨍ 332, reste, 0. Nombre de la ferie du Samedy.
$\cancel{7}\cancel{7}\cancel{7}$

1 227. *(1)* et les diviser par 7 le residu *(a)* 7 *(b)* 3 adjouté à 4 *(2)* et y adjouter *L*

---

3 regle: Diese Regel ist, da sie ausfallende Schaltjahre wie 1700 unberücksichtigt lässt, nicht auf den gesamten gregorianischen Kalender seit seiner Einführung 1582 anwendbar, sondern gilt so nur für das 16. und 17. Jahrhundert. Ab 1701 müsste sie angepasst werden, indem man vor der Division durch 7 die Anzahl der ausfallenden Schalttage subtrahiert. **10** Juin: Leibniz verwechselt die Länge der Monate Juni und Juli, was sich auf die Berechnung aber nicht auswirkt.

quart 419, negligeant le residu, le nombre des jours de l'année qui precedent celuy dont on cherche la ferie; et enfin le nombre constant 2 si c'est un bissexte, ou 3 si c'est une autre année; le residu de la somme divisée par 7 donnera le nombre de la ferie du jour qu'on cherche.

[*Dritter Ansatz*]

„Regle pour trouver la ferie ou jour de la semaine au quel se rencontre un certain „jour du mois donné dans l'année donnée de la periode julienne.

Au nombre de l'année julienne adjoutez sa quatrieme partie, ou si le residu passe l'unité, le nombre entier prochainement plus grand, negligeant tousjours la fraction. La

---

4 *Berechnung eines weiteren Beispiels für die Regel aus dem zweiten Ansatz:*

1 Maii 1615. Lundi.

$$\begin{array}{r} 1615 \\ 403 \\ 1 \\ \underline{120} \\ 2139 \end{array} \qquad \begin{array}{l} \quad\;\; 6 \\ \cancel{2}\cancel{1}\cancel{4}\cancel{1} \nmid 305 \\ \;\cancel{7}\cancel{7}\cancel{7} \end{array} \qquad \begin{array}{l} \quad\;\; 4 \\ \cancel{2}\cancel{1}\cancel{3}\cancel{9} \nmid 305 \\ \;\cancel{7}\cancel{7}\cancel{7} \end{array}$$

10 1 Maii *(1)* 1675 *(2)* 1615 *L* **11–15** *(1)* 1615 *(2)* 1615 *L*

$$\begin{array}{r} 1615 \\ 403 \\ 3 \\ \underline{120} \\ 2141 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 1615 \\ 403 \\ 1 \\ \underline{120} \\ 2139 \end{array}$$

---

8 l'année julienne: Gemeint ist die Jahreszahl nach der von J. J. SCALIGER, *De emendatione temporum*, 1583, S. 198 eingeführten Zeitrechnung. Ihre Epoche ist Montag, der 1. Januar 4713 v. Chr., gerechnet nach dem julianischen Kalender. **11** 1 Maii 1615: Dass der 1. Mai 1615 ein Montag gewesen sei, führt S. MORLAND, *Arithmetick Instruments*, 1673 [Marg.], Abschnitt *An Explanation of the Perpetual Almanack*, auf S. 3 als Beispiel zur Benutzung seines Ewigen Kalenders an. Leibniz prüft an diesem Beispiel die im zweiten Ansatz stipulierte Regel: Er addiert die Zahl 3 für Gemeinjahre und führt die Division durch 7 schriftlich aus (Mitte). Da das Ergebnis den Rest 6 aufweist und somit nicht wie von ihm erwartet ausfällt, ändert er den zu addierenden Wert, indem er statt einen Tag mehr als 2 einen weniger addiert. Die korrigierte Summe dividiert er erneut schriftlich (rechts). Doch auch diese Division liefert nicht das gewünschte Ergebnis. Tatsächlich ist das erste Ergebnis richtig: Der Rest 6 besagt, dass es sich beim 1. Mai 1615 des gregorianischen Kalenders um einen Freitag handelte. Dementsprechend war der 1. Mai 1615 des julianischen Kalenders — und eben diesen berechnet der Engländer Morland — ein Montag.

somme augmentée de 5, soit divisée par 7; et ce qui restera sera le nombre de la ferie du premier janvier nouveau style de l'année proposée. Lequel estant connu, il est aisé d'avoir la ferie de tel autre jour que l'on voudra, en adjoutant au nombre de la ferie du premier de janvier le nombre de tous les jours de cette année qui precedent le jour proposé. Cette somme divisée par 7 laissera la ferie demandée. Il est aisé de sçavoir le nombre de tous les jours precedans, parce qu'on sçait le nombre des jours de chaque mois qui est tousjours le même excepté que le fevrier au lieu de 28 en a 29, l'an estant bissexte. Or le bissexte de la Periode Julienne se reconnoist, lors qu'en divisant son nombre par 4, il reste 1.

Exemple

1676 est de la periode julienne	6389	$\cancel{3}4$
son quart (negligeant la fraction)	1597	$\cancel{7}\cancel{9}\cancel{9}\cancel{1}$ ⨍ 1141. Reste 4.
Nombre constant	5	$\cancel{7}\cancel{7}\cancel{7}\cancel{7}$
	7991	

Donc le premier janvier de cette année est la quatrieme ferie ou un mercredi.

Si vous voulez la ferie du 15 d'Aoust de la meme année, adjoutez à 4 le nombre 227 qui est celuy des jours de cette année bissextile qui precedent le 15 d'Aoust, et la somme 231 divisée par 7 laisse [0] donc le 15 d'Aoust est la septieme ferie ou un samedi.

2 nouveau style: Die im dritten Ansatz vorgestellte Regel ist nicht ganz korrekt; sie erzeugt die Wochentagssprünge jeweils um zwei Jahre versetzt. So ergibt bereits ihre Anwendung auf den Neujahrstag des folgenden Jahres 1677 unzutreffenderweise, dieser sei ein Donnerstag gewesen; tatsächlich handelte es sich um einen Freitag. Die Regel ließe sich ohne weiteres ertüchtigen — etwa, indem man die Julianische Jahreszahl vor der Addition ihres Viertels um 2 erhöht und nach dieser Addition den ganzzahligen Anteil dann nur noch um 3 vergrößert. Doch auch eine in dieser Form verbesserte Regel wäre, so wie die aus dem zweiten Ansatz, nur bis 1700 gültig.

3. DATUM ET DETERMINATUM
[Erste Hälfte 1676 oder 1678 – 1679 (?)]

Bei den Stücken N. 3_1 und N. 3_2 handelt es sich um Notizen zu den Begriffen *datum* und *determinatum*. Auf dem Träger von N. 3_1 sind auf Bl. 73 v° Namen von französischen Diplomaten notiert. Am 7. November 1672 schreibt Johann Christian von Boineburg an Leibniz, dass er seinen Sohn mit Jean-Antoine d'Avaux, dem *président à mortier*, und mit Honoré Courtin bekannt machen solle (I, 1 N. 194, S. 284). Am 31. März 1673 schreibt Leibniz an Melchior Friedrich von Schönborn, dass er von der Entsendung von Honoré Courtin und Jean-Paul de Barillon, der ihm unbekannt sei, als französische Gesandte zum Kölner Friedenskongress erfahren habe (I, 1 N. 225, S. 330). Nach der Verhaftung von Wilhelm Egon von Fürstenberg verließ die französische Delegation Köln am 16. April 1674 zunächst Richtung Maastricht. Leibniz war spätestens ab Oktober 1674 aufgrund seiner juristischen Beratung für die Familie Fürstenberg in die Causa Fürstenberg involviert (vgl. seine Denkschrift zur Befreiung von Wilhelm Egon von Fürstenberg, I, 1 N. 318, S. 469–473). Für den in Nimwegen ab Ende 1676 stattfindenden Friedenskongress wurde von Ludwig XIV. bereits Ende November 1675 als Mitglied der französischen Gesandtschaft Jean-Antoine d'Avaux bestimmt. Es handelt sich hierbei um den Sohn des am 23. August 1673 verstorbenen *président à mortier*, er war zuvor von Mai 1672 bis November 1674 in Venedig und im Dezember 1675 als Gesandter in Brandenburg tätig. Dass Leibniz Kenntnis von der bereits erfolgten Abreise der französischen Delegation Richtung Nimwegen hatte — Leibniz nennt keine Namen —, belegt sein Brief an Melchior Friedrich von Schönborn von Anfang Januar 1676 (I, 1 N. 266, S. 397). Für die beiden Diplomaten Courtin und Barillon lässt sich erst ab Mai 1676 bzw. ab September 1677 wieder eine offizielle Akkreditierung nachweisen: jeweils für die französische Gesandtschaft in London. Die auf Bl. 73 r° festgehaltene Notiz stimmt inhaltlich überein mit einer Aussage in der von den Herausgebern auf Sommer 1678 bis Anfang 1679 datierten Studie VI, 4 N. 25 (S. 74 Z. 9 f.). N. 3 dürfte vorher verfasst sein. Die Nennung der drei französischen Diplomaten weist auf das erste Halbjahr 1676 hin, eine spätere Entstehung ist aber nicht ausgeschlossen. — N. 3_2 dürfte zur selben Zeit entstanden sein.

3_1. DATUM EST DETERMINATUM COGNITUM

Überlieferung: *L* Notiz: LH 35 I 9 Bl. 73. Zettel 6,35 × 3,4 cm. 5 Z. auf Bl. 73 r°. Auf Bl. 73 v° Cc 2, Nr. 449: Messieurs d'Avaux[,] Courtin, Barillon. — Gedr.: Couturat, *Opusc. et fragm.*, 1903, S. 545.
Cc 2, Nr. 448

Datum est determinatum cognitum. Ex data diametro circuli datur area quadrati inscripti, sed determinatur area circuli.

3_2. DETERMINATUM IDEM QUOD DABILE

Überlieferung: *L* Notiz: LH 4 V 10 Bl. 56 r° (v° leer). Zettel, rechte untere Ecke abgeschnitten, ca 4,4 × 8,5 cm. — Gedr.: Couturat, *Opusc. et fragm.*, 1903, S. 147.
Cc 2, Nr. 00

D e t e r m i n a t u m idem quod d a b i l e. Ita arcus aliquis positione datus est magnitudine determinatus seu dabilis. Etsi magnitudo ejus non sit cognita.

4. EXPRESSIO UNIUS LITERAE PER MULTAS

4. September 1674

Überlieferung: *L* Konzept: LH 35 XII 1 Bl. 230. Ein beschnittenes Blatt ca 13,3 × 17,8 cm. 2 S. Bl. 230 bildete ursprünglich mit LH 35 XII 1 Bl. 14 (= VI, 3 N. 44) ein vollständiges Bl. 2°. — Gedr.: *LKK* 2, 1976, S. 4 f.
Cc 2, Nr. 740

Expressio unius literae per multas

4 Sept. 1674

Saepe magnitudinem cognitam incognitamve utile est exprimere certo quodam modo, per multas alias in ejus compositionem ingredientes; quod tum ad numeros, tum ad constructiones Geometricas inventorum jam valorum, et ad incognitas quorum valores non dantur, utiliores prae caeteris eligendas utile est. Omnis autem varietas oriri potest, ex combinatione literarum propositarum, inter se et cum forinsecus assumtis.

Exempli causa, datae sunt literae tres *a*. *b*. *y*. Et quaestio est de exprimenda aliqua magnitudine, cujus explicatio in nostro est arbitrio; tunc fateor infinitae sunt varietates, sed tamen re intra certos limites comprehensa varietates illae sunt numerabiles. V. g. *a*. *b*. *y*. *ab*. *ay*. *by*. *aby*. Singulae harum duci possunt in aliam quandam arbitrariam; nec refert multiplicando an dividendo. Sed postea ad arbitrarias accedentes veniemus. Nunc datis literis inhaereamus: Assurgant omnes ad quadratum: $a^2 + b^2 + y^2$. Hae inter se, et cum prioribus combinationibus jungi possunt. Et ita si ad altiora ascendatur. Hactenus incognita non nisi multiplicando dividendoque ex propositis literis formata est.

Jam jungi possunt inter se, et multiplicationes divisionibus misceri. Possunt jam de foris numeri literaeque accedere. Sed una litera numeros quoslibet comprehendet. Novae literae additio totidem producet varietates, quot sunt si plures essent ab initio propositae. Sufficeret ergo Tabulas texi, pro combinationibus possibilibus literarum, duarum: trium, quatuor. Et cuilibet combinationi resolutionem cujus est capax, pro varia literarum explicatione. Sed cum ista sint pene infinita, Methodi quaerendae sunt quibus ex

18 refert | addendo *ändert Hrsg.* | an *L* 20 possunt. *(1)* Primum inter se *(a)* addere *(b)* m *(2)* Hactenus omni *(3)* Et *L* 21 dividendoqve *(1)* ex datis *(2)* ex *L* 22 misceri. *(1)* Deniqve prae *(2)* Hactenus repetitiones praescidimus *(3)* possunt *L*

tot combinationibus utiles ab initio eligantur.

Breviter Tabulae analyticae formandae essent procedentes ordine per omnes formulas, non considerando literarum qualitatem sed numerum, v. g. $\dfrac{a^2 - y^2}{a + y}$. Jam y. potest significare $2a$.

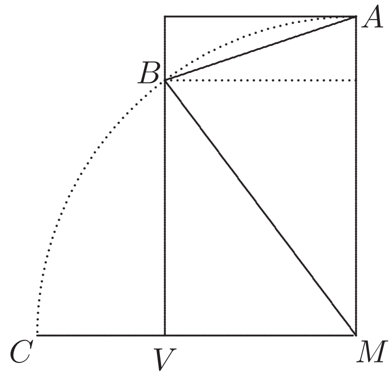
Ita inchoandum esset: a. ab. abc. $abcd$. $\dfrac{a}{e}$ $\dfrac{ab}{e}$ etc. $\dfrac{a}{ef}$ $\dfrac{ab}{ef}$ etc. Terminus, ut in numeratore pariter ac nominatore non sint ultra quatuor literae. Jam conjungantur inter se, ea lege, ne maximus numerus Terminorum nominatoris et terminorum denominatoris excedat 10. Ecce basin, jam in qualibet basi literis licet tribuere diversos valores; v. g. ab. licet annotare, si b. intelligatur a, fieri inde formulam a^2 cujus radix a. Nec obliviscendae forte formulae in quibus ipse nominator vel numerator rursus continent fractiones. Sed quoniam istorum spes nulla, nec forte operae pretium est, superest formulas illustriores hac methodo disponi, ut si qua theoremata nova reperiantur, inseri possint suo loco.

5 $\dfrac{\mathrm{ab}}{\mathrm{ef}}$ etc. *(1)* Summus *(2)* Terminus *L* 7 maximus *(1)* literarum *(2)* numerus *L* 9 licet *(1)* facere b. *(2)* annotare, *(a)* aliqvando b esse, *(b)* si b. intelligatur | a^2 *ändert Hrsg.* |, fieri *L* 10 nominator *(1)* ac numerator compositi sunt *(2)* vel *L* 12 qva *(1)* denuo *(2)* theoremata *L*

5. DE CHARACTERUM IMPERFECTIONE
[September – Oktober 1674]

Überlieferung: *L* Konzept: LH 35 XIII 1 Bl. 122–123. 1 Bog. 4°. 7 Z. auf Bl. 123 r°. — Auf dem Rest des Bogens VII, 5 N. 10 u. VII, 6 N. 5.
Cc 2, Nr. 843

Datierungsgründe: Das Wasserzeichen des Papiers ist für Anfang September bis November 1674 belegt. N. 5 dürfte im selben Zeitraum entstanden sein wie VII, 5 N. 10 u. VII, 6 N. 5.



[*Fig. 1*]

Si a sectore *AMBA*, auferas Triangulum *AMB*, restat segmentum *ABA*. Id sane patet ex figura inspecta, sed non paret ex ipsis literis sive characteribus, unde patet eos esse imperfectos aliosque inveniendos. Eodem modo si a sectore duplicato auferas Rectangulum *VMA*, restabit segmentum duplicatum, necesse esset ista ex characteribus posse detegi, ne inspecta quidem figura.

6. GENERALIA GEOMETRICA
[Mai – Oktober] 1674

Überlieferung: *L* Konzept: LH 4 V 10 Bl. 47. 1 Bl. 4°. 2 S. Geringe Textverluste durch Tintenfraß sowie aufgrund einer Papierfalte. — Gedr.: 1. COUTURAT, *Opusc. et fragm.*, 1903, S. 144–146; 2. (engl. Teilübers. nach 1.) WIENER, *Selections*, 1951, S. 5.
Cc 2, Nr. 866

Datierungsgründe: Im vorliegenden Stück referiert Leibniz seine Leistungen auf dem Gebiet der Geometrie — unter anderem eine von ihm wenige Tage zuvor gefundene Lösung eines Konstruktionsproblems der Dreieckslehre. Die ausformulierte Lösung ließ sich in seinen Handschriften bislang nicht finden, doch enthält das auf den 25. August 1674 datierte Stück VII, 1 N. 47_{10} eine Skizze, die sich möglicherweise auf jenes Problem bezieht. Die Vermutung ist zulässig, dass er das Problem im August 1674 behandelt und kurz danach unser Stück verfasst hat. — Des weiteren erwähnt Leibniz eine Schrift zur *méthode des universels*, die er kurz zuvor geschrieben habe. Die drei hierfür in Frage kommenden Schriften (VII, 7 N. 10, 11 oder 14) sind auf Mai oder Juni, auf Juni respektive auf Mitte 1674 zu datieren. Unser Stück ist somit nicht vor Mai 1674 abgefasst worden. — Eine vergleichbare Darstellung seiner mathematischen Errungenschaften gibt Leibniz auch an anderer Stelle: Dem Stück III, 1 N. 38_2, das von den Herausgebern auf Oktober 1674 datiert wird, erteilt er nachträglich den einschlägigen Titel *Propria inventa analytico-geometrica*. In ihm beschränkt er sich aber im Bereich der Geometrie auf seine arithmetische Kreisquadratur und erwähnt die *méthode de l'universalité* nicht mehr, sondern führt statt dessen eine neue, analytische Methode zur Behandlung zahlentheorischer Probleme an. Offenbar ist jenes Stück also nach unserem verfasst worden, womit dieses spätestens im Oktober 1674 entstanden ist. — Auch das auf September oder Oktober 1674 zu datierende Stück VII, 6 N. 7, in welchem Leibniz seine arithmetische Kreisquadratur darstellt, greift (wie III, 1 N. 38_2) einleitend die in unserem Stück vorgenommene Kategorisierung geometrischer Probleme auf und verwendet dabei recht ähnliche Formulierungen. Es baut hierbei offenkundig auf unserem Stück auf und ist also ebenfalls jünger als dieses.

1674. Paris

Generalia Geometrica: de meis accessionibus et methodo universalitatis

Les Theoremes n'estant que pour abreger ou diriger la solution des problemes, puis-

26–29 1674. Paris | *(1)* imperfectum *(2)* Generalia ... universalitatis *erg.* | *(a)* Les problemes Geometriqves *(b)* Les Theoremes *L* 29 ou diriger *erg. L* 29–15,1 puisqve ... practiqve *erg. L* que toute la theorie doit servir à la practique. Il suffit d'estimer la varieté de la Geometrie, par celle des problemes. Les problemes de Geometrie, sont ou Rectilignes ou Curvilignes. Les Problemes rectilignes sont, dans les quels on ne demande ny suppose que la grandeur de quelques lignes droites ou espaces rectilignes. Les curvilignes supposent ou demandent la grandeur de quelque ligne courbe, ou de quelque espace curviligne. Les problemes des centres de Gravité et par consequent quantité de problemes de la Mechanique sont, de la derniere sorte. Ainsi on peut dire, qu'il y a comme deux E⟨sp⟩eces de la Geometrie, celle d'Apollonius, et celle d'Archimede; la premiere renouvellée par Viete et des Cartes; l'autre, par Galilei et Cavalieri.

Les problemes Rectilignes se reduisent à la Resolution de quelque ⟨E⟩q⟨u⟩ation dont il faut tirer les racines, analytiquement par le calcul, ou Geometriquement par l'intersection des lieux; exactement, ou par approximation. Mais les Curvilignes ne sont pas encor sujets à l'analyse connue, e⟨t⟩ si on les vouloit reduire à une equation, on la trouveroit de ⟨l⟩'infinitesieme degré.

Or ⟨a⟩yant fait quelques remarques assez extraordinaires dans l'une aussi bien que dans l'autre espece de Geometrie, j'ay bien voulu en toucher icy quelques unes en peu de mots.

Dans la Geometrie des Rectilignes; j'ay trouvé enfin le moyen de tirer les racines de toutes les Equations cubiques; c'est à dire

7 sorte. *(1)* On peut dire qve *(2)* de sorte qv *(3)* Ainsi *L* 8 d'Apollonius, *(1)* et l *(2)* qvi est des problemes Rectilignes, qvi se resolvent a la verité par l'intersection *(3)* et celle *L* 8 f. des Cartes; *(1)* second par *(2)* l'autre *L* 10 Rectilignes se *(1)* resolvent *(2)* reduisent *L* 11 par le calcul *erg. L* 11 f. par ... lieux *erg. L*

7 deux Especes: Die hier getroffene Unterscheidung zwischen gerad- und krummlinigen geometrischen Problemen sowie ihre historische Einordnung nimmt Leibniz auch anderorts vor: Sie findet sich sowohl in seinen wohl im Oktober 1674 für Mariotte verfassten Ausführungen über seine mathematischen Entdeckungen (III, 1 N. 38_2 S. 139 f.) als auch in den einleitenden Bemerkungen eines wahrscheinlich zwischen dem 10. September und Ende Oktober 1674 entstandenen Stückes, welches die Bestimmung der Kreisfläche mit Hilfe einer unendlichen Reihe rationaler Zahlen darstellt (VII, 6 N. 7, S. 88 f.).

19 Equations cubiques: Gemeint ist womöglich die Schrift *De aequationum transformationibus cubicarum et quadrato-quadraticum* aus dem September 1674 (VII, 1 N. 127 S. 818 ff.). Auch in der Schrift *Schediasma de radicibus cubicis* von Oktober 1674 (VII, 1 N. 139) sowie in dem (allerdings unvollendeten und dann verworfenen) Konzept VII, 1 N. 133, das wohl auf den September 1674 zu datieren ist, beschäftigt sich Leibniz mit der Lösung kubischer Gleichungen.

de rendre toutes les Equations cubiques pures; en sorte que pour les resoudre il ne faut que tirer la racine cubique d'un solide connu. Scipio Ferreus a trouvé le premier des regles propres à tirer les racines de quelques especes des Equations cubiques, Cardan a publié sa methode. Et Viete aussi bien que Mons. des Cartes ont desesperé de pouvoir venir ⟨au⟩ bout des autres. J'ay eu le bonheur d'y voir quelque jour. Et ce la estant on peut dire que la resolution de toutes les Equations cubiques ou quarrequarrées est achevée, et qu'on les peut construire toutes Geometriquement par l'invention de deux moyennes proportionelles.

Je ne repete pas icy ce que je viens de dire dans un papier àpart de la Methode des universels; qui nous abrege le calcul comprennant plusieurs cas soubs un seul, qui nous fait decouvrir des harmonies dans les figures et qui nous donne le moyen de les ranger en classes par des idees generales.

Touchant les lieux, j'ay observé quelques moyens extraordinaires d'obtenir des aequations *ad circulum* dans les problemes proposés, à fin d'en donner des constructions courtes et be⟨l⟩les, comme par exemple je donna[y] il y a quelques jours une construction

4 Et *(1)* Mons. Viete et *(2)* Viete *L* 6 dire qve *(1)* l'Analytiqve les *(2)* la resolution *L* 7 par *(1)* le moyen de *(2)* | la seule invention *nicht gestr.* | *(3)* l'invention *L* 10 comprennant ... seul *erg. L* 12 par | *(1)* qvelqves notions *(2)* des idees | generales *L* 14 les *(1)* proposés, *(2)* problemes proposés, *L* 15 et *(1)* nettes *(2)* be⟨l⟩les, *L* 15–17,1 jours *(1)* la construction du probleme: *(2)* une qvi n'est qve ⟨de deux⟩ mots *(3)* | une *erg. Hrsg.* | construction fort courte de ce probleme: *(a)* L'Hypothénuse d'un Triangle rectangle *(b)* un costé *L*

3 Equations cubiques: Vgl. G. Cardano, *Artis magnae sive de regulis algebraicis liber unus*, 1545, Bl. 31 (G. Cardano, *Opera* IV, S. 251.) 9 papier: Gemeint ist wahrscheinlich der Mitte 1674 entstandene *Essay de la méthode des universels* (VII, 7 N. 14), denn die Bezeichnung *méthode des universels* verwendet Leibniz nur dort. Üblicherweise spricht er dagegen von der *méthode de l'universalité*. So lautet auch der Titel der beiden grundlegenden, auf Mai oder Juni 1674 zu datierenden Schriften zu diesem Ansatz, in welchen er — deutlicher und im Wortlaut dem obigen ähnlicher als im *Essay* — sowohl die Verkürzung des Rechenaufwandes als auch die Aufdeckung von Harmonien mittels seiner neu ersonnenen Methode anspricht (vgl. etwa VII, 7 N. 10 S. 76 § 2 u. S. 79 § 7; N. 11 S. 114 f.). Die Bemerkung könnte sich also auch auf eines dieser beiden Konzeptpapiere beziehen.

fort courte de ce probleme: Un costé d'un Triangle estant donné et l'angle qui luy est opposé, trouver le ⟨T⟩riangle en sorte que ses costés soyent en proportion harmonique.

Viete nous a donné la methode de tire⟨r⟩ les racines des Aequations par des nombres approchans aux veritables; mais personne a ce que [je] sçache a donné des approximations Geometriques; ⟨j⟩e croy pourtant d'y avoir reussi, et de pouvoir resoudre l⟨e⟩s problemes solides par approximations en n'employan⟨t⟩ que des droites ou cercles; et cette methode a cela au dessus d⟨e⟩ l'exegese numerique de Viete, qu'elle nous donne toutes les racines de l'Equation proposée tout à la fois; au lieu que l'exegese par nombres n'en donne qu'une.

Quant à la Geom⟨et⟩rie des Curvilignes je pre⟨tend⟩s d'y avoir fait quelque chose d'ext⟨r⟩aordinaire. Sans parler de la quadrature d'un segment oblique ⟨d⟩e la Cycloeide;

1 f. et ... opposé *erg. L* 2 trouuer *(1)* les deux costés, de sorte qv *(2)* tous les coste *(3)* le ⟨T⟩riangle *L* 2 f. harmoniqve *(1)* et j'ay ob *(2)* Viete *L* 5 Geometriques; *(1)* j'en ay trouué *(2)* j'ay pourtant trouué *(3)* j'a *(4)* ⟨j⟩e croy *L* 9 f. qv'une *(1)* Dans la Geometrie des curvilignes *(2)* Qvant à *L* 11 de la *(1)* dimension *(2)* qvadrature *L*

1 probleme: Mit Konstruktionsproblemen der Dreieckslehre befasst sich Leibniz im Jahr 1674 mehrfach. In VII, 1 N. 11 etwa, das die Herausgeber auf August 1674 datieren, sind zwei Seiten und die Fläche eines gesuchten Dreiecks vorgegeben. In dem bislang auf Ende 1674 datierten Teilstück VII, 1 N. 14_1 sind dagegen die Basis des gesuchten Dreiecks und ein an der Basis anliegender Winkel sowie das Produkt der beiden anderen Seiten gegeben. Und im bislang auf Frühjahr 1675 datierten Teilstück VII, 1 N. 14_2 greift Leibniz das letztgenannte Problem erneut auf, ändert dann aber die Fragestellung und setzt nun nicht mehr einen an der Basis anliegenden, sondern den der Basis gegenüberliegenden Winkel als gegeben voraus. Dieses Problem kann er elegant konstruktiv lösen. Das in unserem Stück genannte Problem lässt sich auf eine sehr ähnliche, wenngleich geringfügig aufwendigere Weise lösen. Seine Bearbeitung ist nicht überliefert. Aus diesem Grund und auch, weil Leibniz von einer „construction fort courte" spricht, liegt die Vermutung nahe, dass er tatsächlich die Konstruktion aus VII, 1 N. 14_2 meint. Womöglich geht er davon aus, dass diese Konstruktion ohne Änderung auch das hier genannte Problem löst. Weil VII, 1 N. 14_1 und 14_2 aus einer Reihe von Gründen neu datiert und nun in die erste Hälfte des Jahres 1674 gestellt werden, steht ihre Datierung dieser Interpretation nicht mehr entgegen. 3 methode: Vgl. Fr. Viète, *De emendatione aequationum*, 1615 (VO S. 82–161). 4 approximations Geometriques: Leibniz denkt hier womöglich an eine Verknüpfung seiner Lösung der soliden Probleme durch Kegelschnitte mit der Umformung der Kegelschnittgleichungen in eine Kreisgleichung; vgl. seine wohl im September 1674 verfasste Schrift *De aequationibus ad circulum inveniendis* (VII, 1 N. 130). 11 Cycloeide: Den Segmentsatz an der Zykloide formuliert Leibniz erstmalig in III, 1, N. 29, zu datieren auf den Sommer 1674, auf S. 115. Vorarbeiten finden sich in VII, 4 N. 17, wohl aus dem späten Frühjahr 1673. Den Beweis liefert er in VII, 5 N. 31, zu datieren auf März bis Dezember 1675.

de la dimension de la courbe décrite par l'evolution du cercle (ayant trouvé que l'arc evolu est la moyenne proportionelle entre le diametre et la courbe décrite)[;] de la dimension de la surface du solide parabolique fait par la parabole revolüe à l'entour de la touchante du sommet; j'ay observé deux methodes fort estendues, l'une de donner la dimension des figures superieures en supposant celle des inferieures; l'autre de reduire l'aire d'une figure à la somme d'une progression de nombres rationaux. Ce qui est traduire la difficulté de la Geometrie à l [*bricht ab*]

3 de la *(1)* super *(2)* surface *(a)* d'un solide Hyp *(b)* du solide *L* 4 l'une de *(1)* revoqver *(2)* donner *L* 4 dimension des *(1)* courbes *(2)* figures *L* 6 somme *(1)* de progressio *(2)* d'une progression *L*

---

1 l'evolution du cercle: Vgl. das wahrscheinlich im Frühjahr 1673 entstandene Konzept VII, 4 N. 10_1 S. 141 u. 143 sowie III, 1 N. 29 S. 116. 3 solide parabolique: Vgl. das wohl aus dem Sommer 1673 stammende Konzept *Triangulum characteristicum ellipsis* (VII, 4 N. 28, hier S. 509–515) sowie den auf den 3. Oktober 1674 datierten ersten Teil der Schrift *Schediasma de superficiebus conoeidum* (VII, 5 N. 6). 4 l'une de: Leibniz bezieht sich hier möglicherweise auf sein im August 1673 verfasstes, *Methodus tangentium inversae seu De functionibus* überschriebenes Konzept VII, 4 N. 40. 5 l'autre: Diese Bemerkung bezieht sich auf Transmutation und Reihenentwicklung; vgl. etwa das aus der ersten Hälfte des Jahres 1674 stammende Stück zur arithmetischen Kreisquadratur VII, 6 N. 4. 6 difficulté: In VII, 6 N. 7 S. 89 Z. 2 f. formuliert Leibniz den hier abgebrochenen Gedanken zu Ende: „. . . la difficulté des Curvilignes est transferée de la Geometrie à l'Arithmetique par les progressions."

7. FRACTIONES SEXAGENARIAE
[Mitte 1674 – Ende 1676]

Überlieferung: *L* Notiz: LH 35 III A 26 Bl. 17. Unregelmässig zugeschnittenes Fragment, ca 10 cm × 9 cm. Text auf Bl. 17 r°, rückseitig 1 Z. mit dem Titel.
Cc 2, Nr. 00

Datierungsgründe: Leibniz beschäftigt sich in der vorliegenden Notiz mit den rechnerischen Grundlagen des Sexagesimalsystems. Hierbei knüpft er an Überlegungen an, die er in N. 8, welches dem gleichen Gegenstand gewidmet ist, entwickelt hat. Es darf daher vermutet werden, dass die Notiz kurz nach N. 8 entstanden ist. Da dieses Stück wahrscheinlich im Zeitraum zwischen Mitte 1674 und Ende 1676 verfasst worden ist, wird das Gleiche auch für die vorliegende Notiz angenommen.

Fractiones sexagenariae

$$\frac{13}{60} \quad + \quad \frac{24}{60^2} \quad + \quad \frac{15}{60^3}$$

$$\begin{array}{cc} 13 & 24 \\ 36 & 6 \end{array}$$

Pour reduire les primes et secondes aux troisiesmes, c'e[s]t àdire pour reduire les fractions sexagenaires à un meme denominateur, il faut multiplier les primes par 36, les

11 Fractiones sexagenariae *erg. L auf Bl. 17 v°*

12 $\frac{13}{60} + \frac{24}{60^2} + \frac{15}{60^3}$: Vgl. diesen Ausdruck mit der Summe $\frac{2}{60}[+]\frac{1}{3600}[+]\frac{7}{216000}$, welche Leibniz in N. 8 S. 27 Z. 3 betrachtet. 16 denominateur: Mit dem beschriebenen Verfahren rechnet man eigentlich eine dreistellige Sexagesimalzahl, so wie in N. 8 gefordert, in eine Dezimalzahl um: Man multipliziert die erste Stelle mit 36 und die zweite mit 6. Um die drei oben genannten Brüche auf einen gemeinsamen Nenner zu bringen, ist dagegen der erste Bruch mit 3600 zu erweitern und der zweite mit 60. Die zum Gleichnamigmachen erforderlichen Nullen fügt Leibniz dem Ergebnis der Nebenrechnung zu S. 20 Z. 2 f. nachträglich noch hinzu, lässt den Haupttext aber unverändert.

secondes par 6, les 3mes par 1. Multiplier par 36[,] c'est multiplier par $40 - 4$, multiplier par 6, c'est multiplier par $4 + \frac{4}{2}$. *Ergo primae multiplicentur per* 4[,] *producto adjiciatur 0, et inde detrahatur ipsum productum, secundae multiplicentur per 4, producto addatur ipsius dimidium, sed brevius sufficit secundas multiplicari per 6.*

---

2 f. *Nebenrechnung:*

$$\begin{array}{r} 13 \\ \underline{4} \\ 520 \\ \underline{52} \\ 46800 \end{array}$$

3 f. *Gestrichene Nebenrechnung:*

$$\begin{array}{r} 24 \\ \underline{4} \\ 96 \\ \underline{48} \\ 4 \end{array}$$ *L*

5–9 *Gestrichene Nebenrechnung:* *(1)*

$$\begin{array}{r} 13 \\ \underline{40} \\ 520 \\ \underline{52} \\ 468 \end{array}$$

(2)

$$\begin{array}{r} 13 \\ \underline{4} \\ 520 \\ \underline{52} \\ 46800 \end{array}$$ *L*

8. MULTIPLICATIO NUMERORUM SEXAGESIMALIUM
[Mitte 1674 – Ende 1676]

Überlieferung: *L* Notiz: LH 35 VIII 30 Bl. 27. 1 Bl. 4°. 1 S. auf Bl. 27 v°, Vorderseite leer. Cc 2, Nr. 00

Datierungsgründe: Der Gegenstand des Stückes — ein Verfahren zur Multiplikation einer im Sexagesimalsystem ausgedrückten dreistelligen Zahl mit einem unechten Bruch — legt nahe, dass es in zeitlicher Nähe zu N. 7 entstanden ist. Leibniz nimmt seine Aufgabe offenkundig in Angriff, bevor er sich näher mit Stellenwertsystemen befasst hat; dies belegt jedoch nur, dass er das Stück vor März 1679 abgefasst hat. Einen genaueren Hinweis liefert das Papier: Es stammt aus Paris, und sein Wasserzeichen ähnelt anderen Wasserzeichen, die vor allem in der frühen Pariser Zeit auftreten. Auch der Symbolgebrauch gibt einen Hinweis in diese Richtung: Ganz überwiegend setzt Leibniz als Gleichheitssymbol das Zeichen ⨍ ein, teils in einer leicht stilisierten Form, teils als simples handschriftliches *f*. Diese letztere Variante kommt überwiegend, allerdings nicht ausschließlich, bis Anfang 1673 vor. Die dreimalige Verwendung des Gleichheitssymbols $\sqcap$ dagegen spricht unzweideutig für eine Niederschrift nach Mitte 1674. Somit ist gesichert, dass das Stück in Paris verfasst worden ist; trotz der Hinweise auf eine Entstehung zu Beginn der Pariser Zeit gibt der Gebrauch des stilisierten Waagebalkens letzlich den Ausschlag für den *terminus post quem* Mitte 1674.

[*Erster Ansatz*]

$$
\begin{array}{llllll}
13 \quad\text{———} & \overset{\prime}{19} & \overset{\prime\prime}{9} & \overset{\prime\prime\prime}{7} & \text{———} & 17 \\[2ex]
 & \dfrac{19}{6} & \dfrac{3}{2} & \dfrac{7}{6} & & \dfrac{17}{13} \not f\ 1+\dfrac{4}{13} \\[2ex]
 & 3\dfrac{1}{6} & 1\dfrac{1}{2} & 1\dfrac{1}{6} & \text{vel} & \dfrac{1\ 3\ 1}{6} \not f\ 2\ 1\ \dfrac{5}{[6]}
\end{array}
$$

---

20 *Nebenrechnung:* $\dfrac{10}{6}$ = 10 $\quad \dfrac{5}{3} \sqcap 2$ [*bricht ab*]

19 13 — *(1)* 14, 13, 18 · *(2)* $\overset{\prime}{19}$ $\overset{\prime\prime}{9}$ $\overset{\prime\prime\prime}{7}$ *L* 21 $3\frac{1}{6}$ *(1)* $2\frac{1}{2}$ *(2)* $1\frac{1}{2}$ *L*

---

21 1 3 1: Der Status von Zahlen wie dieser als Sexagesimal- oder Dezimalzahl ist für Leibniz nicht eindeutig festgelegt, was er durch (allerdings nicht ganz konsequent durchgeführte) Gesperrtschreibung der Ziffern andeutet. Bei Zahlen, die er als eindeutig hexagesimal ausgedrückt verstanden wissen will, trennt er dagegen die Stellen in der Regel durch Kommata voneinander ab — insbesondere, wenn es sich bei mindestens einer ihrer Ziffern um eine im Dezimalsystem notierte zweistellige Zahl handelt.

$$\frac{12\frac{4}{6}}{13} \qquad \frac{4+\frac{4}{2}}{13} \qquad \frac{4+\frac{4}{6}}{13} \qquad\qquad \begin{array}{l} 3\ 2\ 1 \\ \ \ \ 2\ 1 \\ \hline 3\ 4\ 2\,\frac{5}{6} \frown 1 + \frac{4}{13} \end{array}$$

$$\frac{76}{13 \frown 6} \qquad \frac{120}{13 \frown 6} \qquad \frac{28}{13 \frown 6} \qquad\qquad \begin{array}{l} 3\ 4\ 2 \\ 1\ 0\ 5 \\ \hline 4\ 4\ 7\,\frac{19}{39} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 76 \\ 120 \\ 28 \\ \hline \frac{8828}{13 \frown 6} \end{array} \Big| \ \frac{4414}{13 \frown 3} \ \Big| \ \frac{1471}{13} + \frac{1}{13 \frown 3} \qquad\qquad 24,\ 24,\ \begin{array}{c} 28 \\ 30 \end{array} \frac{\begin{array}{c} 3 \\ \cancel{5}6 \\ \cancel{1}\cancel{1}\cancel{4} \end{array}}{\cancel{3}\cancel{9}} \Big| 2\frac{36}{39} \Big| \frac{12}{13}$$

---

1 *Nebenrechnung:* $\begin{array}{c} \cancel{1}3 \\ \cancel{1}\cancel{3}\cancel{6}\cancel{8} \\ \cancel{1}\cancel{3}\cancel{3}\cancel{3} \\ \cancel{1}\cancel{1} \end{array} \int 105 \ \frac{18+20}{6 \quad 13} \quad \frac{38}{78} \Big| \frac{19}{39}$

2 $\frac{76}{13 \frown 6}$ *(1)* $\frac{140}{13 \frown 6}$ *(2)* $\frac{120}{13 \frown 6}$ *L* 4 105 *(1)* $\frac{3}{13} + \frac{20}{6 \frown 13}$ *(2)* $\frac{18+20}{6 \frown 13}$ *L*

---

1 3 2 1 : Hier ist die Korrektur in der Zeile zuvor nicht berücksichtigt; folgerichtig wäre 3 1 1 . 2 $\frac{120}{13 \frown 6}$: Folgerichtig wäre $\frac{36}{13 \frown 6}$. 2 4 4 7 $\frac{19}{39}$: Bei der Addition von 3 4 2 $\frac{5}{6}$ mit 1 0 5 $\frac{19}{39}$ ist der Bruchanteil des ersten Summanden verloren gegangen. 3 24, 24, 28: Das gesuchte Produkt der Sexagesimalzahl $(19, 9, 7)_{60}$ mit dem unechten Bruch $\frac{17}{13}$ ist $(25, 2, 41\frac{6}{13})_{60}$. Dass die in der rechten Spalte fortgeführte Berechnung zum falschen Ergebnis $(24, 24, 30\frac{12}{13})_{60}$ führt, ist nicht nur auf Rechenfehler zurückzuführen, sondern grundsätzlich in dem Verfahren begründet, welches Leibniz im vorliegenden Stück ausprobiert: Er behandelt beim Rechnen mit Sexagesimalzahlen diese in einzelnen Rechenschritten wie Dezimalzahlen. Offenbar fühlt er sich hierzu berechtigt, da er eingangs eine Division durch 6 durchführt und am Ende der Rechnung wieder mit 6 multipliziert. Im vorliegenden Ansatz etwa teilt Leibniz im ersten Schritt tatsächlich nicht die Sexagesimalzahl $(19, 9, 7)_{60}$ durch 6, sondern die Dezimalzahl 1997. Sein (nicht ganz korrektes) Ergebnis 3 4 2 $\frac{5}{6}$ multipliziert er sodann wie eine gewöhnliche Dezimalzahl mit $\frac{17}{13}$. Erst bei der abschließenden Wiederversechsfachung seines (ebenfalls nicht korrekten) Produktes 4 4 7 $\frac{19}{39}$ behandelt er dessen Ziffern wie jene einer im Sexagesimalsystem geschriebenen Zahl. Tatsächlich kann ein solches Verfahren keine Umrechnung vom Sexagesimal- ins Dezimalsystem und zurück leisten; es führt im Allgemeinen zu fehlerhaften Resultaten.

$$\begin{array}{l} \cancel{1} \\ \cancel{1}42 \\ \cancel{1}47\cancel{1} \\ \cancel{1}\cancel{3}\cancel{3}\cancel{3} \\ \cancel{1}\cancel{1} \end{array} \;⨍\; \begin{array}{c} 113 \\ 321 \end{array} + \frac{7}{13\frown 3}$$

Ergo productum,

$$\begin{array}{cccc} 4, & 3, & 6: & \dfrac{20}{39} \\ & & & 6 \\ \hline & & & \cancel{3}3 \\ 24 & 18 & 36 & \dfrac{\cancel{1}2\cancel{0}}{\cancel{3}\cancel{9}} \;⨍\; 3\,\dfrac{3}{39} \\ 0 & 0 & 3 & \\ \hline 24, & 18, & 39 & \dfrac{3}{39}\,\Big|\,\dfrac{1}{13} \end{array}$$

[*Zweiter Ansatz*]

$$13 \;\text{———}\; \overset{\prime}{19}, \quad \overset{\prime\prime}{9}, \quad \overset{\prime\prime\prime}{7} \;\text{———}\; 17$$

$$\begin{array}{ccc} 3 & 1 & 1 \\ 1 & 3 & 1 \\ \hline \cancel{6} & 6 & \cancel{6} \end{array}$$

---

1 *Nebenrechnungen:* $\dfrac{140}{60}\Big|\dfrac{14}{6}\Big|\dfrac{7}{3}$ $\quad 17 \qquad \dfrac{7+\boxed{7\frown 13}\,91}{13 \quad 3} \sqcap \dfrac{98}{13\frown 3}\Big|\dfrac{\begin{array}{c}2\\ \cancel{3}0\\ \cancel{9}\cancel{8}\end{array}}{\cancel{3}\cancel{9}} \;⨍\; 2\,[\dfrac{20}{39}]$

4 *Nebenrechnung:* $\dfrac{17}{13} \;⨍\; 1\dfrac{4}{13}$

11 | $\dfrac{13}{13}$ *ändert Hrsg.* | $⨍\; 1\dfrac{4}{13}$ *L*

---

2 24, 18, 39: Auch das Ergebnis $(24, 18, 39\frac{1}{13})_{60}$ ist aus den genannten Gründen — diversen Rechenfehlern sowie der unzulässigen Behandlung von Sexagesimal- als Dezimalzahlen — nicht korrekt.

$$\begin{array}{r} 1\,8\,6\,6 \\ \underline{1\,3\,1} \\ 1\,9\,9\,7 \\ \hline 6 \end{array} ⨍\ 3\,3\,3 - \frac{1}{6} \qquad \frac{17}{13}\Big|1\frac{4}{13}$$

$$\begin{array}{r} \underline{\qquad\qquad 4} \\ \cancel{1}6 \\ \cancel{1}\cancel{3}\cancel{3}\cancel{2} \\ \cancel{1}\cancel{3}\cancel{3}\cancel{3} \\ \cancel{1}\cancel{1} \end{array} ⨍\ 102\ \boxed{\begin{array}{cc} 36 - 4 \\ \hline 13 \quad 6 \end{array}}\ \frac{32}{78}\Big|\frac{16}{39}$$

$$\begin{array}{l} 3\,3\,3 - \frac{1}{6} \\ 1\,0\,2 + \frac{16}{39} \\ \hline 4\,3\,5 \end{array}$$

[*Dritter Ansatz*]

$$13 \text{ ——— } \overset{\prime}{19}, \quad \overset{\prime\prime}{9}, \quad \overset{\prime\prime\prime}{7} \text{ ——— } 17 \qquad \Big| \qquad \frac{17}{13} \sqcap 1 + \frac{4}{13}$$

$$\begin{array}{r} 1997 \\ \underline{4} \\ 13)\cancel{7}\cancel{9}\cancel{8}\cancel{8} \\ \cancel{1}\cancel{1}\cancel{5}6 \\ \cancel{1} \end{array} ⨍\ 614\frac{6}{13} \qquad\qquad \begin{array}{r} 1997 \\ \underline{4} \\ \cancel{1} \\ \cancel{1}\cancel{1}\cancel{5}6 \\ \cancel{7}\cancel{9}\cancel{8}\cancel{8} \\ \cancel{1}\cancel{3}\cancel{3}3 \\ \cancel{1}\cancel{1} \end{array} ⨍\ 614$$

$$\begin{array}{r} \cancel{2}\cancel{6}\cancel{1}1 \\ \cancel{2}\cancel{3} \end{array} \qquad\qquad \begin{array}{r} 1997 \\ \underline{614} \\ \cancel{2}\cancel{3} \\ \cancel{2}\cancel{6}\cancel{1}1\frac{6}{13} \end{array}$$

3 4 3 5 : Die Rechnung des zweiten Ansatzes wird konsequent und fehlerfrei im Dezimalsystem durchgeführt. Ihr Resultat 4 3 5 $\frac{19}{78}$ würde mit 6 multipliziert $(24, 18, 31\frac{18}{39})_{60}$ ergeben; auch dies ist nicht das korrekte Ergebnis. 6 $\begin{array}{r}1997\\4\end{array}$: Im dritten und vierten Ansatz verändert Leibniz nun die Reihenfolge der Rechenschritte: Zunächst wird die dezimale Multiplikation von 1997 mit $\frac{17}{13}$ durchgeführt, erst danach folgt die dezimale Division durch 6 und die Wiederversechsfachung im Sexagesimalsystem.

$$\frac{4\ 3\ 5\ \frac{2}{13}}{24,\ 18,\ 30\ \frac{12}{13}} \qquad\qquad \begin{array}{c} 4\ 3\ 5\ \frac{2}{13} \\ 24,\ 18,\ 30\ \frac{6}{13} \end{array}$$

[*Vierter Ansatz*]

$$13 \text{ ——— } \frac{19+9+7}{6} \text{ ——— } 17$$

$$\begin{array}{ccccc} & & 17 & & \\ \hline & \cancel{1} & & & \\ \cancel{2} & \cancel{6} & 4 & & \\ \cancel{1}\cancel{3}\cancel{9} & \cancel{7} & \cancel{9} & ⨍ & 1\ 0\ 7\ 5 \\ \cancel{1}\cancel{3}\cancel{3} & \cancel{3} & \cancel{3} & & \\ \cancel{1}\cancel{1} & \cancel{1} & & & \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 13979 \\ 1997 \\ \hline 33949 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1997 \\ 17 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{cl} \cancel{1} & \\ \cancel{1}\cancel{7}\cancel{1}\cancel{1}6 & \\ \cancel{3}\cancel{3}\cancel{9}4\cancel{9} & ⨍\ 2611\frac{6}{13} \\ \cancel{1}\cancel{3}\cancel{3}\cancel{3}\cancel{3} & \\ \cancel{1}\cancel{1}\cancel{1} & \end{array} \qquad\qquad \begin{array}{cl} \cancel{1} & \\ \cancel{1}\cancel{7}\cancel{1}\cancel{1}6 & \\ \cancel{3}\cancel{3}\cancel{9}4\cancel{9} & ⨍\ 2611\frac{6}{13} \\ \cancel{1}\cancel{3}\cancel{3}\cancel{3}\cancel{3} & \\ \cancel{1}\cancel{1}\cancel{1} & \end{array}$$

---

4 *Isoliert und ohne direkten Bezug:* 19 9 7

7 *Randnotiz mit aus S. 26 Z. 5 bezogener Ergänzung:* $33949\ \frac{6}{13} + \frac{19}{26}$

7 *Gestrichene Nebenbetrachtung:* $\begin{array}{c} \cancel{3} \\ \cancel{3}\cancel{3}949 \\ \cancel{6}\cancel{6}\cancel{6}6 \end{array}$ ⨍ 5658 *L* **9** $+\frac{19}{26}$ *erg. L*

---

1 4 3 5 $\frac{2}{13}$: Konsequent gerechnet lautet das Zwischenergebnis nach der Division 4 3 5 $\frac{19}{78}$. Der Fehler beeinträchtigt im links dargestellten Rechengang das Endergebnis in der folgenden Zeile. Das rechts stehende Endergebnis dagegen verwendet stillschweigend den korrekten Wert des Bruchanteils, vernachlässigt jedoch einen Einerübertrag; folgerichtig gerechnet ergibt sich $(24, 18, 31\frac{6}{13})_{60}$ (vgl. auch den vierten Ansatz, S. 26 Z. 3, rechts). 5 1 0 7 5 : Versehentlich teilt Leibniz hier das Siebenfache anstelle des Siebzehnfachen von 1997 durch 13. Er erkennt den Irrtum und setzt neu an.

$$\begin{array}{l} \;\cancel{2}\cancel{3} \\ \cancel{2}\cancel{6}\cancel{1}1 \quad \dfrac{1}{13} \\ \;\cancel{6}\cancel{6}\cancel{6} \end{array} \qquad\qquad \begin{array}{l} \;\cancel{2}\cancel{3} \\ \cancel{2}\cancel{6}\cancel{1}1 + \dfrac{6}{13} \\ \;\cancel{6}\cancel{6} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 4\;3\;5\,\dfrac{1}{6} + \dfrac{1}{13} \\ 6 \\ \hline 24,\ 18,\ 31\,\dfrac{1}{13} \end{array} \qquad\qquad \begin{array}{r} 4\;3\;5\,\dfrac{1}{6} + \dfrac{1}{13} \\ \\ 24,\ 18,\ 31\,\dfrac{6}{13} \end{array}$$

[*Fünfter Ansatz*]

$$26 \text{ ——— } 1997 \text{ ——— } \frac{17}{26}$$

$$\begin{array}{r} 1997 \\ 17 \\ \hline 13979 \\ 1997 \\ \hline \cancel{3}\cancel{3}\cancel{9}\cancel{4}9 \ \not\cap\ 1\;3\;0\;5\,\dfrac{19}{26} \\ \cancel{2}\cancel{6}\cancel{1}1 \\ \cancel{7}\;\;\; \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2\;1\;7\,\dfrac{3}{6} \\ \hline 12,\ 6,\ 21\,\dfrac{18}{6}\Big|\,3 \\ \dfrac{3}{24} \qquad \dfrac{19}{26} \end{array}$$

$$\begin{array}{l} \;\cancel{1} \\ \cancel{1}\cancel{7}\cancel{1}1 \\ \cancel{3}\cancel{3}\cancel{9}\cancel{4}9 \ \not\cap\ 1305\,\dfrac{19}{26} \\ \cancel{2}\cancel{6}\cancel{6}\cancel{6}6 \\ \;\cancel{2}\cancel{2}2 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} \;\cancel{1}\cancel{4}3 \\ \cancel{1}\cancel{3}\cancel{0}\cancel{5} \ \not\cap\ 2\;1\;7\,\dfrac{3}{6} + \dfrac{19}{26} \\ \;\cancel{6}\cancel{6}\cancel{6} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 6 \\ \hline 12,\ 6,\ 45 \end{array}$$

---

9 *Nebenbetrachtungen:* $\dfrac{38}{26} \not\cap 1\dfrac{12}{26}$ $\qquad \dfrac{19}{26} \qquad \dfrac{3\frac{1}{6}}{26}$

---

5 26: Im fünften Ansatz multipliziert Leibniz im ersten Schritt die Dezimalzahl 1997 nicht mehr mit $\frac{17}{13}$, sondern mit $\frac{17}{26}$ und verdoppelt dafür das Zwischenergebnis vor dessen Versechsfachung im letzten Schritt. 7 $12, 6, 21$: Richtig wäre $12, 6, 42$. Leibniz korrigiert dies nicht, sondern setzt neu an.

$$\begin{array}{r} 2\ 1\ 7 \\ 6 \\ \hline 12,\ 6,\ 42 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 4\ 3\ 4 \\ 6 \\ \hline 24,\ 18,\ 24 \end{array}$$

$$\frac{2}{10} \qquad \frac{1}{100} \qquad \frac{7}{1000}$$

$$\frac{2}{60} \qquad \frac{1}{3600} \qquad \frac{7}{21600[0]}$$

[*Sechster Ansatz*]

$$\frac{19}{6}\Big|1\frac{1}{6} \qquad \frac{9}{36}\Big|\frac{1}{4} \qquad \frac{7}{216}\Big|\frac{1}{27} - \frac{1}{216}$$

$$\begin{array}{c} 4\frac{4}{6} \qquad 1 \qquad \frac{4}{27} - \frac{4}{216} \\ \hline 13 \end{array}$$

$$\frac{19}{6} \qquad \frac{9}{36} \qquad \frac{7}{216}$$

---

3 *Hilfsrechnung:* $\begin{array}{r} 3600 \\ 6 \\ \hline 21600 \end{array}$

6 *Nebenrechnung:* $\begin{array}{l} \ \cancel{2} \\ \cancel{2}\cancel{8}\cancel{6}\ ⨍\ 22 \\ \cancel{1}\cancel{3}\cancel{3} \\ \ \cancel{1} \end{array}$

1 *Gestrichene Nebenbetrachtung:* $\begin{array}{l} \ \cancel{1} \\ \cancel{4}\cancel{3}4\ ⨍\ 7\ 1\frac{8}{6}\ \ L \\ \ \cancel{6}\cancel{6}\qquad ,\ 14 \end{array}$ 2 *(1)* 24, *(2)* $\frac{2}{10}$ *L*

---

3 $\frac{2}{60}\ \frac{1}{3600}\ \frac{7}{21600[0]}$: Leibniz vergewissert sich hier noch einmal der Bedeutung von Sexagesimalstellen und verwirft daraufhin die Ausgangsidee, eine Zahl vom Sexagesimal- ins Dezimalsystem zu transformieren, indem man die gesamte Zahl (also unterschiedslos jede Stelle) durch 6 teilt. In den folgenden Ansätzen differenziert er nun bei der Division zwischen den verschiedenen Stellen. 5 $\frac{19}{6}\Big|1\frac{1}{6}$: Richtig wäre $3\frac{1}{6}$. Der Fehler belastet die weitere Rechnung bis S. 28 Z. 2, nach welcher Leibniz noch einmal neu ansetzt.

$$\boxed{\begin{array}{ccc} 13\dfrac{13}{6} & \dfrac{13}{4} & \dfrac{13}{7} - \dfrac{13}{216} \\[2ex] 4\dfrac{4}{6} & 1 & \dfrac{4}{7} - \dfrac{4}{216} \\ & & 17 \quad 17 \end{array}}$$

$$\begin{array}{ccc} 3 + \dfrac{1}{6} & \dfrac{1}{4} & \dfrac{1}{7} - \dfrac{1}{216} \end{array}$$

$$\text{seu} \qquad 39\frac{17}{6}, \qquad \frac{17}{4}, \qquad \frac{17}{7} - \frac{17}{216}\,\mathit{(1)}$$

[*Siebter Ansatz*]

$$\begin{array}{ccc} 19 & 9 & 7 \\[2ex] \dfrac{19}{6} & \dfrac{\;\dfrac{9}{6}\;}{\overline{\overline{\;6\;}}} & \\[4ex] \dfrac{19}{6} & \dfrac{\;\dfrac{9}{60}\;}{\overline{\overline{\;6\;}}} & \dfrac{\;\dfrac{9}{600}\;}{\overline{\overline{6 \frown 6}}} \end{array} \qquad\qquad \begin{array}{ccc} \dfrac{19}{6} & \dfrac{\;\dfrac{9}{60}\;}{6} & \dfrac{\;\dfrac{9}{60}\;}{36} \end{array}$$

$$\frac{19 \quad \dfrac{9}{6} \quad \dfrac{9}{36}}{6}$$

$$24,\ 3 \quad \frac{31\dfrac{6}{13}}{36}$$

5 *(1)* | seu *nicht gestr.* | 9 *(2)* seu *(a)* $39\frac{13}{6}, \frac{13}{4}, \frac{13}{7} - \frac{13}{216}$ *(b)* $39\frac{17}{6}$, *L* 7 $\dfrac{\frac{9}{60}}{6}$ *(1)* $\dfrac{\frac{9}{60}}{\frac{6}{6}}$ *(2)* $\dfrac{\frac{9}{60}}{36}$ *L* 9 *(1)* $\dfrac{\frac{7}{600}}{\overline{\overline{6 \frown 6}}}$ *(2)* $\dfrac{\frac{9}{600}}{\overline{\overline{6 \frown 6}}}$ *L*

5 $39\frac{17}{6}$: Leibniz multipliziert zunächst die vorangehende Zeile versehentlich mit 13 statt mit 17, korrigiert dies aber umgehend, wobei er allerdings vergisst, die 39 in 51 zu ändern. Zudem muss es $\frac{17}{27}$ anstatt $\frac{17}{7}$ heißen; dieser Fehler stammt aus Z. 1. Die Versehen wirken sich nicht aus, da Leibniz die Rechnung abbricht. 10 24, 3: Leibniz probiert hier am Ergebnis des vierten Ansatzes (S. 26 Z. 3, rechts) die Division der zweiten Stelle durch 6 und die der dritten durch 36 aus.

[*Achter Ansatz*]

19 9 7 19 9 7

$$\begin{array}{r} 42 \\ 6 \\ \hline 252 \\ \hline 60 \end{array} \qquad 42 \qquad\qquad \begin{array}{r} 60 \\ \hline 420 \\ 6 \\ \hline 25200 \\ 450 \\ \hline 25650 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 25650 \\ 17 \\ \hline 17955 \\ 2565 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{l} \cancel{1}\cancel{2}\cancel{1} \\ \cancel{1}\cancel{4}\cancel{7}\cancel{5}3 \\ \cancel{4}\cancel{3}\cancel{6}\cancel{0}\cancel{5} \text{ ⨍ } 3354 \\ \cancel{1}\cancel{3}\cancel{3}\cancel{3}\cancel{3} \\ \cancel{1}\cancel{1}\cancel{1} \end{array}$$

$$\begin{array}{l} \cancel{3}\cancel{3}54 \text{ ⨍ } 55 : 54 \\ \cancel{6}\cancel{6}0 \end{array}$$

2 *(1)* 19 9 7 / $\cancel{54}$ 54 / 54 / 252 / 306 *(2)* 19 9 7 / 42 42 / 6 / 252 / 60 *L* 3 *(1)* 25650 / 17 / 17955 / 2565 / 2 / $\cancel{1}\cancel{4}0$ / $\cancel{4}\cancel{3}\cancel{6}05$ ⨍ 32 / $\cancel{1}\cancel{3}\cancel{3}$ / 1 *nicht gestr.* *(2)* $\cancel{1}\cancel{3}\cancel{2}$ / $\cancel{1}\cancel{4}0\cancel{9}4$ / $\cancel{4}\cancel{3}\cancel{6}\cancel{0}\cancel{5}$ ⨍ / $\cancel{1}\cancel{3}\cancel{3}\cancel{3}\cancel{3}$ / $\cancel{1}\cancel{1}\cancel{1}$ *(a)* 3276 *(b)* 3277 3 / $\cancel{3}\cancel{2}77$ ⨍ 54 : 37 / $\cancel{6}\cancel{6}\cancel{6}0$ *(3)* 8 / $\cancel{1}\cancel{0}0$ / $\cancel{4}\cancel{3}\cancel{6}05$ ⨍ *(a)* 33 *(b)* 32 / $\cancel{1}\cancel{3}\cancel{3}$ / $\cancel{1}$ *(4)* 2 / $\cancel{1}\cancel{4}0$ / $\cancel{4}\cancel{3}\cancel{6}05$ ⨍ 32 / $\cancel{1}\cancel{3}33$ / $\cancel{1}1$ *(5)* $\cancel{1}\cancel{2}\cancel{1}$ / $\cancel{1}\cancel{4}\cancel{7}\cancel{5}3$ / $\cancel{4}\cancel{3}\cancel{6}\cancel{0}\cancel{5}$ ⨍ / $\cancel{1}\cancel{3}\cancel{3}\cancel{3}\cancel{3}$ / $\cancel{1}\cancel{1}\cancel{1}$ *(a)* 3254 *(b)* 3354 $\cancel{3}\cancel{3}54$ ⨍ / $\cancel{6}\cancel{6}0$ *(aa)* 54 *(bb)* 55 : 54 *L*

---

2 25200: Im achten Ansatz multipliziert Leibniz die dritte Stelle anstatt der ersten mit 3600, addiert aus unklarem Grunde 450 (womöglich denkt er an 540 als dem 60-fachen von 9) und führt sodann die Multiplikation mit $\frac{17}{13}$ durch, wobei eine Dezimalstelle verloren geht. Das Ergebnis der Multiplikation teilt er schließlich wieder durch 6 und beendet die Rechnung ohne brauchbares Resultat.

9. DE NUMERO JACTUUM IN TESSERIS
Januar 1676

Überlieferung: *L* Konzept: LH 35 III B 14 Bl. 1–2. 1 Bog. 2°. 4 S. — Auf Bl. 1 r° am oberen Rand Datum und Titel des Stückes. In der oberen Hälfte dieser Seite eine fragmentarische Notiz (s. u.), in der Seitenmitte vier Tabellen (= Teil 1 unseres Stückes). Auf dem Rest der Seite das Stück VII, 1 N. 89, um Notiz und Teil 1 herum gesetzt. Auf den drei anderen Seiten des Bogens Teil 2 und 3 unseres Stückes. — Gedr.: 1. Biermann, *Spezielle Untersuchungen*, 1956, S. 170 (tlw. = S. 34 Z. 2 – S. 35 Z. 7); 2. Parmentier, *L'estime des apparances*, 1995, S. 79 f. u. 88–101 (z.T. frz. Übers.); 3. (span. Übers.) Leibniz, *Obras filosóficas y científicas*, Bd. 7 B, 2015, S. 659 f. u. 662–667.
Cc 2, Nr. 1281

Januar. 1676.

De numero jactuum in tesseris.
Proposuit mihi dux Roannesius

---

5 *Fragmentarische Notiz inmitten des Textes:*

$$A\begin{cases}0\\ C\begin{cases}0\\ B\begin{cases}0\\ D\begin{cases}0\\ 1\end{cases}\end{cases}\end{cases}\end{cases}$$

$$D \sqcap \frac{1}{2} \qquad B \sqcap \frac{1}{4} \qquad C \sqcap \frac{1}{8} \qquad A \sqcap \frac{1}{16}$$

13 f. De numero ... Roannesius *erg. L* **17** D $\sqcap \frac{1}{2}$ B $\sqcap \frac{1}{4}$ *gestr. L erg. Hrsg.*

---

14 Roannesius: Gemeint ist Artus Gouffier (1627–1696), Herzog von Roannais, ein Vertrauter Blaises Pascals. **15** Notiz: Leibniz schreibt das Stück auf einem Papierbogen nieder, auf dessen erster Seite er bereits einen Gedanken zu einem anderen Thema notiert hat. Es handelt sich bei dieser inhaltlich nicht zum Stück gehörenden Notiz um ein spieltheoretisches Zerlegungsschema, das dem in N. 7 S. 000 Z. 000 festgehaltenen gleicht.

[*Teil 1*]

	1	2	3	4	5	6	
1, 1	1, 2	1, 3	1, 4	1, 5		1, 6	
	2, 2	2, 3	2, 4	2, 5		2, 6	
		3, 3	3, 4	3, 5		3, 6	
			4, 4	4, 5		4, 6	
				5, 5		5, 6	
						6, 6	
	1	2	3	4		5	6
	2	4	6	8		11	6
	22					17	

[*Tab. 1*]

1 Teil 1: Dieser Abschnitt behandelt offensichtlich das (allerdings erst auf S. 42 Z. 1–4 explizit formulierte) Würfelspielproblem, den gerechten, also an Gewinnchancen gleichen Einsatz zweier Spieler zu finden, wenn bei einem Wurf von einem, zwei, drei oder mehr Würfeln der eine Spieler darauf wettet, dass keine 6 fällt, der andere dagegen auf das Erscheinen mindestens einer 6 setzt. Es darf vermutet werden, dass es sich hierbei um das durch den Herzog von Roannais an Leibniz herangetragene Problem handelt. 12 Tab. 1: Leibniz befasst sich als erstes mit den möglichen Ausgängen eines Wurfes zweier nicht unterscheidbarer Würfel, in moderner Terminologie also mit Kombinationen mit Wiederholung. Die entsprechenden Ereignisse sind in diesem Falle jedoch ungleich wahrscheinlich, so dass sich das genannte Problem des „gerechten“ Einsatzes nicht lösen lässt, indem man die Anzahlen der verschiedenen Ausgänge bestimmt.

1 dez	a sans 6	b avec 6
2 ⋯	(a)	(b)
3 ⋯	$\overline{a, (a)}$	$\overline{(a)\frown b + (b)\frown a}$
4 ⋯		

[*Tab. 2*]

5 *Tab. 2:* *(1)*

1 dez	5 sans 6	1 avec 6
2 ...	⟨6⟩	⟨15⟩
3 ...	$15\frown 6,, + \llcorner 6\frown 1$	(a) 15,⌢5 (b) $15\frown 6$
4 ...		

(2)

1 dez	5 sans 6	1 avec 6
2 ...	15	6
3 ...	$\overline{5, 15}$	$\overline{15\frown 1 + 6\frown 5}$
4 ...		

(3)

1 dez	5a (sans 6)	1b avec 6
2 ...	15(a)	6(b)
3 ...	$\overline{\text{5a, 15(a)}}$	$\overline{\text{15(a)}\frown\text{1b} + \text{6(b)}\frown\text{5a}}$
4 ...		

ändert Hrsg. | *L*

5 Tab. 2: Leibniz nennt in dieser Tabelle zunächst konkrete Zahlen, ersetzt diese dann aber durch Buchstaben: a steht für 5, b für 1, (a) für 15 und (b) für 6. Er löscht die ursprünglichen Zahlenangaben nicht; der Lesbarkeit halber werden sie im Haupttext jedoch nicht wiedergegeben. Eine ähnliche Notation benutzt er auch in N. 7. Die Verwendung dieser Schreibweise ist wohl durch die Hoffnung motiviert, die Erkenntnisse verallgemeinern zu können: auf andere geeignete Spielgeräte wie etwa einen Oktaeder (also $a = 7$) oder auf andere Anzahlen an kritischen Ausgängen, z. B. auf die 1 *und* die 6 (also $b = 2$). Auch in dieser Tabelle betrachtet Leibniz Kombinationen mit Wiederholung, allerdings findet er nicht den richtigen Ansatz zur Berechnung ihrer Zahl. Tatsächlich ist beim Wurf von drei identischen Würfeln die Zahl an Ausgängen, in welchen eine 6 enthalten ist, gleich $(a) + (b)$, die der Ausgänge ohne 6 ist gleich $\frac{7}{3}(a)$, was sich für n Würfel zu den rekursiven Definitionen $a_n = \frac{n+4}{n}\, a_{n-1}$ und $b_n = a_{n-1} + b_{n-1}$ verallgemeinern lässt. Modern formuliert, gibt es beim Wurf von n nicht unterscheidbaren Würfeln $\binom{n+4}{5}$ verschiedene Ausgänge, die mindestens eine 6 enthalten, und $\binom{n+4}{4}$ Ausgänge ohne 6.

	0	1	2	3	4	5
1	1	1	1	1	1	1
2	1	2	3	4	5	6
3	1	3	6	10	15	
4	1	4	10	20		
5	1	5	15			
6	1	6				
7	1					

[*Tab. 3*]

	0	1	*A* 2	3	4	5	6
0	1						
1	1	1					
2	1	2	1				
3	1	3	3	1			
B 4	1	4	*C* 6	4	1		
	1	5	10	10	5	1	
	1	6	15	20	15	6	1
	Unitez	Naturels	∇laires	Pyram.	∇∇	∇P	PP

[*Tab. 4*]

9 Tab. 3: Leibniz will einer Lösung des Problems mit Hilfe des Arithmetischen Dreiecks näherkommen, wozu er dieses in zwei verschiedenen Gestalten notiert. Die in Tab. 3 gewählte Form findet sich auch in N. 38 S. 000; sie entspricht jener in Bl. Pascal, *Traité de triangle arithmetique*, 1665 [Marg.], Ausklapptafel vor S. 1 (*PO* III, S. 446). 19 Tab. 4: In Teil 2 arbeitet Leibniz mit dem Arithmetischen Dreieck in der hier gezeigten Form (vgl. S. 38 f.). — Ausgehend von Tab. 3 u. 4 setzt Leibniz auf derselben Seite zu einem zahlentheoretischen Exkurs an (VII, 1 N. 89), in welchem er eine Vermutung formuliert, die dem Kleinen Satz von Fermat sehr nahe kommt. Die beiden Tabellen gehören somit gleichermaßen zu VII, 1 N. 89 (wo sie auf S. 583 abgedruckt sind) und zum vorliegenden Stück.

[*Teil 2*]

1 Dez. 6 faces. *a. b. c. d. e. f.*

Faces de deux dez,

aa	*ba*	*ca*	*da*	*ea*	*fa*
ab	*bb*	*cb*	*db*	*eb*	*fb*
ac	*bc*	*cc*	*dc*	*ec*	*fc*
ad	*bd*	*cd*	*dd*	*ed*	*fd*
ae	*be*	*ce*	*de*	*ee*	*fe*
af	*bf*	*cf*	*df*	*ef*	*ff*

Il faut adjouter au nombre Triangulaire ou des Com2naisons la somme des choses, et nous aurons le nombre des faces de deux dez.

2 f. a. b. c. d. e. f *(1)* Com2naisons de deux dez, 36. faces

	ab				
aa	bb	cc	dd	ee	ff
ab	bc				
ac	bd				
ad	be				
ae	bf				
af					

(2) Faces *L*

10 le | nombres *ändert Hrsg.* | des *(1)* formes *(2)* faces *L*

2 faces: Auch in Teil 2 untersucht Leibniz zunächst das Hilfsproblem, wieviele verschiedene Ausgänge es beim Wurf von mehreren identischen Würfeln gibt. Einen solchen Ausgang bezeichnet er auf französisch als *faces*, auf lateinisch als *facies*. 9 Com2naisons: Zu den Begriffen *com2naison* und *con3naison* vgl. N. 22 S. 73 Z. 21 – S. 74 Z. 2. Siehe auch das Beispiel in VII, 1 N. 89 S. 583 Z. 8 f. sowie die Definitionen, die Leibniz in seinem Handexemplar von Bl. PASCAL, *Traité de triangle arithmetique*, 1665 [Marg.], auf der Ausklapptafel vor S. 1 (*PO* III, S. 446) notiert. 10 deux dez: Mit Hilfe von Binomialkoeffizienten lässt sich diese korrekte Lösung des Hilfsproblems bei zwei Würfeln als $K_6^2 = 1\binom{6}{1}+1\binom{6}{2}$ darstellen.

Pour les Faces de 3 dez, il faut chercher premierement toutes les varietez sans repetition qui sont le nombre pyramidal de 6. Il faut adjouter toutes les com2naisons doublees, par ce qu'on peut faire des faces de trois dez des com2naisons de choses, en supposans ou l'une ou l'autre des choses double.

Pour les faces de 4 dez. On prendra le nombre Triangulo-Triangulaire et on luy adjoutera une fois les choses, deux fois les combinaisons, trois fois les con3naisons.

Et ainsi de suite.

Mais lors que nous ne contons pas seulement les conjunctures, et lors que nous voulons distinguer les c a s non seulement par les nombres *a. b. c. d. e. f*, mais encor par les choses, c'est autre chose, et nous nous pouvons par exemple marquer ceux d'un des dez par *A. B. C. D. E. F*, ceux de l'autre par *a. b. c. d. e. f*, ainsi nous aurons:

1 Pour les *(1)* Con3naisons, *(2)* Faces *L* 3 par ce qv' *(1)* il faut *(2)* on peut *(a)* faire des combi *(b)* faire ... dez, des *(aa)* combinaisons *(bb)* com2naisons | de choses *erg.* |, en *L* 6 fois les *(1)* nombres; deux *(2)* choses, *L* 8 seulement *(1)* les diversitez *(2)* les conjunctures *L*

---

1 f. varietez sans repetition: Hiermit ist die Zahl der Kombinationen ohne Wiederholung gemeint (nicht etwa die der Variationen im modernen Sinne), und diejenige für drei Würfel lässt sich aus Tab. 4 als Pyramidenzahl der 6. Zeile ablesen. 3 trois dez: Die korrekte Lösung lautet in moderner Darstellung $K_6^3 = 1\binom{6}{1} + 2\binom{6}{2} + 1\binom{6}{3}$; Leibniz übersieht hier den ersten Summanden, der für „la somme des choses", die Anzahl der Würfel also, steht. 5 4 dez: Die richtige Lösung kann man modern mit $K_6^4 = 1\binom{6}{1} + 3\binom{6}{2} + 3\binom{6}{3} + 1\binom{6}{4}$ wiedergeben; Leibniz' Lösung dagegen berücksichtigt die Zahl der *combinaisons* $\binom{6}{2}$ nur zweimal. 7 ainsi de suite: Aufgrund des Irrtums in der vorausgehenden Zeile lieferte eine Verallgemeinerung der Leibnizschen Lösungen kein valides Ergebnis. Das korrekte Ergebnis für n Würfel lautet vielmehr $K_6^n = \sum_{k=1}^{n} \binom{n-1}{k-1}\binom{6}{k} = \binom{n+5}{5}$. 10 choses: Leibniz betrachtet nun also unterscheidbare Würfel. Die Ausgänge ihrer Würfe sind, modern gesprochen, Variationen mit Wiederholung. Den entsprechenden Ereignissen können gleiche Wahrscheinlichkeiten zugeordnet werden, so dass sich das Ausgangsproblem auf dieser Grundlage lösen lässt. Im weiteren Verlauf des Stückes steht allerdings das allgemeinere Problem im Vordergrund, in wievielen Ausgängen eines Wurfes mit mehreren Würfeln eine zuvor festgelegte Zahl an Sechsen fällt.

Aa	Ba	etc.
Ab	Bb	
Ac	Bc	
Ad	Bd	
Ae	Be	
Af	Bf	etc.

Ainsi les cas ou faces selon ce sens, seront les nombres de la progression senaire. Les faces de deux dez seront 36, de 3 dez 216, etc.; de même les faces de deux pentaedres seront 5, 25, 125, 625, etc., nombre de faces sans f. Leur difference sera le nombre des faces de deux cubes ou hexaedres où il y a le nombre f, la difference entre les quarrez, de 6 et de 5. Et s'il y a trois hexaedres la difference entre les cubes de 6 et de 5 donnera le nombre des faces avec f. Ainsi de suite. Et ces differences seront tousjours terminées par 1, parce que les termes [se terminent] tousjours par 6 et 5.

Il s'agit apresent de sçavoir les doublets; c'est à dire les faces où il y a f plus d'une fois. Et il est manifeste, qu'il n'y a qu'un seul cas dans deux hexaedres, où f soit double. Mais dans trois hexaedres, voyons combien de fois f est double; car il n'y peut estre qu'une fois triple. Pour double voyons. Il est une fois double dans deux hexaedres, adjoutons y le nombre des faces sans f, du 3me, qui est 5; en voila 5; il est $\overline{6^2 - 5^2 - 1}$ fois simple dans 2 hexaedres, ce la ne se peut prendre qu'une fois, en adjoutant le 3me; et en l'y combinant avec un seul f. Avant que de passer outre, il sera bon d'exprimer cecy par ordre:

8 f. les faces de *(1)* 5 dez *(2)* deux pentaedres ... 625, etc *(a)* les differences font *(b)* nombre ... sans *(aa)* f. *(bb)* | 6. *ändert Hrsg.* | leur *L* 10 hexaedres *(1)* qvi est sans une des choses par exemple sans f. *(2)* ou il y a | le nombre *erg.* | f. *L* 12 faces | sans *ändert Hrsg.* | f. *L* 14 sçavoir *(1)* combien il y a des *(2)* les doublets *L* 18 adjoutons y *(1)* le tro *(2)* les *(3)* le nombre des faces *(a)* du troisieme *(b)* sans f *L*

		0 *		1 *	2	3	[4]	[5]	
1 Hexa- edres	6 faces	5 faces sans f	1 faces avec f	1 faces à 1 fois f	*				
2 ·····	36 ····	25 ····	11 ····	10 ····	1 faces à 2 fois f				
3 ·····	216 ···	125 ···	91 ····	$10\frown 5+$ $\underbrace{25\frown 1}_{75}$	$10\frown 1+$ $\underbrace{1\frown 5}_{15}$	1 faces à 3 fois f			
4 ·····	1296 ··	625 ···	671 ···	$75\frown 5+$ $\underbrace{125\frown 1}_{500}$	$75\frown 1+$ $\underbrace{5\frown 15}_{150}$	$15\frown 1+$ $\underbrace{1\frown 5}_{20}$	1 faces à 4 fois f		
5 ·····	7776 ··	3125 ··	4651 ··	$500\frown 5+$ $\underbrace{625\frown 1}_{3125}$	$500\ +$ $\underbrace{150\frown 5}_{1250}$	$150\ +$ $\underbrace{20\frown 5}_{250}$	$5\frown 1+$ $\underbrace{20\frown 1}_{25}$	1 faces à 5 fois f	
6 ·····	46656 ·	15625 ·	31031 ·	$3125\frown 5+$ $\underbrace{3125\frown 1}_{18750}$	$3125\frown 1+$ $\underbrace{1250\frown 5}_{9375}$	$1250\frown 1+$ $\underbrace{250\frown 5}_{2500}$	375	30	1 fac. à 6 fois f
	etc.		etc.						

[*Tab. 5*]

---

9 *Hilfsrechnungen zu Tab. 5:*
$$\begin{array}{r}625\\2500\\\hline 3125\end{array}\qquad\begin{array}{r}150\\5\\\hline 750\\500\\\hline 1250\end{array}$$

9 *Nebenrechnung über Tab. 5:* | 300 325 $\overset{\cancel{1}2}{\underset{\cancel{4444}}{\cancel{32500}}}$ $\cancel{f}$ $\underset{25}{8125}$ *gestr.* | *L*

Ex his manifesta est Tabulae continuatio. Nimirum c o l u m n a s vocabimus, series perpendiculares, numeratas numero duplicationum. S e r i e s autem horizontales notatae numero hexaedrorum. Constructio haec est. Quilibet terminus componetur ex quintuplo seriei praecedentis columnae suae, et simplo seriei pariter et columnae praecedentis, ut ita stet semper:

$$\begin{array}{cccc} A & B & C & D \\ & E & F & G \end{array} \quad \text{et} \quad E \sqcap 1A + 5B \qquad F \sqcap 1B + 5C \qquad G \sqcap 1C + 5D$$

	0	1	2	3	4
1	α	ε			
2	β	ζ	ι		
3	γ	η	κ	ξ	
4	δ	θ	λ	μ	π
				ρ	

[*Tab.*] ⊙

3 terminus *(1)* fiet ex sum *(2)* componetur *L* 13 *Unter Tab.* ⊙*:* | Scribatur hoc modo *nicht gestr.* |

$$\left|\begin{array}{lllllllllll} 1 & & & & & & 1 & & & & \\ \alpha & 1 & & & & 5^1\frown & 1 & 1 & & & \\ \beta & Z & 1 & & & 5^2\frown & 1 & 2 & 1 & & \textit{gestr.} \\ \gamma & H & \kappa & 1 & & 5^3\frown & 1 & 3 & 3 & 1 & \\ \delta & \theta & \lambda & \mu & 1 & & & & & & \end{array}\right| L$$

15 Scribatur: Dieser erste Versuch, die Verteilung der Ausgänge mit Hilfe des Arithmetischen Dreiecks wiederzugeben (vgl. auch Tab. 8), ließe sich durch geringfügige Änderungen retten:

$$\begin{array}{lllll} 5^1\frown & 1 & & & \\ 5^2\frown & 1 & 1 & & \\ 5^3\frown & 1 & 2 & 1 & \\ & 1 & 3 & 3 & 1 \end{array}$$

$\alpha = 5$	$\varepsilon \sqcap 1$	
$\beta = \alpha^2$	$\zeta \sqcap 1\alpha + 5\varepsilon \sqcap 2,5$	$\iota \sqcap 1$
$\gamma = \alpha^3$	$\eta \sqcap \overline{1\beta + \overline{5\zeta\,(\sqcap 5\alpha + 5^2\varepsilon)}} \sqcap 3,5^2$	$\kappa \sqcap \zeta\,(\sqcap 2,5) + 5\iota\,(\sqcap 5) \sqcap 3,5$
$\delta = \alpha^4$	$\theta \sqcap \overline{1\gamma + \overline{5\eta(\sqcap 5^2\alpha + 5^3\varepsilon)}} \sqcap 4,5^3$	$\lambda \sqcap 1\eta\,(\sqcap 3,5^2) + 5\kappa\,(\sqcap 3,5^2) \sqcap 6,5^2$
etc.	etc.	etc.

$\iota \sqcap 1$	$\xi \sqcap 1$	
$\kappa \sqcap 3,5$	$\mu \sqcap 1\kappa\,(\sqcap 3,5) + 5\xi\,(\sqcap 5) \sqcap 4,5$	
$\lambda \sqcap 6,5^2$	$\rho \sqcap 1\lambda\,(\sqcap 6,5^2) + 5\mu\,(\sqcap 4,5^2) \sqcap 10,5^2$	$\pi \sqcap 1$

[*Tab.*] ☽

Ex hac jam tabulae repraesentatione Analytica, inventa est ratio inveniendi quemlibet Tabulae terminum sine Tabula. Nimirum quilibet Tabulae numerus est multiplus potestatis Numeri numero Hedrarum Polyhedri unitate Minoris, hoc loco quinarii $\sqcap y$, affectus sub numero combinatorio. Quod ut clarius pateat tabulam ⊙ explicatam ope Tabulae ☽, sic repraesentabimus:

	0	1	2		
1	$1, y^1$	1			
2	$1, y^2$	$2, y^1$	1		
3	$1, y^3$	$3, y^2$	$3, y^1$	1	
4	$1, y^4$	$4, y^3$	$6, y^2$	$4, y^1$	1

[*Tab. 8*]

21 *Am Rande eine punktuelle Probe der Tabelle:* $\begin{array}{rr} & 25 \\ 25 & 6 \\ \hline & 150 \end{array}$

10 *Über Tab.* ☽: | $\alpha \sqcap 5$ $\beta \sqcap$ *(1)* 5α *(2)* α^2 $\gamma \sqcap 5\beta \sqcap \alpha^3$ etc. $\varepsilon \sqcap 1$ $\zeta \sqcap \alpha + 5\varepsilon$ *gestr.* | *L* 12 numerus *(1)* est potestas *(2)* est multiplus *L* 14 clarius *(1)* patet *(2)* pateat *L* 17 $1, \mathrm{y}^1$ 1, | y^0 *gestr.* | *L*

Hinc multa duci poterunt theoremata singularia. Lineas perpendiculares appellabo C o l u m n a s , et transversales appellabo S e r i e s : Exponentes potestatum in columnis crescunt progressione arithmetica naturali: in seriebus decrescunt etiam progressione arithmetica naturali. Afficientes potestatum in columnis sunt Unitates, Numeri Naturales, Numeri Triangulares, Numeri Pyramidales, Numeri Triangulo-Triangulares, verbo Numeri figurati. Afficientes potestatum in seriebus sunt characteristici Potestatum Binomicarum. Nempe sit radix $a+b$, cujus characteristici 1.1, quad. $1a^2+2ab+1b^2$, cubus: $1a^3+3a^2b+3ab^2+1b^3$, et ita porro.

Problema palmarium huc redit: Dato numero Tesserarum, eundem numerum laterum habentium, iisdemque characteribus similiter inscriptarum, invenire numerum facierum, tum simpliciter, tum earum, in qua datus character reperiatur, aut non reperiatur, aut datis vicibus reperiatur. F a c i e s autem voco diversitates jactuum, tum a characteribus in supereminentia superficie apparentibus ortas, tum etiam ortas ab ipsis diversis Tesseris, quod ad sensum appareret, si iidem characteres diversis tesseris colore discernerentur vel magnitudine, ut si sit Tessera sola cubus characteres unius Tesserae, $A.\ B.\ C.\ D.\ E.\ F$, alterius $a.\ b.\ c.\ d.\ e.\ f$, patet duabus tesseris ejusmodi jactis, differre Ab et aB. Et ita ut eodem exemplo insistamus, si sint 5 tesserae cubicae, quibus sex characteres $a.\ b.\ c.\ d.\ e.\ f.$ diversis coloribus inscripti, quaeritur quot sint facies sive jactus diversi, in quibus una aliqua harum rerum exempli gratia, a reperiatur vicibus 4. Vel positis quatuor tesseris, quot sint jactus in quibus eadem res, ut a vicibus duabus. Sumatur numerus laterum polyhedri 6, sumatur et numerus tesserarum 4, et numerus duplicationum. A numero Tesserarum subtrahatur numerus duplicationum, $4-2 \sqcap 2$. Residuo addatur unitas, fiet 3. Jam ponantur tot numeri unitate sola differentes quorum minimus 3, quot sunt

1 theoremata *(1)* admir *(2)* singularia. Lineas *(a)* trans *(b)* horizontales *(c)* perpendiculares *L* 2 S e r i e s : *(1)* Afficientes *(2)* Exponentes *L* 3 naturali *erg. L* 3 progressione *(1)* eadem *(2)* arithmetica naturali *(a)* Exponente *(b)* Afficientes *L* 4 sunt *(1)* Numeri, *(2)* | Numeri *gestr.* | Unitates *L* 6 sunt *(1)* Numeri *(2)* characteristici *L* 9 f. redit: *(1)* Datis lateribus *(2)* Dato numero laterum polyhedri, *(3)* dato numero Polyhedrorum | similiter signatorum *erg.* | aeqvalem datumqve numerum hedrarum habentium, *(a)* et similiter *(b)* et similiter sig *(4)* Dato numero Tesserarum, *(a)* et *(aa)* laterum *(bb)* lat *(cc)* latera numeri dati ejusdem, eademqve similiter signata habentium, *(b)* eundem ... habentium, *(aa)* similiterqve inscriptarum, aeqv *(bb)* similiterqve inscriptarum in *(cc)* iisdemqve characteribus *(aaa)* inscriptarum *(bbb)* similiter *L* 13 diversis *(1)* polyhedris ut *(2)* Tesseris *L* 14 f. vel magnitudine *erg. L* 15 sola *erg. L* 16 a. b. c. d. e. f. *(1)* supponendo majusculos albo, alteros nigro colore scriptos, *(2)* patet *L* 17 sint *(1)* duae *(2)* 5 *L* 19 vicibus 4. *(1)* Problema ita solvetur *(2)* vel *L* 21 f. duplicationum. *(1)* 2 *(2)* A numero ... duplicationum | vicinali *erg. L, streicht Hrsg.* |, $4-2 \sqcap 2$. *L*

unitates in numero duplicationum, hoc loco, 2, nempe 3. 4. Hi numeri ducantur in se invicem. Factus ex ipsis dividatur per factum ex totidem numeris unitate differentibus quorum minimus unitas, multiplicetur 1. 2, nempe 2, $\frac{12}{2} \sqcap 6$. Quotiens 6 multiplicatus per potestatem numeri numero laterum unitate minoris, hoc loco 5, cujus exponens differentia numeri tesserarum et vicium 2[,] seu 5^2, seu $6, 5^2 \sqcap 150$.

[*Teil 3*]

Problema

Dato numero L a t e r u m ,	6	
(Tessera enim si[t] Cubica, Hexaedros)		
T e s s e r a r u m ut	4	(6)
ut si 4 (vel 6) tesseris simul jaciendum sit,		
et R e p e t i t i o n u m ,	2	(4)
ut si quaerantur jactus, in quibus eadem punctorum configuratio,		
ut ⁙ (nam omnium par ratio) bis (vel quater) reperiatur		

i n v e n i r e n u m e r u m f a c i e r u m , id est invenire numerum jactuum a se invicem differentium, in quibus dato Vicium numero repetitur configuratio proposita. Diversitas autem jactuum oritur tum ab ipsis punctis jactis, ut si duabus tesseris jaciamus nunc IV et 5, nunc IV et 3, tum a tesseris quibus fit jactus, ut jactus IV et 5 differet a jactu V, 4, si quod majusculis characteribus exhibetur, unius tesserae, quod minusculis alterius esse intelligatur: quod appareret, si tesserae plures coloribus, vel aliis notis discernerentur. Nec vero tantum eorum quae jaciuntur, sed et tesserarum quibus fit jactus ratio habenda

3 unitas *(1)*. Qvotiens multiplicetur per *(2)*, multiplicetur *L* 7 f. |Distinctius *erg. u. wieder gestr.*| Problema *(1)*: Dato numero Tesserarum ut 4. (6) eundem ac datum laterum numerum ··· 6. habentium |et ubiqve ac similiter inscriptarum *erg.*|, i n v e n i r e N u m e r u m f a c i e r u m , in qvibus aliqvid character |inscriptus *erg.*| vel punctorum configuratio, ut ⁙ aliave (nam omnium eadem ratio) dato vicium numero, v. g. vicibus ··· 2. (4) reperiatur. brevius: *(2)* Dato *L* 11 sit, *(1)* i n v e n i r e *(2)* et R e p e t i t i o n u m *L* 14 ut *(1)* ∴ (vel ∷) bis (vel qvater) reperiatur *(2)* ⁙ (nam *L* 15 invicem *(1)* sive apparentia eorum qvae jaciuntur, sive ipsis tesseris jactis, *(2)* differentium *L* 17 f. nunc *(1)* 4. et 5. *(2)* IV. et 5. *(a)* vel *(b)* nunc . . . ut *(aa)* IV a 5. *(bb)* jactus *(aaa)* 4 *(bbb)* IV. et 5. *L* 20 qvod |apparebet *ändert Hrsg.*|, si *L*

est. Quia problema nostrum servire debet ad solutionem alterius problematis quod ita conceptum est: Si convenerit inter duos ut quoties 5 quatuor Tesseris jecerit certum capiat ⟨numer⟩um denariorum, contra, quoties 5 abfuerit, certum solvat, quaeritur quid debeat esse porportio inter capiendum et solvendum, ut aequalitas servetur. Non est hic sermo.

Solutio

A Numero Tesserarum T, $\sqcap$ 4 (vel 6) subtrahatur numerus Repetitionum $R \sqcap 2$ (vel 4), supererit $T - R \sqcap 4 - 2 \sqcap 2$ (vel $6 - 4 \sqcap 2$). Huic residuo $T - R$, addatur unitas, fiet $T - R + 1 \sqcap 3$ (vel 3).

Scribantur totidem Numeri continue sola unitate crescentes, quorum minimus $T - R + 1$, sive 3 (vel 3) nempe $T - R + 1$, $T - R + 2$, $T - R + 3$ etc. quot sunt unitates in numero repetitionum R, sive in 2 (4) nempe 3. 4. (vel 3. 4. 5. 6.).

Hi numeri continue crescentes unitate ducantur in se invicem: Productum 12 (360) dividatur per factum, ex totidem numeris sola unitate differentibus, seu sumtis deinceps ab unitate, 1 in 2 $\sqcap$ 2 (1 in 2 in 3 in 4 $\sqcap$ 24) fiet $\frac{12}{2} \sqcap 6$ $\left(\begin{array}{c}\cancel{1}\cancel{2}\\ \cancel{3}\cancel{6}\cancel{0}\\ \cancel{2}\cancel{4}\cancel{4}\\ \cancel{2}\end{array} \;\text{⨍}\; 15\right)$.

Quotiens ducatur in numerum laterum tesserae, unitate minutum, hoc loco 5, toties in se ductum, quot in $T - R$, differentia Numeri Tesserarum et Repetitionum 2 (2) sunt unitates id est in 5^2 (5^2) $\sqcap$ 25 (vel 25) fiet $6 \frown 25 \sqcap 150$ ($15 \frown 25 \sqcap 375$).

2 quoties 5 *(1)* tribus *(2)* qvatuor *L* 6 Repetitionum *(1)* 2 *(2)* R $\sqcap$ 2, *(a)* (4) fiet *(b)* (vel 4) supererit *L* 8 f. $\sqcap$ 3 (| vel *erg.* | 3). *(1)* Ducantur in *(2)* Scribantur *L* 10 T − R + 1, *(1)* qvot *(2)* sive 3 vel (3) *L* 12 f. invicem: *(1)*, fiet: ⟨6⟩ *(2)* Productum ... per *(a)* totidem *(b)* factum, *L* 13 seu sumtis *erg.* *L* 15 ducatur *(1)* in numerum laterum te⟨r⟩ *(2)* in *(a)* ⟨Qvadratum⟩ *(b)* | qvi est *nicht gestr.* | numerus *(c)* numerum *L*

---

1 alterius problematis: Bei diesem handelt es sich vermutlich um das im Titel erwähnte Problem des Herzogs von Roannais. Die Lösung für den hier genannten Fall mit vier Würfeln lässt sich Tab. 5 auf S. 37 entnehmen. 6 (vel 6): Die eingeklammerten Zahlenangaben und Berechnungen in der *Solutio* fügt Leibniz nachträglich hinzu, um so ein zweites konkretes Beispiel für die Lösung des Problems zu geben. 17 Diese korrekte, bereits auf S. 40 f. beschriebene Lösung lässt sich modern wie folgt ausdrücken: Beim Wurf von T unterscheidbaren Würfeln ist die Zahl der Ausgänge, die genau R mal eine zuvor festgelegte Augenzahl zeigen, gleich $\binom{T}{R} 5^{T-R}$.

[*Französische Zusammenfassung*]

Le nombre des dez (6), et des repetitions (4) estant donnés trouver le nombre des doublets (375), suivant la repetition donnée (4) sans se servir d'aucune table, calcul de suite.

Du nombre des dez ostez le nombre des repetitions, adjoutez l'unité à ce qui reste (2). Et faites que ce qui provient (3) soit le moindre d'autant de nombre[s] croissans par l'unité (3. 4. 5. 6), qu'il y a d'unitez dans le nombre des Repetitions (4). Multipliez tous ces nombres l'un par l'autre de suite. Et divisez le produit (360) par le produit (24) [d']autant de nombres croissans par 1 et commençans par 1 (1. 2. 3. 4) ce qui se peut toujours faire sans reste. Multipliez le quotient (15) par la puissance de 5 (25) dont l'exposant (2) est la difference du nombre des dez et des repetitions. Et le produit (375) satisfera à la demande.

3 f. sans ... suite *erg. L* 5 repetitions, *(1)* (reste 2) adjoutez y l'unité (3) Et vous aurez un nombre, qvi sera le moindre, d'autant de nombres croissans par l'unité *(2)* le qvel doit estre multiplié pa *(3)* adjoutez *L* 8 f. le produit (24) *erg. L* 9 croissans par *(1)* l'unité, ou le moindre soit l'unité meme *(2)* 1. et *L*

2 (6): Auch die französischsprachige Kurzfassung ergänzt Leibniz nachträglich um die in Klammern gesetzten Zahlenwerte eines konkreten Beispiels.

10. DE ANALYSEOS HISTORIA
[Oktober 1674 – Januar 1675]

Überlieferung: *L* Konzept: LH 35 VIII 14 Bl. 1–2. 1 Bog. 2°. 4 S.
Cc 2, Nr. 793

Datierungsgründe: Leibniz' Ausführungen in diesem Stück setzen inhaltlich seine Studien zur Algebra in den Jahren 1673 und 1674 voraus. Ein erster *terminus post quem* ist durch die Erwähnung des *Horologium oscillatorium* von Huygens (erschienen im Frühjahr 1673) gegeben; ein erster *terminus ante quem* lässt sich aus dem Umstand ableiten, dass Rafael Bombelli, mit dessen *Algebra* sich Leibniz seit dem Frühjahr 1675 beschäftigt (vgl. VII, 2 N. 49), im Stück nicht genannt wird. Diese Eingrenzung kann weiter präzisiert werden: So schließt die Verwendung eines Ergebnisses aus dem zwischen Dezember 1673 und Juni 1674 verfassten Stück VII, 7 N. 7 eine Niederschrift vor Ende 1673 aus. Und die Bemerkungen zu Sluses *Mesolabum* deuten darauf hin, dass Leibniz das Stück erst verfasst, nachdem er Mitte 1674 jenes Werk exzerpiert (VII, 7 N. 16) und für seine eigenen Arbeiten erschlossen hat; die vorherige Lektüre der Rezension des *Mesolabum* in den *Philosophical Transactions* hätte ihm nicht die gleiche Sicherheit des Urteils verschaffen können. In seiner Bemerkung zu Boulliau schließlich bezieht sich Leibniz mit ziemlicher Sicherheit auf das Gespräch mit diesem am 3. Oktober 1674 (VII, 5 N. 6 S. 31). Ein weiteres Indiz für eine Niederschrift nicht vor Oktober 1674 ist die Erwähnung Gosselins, denn Leibniz' Exzerpte aus und Marginalien in Gosselins *De arte magna* (VII, 3 N. 41) sind gesichert nicht vor Oktober 1674 (und wahrscheinlich nicht nach Januar 1675) entstanden. Die Erwähnung der *Geometriae pars universalis* von Gregory erhärtet eine Datierung auf diese Periode weiter, denn Leibniz' erste bisher bekannte Nennung dieses Werkes stammt aus dem Dezember 1674 (vgl. VII, 1 N. 13 S. 130 f.) Die Erwähnung von Girards *Invention nouvelle* spricht nicht gegen diese Datierung. Zwar wird Leibniz' bisher früheste Erwähnung dieser Publikation (VII, 2 N. 17 S. 189) auf März bis Mai 1675 datiert, und ihre erste Erwähnung im Briefwechsel ist die in Oldenburgs Brief vom 22. April 1675 (III, 1 N. 49 S. 242), doch wird sie in Schootens Appendix erwähnt, den Leibniz bereits seit Herbst 1674 zitiert (VII, 2 N. 3 S. 32). Insgesamt betrachtet ist unser Stück also sicher nicht vor Oktober 1674 und wohl eher nicht nach Januar 1675 entstanden.

De Analyseos Historia

Calculum literalem in locum numeralis primus omnium credo introduxit Franciscus Vieta, tametsi enim Gosselinum quendam aliosque obscuriores Algebrae scriptores

27 De Analyseos Historia *erg. L*

---

28 introduxit: Vgl. Fr. Viète, *In artem analyticem isagoge*, 1591 (= *VO* S. 1–12), Bl. 7 r° (*VO* S. 8). 29 Gosselinum: Vgl. G. Gosselin, *De arte magna*, 1577, etwa auf Bl. 82 v° u. 84 v°. 29 obscuriores: Dies trifft etwa auf Jean Borrel zu; vgl. J. Buteo, *Logistica*, 1559, Bl. 189 r°.

literis nonnunquam usos videam, tamen nec in exemplum eorum valuit autoritas; et ad novae scientiae formam longe aliis praeterea observationibus opus erat. Vieta autem cum videret antecessores suos in quaestionibus implicatioribus pluribus una incognitis oblatis duabus unitatibus fictitiis uti; satius credidit numeros cognitos incognitosque literis exprimere. Ita enim et lineis accommodari posse easdem ratiocinationes, et Arithmeticae cum Geometria consensum apparere, exemplo Geometrarum, qui in doctrina de rationibus magnitudines literis designant et alioquin rectam extra figuram positam, ad propositionem tamen pertinentem, una litera notatam separatim exhibere solent. Idem primus rationem ostendit excitandi ex radicibus aequationem quandam propositae similem, ut ex ejus genesi propositae analysis appareret; unde factum quoque est ut Analytica appelletur, quam alii speciosam vocant. Ego Calculum Symbolicum appellare malim.

Porro Vieta neminem Artis suae oppugnatorem habuit, praesertim cum de ejus usu modeste sentiret ipse. At Cartesius, ut erat inventorum alienorum in rem suam accommodandorum artifex insignis, cum ope calculi duo in Geometria praestitisset egregia; digestionem in classes locorum sive linearum calculi capacium, quarum intersectione aequationes construerentur, et inventionem tangentium, per aequationes duarum radicum aequalium. Dissimulato prorsus aut contemto Vieta, in totius scientiae autorem erigere se posse credidit, cui ut pollicitationum magnitudine pretium faceret; libro edito scribere ausus est, nullum esse problema quod methodo sua solvi non possit. Cumque animadver-

2 f. cum *(1)* observasset *(2)* videret *L* 4 credidit *(1)* pro qvalibet q *(2)* qvantitates literis *(3)* numeros *L* 6 f. in doctrina ... alioqvin *erg. L* 11 qvam *(1)* alibi *(2)* alii *L* 14 in Geometria *erg. L* 15 f. digestionem *(1)* locorum sive linearum Geometricarum in Classes, *(2)* in ... linearum *(a)* Analyseos, *(b)* calculi capacium | qvarum intersectione *(aa)* problemata *(bb)* aeqvationes construerentur *erg.* | , et *L* 16 tangentium, *(1)* ope duarum radicum aeqvalium *(2)* per *L* 17 in *(1)* novae *(2)* totius *L* 18 faceret; *(1)* jactavit in lib *(2)* in libro *(3)* libro *L* 19–46,1 animadverteret *(1)* Methodos suas *(2)* eam *L*

---

9 ostendit: Fr. VIÈTE, *De aequationum recognitione et emendatione tractatus duo*, 1615, insbesondere S. 128 f. (*VO* S. 158). 11 speciosam: DERS., *In artem analyticem isagoge*, 1591, Bl. 5 r^{o} (*VO* S. 4) unterscheidet das Rechnen mit Buchstaben als *logistica speciosa* von der *logistica numerosa*, dem reinen Zahlenrechnen. 16 construerentur: Vgl. R. DESCARTES, *Geometria*, 1659, *DGS* I S. 1–106. 16 tangentium: Vgl. ebd., S. 40–49. 19 nullum: Vgl. ebd., S. 1 u. 118. Eine ähnliche Kritik an Descartes übt Leibniz bereits im Sommer 1673 in seinem Stück *Fines geometriae* (VII, 4 N. 25, S. 594 f.). Das Postulat „nullum non problema solvere“ geht allerdings auf Fr. VIÈTE, *In artem analyticem isagoge*, 1591, Bl. 9 r^{o} (*VO* S. 12) zurück.

teret eam ad curvilineorum dimensiones non porrigi, impossibile pronuntiavit rectam exhibere curvae aequalem, quod scilicet nulla tunc εὐθυνσις extaret.

Ea Viri confidentia ipsi pariter Artique adversarios paravit. Erant tunc in Gallia duo Geometrae insignes, Fermatius et Robervallius, quorum ille paraboloeidum omnium quadraturas, et methodum de maximis et minimis (qua et tangentes continebantur) dederat. Hic cycloeidis et solidi ejus circa axem exhibuerat dimensionem; aliaque problemata praeclara produxerat, quae manifestum erat Cartesianae Methodo non subjici, quod scilicet ad aequationes revocari non possent. Hi ergo praeterquam quod jactantiam manifeste absurdam ferre non possent; etiam illud non probabant, calculi praetextu a quibusdam constructiones Geometricas negligi, quarum elegantiae veteres cumprimis operam dedisse constabat.

Thomas Hobbes a Cartesio in *responsionibus ad objectiones Metaφysicas* indigne habitus; edito libro *de Corpore*, occasionem nactus de calculo ita censuit; modeste satis;

3 Viri *(1)* arrogantia *(2)* fiducia *(3)* confidentia *L* 6 axem *(1)* dederat *(2)* exhibuerat *L* 6 f. praeclara *(1)* solverat *(2)* produxerat *L* 7 Methodo *(1)* solvi non posse, *(2)* non *L* 9 praetextu *(1)* elegantes veterum *(2)* a qvibusdam *L* 12 indigne *(1)* tracta *(2)* habitus *L* 13 nactus de *(1)* symbolica *(2)* calculo *L*

---

1 pronuntiavit: Vgl. R. DESCARTES, *Geometria*, 1659, *DGS* I S. 39. 5 dederat: Fermats Extremwertmethoden wurden in P. HERIGONE, *Supplementum cursus mathematici*, 1642 u. 1644, S. 59–69, dargestellt, später auch in Fr. v. SCHOOTEN, *Commentarii*, 1659, *DGS* I S. 253–255. Über die Existenz von Fermats Quadratur höherer Parabeln war Leibniz durch Roberval unterrichtet (vgl. VII, 6 N. 49_1 S. 507); vgl. auch den Brief von Fermat an Mersenne von Februar/März 1642, tlw. gedr. in M. MERSENNE, *Tractatus mechanicus*, 1644, praefatio, § IV, Bl. a1 v° – a2 r° (*FO* I S. 195–198; M. MERSENNE, *Correspondance* XI, S. 55–58). 6 exhibuerat: Vgl. den Brief von M. Mersenne an R. Descartes vom 28. April 1638, in: R. DESCARTES, *Lettres*, Bd 3, 1667; S. 380–384 (*DO* II S. 116–122; M. MERSENNE, *Correspondance* VII, S. 173–179). — Robervals Quadratur der Zykloide erwähnt Leibniz bereits im Sommer 1673 (vgl. VII, 4 N. 36 S. 595). 12 responsionibus: Descartes' *Meditationes de prima philosophia* von 1641 waren als Beilage die brieflichen Einwürfe (*Objectiones*) von philosophischen Gegnern, darunter Gassendi und Hobbes, und deren Beantwortungen (*Responsiones*) angefügt. In diesen wird ein grundlegendes Unverständnis gegenüber Hobbes' Positionen deutlich. 13 censuit: Leibniz hat Hobbes' *De corpore* sowohl in der Erstausgabe von 1655 wie in der überarbeiteten Ausgabe von 1668 studiert (vgl. U. GOLDENBAUM, *Indivisibilia vera. How Leibniz Came to Love Mathematics*, in: DIES. u. D. JESSEPH (Hrsg.), *Infinitesimal Differences*, 2008, S. 53–94). Hier bezieht Leibniz sich vermutlich auf die Formulierung der Erstausgabe: „Estque Analyticae, ut ita dicam, brachygraphia, ars quidem non docendi neque discendi Geometriam, sed inventa Geometrarum celeriter et compendio in Commentarios redigendi. Nam etsi inter propositiones longe dissitas, facilis sit per Symbola discursus, an tamen is discursus, cum fiat

etsi inter res longe dissitas facilis sit per symbola discursus, cum tamen fiat sine ipsarum rerum ideis, an valde utilis existimandus sit, se nescire. Postea vero a Wallisio Oxoniensi Mathematico scholarum ab Hobbio contumeliose tractatarum propugnatore durius acceptus, in ipsam ejus Methodum bilem effudit, edito libro de *Emendatione Mathematicae hodiernae*, ubi non contentus inutilem pronuntiare, etiam erroneam ostendere, posse sibi visus est. Ei vero ita a Wallisio satis mea sententia factum ut de Calculi symbolici veritate possimus esse securi; solaque de utilitate disceptatio supersit.

De Utilitate autem Analyseos quem vocant, variant sententiae doctorum quoque Virorum: alii nullam agnoscunt, alii velut inveniendi principium in pretio habent, ad

2 an *(1)* satis *(2)* valde utilis *(a)* existimanda *(b)* existimandus *L* 4 in *(1)* methodum eius, id est calculum symboli *(2)* in *(3)* ipsam *L* 6 sibi *erg. L* 6 f. factum *(1)* est *(2)* ut de *(a)* eius *(b)* Calculi symbolici *(aa)* usu in *(bb)* veritate . . . securi; *(aaa)* nec nisi *(bbb)* solaqve *L* 8 Utilitate *(1)* Calculi Analytici *(2)* autem . . . vocant, *(a)* duae p *(b)* variant *L*

---

sine ipsarum rerum Ideis valde utilis existimandus sit, certe nescio.“ (*De corpore*, 1655, cap. 20, S. 181.) 1668 hatte Hobbes den ersten Teil der Aussage bereits verschärft: „At Symbolica, qua permulti hodie utuntur putantes esse Analyticam, nec Analytica est nec Synthetica, sed calculationum Arithmeticarum quidem vera, Geometricarum autem falsa Brachygraphia ars quidem non docendi neque discendi Geometriam, sed inventa Geometrarum celeriter et compendio in Commentarios redigendi.“ (*De corpore*, 1668, S. 157; *HOL* I, S. 257 f.) 3 propugnatore: Leibniz bezieht sich hier wahrscheinlich u. a. auf die 1654 anonym veröffentlichte Streitschrift *Vindiciae academiarum*, welche von Wallis’ Kollegen in Oxford, dem Astronomieprofessor Seth Ward und John Wilkins, dem Warden von Wadham College, verfasst worden war. Sie richtete sich gegen die Kritik an den Universitäten in Th. Hobbes, *Leviathan*, 1651, S. 179 f. (*HEW* I, S. 330–332). Wallis mischte sich mit seiner Schrift *Elenchus geometriae hobbianae*, 1655, in diese Kontroverse ein. 5 ostendere: Th. Hobbes, *Examinatio et emendatio mathematicae hodiernae*, 1660 (*HOL* III, S. 1–232). 6 factum: Vgl. J. Wallis, *Hobbius heauton-timorumenos*, 1662, sowie Ders., *Animadversions of Dr. Wallis, upon Mr. Hobs’s Late Book, De principiis et ratiocinatione geometrarum*, in: *Philosophical Transactions* I, Nr. 16 vom 6./16. August 1666, S. 289–294; Ders., *Thomae Hobbes quadratura circuli confutata*, 1669; Ders., *Thomae Hobbes quadratura circuli denuo refutata*, 1669; Ders., *An Answer of Dr. Wallis to Mr. Hobbes’s Rosetum Geometricum in a Letter to a Friend in London, Dated July 16.*, in: *Philosophical Transactions* VI, Nr. 73 vom 17./27. Juli 1671, S. 2202–2209; Ders., *An Answer to Four Papers of Mr. Hobs*, in: *Philosophical Transactions* VI, Nr. 75 vom 18./28. September 1671, S. 2241–2250; Ders., *Dr. John Wallis his Answer, by Way of Letter to the Publisher, to the Book, Entituled Lux Mathematica, etc.*, in: *Philosophical Transactions* VII, Nr. 87 vom 14./24. Oktober 1672, S. 5067–5073. — Zumindest die Artikel und Rezensionen in den *Philosophical Transcations* waren Leibniz mit Sicherheit bekannt. Seine Haltung zu Hobbes’ Positionen entwickelte sich entsprechend von fast euphorischer Zustimmung (vgl. seinen ersten Brief an Hobbes, 13./23. Juli 1670; II, I N. 25 S. 90 ff.) hin zu einer differenzierteren Sichtweise (vgl. Leibniz an Hobbes, 1674; II, I N. 119 S. 385).

demonstrandum parum valere existimant. Sunt contra qui prae symbolica linearem Methodum spernunt; a quibus omnibus diversa mihi ratio ineunda videtur. Nam qui prorsus inutilem putant experientia refutantur. Ope Analyseos Albertus Girardus vidit trisectionem anguli et aequationem quandam cubicam eodem reduci. Ope analyseos problemata ad duo loca reduci posse infinitis modis, quorum intersectione solvantur, ut Cartesius primum et egregie inprimis Slusius ostendit. Cartesius praeclaram inventionem duarum mediarum proportionalium ex hoc fonte duxit, per Circulum et Parabolam, et proprietatem Hyperbolae ad usum dioptricum. Calculo debetur praeclarum Hugenii inventum de Isochronismo Cycloeidis, ego quoque qui primus Circulum reduxi ad progressionem numerorum rationalium illud de me fateor, sine symbolorum usu, per tantos anfractus quod inveni ne quaesiturum quidem fuisse.

Cl$^{\text{mo}}$ Viro Ismaeli Bullialdo illud largior, sola Cartesiana methodo ne simplicissimam quidem quadraturarum, parabolicam, deprehendi posse; et ratio est, quia Cartesius non nisi aequationum resolutiones et constructiones tradidit; problemata autem quadraturarum ad aequationes reducere nemo docuit. Idem tamen fatebitur, locorum analyticam, si accedant principia Archimedis aut Cavalerii ad ipsas quoque quadraturas magni usus esse.

3 refutantur. *(1)* Ope Analyseos Cartesius dedit praeclaram constructionem duarum mediarum proportionalium *(2)* Ope *L* 4 analyseos *(1)* loca *(2)* problemata *L* 5 posse *(1)* constat *(2)* infinitis *L* 5 f. Cartesius primum et *erg.* *L* 7 per *(1)* Analysin *(2)* Circulum *L* 7 f. , et proprietatem … dioptricum *erg.* *L* 12 sola *erg.* *L* 14 resolutiones *(1)* sive *(2)* et *L* 14 f. qvadraturarum *(1)* non possunt redu *(2)* ad *(a)* aeqvationem *(b)* aeqvationes reducere *(aa)* non docuit *(bb)* nemo *L* 15 tamen *(1)* fateor *(2)* fatebitur locorum *(a)* doctorum *(b)* analyticam *L*

---

3 vidit: A. Girard, *Invention nouvelle*, 1629, D2 v° – D3 v°. — Vgl. Fr. van Schooten, *Appendix de cubicarum aequationum resolutione*, 1659, *DGS* I S. 345–368. 5 reduci: Vgl. R. Descartes, *Geometria*, 1659, *DGS* I S. 1–106; R.-Fr. de Sluse, *Mesolabum*, 1668, insbesondere *Pars altera de analysi*, S. 51–95 (von Leibniz Mitte 1674 in VII, 7 N. 16 exzerpiert). Vgl. auch das im letzten Quartal 1674 verfasste Stück VII, 7 N. 40 S. 426. 6 inventionem: Vgl. R. Descartes, *Geometria*, 1659, *DGS* I S. 67–69. 7 f. proprietatem Hyperbolae: Vgl. Ders., *La dioptrique*, 1637, S. 89–121 (*DO* VI, S. 165 bis 196). 9 Isochronismo: Vgl. Chr. Huygens, *Horologium oscillatorium*, 1673 [Marg.], S. 42–58 (*HO* XVIII S. 158–187). 9 reduxi: Vgl. die in Band VII, 6 zusammengefassten Handschriften zur arithmetischen Kreisquadratur. 12 largior: Leibniz bezieht sich hier sehr wahrscheinlich auf das Gespräch mit Boulliau am 3. Oktober 1674 (VII, 5 N. 6 S. 31), in dem dieser bestritten hatte, dass die Resultate von Archimedes, zu denen auch die hier erwähnte Quadratur der Parabel gehört, allein mit den Mitteln der Algebra erzielt werden könnten.

Analyticen demonstrare posse non est cur dubitemus, nam doctrina est de Magnitudine in universum, qua numeris, spatiis, temporibus, motibus communia traduntur; de magnitudine autem in universum demonstrationes extare nemo credo in controversiam revocabit.

Omnis calculi ratiocinatio non nisi axiomatum Euclideorum, si aequalibus (proportionalibus) addas (auferas) aequalia (proportionalia) fieri aequatio (proportionalia): aequalium aequimultipla esse aequalia; totum parte majus esse, aliorumque id genus catena est: non minus quam demonstrationes lineares: ita ut plerumque alterae ab alteris non magis distare videantur, quam idem sensus verbis nunc latinis nunc Gallicis redditus a se ipso. Cum addere aut subtrahere calculus jubet, tu lineas ducis, cum ille multiplicat, tu rationes componis; cum dividit, cum regulam auream exercet, quaeris tertiam quartamve proportionalem. Cum ad potestates puras aut potestatum purarum radices assurgit, tu medias proportionales investigas. Hactenus alter alterum pari passu secutus est. Sed ubi ille ad affectum gradum protulit, ubi divisores aequationum inquirit, ubi per aequationes plurium incognitarum, inter se junctas ex similium comparatione natas per abrupta sibi viam facit; et rebus quodammodo vim infert; tu impar sequendi, velut inter nubes condentem caput vix oculis comitere. Nam saepe quae unius plagulae calculo exhibentur, vix justo volumine per lineas repraesentaveris: nullo profecto fructu; cum sub rerum multitudine lassa fatiscat imaginatio cujus potissimum causa linearum ductus adhibentur.

2 numeris, *(1)* lineis, motibus, communia traduntur figuris *(2)* spatiis *L* 4 f. revocabit. *(1)* Qvare *(a)* demonstratio *(b)* praecepta Analytica Geometrice demonstrare velle, perinde est, *(aa)* ac praecepta *(bb)* ac *(aaa)* demonstrationes *(bbb)* theoremata Geometricas per Empiricae qvoddam genus ostendere, qvod doctissimus Geometra Joachimus Jungius in tironum usum eleganter instituerat. Qvod ut suo usu non caret, ita necessarium nunqvam *(aaaa)* etsi *(bbbb)* et nisi *(aaaaa)* cum *(bbbbb)* in illis exemplis ubi peculiari elegantia praestari potest, supervacuum *(2)* Omnis *L* 6 (proportionalia): *(1)* aeqvimultiplorum aeqvalium *(2)* aeqvalium *L* 7 esse, *(1)* etc. *(2)* aliorumqve *L* 8 plerumqve *(1)* Geom *(2)* alterae *L* 9 non *(1)* maius *(2)* magis *L* 11 f. dividit, | cum ... exercet *erg.* | qvaeris tertiam *(1)* proportionalem *(2)* qvartamve *L* 12 puras *erg. L* 12 purarum *erg. L* 14 ad *(1)* affectas aeqvationes *(2)* | affectas *ändert Hrsg.* | gradum protulit, | ubi ... inqvirit *erg.* | ubi | per *erg.* | aeqvationes *L* 16 vim *(1)* facit *(2)* infert; tu *(a)* e *(b)* longinqvo *(c)* non nisi *(d)* impar *L* 17 comitere. Nam *(1)* im *(2)* ea saepe operationum multitudo unius plagulae calculo comprehenditur, ut lineis exhibere velle *(3)* Nam *L* 18 vix *(1)* integri voluminis *(2)* justo *L* 19 sub *erg. L* 19 f. ductus *(1)* exhibentur *(2)* adhibentur *L*

5 axiomatum: Vgl. die Liste der Axiome in Eukleides, *Elementa*, I. 17 inter ... oculis: P. Vergilius Maro, *Aeneis*, IV, 177. **24** instituerat: Vgl. J. Jungius, *Geometria empirica*, 1627.

Fateor equidem saepe fieri, ut quae prolixo calculo invenimus demonstrari possint paucis linearum ductibus. Sed tunc rursus distinguendum arbitror. Compendium enim aut verum est aut apparens. Verum cum totam ratiocinationem lineis exhibemus valde contractam, apparens cum inter demonstrandum ad alias propositiones alibi demonstratas lectorem remittimus quae rursus ex aliis pendent, ut junctis in unum omnibus futura sit demonstratio linearis ipso calculo prolixior. Cum apparens est brevitas rursus distinguo nam propositiones quibus utimur inter demonstrandum aut pulchrae sunt atque elegantes ac dignae velut ad perpetuam rei memoriam condi Archivis Geometrarum; quo casu utilis est demonstratio Geometrica veritatis calculo inventae. Calculi fructus, non in praesens tantum problema, sed in perpetuum valit⟨uri⟩ ut egregia ratiocinandi compendia inter calculandum inventa theorematis inclusa serventur in usum. Sin quod ego calculo inveni, tu lineis exhibes, inversa tantum calculi vestigia describentibus; operam tuam laudare non possum. Hoc enim admisso infinitis voluminibus sine ratione Geometria onerabitur. Quando autem evenit ut demonstratio linearis vere brevis sit, nec nisi pauca lemmata, aut theoremata alibi demonstrata, requirat, tum vero plerumque eveniet, ni fallor, ut eadem brevitate per calculum quoque possit absolvi. Ibi ergo eligendi libertas esto scriptori. Ego certe malim autorem mihi analysin suam quam synthesin dare; nam eadem opera et inventionis rationem patefaciet, quae inter linearum ductus non aeque tralucet: scriptoris autem interest aliquando lineis potius quam calculis uti; nam ita et profanos longe a scientiae mysteriis arcebit, et inventis suis plus admirationis conciliabit. Ita enim plerumque comparatum est, ut quae minus intelligimus magis suspiciamus. Eoque consilio non est dubitandum ab Archimede usum indivisibilium, ab Apollonio et Pappo calculi vestigia supressa esse, praesertim cum artes illae non nisi paucis et magnis

1 f. possint *(1)* paucis verbis *(a)* ac *(b)* sed tunc *(2)* paucis *(a)* linearum ductibus; idqve praesertim sagaci Analytico saepe monstrat ipse Calculi exitus; qvo casu adeo non improbo *(b)* linearum . . . tunc *(aa)* illud *(bb)* rursus *L* 2 Compendium *(1)* autem *(2)* enim *L* 3 Verum *(1)* si *(2)* cum *(a)* nihil extra *(b)* totam *L* 4 f. ad *(1)* aliam propositionem *(2)* alias propositiones | alibi *(a)* demonstrationes *(b)* demonstratas *erg.* | lectorem *L* 7 inter demonstrandum *erg.* *L* 8 dignae *(1)* memorari; *(2)* velut *L* 9 inventae. *(1)* Cum hic sit potissimus *(2)* calculi *(a)* non fructu *(b)* fructus, *L* 10 perpetuum *(1)* utilis et valit⟨urus⟩ *(2)* valit⟨uri⟩ *L* 13 possum. *(1)* Ita enim infinitis *(2)* Hoc *L* 13 sine *(1)* usu *(2)* ratione *L* 15 pauca *(1)* aliunde *(2)* vel *(3)* lemmata, aut | theoremata *erg.* | alibi demonstrata, *(a)* | adhibeat *nicht gestr.* | *(b)* reqvirat, tum *(aa)* maxime ea *(bb)* vero *L* 16 brevitate *(1)* lineis *(2)* per *L* 16 possit *(1)* exhiberi. *(2)* absolvi. Ibi *(a)* vero *(b)* ergo *L* 21 f. magis *(1)* admiremur *(2)* suspiciamus *(a)* Idqve *(b)* Eoqve *L* 23 calculi *(1)* compendia *(2)* vestigia *L*

viris notae, apud vulgus Geometrarum erroris suspicione cauturae non fuissent; quod nunc minime metuendum est, rebus in clariore luce collocatis.

Caeterum cum soleant homines suam quisque artem plus aequo admirari, mirum non est analyticos ex adverso linearium demonstrationum usum elevasse. Neque enim nisi magnis viris et ad omnia paratis competit aeque de rebus omnibus judicia ferre. Ex quibus Schotenius eo usque provectus est, ut libros theorematum inutiles pronuntiaret, cum inquit, eadem suo quisque marte per calculum investigare possit, intellectis semel *Elementis* Euclidis, et praeceptis Analyticis. Itane vero? Tu admiranda Archimedis inventa, et pulchra Apollonii theoremata, et exquisitas Pappi *Collectiones* inutiles pronuntias. Poteras eodem jure dicere, praeter Euclidem et Cartesium, et tuos in eum *Commentarios* omnes de Geometria libros supervacuos esse. Ego vero ita sentio hunc potissimum esse calculi fructum, ut propositiones, quae nihil aliud quam elegantia calculi compendia sunt, in aerarium publicum referantur, quo aliis imposterum quaerendi labor minuatur. Quare nec Cartesii consilium probo quod ipsum scio non secutum, qui duobus tantum uti suadebat Theorematis; (triangulorum similium latera proportionalia esse; et in Triangulo rectangulo quadratum hypotenusae quadratis duorum reliquorum laterum aequari). Nam expertus scio, ad ingentes saepe calculos, reductu difficiles attolli, quae per inventa theoremata nullo negotio conficiuntur. Adde quod saepe ne in mentem quidem nobis veniret, ejusmodi propositiones quaerere, quarum ubi aliis inventae sunt demonstrationem postea vel calculo vel lineis investigare plerumque non arduum est.

1 Geometrarum *erg. L* 4 adverso *(1)* linearis Geometriae usum *(2)* linearium *L* 4 f. Neqve . . . ferre *erg. L* 8 Itane vero? *erg. L* 10 dicere, *(1)* | post *nicht gestr.* | *(2)* praeter *L* 11 libros *(1)* inutiles *(2)* supervacuos *L* 12 ut *(1)* elegantia ca *(2)* propositiones *L* 13 referantur *(1)* . Ita *(2)* , qvo *L* 15 uti *(1)* se ajebat *(2)* suadebat *L* 15 latera *(1)* homologa *(2)* proportionalia *L* 17 ad *(1)* immensos saepe *(2)* ingentes saepe calculos *(a)* assurgi, *(b)* , reductu *L* 18–20 Adde . . . investigare *(1)* saepe nec *(2)* plerumqve . . . est *erg. L*

7 inquit: Vgl. z. B. Fr. van SCHOOTEN, *Praefatio ad lectorem*, in: R. DESCARTES, *Geometria*, 1659, *DGS* I Bl. 2 r° („Nec enim video, quid impraesentiarum, post mediocrem in Arithmeticae et Geometriae elementis exercitationem, calculique, eadem Introductione explicati, notitiam, Lectori moram injicere possit, quo minus inoffenso pede ad hanc Geometriam accedat“), sowie Fr. van SCHOOTEN, *Commentarii*, 1659, *DGS* I S. 206 f. 15 duobus . . . Theorematis: R. DESCARTES, *Lettres*, Bd 3, 1667, S. 461 (*DO* IV S. 38); bei den Theoremen handelt es sich um EUKLEIDES, *Elementa*, I, 47 u. VI, 4.

Ego igitur media sententia antecedendum arbitror; egregias propositiones in literas referri, et quod hinc sequitur, ubi res postulat adhiberi debere arbitror. Proposito problemate primum elementa experiunda, antequam ad calculum accedatur qui non nisi difficilioribus i n v e n i e n d i s servari debet. De demonstrationibus jam inventorum si literalis pariter ac linearis, suas quaeque peculiares elegantias habeat, posse utramque exhiberi, quemadmodum nihil prohibet, duas ejusdem theorematis dari demonstrationes lineares; si alterutra earum elegans videatur, altera simplicem calculi tramitem sequatur praeferri debere. Si neque literae neque lineae quicquam singulare exhibeant inter demonstrandum; literales demonstrationes lectori, lineares scriptori utiliores.

Exemplum subjiciam unicum a me observatum: Dixerat Cartesius ex calculo sibi constare: si Circulus parabolam secet, demissarum ex punctis intersectionis in axem parabolae perpendicularium ab uno latere summam; summae perpendicularium ab altero latere aequari. Schotenius ut theorematis veritatem calculo investigaret, tres credo paginas in suis *Commentariis* complevit; hoc cum animadvertisset Jac. Gregorius Scotus, demonstrationem investigavit Geometricam sic satis elegantem. Ego vero reperi, per analysin demonstrari posse tribus verbis: eademque opera etiam detexi qua ratione Theorema tam elegans invenerit Cartesius, et qua ratione innumera alia similia in aliis curvis, sese

1 f. egregias *(1)* theoremata *(2)* propositiones in literas *(a)* referendae *(b)* referri *L* 2 f. postulat *(1)* adhibendas cum fructu *(2)* adhiberi *(a)* posse *(b)* debere arbitror. *(aa)* De qvo *(bb)* De demonstrationibus | ⟨autem jam inventorum⟩ *erg.* | cum ita sentio *(aaa)* literalem *(bbb)* si literalis pariter ac linearis *(cc)* proposito *(aaa)* ad inveniendum *(bbb)* problemate *L* 8 neqve *(1)* calculus *(2)* literae *L* 9 demonstrandum; *(1)* calculum *(2)* literas *(3)* literales *L* 11 f. secet *(1)* in punctis *(2)* demissarum *(a)* in *(b)* ex . . . perpendicularium *(aa)* summam, unius *(bb)* ab uno . . . ab *(aaa)* uno *(bbb)* altero *L* 13 ut *(1)* theorema hoc *(2)* theorematis *L* 15 Geometricam *(1)* prolixius *(2)* non admodum *(3)* sic satis *L* 16 ratione *(1)* prob *(2)* Theorema *L* 17 curvis, *(1)* inter se *(2)* sese *L*

10 Dixerat: Vgl. R. Descartes, *Geometria*, 1659, *DGS* I S. 92. 14 complevit: Vgl. Fr. van Schooten, *Commentarii*, 1659, *DGS* I S. 330–343. 15 demonstrationem: Vgl. J. Gregory, *Geometriae pars universalis*, 1668, prop. 70, S. 130–132. 15 reperi: Ein kurzer algebraischer Beweis macht sich zunutze, dass sich die Schnittpunkte von Kreis und Parabel über eine Gleichung 4. Grades, bei welcher der kubische Term fehlt, berechnen lassen. Aus der Multiplikation der Linearfaktoren aber ergibt sich, dass der Koeffizient dieses kubischen Terms gleich der negativen Summe der vier Wurzeln dieser Gleichung ist, womit diese gleich Null sein muß. Bei seinen Überlegungen zur *constructio aequationum* stellt Leibniz eine Gleichung für die Schnittpunkte von Kreis und Kegelschnitt auf (vgl. VII, 7 N. 7 S. 43–48), von welcher die für den genannten Beweis benötigte ein viel einfacherer Spezialfall ist.

invicem aut circulum secantibus, aliis rectis in axis locum cum opus est adhibitis, concinnari possint, quod neque Schotenius calculo suo, neque Gregorius linearum ductu praestiterint. Quod si ergo haec propositio in aerarium theorematum referri deberet: nemo prudens in dubium revocabit; analyticam demonstrationem caeteris praestare: cum et inventi rationem detegat. Imo si mihi id negotii datum esset, ego problematis instar ita conciperem: Datis duabus curvis se secantibus, invenire lineam rectam in quam demissae ex punctis intersectionis unius lateris angulo dato, simul sumtae; sint rectis alterius lateris simul sumtis aequales. Cujus problematis solutio generalis ostendet in parabola, rectam quaesitam esse ipsum axem; et si angulus datus sit rectus. Hoc ergo theorema, problematis generalis non nisi corollarium erit.

Quoniam ergo de propositionum Geometricarum Aerario, mentio semel iterumque hic incidit: adjiciam paucis: inter potissima Mathematicae doctrinae desiderata a me censeri, librum, omnes propositiones geometricas elegantes hactenus inventas, quanta licet brevitate demonstratas, ipso demonstrandi ordine continentem. Demonstrationes autem tales esse debere, cum licet, ut eadem opera inveniendi rationem ostendant. Usus ingens foret tum ad inveniendum, (theorematis praeclaris omnibus velut in conspectu positis), tum ad demonstrandum. Multa enim apud Archimedem et ejus commentatorem Eutocium; apud Apollonium, Pappum; et alios veteres praeclare demonstrantur. Adjici-

1 locum *(1)* exhibitis, *(2)* exhiberi *(3)* cum *L* 2 ductu *(1)* invenissent *(2)* praestiterint *L* 5 ego *(1)* theorematis *(2)* problematis *L* 6 duabus *(1)* curvis *(2)* curvis se *(3)* lineis *(4)* curvis *L* 6 f. lineam *(1)* in qvam ductae ex uno latere ex punctis intersectionis rectae angulo dato *(2)* rectam *L* 9 et *(1)* angulum esse rectum. d *(2)* si angulus *L* 12 potissima *(1)* scientiae huius *(2)* Mathematicae | doctrina *ändert Hrsg.* | desiderata *L* 13 geometricas *erg. L* 14 demonstratas | continentem *streicht Hrsg.* | , ipso *L* 15 ostendant. *(1)* Possis Euclidis continuationem appellare *(2)* Usus *L* 18–54,3 demonstrantur. *(1)* Adjecta sunt insignia qvaedam theoremata *(2)* Adjectae sunt insignes propositiones *(3)* Adjiciendae . . . a *(a)* Galilaeo *(b)* Commandino, | Clavio *erg.* | . . . | Stevino *erg.* | . . . Gregorio a S. V. *(aa)* Robervall *(bb)* Cartesio *(aaa)* Robervallio *(bbb)* Fermatio . . . | Pascalio *erg.* | . . . | Slusio, Robervallio *erg.* | | Huddenio *erg.* | . . . Heuratio | , Huddenio *streicht Hrsg.* | ; aliis; *L*

17 Archimedem: Vgl. etwa Archimedes, *De sphaera et cylindro*; Ders., *Dimensio circuli*; Ders., *De spiralibus*; Ders., *De planorum aequilibris*; Ders., *De conoidibus et sphaeroidibus*; Ders., *De planorum aequilibris*; Ders., *Quadratura parabolae.* 18 Eutocium: Vgl. Eutokios, *Commentarii in libros Archimedis.* 18 Apollonium: Vgl. Apollonios, *Conica.* 18 Pappum: Vgl. Pappos, *Mathematicae collectiones.*

endae sunt insignes propositiones a Commandino, Clavio, Vieta, Stevino, Luca Valerio, Galilaeo, Guldino, Cavalerio, Gregorio a S. V., Cartesio, Fermatio, Torricellio, Pascalio, Hugenio, Slusio, Robervallio, Huddenio, Wrenno, Wallisio, Heuratio; aliis; quibus saepe lubens uterer inter demonstrandum compendii causa, nisi a ratione alienum videretur; lectorem unius tuae demonstrationis intelligendae causa ad tot alios autores non omni-

---

1 Commandino: Federico Commandino besorgte eine Anzahl lateinischer Übersetzungen von mathematischen Werken der griechischen Antike, die er zum Teil auch kommentierte. 1 Clavio: Gemeint ist wohl Clavius' Euklidausgabe *Elementorum libri XV*, 4. Ausg. 1607 [Marg.]. Clavius war aber auch Autor eines eigenständigen, von Leibniz rezipierten Werkes zur Geometrie; vgl. Chr. Clavius, *Geometria practica*, 1604. 1 Vieta: Vgl. Fr. Viète, *Supplementum geometriae*, 1593 (*VO* S. 240–257); Ders., *Variorum de rebus mathematicis responsorum liber VIII*, 1593 (*VO* S. 347–435); Ders., *Ad Adr. Romani problema responsum*, 1595 (*VO* S. 305–324). 1 Stevino: Vgl. S. Stevin, *Problematum geometricorum libri V*, 1583, sowie die von Albert Girard herausgegebene und kommentierte Werkausgabe *Les oeuvres mathematiques de Simon Stevin*, 1634, Tl. III, *La practique de géometrie* (S. 341–432).

1 Luca Valerio: Vgl. L. Valerio, *De centro gravitatis solidorum*, 1604; Ders., *Quadratura parabolae*, 1606. 2 Galilaeo: Vgl. G. Galileo, *Discorsi e dimostrazioni matematiche*, 1638 (*GO* VIII S. 39–318); M. Mersenne, *Les nouvelles pensées de Galileo*, 1639. 2 Guldino: Vgl. P. Guldin, *Centrobaryca*, 1636–41. 2 Cavalerio: Vgl. B. Cavalieri, *Geometria indivisibilibus promota*, 1635; Ders., *Exercitationes geometricae*, 1647. 2 Gregorio a S. V.: Vgl. Gr. de Saint-Vincent, *Opus geometricum*, 1647. 2 Cartesio: Vgl. R. Descartes, *Geometria*, 1659, *DGS* I. 2 Fermatio: Zu Lebzeiten veröffentlichte Pierre de Fermat selbst keine seiner mathematischen Schriften. Ohne ihn als Autor zu nennen, wurde 1660 *De linearum curvarum* publiziert. Eine Reihe seiner Manuskripte, deren Ergebnisse Pariser Mathematikern oftmals schon seit längerem bekannt waren, wurde posthum in P. de Fermat, *Varia opera*, 1679 [Marg.], abgedruckt. Darunter waren auch solche zur Geometrie, etwa die 1657–58 entstandene Schrift *De solutione problematum geometricorum* (*Varia opera* S. 110–114, *FO* I S. 118–132). 2 Torricellio: Vgl. E. Torricelli, *Opera geometrica*, 1644 (*TO* I, 1 S. 1–230 u. *TO* I, 2 S. 101–232). 2 Pascalio: Vgl. Bl. Pascal, *Essay pour les coniques*, 1640 (*PO* I S. 252–260); Ders., *Histoire de la roulette*, 1658, lat.: *Historia trochoidis*, 1658 (*PO* VIII S. 195–223); sowie die unter dem Pseudonym Amos Dettonville verfassten *Lettres de A. Dettonville contenant quelques-unes de ses inventions de géométrie*, 1658–59 (*PO* VIII S. 323–384 u. IX S. 1–149). 3 Hugenio: Vgl. etwa Chr. Huygens, *Theorema de quadratura hyperbolae, ellpsis et circuli*, 1651 (*HO* XI S. 281–337); Ders., *De circuli magnitudine inventa*, 1654 (*HO* XII S. 113–181); Ders., *Réduction de la rectification de la parabole*, 1657 (Ms.); Ders., *Recherches sur les propriétés géometriques de la cycloide*, 1658 (Ms.); Ders., *Recherches sur la théorie des développées*, 1659 (Ms.) (*HO* XIV S. 387–405); Ders., *Demonstratio regulae de maximis et minimis*, 1667 (Ms.) (*HO* XX S. 229–241); Ders., *Regula ad inveniendas tangentes linearum curvarum*, 1667 (Ms.) (*HO* XX S. 243–255); Ders., *Horologium oscillatorium*, 1673 [Marg.], S. 42–58 (*HO* XVIII S. 158–187). 3 Slusio: Hier dürfte neben dem *Mesolabum* von 1668 insbesondere Sluses Tangentenbrief in den *Philosophical Transactions* von 1672/73 gemeint sein. 3 Robervallio: Bereits M. Mersenne, *L'optique et la catoptrique*, 1651, S. 117, hatte Gilles Personne de Roberval als „Nostre Geometre“ bezeichnet und dabei dessen geometrische Arbeiten über die Oberflächen verschiedener Brennspiegel genannt. Leibniz erwähnt diese Bemerkung Mersennes im Oktober 1674 (vgl. VII, 5 N. 74 S. 91).

bus obvios remittere: ita cogimur saepe inviti, eadem denuo demonstrare, taedio nostro pariter et lectorum peritorum. Cui malo mederetur liber si quis producet aliquando quo continuarentur quodammodo Euclidis *Elementa*, qui versaretur in omnium manibus, et quem a doctis accurate examinatum, tuto postea allegari posse constaret. Et tale quiddam ab Academia Scientiarum Regia expectare videtur orbis, quod ad Gloriam ejus dudum florentem magnopere pertineret. Quanquam autem Euclidis exemplo doctrinam Analyticam generalem seu de rationibus, doctrinam de magnitudinum commensurabilitate aut incommensurabilitate seu de numeris, ac denique doctrinam de spatiis et de motibus quibus spatia aut eorum partes designantur, quae mere Geometrica est comprehendi uno opere necesse sit, scientiae enim istae non nisi ab ignaris divellerentur: ausim dicere duabus artibus, scilicet novorum quorundam symbolorum ad Geometricas designationes accommodatione, et multorum casuum particularium revocatione ad propositiones generales, effici posse, ut formae quadratae mediocris (in quarto vocant) librum non exeat volumen nulli facile praestantia et fructu cessurum. Aequitatis etiam erit cuilibet propositioni adscribi autorem suum si modo extra controversiam sit quod unum saepe pretium laboribus suis postulant Viri summi, et tum inventa tum inventores ab oblivione et plagiariorum malitia vindicari; et thesaurum quendam publicum condi, qui novis quotidie eruditorum collationibus locupletetur.

5 qvod *(1)* ut plurimum *(2)* ad Gloriam *L* 7 Analyticam *(1)* geometri *(2)* generalem *L* 8 f. et de *(1)* spatiorum mutationibus seu motibus *(2)* motuus *(3)* motibus *L* 11 artibus *(1)* altera *(2)* scilicet *L* 12 accommodatione, *(1)* altera *(2)* et *(a)* part *(b)* multorum *L* 15 adscribi *(1)* inventorem *(2)* autorem *L* 15 si modo ... sit *erg. L* 17 et plagiariorum malitia *erg. L*

11,3 Huddenio: Die Tangentenmethode von Hudde findet sich in J. Hudde, *Epistolae duae*, 1659, *DGS* I S. 507–516. Huddes geometrische Lösung von Gleichungen 3. und 4. Grades mit sich abwechselnden Vorzeichen gibt Schooten in seinem Kommentar zu Descartes' *Geometria* wieder; vgl. Fr. v. Schooten, *Commentarii*, 1659, *DGS* I, S. 325–328. **11,3** Wrenno: Vgl. Chr. Wren, *Generatio corporis cylindroidis hyperbolici*, 1669. Ergebnisse von Wren wurden auch publiziert in J. Wallis, *Tractatus duo*, 1659, S. 70–76 (*WO* I S. 533–537), sowie in Ders., *Mechanica*, 1670–71, S. 556–567 (*WO* I S. 929 bis 938). **11,3** Wallisio: Vgl. J. Wallis, *Tractatus duo*, 1659 [Marg.] (*WO* I S. 489–569); Ders., *Opera mathematica*, 2 Bde, 1656–57; Ders., *Mechanica*, 1670–71 (*WO* I S. 570–1063). **11,3** Heuratio: Vgl. H. van Heuraet, *Epistola de transmutatione curvarum linearum in rectas*, 1659, *DGS* I S. 517–520.

11. GENERATIO CIRCULI
[November 1675 – Januar 1676]

Überlieferung: *L* Notiz: LH 4 IV 13c Bl. 33. 1 Streifen ca 20 × 5 cm. 3 Z. unten auf Bl. 33 r°. Darüber die Aufzeichnung VI, 3 N. 29_1. Der Streifen hing ursprünglich zusammen mit LH 35 X 8 Bl. 1 (= VII, 5 N. 57).
Cc 2, Nr. 1405 tlw.

Datierungsgründe: Die Aufzeichnung dürfte kurz nach dem von den Herausgebern auf November 1675 – Januar 1676 datierten VII, 5 N. 57 entstanden sein.

Videtur simplicius intelligi generatio circuli quam rectae. Sit figura quaedam certo sui puncto manens in certo loco, eo modo mutans locum, ut sibi semper ipsi similis appareat respectu eorundem extra ipsum, certum aliquod punctum in ea sumtum describet arcum circuli. Imo . Opus ut sit plana figura. .

9 Sit *(1)* Linea rigida qvaecunqve *(2)* qv *(3)* figura *L* 11 respectu ... ipsum *erg. L* 12 sit *(1)* planum *(2)* plana *L*

12. CYLINDER SINUUM EX APPLICATIS PARABOLICIS
[Sommer 1673]

Überlieferung: L Notiz: LH 42 V Bl. 7. Ca $\frac{2}{3}$ eines Bl. 2°, von dem die linke untere Ecke abgeschnitten und die rechte untere Ecke ausgerissen sind. 9 Z. auf Bl. 7 r°. Darunter eine Aufzeichnung zur Rechenmaschine (Druck in Reihe VIII vorgesehen). Bl. 7 v° leer.
Cc 2, Nr. 00

Datierungsgründe: Das Wasserzeichen des Papiers ist für Ende 1672 bis Herbst 1673 nachgewiesen. Die inhaltlichen Bezüge zu VII, 4 N. 26 u. VII, 4 N. 31 deuten auf eine Entstehung im Sommer 1673 hin.

$\underset{\displaystyle x}{\underset{\wedge}{\sqrt{ax}}}$ $\quad$ $\underset{\displaystyle a-x}{\underset{\wedge}{\sqrt{ax}}}$ vel $\sqrt{ax}$ $\quad$ $\sqrt{a^2 - ax} = \sqrt{a^3x - a^2x^2}$, $\smile\ a = \sqrt{ax - x^2}$. Sinus.

Ergo parabolicae applicatae in se inverse ductae cylindro sinuum aequantur.

$a^2 -,\ a - x\ \square$. fiet$a^2 - a^2 - x^2\ -2ax$.

$a^2 + x^2 - 2ax$

$\sqrt{\frac{\beta a}{\gamma}}x = \sqrt{\frac{\beta^2 a^2}{\gamma^2} - \frac{\beta a x}{\gamma}}_{[,]} \frown [\sqrt{}]ax = \sqrt{\frac{\beta^2 a^3 x}{\gamma^2} - \frac{\beta a^2 x^2}{\gamma}}$. Divisum per a dat

$\wedge$

$\frac{\beta a}{\gamma} - x$

$\sqrt{\frac{\beta^2 a}{\gamma^2}} - \frac{\beta}{\gamma}x^2 = z$ applicata Ellipseos quia $z^2 = \frac{\beta^2 a}{\gamma^2} - \frac{\beta x^2}{\gamma}$. Ergo $\frac{\beta z^2}{\gamma} = v^2 = \frac{\beta a}{\gamma} - x^2$.

---

9 $\smile a$: Leibniz rechnet hier und in der Folge fortlaufend. 11 Ergo ... aequantur: Vgl. VII, 4 N. 26 prop. 2 S. 426 sowie VII, 4 N. 31 S. 550. 12 $-2ax$: Richtig wäre $+2ax$. 16 $\sqrt{\frac{\beta^2 a}{\gamma^2}}$: Richtig wäre $\sqrt{\frac{\beta^2 ax}{\gamma^2}}$. Leibniz rechnet konsequent weiter und setzt dann irrtümlich eine Gleichung für $\frac{\beta z^2}{\gamma}$ statt für $\frac{\gamma z^2}{\beta}$ an. Die Versehen beeinträchtigen die Rechnungen, jedoch nicht die allgemeine Aussage.

13. DE MODIS EXPRIMENDI SERIES
[Herbst 1672 – Anfang 1673]

Überlieferung: *L* Notiz: LH 35 V 3 Bl 8. 1 Zettel ca. 19,3 × 5,8 cm. 1 S.
Cc 2, Nr. 00

Datierungsgründe: Zum „fundamentum" einer Folge vgl. VII, 3 N. 1, 4, 6, 8.

De modis exprimendi series, seu de earum regulis fundamentalibus

Progressiones aliae sunt fundamenti simplicis, aliae fundamenti compositi, fundamentum simplex est: cum dato termino uno, inveniri potest sequens, fundamentum compositum est, cum opus est pluribus terminis antecedentibus ad inveniendum sequentem; et prout multis terminis opus est, fundamentum est compositum primi, secundi[,] tertii gradus. Fundamentum maxime compositum est, cum opus est omnibus terminis praecedentibus cognitis, ad inveniendum sequentem.

9 inveniri *(1)* possunt seqventes *(2)* potest *L*

14. EXEMPLA AEQUATIONIS QUADRATICAE ET BIQUADRATICAE [10.–11. Oktober 1675]

Überlieferung: *L* Konzept: LH 35 XIII 1 Bl. 408–409. Rest eines Bog. 2°: Von Bl. 408 fehlt oben ein Ausschnitt von ca 20 × 18,5 cm, im unteren Drittel ein Streifen von ca 17,5 × 1,5 cm; von Bl. 409 fehlt unten ein Streifen von ca 19,5 × 4 cm. 9 Z. gegenläufig auf Bl. 408 v°. Die ersten 8 Zeilen sind vom Schluss des Textes von VII, 7 N. 55 überschrieben, die Zahlenbeispiele am Ende von Z. 20 stehen unterhalb des herausgeschnittenen Streifens. — Auf dem Rest des Trägers N. 15 sowie VII, 5 N. 33; VII, 6 N. 10; VII, 7 N. 55.
Cc 2, Nr. 00

Datierungsgründe: Bei dem vorliegenden Stück handelt es sich um Notizen, die Leibniz vor N. 15 und vor VII, 7 N. 55 verfasste. Sie sind dem Duktus nach vermutlich zusammen mit den Aufzeichnungen von VII, 6 N. 10 entstanden, die wahrscheinlich nach VII, 5 N. 32 vom 10. Oktober 1675 und vor dem auf den 11. Oktober 1675 datierten VII, 5 N. 33 verfasst sind.

$$x^4 \boxed{+px^3} + qx^2 + rx + s \sqcap 0.$$

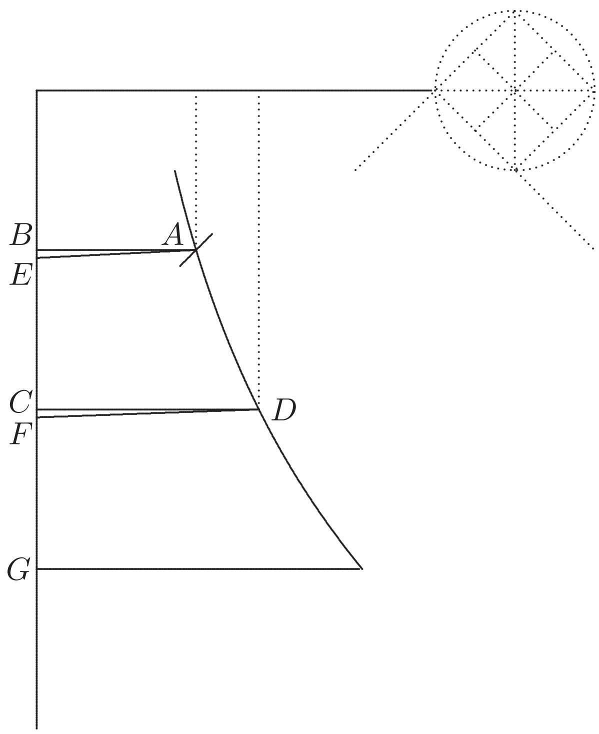
$$\begin{array}{lll}
x - 3 \sqcap 0 & x - 3 \sqcap 0 & x + 4 \\
\underline{x + 4 \sqcap 0} & \underline{x + 4} & x + 4 \sqcap 0 \\
 & x^2 - 3x & \quad x \sqcap -4 \\
x + b & \underline{\quad +4x - 12} & \\
\underline{x + c} & \underline{x^2 + 1x - 12 \sqcap 0} & x^2 + 1x \sqcap 12 \\
x^2 + bx & \langle 9 \rangle + 3 - 12 \sqcap 0 & \dfrac{x+1}{\langle 1 \rangle} \sqcap \dfrac{12}{x} \qquad \dfrac{-4+1 \sqcap -3}{1} \sqcap \dfrac{12}{-4} \qquad \dfrac{3+1}{1} \sqcap \dfrac{12}{3} \\
\quad + c_\bullet \quad + bc & &
\end{array}$$

14 *Darüber:* $p \sqcap s \sqcap -10$

15. INSTRUMENTUM AD CONSTRUCTIONEM AEQUATIONUM
[Mitte bis Ende Oktober 1675]

Überlieferung: *L* Konzept: LH 35 XIII 1 Bl. 408–409. Rest eines Bog. 2°: Von Bl. 408 fehlt oben ein Ausschnitt von ca 20 × 18,5 cm, im unteren Drittel ein Streifen von ca 17,5 × 1,5 cm; von Bl. 409 fehlt unten ein Streifen von ca 19,5 × 4 cm. 7 Z. auf Bl. 408 r°. — Auf dem Rest des Trägers die Aufzeichnung zur Gleichungslösung N. 14 sowie VII, 5 N. 33; VII, 6 N. 10; VII, 7 N. 55.
Cc 2, Nr. 1069

Datierungsgründe: Bei dem vorliegenden Stück handelt es sich um Notizen, die Leibniz nach den in N. 14 und in VII, 6 N. 10 gedruckten Aufzeichnungen und vermutlich kurz nach der auf den 11. Oktober 1675 datierten Studie VII, 5 N. 33 verfasste. Sie ist vor VII, 7 N. 55 geschrieben.



[*Fig. 1*]

12 *Über der Figur:* $x^3 - px^2 \sqcap qx + r$

Ope catenularum delicatarum, et lineae logarithmicae in materia solida descriptae in qua assurgere aliquid ac descendere possit, possunt construi omnes aequationes, catenulae ibunt $BAECDFG$. Sed pro exactioribus operationibus adhibendae essent regulae. Credo tamen catenulas bene elaboratas satis aptas tolerabilibus operationibus, imo in magno instrumento etiam exactis.

Forte hoc instrumento solvi poterunt etiam aequationes plurium incognitarum, ut: $x^2 + y^2 \sqcap c_{[,]} + cy + bx^2 + dx \sqcap e$. ♃.

7 $\sqcap$ e. *(1)* $x^2 - c$ *(2)* $x \sqcap \dfrac{c - y^2}{x}$. et $x \sqcap \dfrac{e - cy}{bx + d}$ *(3)* ♃ *L*

16. DE CONOEIDIBUS
[1673 (?)]

Überlieferung: *L* Konzept: LH 35 VII 1 Bl. 80. 1 Bl. 8°. 1 S.
Cc 2, Nr. 00

Datierungsgründe: [noch]

Trouver une ligne, *surface plane, courbe, solide homogene, à une ligne*[,] *surface, solide. Par exemple les Elemens du Conoeide Parabolique sont en raison des appliquées du Triangle*. Eodem modo inveniri potest solidum, cujus Elementa seu plana secundum axem sint in ratione applicatarum hyperbolae, seu in ratione altitudinum reciproca. Hoc erit Conoeides Hyperboloeidicum generatum esse rotatione circa suum axem figurae, cujus applicatae sunt in ratione altitudinum reciproca subduplicata, nam harum applicatarum quadrata, erunt in ratione altitudinum reciproca. Ergo et circuli applicatarum rotatione facti. Habemusque sic Methodum generalem solvendi hoc problema: Datae figurae planae conoeides proportionale exhibere. Nimirum Figura plana cujus Elementa sint in subduplicata ratione figurae planae datae, rotetur circa suum axem; et Conoeides productum erit figurae planae datae proportionale. Hinc habemus Methodum datae cuilibet figurae planae exhibendi solidum proportionalem. Superficiem autem conoeidicam datae figurae proportionalem exhibemus ipsius figurae datae descripto Conoeide. Itaque etiam cuilibet figurae planae superficiem curvam proportionalem exhibere possumus. Lineae etiam cuilibet proportionalem figuram curvam exhiberi posse constat. Hoc autem conoides secando aliter habebuntur aliae series quae ad priorem reducentur.

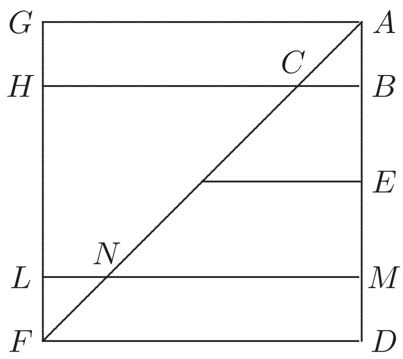
6 Trouuer *(1)* un solide homogene à un plan. *(2)* | une *erg. Hrsg.* | ligne *L* 7 sunt *L ändert Hrsg.*

18 exhibemus: Die Mantelfläche des Konoids ist nicht proportional zur Fläche unter der erzeugenden Kurve. Damit ist auch die Folgerung unbegründet.

17. QUADRATURA PER FIGURAE COMPLEMENTUM
[Herbst 1675 (?)]

Überlieferung: *L* Konzept: LH 35 VII 1 Bl. 25. 1 Zettel von max. $19,4 \times 4,3$ cm. 10 Z. auf Bl. 25 r°. Am unteren Rand Gleichung mit binomischer Formel ohne Bezug zum Text: $y^3 \sqcap x^3 + a^3 + 3a^2x + 3ax^2$.
Cc 2, Nr. 00

Datierungsgründe:

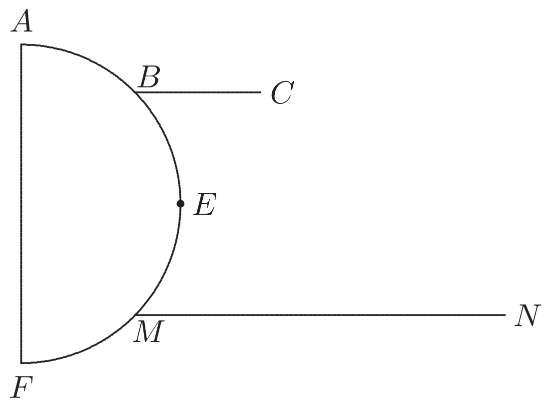


[*Fig. 1*]

Trianguli quaeritur area, seu summa omnium x. seu summa omnium AB. seu summa omnium BC. Hoc ut fiat necesse est ut in considerationem intret etiam finitam esse lineam ABD. trianguli altitudinem. Bisecetur in E. compleatur rectangulum $ADFG$, id est quadratum GA, quia supposui $AB \sqcap BC$. Producatur BCH dum ipsi FG occurrat in H. Eodem modo ducatur MNL, posito $DM \sqcap AB \sqcap GH$ erit $HC \sqcap MN$. et $BC \sqcap LN$. Ergo $BC + MN \sqcap GA$. et in quibuslibet aliis punctis binis simul semper fiet GA. Ergo ubi ad E ventum erit, cessabitur, et fiet rectang. $GAE \sqcap$ Triangulo ADF.

10 omnium | AC *ändert Hrsg.* | Hoc *L* 14 fiet | GH *ändert Hrsg.* | ergo *L*

9 Trianguli quaeritur area: Vgl. VII, 1 N. 36 S. 227 f. sowie VII, 3 N. 19 S. 246.



[*Fig. 2*]

Haec et cycloeidi et infinitis aliis idgenus applicari possunt si AB arcus $\sqcap$ applicatae BC, et sit infra portio priori aequalis, et similis $FME \sqcap ABE$ et $MN \sqcap$ arcui AEM erit rursus $MN + BC \sqcap$ curvae Totae.

2 cycloeidi: Vgl. H. Fabri, *Synopsis geometrica*, 1669, S. 382 f. und die zugehörige Figur 24 auf Tafel 3 [Marg.] (Vermerk in VII, 4 N. 1 S. 21) sowie VII, 5 N. 74.

18. LALOUVERAE SPECULATIONES GEOMETRICAE 1673

Überlieferung: *L* Notiz: LH 35 III A 22 Bl. 5. 1 Zettel max. 18,5 × 3,5 cm. 5 Z. auf Bl. 5 v°. Bl. 5 r° leer.

L a l o u v e r a , nepos Jesuitae, qui in Helvetia nunc est cum Domino de S. Romain, Legato Regis Franciae 1673, habet speculationes Geometricas, quibus promittit omnia revocare ad demonstrationes faciles et manifestas.

6 Legato ... 1673 *erg. L*

5 L a l o u v e r a : S. de La Loubère. 5 Jesuitae: A. de La Loubère. 6 Legato: Der Gesandte M. de Harod de Senevas, Marquis de Saint-Romain, war am 18. November 1672 in Solothurn eingetroffen. 6 speculationes: vgl. S. De La Loubère, *De la résolution des équations, ou de l'extraction de leurs racines*, 1732.

19. TABULA PYTHAGORICA IN MANU NOSTRA INSCRIPTA
[nach Mitte 1674]

Überlieferung: *L* Konzept: LH 35 I 14 Bl. 86. 1 Streifen von ca 18,5 cm × 7 cm. 1 S. auf Bl. 86 v°, Vorderseite leer.
Cc 2, Nr. 00

Datierungsgründe:

T a b u l a   p y t h a g o r i c a   i n   m a n u   n o s t r a   i n s c r i p t a

D a s   E i n m a h l   e i n s   o d e r   d i e   M u l t i p l i c a t i o n   i n   d e n   H ä n d e n : Zwey Zahlen v. g. 7, et 8. deren keine großer als 10, sind gegeben in einander zu multipliciren. Thue die finger alle nieder, oder mache beyde hände zu. Alsdann hebe an der einen hand soviel finger auff, als die differenz der einen zahl 7 von 10 macht v. g., 3 an der anderen hand, soviel als die andre, 8 ⟨differt⟩ v. g. 2. Zehle alle finger so nieder, sind 5, multiplicire die differentien in einander sind, 6, das productum 56. Dieses muste auch angehen zum großen einmahl eins.

$$\begin{array}{llllll} 10-7 \sqcap 3. & 10-8 \sqcap 2. & & 10-a-b & & \\ 10-a & 10-b & & \underline{\qquad\quad 10} & + & 10-a \frown 10-b \\ & ab & \sqcap & 100-10a-10b & + & 100-10a-10b+ab \end{array}$$

Unde patet difficultatem transferri a multiplicatione numerorum datorum ad mutliplicationem differentiarum a 10; ideoque non habere usum nisi quando numeri dati notabiliter majores sunt differentiis suis, seu valde accedunt ad 10. Idem est de 100. Observatio haec cum sua demonstratione est in *nouveaux Elemens de Geometrie*.

7 T a b u l a ... i n s c r i p t a *erg. L*   14 f. eins. | 44, ⌢ 43, $100-44 \sqcap 56$, $100 \frown 43 \sqcap 55$ *gestr.* | $10-7 \sqcap 3$. *L*

15–17 Leibniz stellt das Verfahren auf die Probe, indem er das Beispiel 7 × 8 verallgemeinert. Allerdings macht er einen Fehler an der Zehnerposition: Es müsste in Z. 15 nicht $10-a-b$, sondern $10-(10-a)-(10-b)$ heißen. Nach Multiplikation mit 10 ergäbe sich in Z. 17 statt $100-10a-10b$ dann $-100+10a+10b$, und nach Addition von $100-10a-10b+ab$ bliebe dann ab übrig, was korrekt ist.   21 *nouveaux*: [ARNAULD, A.], *Nouveaux Elemens de Geometrie*, 1667, liv. I, § LXIII, S. 14 f.

20. CALCULUS PER DIVISIONES
29. Oktober 1675

Überlieferung: *L* Konzept: LH 35 IV 13 Bl. 19. Ca. $\frac{1}{3}$ Bl. 2°. 1 S.
Cc 2, Nr. 1093

29. Octob. 1675.

C a l c u l u s p e r d i v i s i o n e s l o c o m u l t i p l i c a t i o n u m $\cfrac{a}{\frac{b}{c}}$ l o c o $\frac{ac}{b}$

Observatio venit in mentem, qua possint omnia reduci ad meros terminos simplices continuarum divisionum, cum contra reducere soleamus omnia ad terminos continuarum multiplicationum.

Sit: $\cfrac{\frac{a}{b}}{c} + \cfrac{\frac{d}{e}}{f} + \cfrac{\frac{g}{h}}{l} \sqcap x$. Reducamus. Multiplicentur omnes termini per cfl. fiet: $\frac{afl}{b} + \frac{cdl}{e} + \frac{cgl}{h} \sqcap cflx$.

Rursus multiplicetur producta aequatio per beh. fiet: $aeflh + bcdhl + bcegl \sqcap bcefhlx$. Prior autem expressio aptior ad constructiones lineares.

Sed video id ineptum esse, si hoc modo explicetur, in $\cfrac{\frac{a}{b}}{c}$. ipsam c. dividere ipsam $\frac{a}{b}$. Tunc enim $\cfrac{\frac{a}{b}}{c} \sqcap \frac{a}{bc}$. Itaque sic explicabimus quasi esset: $\cfrac{a}{\frac{b}{c}}$. Nam et continuari posset hoc modo $\cfrac{a}{\cfrac{b}{\frac{c}{d}}}$. Sed sufficiet nos uti his tribus, nam in rei veritate $\cfrac{a}{\frac{b}{c}} \sqcap \frac{ca}{b}$. et vero statim

6 C a l c u l u s . . . l o c o $\frac{\mathrm{ac}}{\mathrm{b}}$ *erg. L* 10 Sit: *(1)* $\cfrac{\mathrm{b}}{\frac{\mathrm{c}}{\mathrm{d}}} + \frac{\mathrm{e}}{\mathrm{f}}$ *(2)* | $\cfrac{\frac{\mathrm{a}}{\mathrm{b}}}{\mathrm{c}} + \cfrac{\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{e}}}{\mathrm{f}} + \cfrac{\frac{\mathrm{g}}{\mathrm{h}}}{\mathrm{l}}$ *ändert Hrsg.* | $\sqcap$ x *L* 10 per | dfl. *ändert Hrsg.* | fiet *L* 13 prior . . . lineares *erg. L*

11 $+\frac{cgl}{h}$: Richtig wäre $+\frac{cfg}{h}$ und in der folgenden Zeile $+bcefg$ statt $+bcegl$. Das Versehen wirkt sich nicht weiter aus.

reduci potest ut $\dfrac{a}{\dfrac{b}{\dfrac{c}{d}}}$ idem est quod $\dfrac{ac}{bd}$. Interim hoc modo exprimendo evitaremus omnes multiplicationes, sive sic diceremus $\dfrac{a}{\dfrac{b}{c}}$ sive sic $\dfrac{\dfrac{a}{b}}{c}$. Quorum illud $\dfrac{ac}{b}$, hoc $\dfrac{a}{bc}$.

Verum jam hinc ostendit natura rerum non divisionem sed multiplicationem esse naturalionem et aptiorem, quia in ipsa nullae lineoleae necessariae ad exprimendam varietatem. Interim leges calculi hujusmodi tradi possent nempe si $\dfrac{ac}{b}$ velimus reducere ad meras divisones, non poterimus aliter quam scribendo sic: $\dfrac{a}{\dfrac{b}{c}}$. et $\dfrac{a}{bc}$ sic: $\dfrac{\dfrac{a}{b}}{c}$.

Sed videndum quid in compositis sive comprehensionibus, ut $b+c \quad b-c \sqcap a^2$. Tunc vero apparet incommoditas divisionis fiet enim $b+c \sqcap \dfrac{a^2}{b-c}$. Sed non potest $\dfrac{a^2}{b-c}$ reduci ad terminos simplices, nisi infinitos; nec potest fieri nominator simplex, quemadmodum numerator.

3 f. esse *(1)* rectam, qvia *(2)* naturaliorem | et *erg. Hrsg.* | aptiorem *L*

21. DE CONDENDIS TABULIS ANALYTICIS
Januar 1675

Überlieferung: *L* Konzept: LH 35 XIII 1 Bl. 440. 1 Bl. 2°. $\frac{2}{3}$ S. auf Bl. 440 r°. Rückseite leer. — Gedr.: *LDK*, 1980, S. 146 f.
Cc 2, Nr. 898

Januar. 1675.

De Condendis Tabulis Analyticis

Tabulas habemus Numerorum, Tabulas literarum, sive Combinationum dedit nemo. Quaerenda ergo ratio est condendi Tabulas ejusmodi, ut earum usus quam latissime pateat.

Pars I^ma de aequationum unius incognitae radicibus indefinitis

Hic recensebuntur ordine omnes aequationes unius incognitae ad gradum usque vicesimum si placet, et quidem generaliter atque indefinite; v. g. pro gradu tertio $x^3 + bx^2 + a^2cx + a^2d \sqcap 0$ cujus radices irrationales generaliter, et una formula (ope signorum ambiguorum) exhiberi potest; idem fiat in caeteris aequationibus omnibus, si modo id fieri potest.

Pars II. de aequationum tractationibus

Methodus investigandi aequationum divisores rationales atque irrationales gradu inferiores Tabulaeque quales Huddenianae. Methodus tollendi ex aequatione terminos quot

8 Numerorum, *(1)* restant Tabulae *(2)* Tabulas *L* 9 ejusmodi, *(1)* qvo *(2)* ut *L* 9–11 latissime *(1)* fundatur *(2)* pateat. *(a)* Pars I^ma de Formulis | sive Aeqvationibus *erg.* | unius incognitae *(aa)* ibi *(bb)* Praemittatur omnibus Methodus investigandi divisores Rationales pariter atqve irrationales, | sed dimensione inferiores; aeqvationum unius incognitae *nicht gestr.* | *(b)* Pars I^ma: de *(aa)* Aeqvationibus *(bb)* Aeqvationum unius incognitae, *(cc)* Aeqvationum *L* 11 f. radicibus | indefinitis *erg.* | *(1)* In *(2)* Hic *L* 13 indefinite; | Earumque *gestr.* | v. g. *L* 13 f. tertio *(1)* x^3+a *(2)* $a^4+a^3bx+a^4$ *(3)* x^4 *(4)* x^3+ *(a)* ba^2 *(b)* abx^2 *(c)* bx^2+ *(aa)* a^2cx *(bb)* acx | $+a^2d$ *erg.* | $\sqcap$ 0 *L* 15 omnibus, *(1)* Sed qvoniam in altioribus inprimis aeqvationibus *(a)* incognitae *(b)* aeqvationes mult *(c)* radices irrationales multis exprimi possunt modis, suppositis *(2)* si *L* 17 aeqvationum *(1)* form *(2)* tractationibus *L* 19 Tabulaeqve qvales Huddenianae *erg.* *L* 19 Methodus *(1)* transformandi *(2)* tollendi *L*

---

19 tabulaeque … Huddenianae: J. HUDDE, *De reductione aequationum*, Regel XI, *DGS* I S. 439 bis 458.

licet, praescriptis in eam rem formulis generalibus ut res sine calculo fiat. Methodus reducendi aequationes locorum parium ad proxime inferiores locorum imparium. Methodus efficiendi ut omnium aequationum radices fiant verae; Methodus reducendi aequationes ad alias inferiores ope quarundam intervenientium.

Regulae de aequationum limitibus; de resolutionibus aequationum in Analogias et formularum in portiones, sed hoc ope calculorum qui sequentur seu ope formularum plurium incognitarum. Huc alia id genus.

Pars III. de Aequationibus plurium incognitarum reducendis ad aequationes unius

Sit aequatio ascendens ad solidum incognitum; conjungatur primum cum alia quae non ascendit nisi ad lineam incognitam, deinde cum ea in qua linea et planum incognita, tertio cum pari.

Totum ejusmodi Tabulae condendae artificium in eo consistet, ut sequentia praecedentibus perpetuo juventur; itaque primum simplicibus admodum utendum est aequationibus, sed multis.

2 locorum *(1)* parium *(2)* imparium *L* 3 verae; | item, *gestr.* | Methodus *L* 5 in *(1)* Analy *(2)* Analogias *L* 6 ope *(1)* Rela *(2)* formularum *L* 9 ad *(1)* cubum; *(2)* qvadratum incogni *(3)* solidum *L* 10 ad *(1)* rect *(2)* lineam *L* 10 qva | non nisi *gestr.* | linea *L*

8 De ... unius: vgl. z. B. die Studie *De aequationibus pluribus ad unam reducendis* (VII, 2 N. 77) vom 7. Februar 1676.

22. DISPOSITIONS ET COMPLEXIONS
[April – Juli 1672]

Überlieferung: *L* Konzept: LH 35 XII 1 Bl. 45–47. $1\frac{1}{2}$ Bog. 2°. 2 S. auf Bl. 45 r° (= erster bis dritter Ansatz) u. Bl. 47 r° (= vierter Ansatz). Am Rand von Bl. 45 r° sowie auf Bl. 45 v° u. 46 r° befindet sich VII, 3 N. 3; Bl. 46 v° u. 47 v° sind leer. — Gedr.: *LKK* 2, 1976, S. 6–9. Cc 2, Nr. 519 A, B

Datierungsgründe: Das Stück befasst sich mit der Kombinatorik, wobei es inhaltlich an die *Dissertatio de arte combinatoria* (VI, 1 N. 8) aus dem Jahr 1666 anknüpft: Leibniz greift einige Begriffe jener Arbeit auf, übersetzt sie ins Französische und definiert sie kurz. Sprache und thematischer Ansatz verweisen das Stück also in die frühe Phase seiner Zeit in Paris, womit der *terminus post quem* Leibniz' Ankunft in Paris Ende März 1672 ist. Dass das Stück nicht später als Anfang 1673 entstanden ist, belegt die Symbolverwendung in dem auf demselben Träger niedergeschriebenen Stück VII, 3 N. 3, welches konkrete Beispiele zur gleichen Thematik liefert. In ihm finden sich als Gleichheitssymbole zum einen das moderne Gleichheitszeichen, welches Leibniz spätestens ab Mitte 1674 durch den stilisierten Waagebalken ersetzt; zum anderen verwendet er *f.* als Abkürzung für *facit*. Diese Notation gebraucht er jedoch nur bis Ende 1672 oder Anfang 1673. — Das Papier ist Pariser Provenienz. Sein Wasserzeichen lässt eine weitere Präzisierung der Datierung zu. Das gleiche Zeichen findet sich ansonsten nur noch bei dem Träger von VI, 3 N. 2_2, dem zweiten in einer Reihe von vier auf französisch verfassten Entwürfen zu physikalischen Fragen. Selbst wenn Leibniz den ersten Entwurf N. 2_1 recht bald nach seiner Ankunft in Paris geschrieben haben sollte, kann der zweite Entwurf kaum vor April 1672 entstanden sein. Und der auf diesen folgende dritte Entwurf N. 2_3 war offensichtlich fertiggestellt, bevor Leibniz von dem am 25. Juli 1672 im *Journal des sçavans* veröffentlichten Brief von Huygens an Gallois Kenntnis genommen hatte, was wahrscheinlich ohne große Verzögerung geschehen ist. Dies spricht dafür, dass N. 2_2 im Zeitraum von April bis Juli 1672 verfasst worden ist. Wegen der seltenen Papiersorte wird für unser Stück das Gleiche angenommen.

[*Verworfener erster Ansatz*]

Definitions

Pour placer une chose avec une autre, il y a trois sortes de variation. Car ou on place une chose tousjours avec une même chose, mais d'une maniere nouvelle; ou on place une chose tantost avec une tantost avec une autre.

Si on place une chose avec une même chose, mais d'une differe [*bricht ab*]

29 d'une *(1)* même *(2)* no *(3)* maniere *L* 30 tantost avec *(1)* l'une *(2)* une *L*

[*Verworfener zweiter Ansatz*]

Soit une chose donnée, ayant certaines parties, outre les quelles il ne faut pas la soubsdiviser [comme sont les unitez dans le nombre, ou les atomes dans un Corps, ou les personnes d'une assemblée, les quelles ne souffriroient pas d'estre coupées en pieces]; trouver tous les changemens imaginables dans cette chose donnée qu'elle peut fournir de soy même, sans luy adjouster rien de nouveau. [Car s'il seroit permis d'adjouster une nouvelle chose, ou diviser les parties plus outre ou d'une autre maniere, les changemens iroient à l'infini, et il n'y auroit point de probleme pour les conter. Par exemple dix personnes estant donnez, on peut trouver [*bricht ab*]

[*Dritter Ansatz*]

Certaines choses estant données, trouver en nombres toutes les dispositions imaginables.

Les d i s p o s i t i o n s sont les varietez de penser à certaines choses données ou de les placer dans l'esprit.

Par exemple, dix personnes estant données, vous pouvez penser ou à quelques unes ensemble; ou à toutes ensemble; ou à nulles ensemble, c'est à dire à une apres l'autre.

Si vous prennez quelques unes ensemble, tantost celles cy et tantost celles là, cela s'appelle Complexion.

2 donnée, *(1)* divisée *(2)* ayant *L* 3 f. [comme . . . pieces.] *erg. L* 5 donnée *(1)* sans la qvelle *(2)* qv'elle *L* 7 parties *(1)* d'une *(a)* autre *(b)* autre maniere ou plus outre, *(2)* plus *L* 11 toutes les *(1)* c o n j u n c t u r e s imaginables *(2)* dispositions *L* 13 sont *(1)* les varietez avec les qvelles plusieurs choses peuuent estre placées dans l'esprit ou dans la pensée, *(2)* conjunctures de plusieurs choses *(a)* Par exemple *(b)* Dix personnes peuuent estre considerees de plusieurs manieres *(c)* La *(3)* les varietez *L* 15 penser ou à *(1)* toutes ensemble, ou à plus *(2)* qvelqves *L*

3–6 [comme . . . [Car: Die eckigen Klammern in diesem Ansatz stammen von Leibniz selbst.
18 Complexion: Vgl. Leibniz, *Dissertatio de arte combinatoria*, 1666, prooemium §§ 7–12 S. 4 (VI, 1 N. 8, S. 172 f.).

[*Vierter Ansatz*]

Probleme General

Certaines choses d'un certain nombre connu estant données, trouver en nombres toutes les d i s p o s i t i o n s imaginables.

Les d i s p o s i t i o n s sont les varietez de penser à certaines choses, ou de les placer dans l'esprit. Par Exemple, dix personnes estant données, vous pouvez penser ou à quelques unes ensemble, ou à toutes ensemble, ou à nulles ensemble, c'est à dire à l'une apres l'autre. Car pour considerer plusieurs particularitez dans elles, ou pour considerer le tout rangé en quarré ou en polygone ou en autre figure, cela n'appartient pas à nostre tractation, par ce que nous voulons considerer les places qu'on leur donne dans l'esprit en les rapportant pas à l'espace, mais au temps, car les pensées dans l'esprit, n'ont point de difference des places, mais seulement du temps.

Si vous prennez donc quelques unes ensemble tantost celles cy, tantost celles là, et tantost d'un grand, tantost d'un petit nombre, cela s'appelle C o m p l e x i o n , dont la variation consiste dans la matiere donnée même, sans avoir égard à la forme. Par exemple dix estans donnez, $a. b. c. d. e. f. g. h. i. l.$ Vous en pouvez prendre, tantost cinq ensemble, tantost seulement quatre ensemble; et si vous prennez cinq ensemble, vous pouvez prendre ou ceux cinq cy, $a. b. c. d. e.$ ou ceux cinq là, $b. c. d. e. f.$ etc.

Je nomme le Nombre de ceux qu'on prend, l ' E x p o n e n t d e l a C o m p l e x i o n , par exemple 5 dans l'exemple precedant.

Et selon ce nombre ou exponent, je nomme la C o m p l e x i o n tantost une C o m b i n a i s o n , ou Com2naison, tantost une C o n 3 n a i s o n ou Conternaison, tantost

3 d'un ... connu *erg. L* 9 rangé *(1)* ou *(2)* en *L* 10 considerer *(1)* pas *(2)* les *L* 10 dans l'esprit *erg. L* 11 temps, *(1)* par ce qve les d *(2)* car *L* 17 ensemble, *(1)* et en prennant cinq, *(2)* vous *L* 18 f. etc. *(1)* Le Nombre de ceux qv'on prend, je nomme *(2)* Je *L*

---

22 Conternaison: Die Bezeichnungen *conternatio* für eine ungeordnete Stichprobe von drei Elementen aus einer gegebenen Grundmenge und analog *conquaternatio* finden sich schon bei M. MERSENNE, *Harmonicorum libri*, 1635, etwa auf S. 135. Die Schreibweisen *com2natio*, *con3natio* und *con4natio* gebraucht Leibniz bereits in der *Dissertatio*, prooemium §§ 11 f. S. 4 (VI 1, N. 8 S. 172). Er verwendet sie auch in einer Marginalie in seinem Handexemplar von Bl. PASCAL, *Traité du triangle arithmétique*, 1665 [*Marg.*] (*PO* III S. 446). Dort notiert er auf der vor S. 1 eingefügten Ausklapptafel, welche das arithmetische Dreieck darstellt, Formeln zur Berechnung der Anzahl der verschiedenen *complexions* — für *con3nationes* etwa $\frac{y, y-1, y-2}{1, 2, 3}$.

une C o n 4 n a i s o n , etc. bien qu'ordinairement le mot de Combinaison se prend pour la complexion en general.

Le Nombre de toutes les com2naisons ou con3naisons etc. imaginables, s'appelle: L e N o m b r e d e s c o m p l e x i o n s d ' u n e x p o n e n t d o n n é . Par exemple toutes les con3naisons de 10 choses données, sont 120 et toutes les con3naisons de 4 choses, *a. b. c. d.* sont 4 comme *a. b. c.* et *b. c. d.* et *a. b. d.* et *a. c. d.*

Le nombre de toutes les complexions de tous les exponens ensemble, s'appelle s i m p l e m e n t , l e n o m b r e d e s C o m p l e x i o n s . Par exemple le nombre de toutes les Complexions de 4 est 15, sçavoir 4 1 n i t e z , quand chaque chose est mise à part (: *a. b. c. d.* :) 6 C o m 2 n a i s o n s (: *ab. bc. cd. ac. ad. bd.* :) 4 C o n 3 n a i s o n s (: *abc. bcd. abd. acd.* :) 1 C o n 4 n a i s o n (: *abcd* car la varieté de l'ordre *acbd. adbc.* etc. ne change pas la matiere ou complexion, mais seulement la forme :). Et ainsi en tout 1 5 .

1 qv'ordinairement le *(1)* terme *(2)* mot *L* 3 Nombre *(1)* des Com2n *(2)* de toutes les com2naisons ou *(a)* con2naisons *(b)* con3naisons | etc. *erg.* | *(aa)* imaginaires *(bb)* imaginables *L* 5 de *(1)* dix *(2)* 10 *L* 5 f. et toutes les | con3nations *ändert Hrsg.* | de ... sont 4 *erg. L* 8–12 Par exemple ... tout 1 5 . *erg. L*

12 en tout 1 5 : Die Möglichkeit, gar kein Element aus der Grundgesamtheit auszuwählen, zählt Leibniz hierbei wie bereits in der *Dissertatio*, prooemium §§ 7 u. 12 S. 4 (VI 1, N. 8 S. 172 f.) nicht mit, bedenkt sie aber sehr wohl; vgl. ebd., probl. I Tab. ℵ S. 7 (S. 174).

23. DE TABULIS ANALYTICIS CONDENDIS
[24. Dezember 1674 – Anfang 1675 (?)]

Überlieferung: *L* Konzept: LH 35 XIII 1 Bl. 444. 1 Bl. 2°. 2 S. Textfolge Bl. 444 v°, Bl. 444 r°. Cc 2, Nr. 899

Datierungsgründe:

De Tabulis Analyticis condendis

Cum Calculo Analytico sive literali per instrumenta vix subveniri possit (: excepto unico meo, quod Machinam Combinatoriam appello :), danda opera est, ut Tabulae quaedam condantur, quibus habitis pleraque facile exequi liceat. Eae vero Tabulae longe alterius erunt naturae, quam Algebrista quispiam sibi persuasurus fuisset. Neque enim sufficit Aequationes unius incognitae ad aliquot usque dimensiones exhibere, earumque dare radices; item formularum recensere divisores. Sed ad aequationes etiam, imo potissimum, plurium incognitarum ascendendum est. Porro quod attinet formularum divisores rationales, non puto opus esse tabulis, nam ope artificii Huddeniani, nunc unam nunc aliam literam pro incognita sumendi, facile judicari potest, an formula quaedam sit divisibilis. Sed et in aequationibus tam literalibus quam numericis, divisores rationales si qui sunt, momento exhibet instrumentum meum Algebraicum, quoniam exhibitis reapse radicibus statim ostendit, quinam termini ultimi divisores ei proxime accedant. Idem instrumentum meum ad calculorum comprobationes more servit, ipsum enim errori nullo

8 f. qvaedam *(1)* oper *(2)* condantur *L* 10 qvispiam *(1)* communis – *(2)* sibi *L* 10 fuisset. *(1)* Neqve enim id *(a)* est *(b)* magni facio *(aa)* aeqvationes ordi *(bb)* aeqvationum formulas recensere, earumqve divisores recensere; *(2)* Neqve *L* 11 incognitae *(1)* exhi *(2)* ad *L* 12 divisores. *(1)* Nam qvod ad radices attinet, eae si sunt irrationales, *(a)* nunc qvide *(b)* separatae sunt tractationis, *(2)* sed *L* 13 est. *(1)* Primum *(2)* Porro *L* 14 esse *(1)* mul *(2)* tabulis *L* 15 an *(1)* ae *(2)* formula *L* 15 f. divisibilis. *(1)* In *(a)* numeris *(b)* numericis qvoqve aeqvationibus qvoniam radix in numeris *(2)* Sed *L* 17 qvoniam *(1)* statim e *(2)* exhibitis *L*

8 Machinam Combinatoriam: Vgl. N. 27. 14 ope artificii Huddeniani: Vgl. J. Hudde, *De reductione aequationum*, 1659, *DGS* I S. 406–506, insbesondere Regel 21, S. 496 f. 17 instrumentum meum Algebraicum: Vgl. N. Cc 2, Nr. 827, Cc 2, Nr. 815 und Cc 2, Nr. 816.

subjectum est, saltem non magno; etsi minus exacte Elaboratum poneretur. Sed quod attinet ad divisores irrationales, eorum velim tabulam condi, ut appareat, an formula quaedam proposita dividi possit per irrationalem, minoris dimensionis quam quae est ipsius formulae. Nam si ipsi formulae dimensione est aequalis: comprehendetur in Tabula generali radicum irrationalium omnium aequationum, quam inveniri posse non despero. Velim ergo primo dari A e q u a t i o n u m o m n i u m u n i u s i n c o g n i t a e g e n e r a l i s s i m e e x p r e s s a r u m r a d i c e s i r r a t i o n a l e s, dimensione aequales, ad 10^{mum} v. g. gradum usque, aut 100^{mum} si velis; credo enim habitis aliquot, in caeteris progressionem apparituram. Deinde velim exhiberi earum certo modo affectarum r a d i c e s i r r a t i o n a l e s d i m e n s i o n e i n f e r i o r e s si qui sunt. Inde velim exhiberi formularum quarundam nobiliorum d i v i s o r e s r a t i o n a l e s; a d i v i s o r i b u s progrediendum erit ad c o m p o n e n t e s; nempe eadem formula in multas alias resolvi potest infinitis fere modis, ex quibus quaedam etiam irrationales; ibi vero sufficiet f o r m u l a r u m n o b i l i o r u m exhiberi c o m p o n e n t e s. Cumque etiam Aequatio turbari possit; seu ex Aequatione converti in Analogiam; specimina elegantiorum exemplorum dari intererit sed haec de componentibus et analogiis pro parergis habenda. Primarium enim est, ut data aequatione, inveniamus incognitae valorem. Itaque p r i m u m a e q u a t i o n u m u n i u s i n c o g n i t a e, u t c u n q u e a f f e c t a r u m r e c e n s e n d a e r a d i c e s; s i v e i n c o g n i t a r u m v a l o r e s puri. Inde ascendendum ad aequationes duarum incognitarum, ubi primum aequationes duarum incognitarum, quae sunt ad eundem locum, recensendae; ut scilicet aliae oblatae ad eas reducantur; et hic erit catalogus C u r v a r u m A n a l y t i c a r u m i n p l a n o d e s c r i p t i b i l i u m. Loca autem intelligenda sunt, rectarum ad curvarum terminatarum, quae omnes vel parallelae inter se, vel in uno puncto concurrentes; et si parallelae vel angulos ad directricem facientes rectos, vel obliquos. Post

2 irrationales, *(1)* eos velim *(2)* eorum *L* 6 dari *(1)* A e q v a t i o n u m o m n i u m u n i u s i n c o g n i t a e R a d i c e s *(2)* Tabulam A e q v a t i o n u m o m n i u m u n i u s i n c o g n i t a e *(3)* A e q v a t i o n u m *L* 7 i r r a t i o n a l e s, *(1)* qvales ad 20^{mum} *(2)* dimensione *L* 9 exhiberi *(1)* earum di *(2)* memorabiliores ex ipsis divisores *(3)* earum divisores irrationales *(4)* earum *L* 9 f. affectarum, *(1)* ration *(2)* r a d i c e s *L* 13 infinitis fere modis *erg.* *L* 15 f. Analogiam; *(1)* exemplo *(2)* specimina *L* 17 habenda. | Itaqve *gestr.* | primarium *L* 20 f. ubi *(1)* explicanda erunt prima loca *(2)* primum *L* 22 catalogus *(1)* plana *(2)* C u r v a r u m *L* 23 sunt, *(1)* para *(2)* ductarum ex a *(3)* rectarum *L*

curvarum catalogum, quales Huddenius proximo supra Conicas gradu ait esse circiter 50. Nimirum primo exhibebuntur aequationes secundi gradus duarum incognitarum; inde tertii gradus duarum incognitarum; inde quarti, etc. et ita catalogus omnium curvarum Geometricarum ad gradum usque decimum aut ultra. Adjici poterunt earum tangentium, centrorum, focorum, dimensionum aliarumque functionum calculi sive Tabulae, describendi quoque modi illustriores; et theoremata insignia. Recensitis aequationibus duarum incognitarum, et ad certa loca sive curvas reductis; veniendum est ad combinationem duarum aequationum duarum incognitarum. Et exhibitis aequationum catalogis, positis scilicet duabus aequationibus duarum incognitarum inter se combinatis, e regione ponendus est cujuslibet incognitae valor absolutus. Jam progrediendum ad aequationes trium incognitarum, seu ad loca ad superficiem, et exhibendus primum Catalogus omnium superficierum Analyticarum ad certum usque gradum, ut appareat determinatus earum numerus; adjiciendae earum tangentes, functiones; centra, foci, etc. et theoremata nobiliora ex calculi natura pendentia. Post catalogum locorum trium incognitarum veniendum ad combinationes duarum aequationum trium incognitarum ut appareat quomodo reduci possint, ad aequationes duarum incognitarum scilicet nunc hac nunc illa incognita elisa, unde quaelibet regulariter combinatio aequationum 2 incognitarum poterit revocari tribus modis diversis ad duas aequationes duarum incognitarum. V. g. si duae aequationes et tres incognitae, v. g. x. y. z. potest elidi z, et restabunt duae aequationes in quibus non nisi x. et y. Eodem modo elidi potest x, vel y. Ubi rursus considerandum est fieri posse, ut inter illas tres aequationes jam sint, in quibus non sunt omnes incognitae. Tandem veniendum est ad con3nationes aequationum trium incognitarum, et singularum dandus

1 f. catalogum, *(1)* exhi *(2)* qvales Huddenius | proximo *erg.* | supra ... 50. *(a)* ipsae aeqvationes erunt recensendae. explicandumqve. Forte *(b)* Nimirum *L* 5 dimensionum *erg. L* 5 functionum | et describendi modi *erg. L*, *streicht Hrsg.* | calculi *L* 5 f. describendi ... insignia *erg. L* 11 superficiem, *(1)* qvarum exhibendus *(2)* et *L* 15 appareat *(1)* qvot *(2)* | qvod modis *ändert Hrsg.* | reduci *L* 17 regulariter *(1)* aeqvatio trium c *(2)* combinatio *L* 18 ad *(1)* aeqvatio *(2)* duas *L* 18 incognitarum. *(1)* Inde veniendum *(2)* V. g. *L* 20 y. *(1)* vel aliter *(2)* Eodem *L* 20 vel | y. *ändert Hrsg.* | *(1)* potest etiam fi *(2)* Ubi *L* 22 ad *(1)* conternationes *(2)* con3nationes *L*

1 Huddenius ... ait: Eine Methode Huddes zur sukzessiven Generierung von Kurven höherer Ordnung stellt Schooten im Abschnitt *De lineis curvis superiorum generum* in Fr. v. Schooten, *Exercitationum mathematicarum libri quinque*, 1657, S. 475–480 vor. 21 tres aequationes: Bislang hat Leibniz in diesem Stück nur Kombinationen aus zwei Gleichungen betrachtet.

valor purus. Eodem modo ad altiores praecedendum v. g. ad decimum usque gradum, et in singulis procedendum ordine, v. g. aequatio 6 dimensionum primum 6 terminorum, deinde 5 terminorum etc. et si 5 terminorum decent vel secundus, vel tertius, vel quartus etc. Quando autem loquor de aequationum formulis loquor de plane absolutis seu generalibus, v. g. $y^3 + ly^2 + amy + a^2n \sqcap 0$. ut omnibus accommodari possint. Itaque ego meam aequationem eodem tractans modo novas habebo aequationes collatitias, nam v. g. si sint aequationes duae (: vide schediasmata Xb. 1674. *De trochoeidibus* :)

$$\begin{array}{llll} x^3 + 2ax^2 + 4afx + 2af^2 \sqcap 0. & \text{et} & x^2 - 2f \;\; x + f^2 \sqcap 0 \\ \quad + 2f \quad + \;\; f^2 & & -2\dfrac{y^2}{a}.. - y^2 \\ \qquad\qquad - 4z^2 & & \end{array}$$

quaero in Tabula harum duarum aequationumcombinationes:

$$x^3 + lx^2 + amx + a^2h \sqcap 0 \quad \text{et} \quad x^2 + nx + ap[\sqcap 0]$$

Elidendo x, invenietur in Tabula aequatio haec:

---

12 *Dazu am Rand:* NB. pro $2af^2$, pone a^2h.

1 praecedendum *(1)* Hoc *(2)* v. g. *L* 2 v. g. *(1)* primum aeqv *(2)* aeqvatio 6 *(a)* incognita *(b)* dimensionum *L* 5 ut | postea *gestr.* | omnibus *L* 8–11 $\sqcap$ 0 *(1)* suppono pro priore *(2)* qvaero *L* 11 Tabula *(1)* has *(2)* harum *L* 12 amx+ *(1)* $2\mathrm{af}^2$ *(2)* $\mathrm{a}^2\mathrm{h}$ *L* 13 elidendo *(1)* fiet *(2)* x, *(a)* fiet aeqvatio hoc *(b)* invenietur *L* 13–79,1 haec *(1)* $\dfrac{-\mathrm{a}^2\mathrm{mp} + \mathrm{a}^2\mathrm{p}^2 + \mathrm{lnap} + \mathrm{n}^2\mathrm{ap}}{2\mathrm{af}^2 - \mathrm{lap} + \mathrm{nam} - \mathrm{ln}^2 + \mathrm{n}^3} \sqcap \dfrac{-2\mathrm{af}^2 + \mathrm{lap} - \mathrm{nap}}{\mathrm{am} - \mathrm{ap} - \mathrm{ln} + \mathrm{n}^2}$ *(2)* $\dfrac{-\mathrm{a}^2\mathrm{mp} + \mathrm{a}^2\mathrm{p}^2 + \mathrm{lnap} + \mathrm{n}^2\mathrm{ap}}{\mathrm{ha}^2 - \mathrm{lap} + \mathrm{nam} - \mathrm{ln}^2 + \mathrm{n}^3} \sqcap \dfrac{-\mathrm{ha}^2 + \mathrm{lap} - \mathrm{nap}}{\mathrm{am} - \mathrm{ap} - \mathrm{ln} + \mathrm{n}^2}$ *L*

---

7 *De trochoeidibus*: VII, 5 N. 18. 11–79,3 quaero . . . $\dfrac{f^2 - y^2}{a}$: Ein eigenständiges Werk von Leibniz mit solchen Kombinationen zweier Gleichungen konnte nicht gefunden werden. Den Lösungsansatz des allgemeinen Problems, bestehend aus den Gleichungen und der Beziehung, die sich aus der durch Vorzeichenfehler beeinträchtigten Elimination von x ergibt, übernahm Leibniz aus VII, 5 N. 18 S. 166 Z. 18 bis S. 167 Z. 7. Dabei wurde nachträglich, wie in der Randnotiz in Z. 14 vermerkt, $2af^2$ durch a^2h ersetzt. Richtig müsste die linke Seite der Gleichung von S. 79 Z. 1 lauten: $\dfrac{-a^2mp + a^2p^2 + lnap - n^2ap}{-ha^2 + lap - 2nap + nam - ln^2 + n^3}$. — Hier und in den folgenden Gleichungen (Z. 12 – S. 79 Z. 3) bezeichnet a sowohl einen der Koeffizienten des zu lösenden Problems aus Z. 8–10 als auch denjenigen des generellen Problems in Z. 12 und seines Lösungsansatzes.

$$\frac{-a^2mp+a^2p^2+lnap+n^2ap}{ha^2-lap+nam-ln^2+n^3} \sqcap \frac{-ha^2+lap-nap}{am-ap-ln+n^2}$$

Quae aequatio jungatur novis assumtis aequationibus:

$$l \sqcap 2a+2f. \mid am \sqcap 4af+f^2-4z^2. \mid a^2h \sqcap 2af^2. \mid n \sqcap -2f-\frac{2y^2}{a}. \mid p \sqcap \frac{f^2-y^2}{a}.$$

Habemus ergo aequationes 6. incognitas 7. ex quibus elisis caeteris retinendae, seu pro cognitis sumendae y. et z. Atque ita rursus in tabula sub 6 aequationum conjunctione, invenies statim sine calculo valorem. Ubi maximus apparet usus dispersionis in minuta seu multas aequationes particulares, ut sine calculo inveniatur valor. Video jam, non videri necessarium, ut separatim exhibeantur conternationes et combinationes 4 aequationum; semper enim eas quas elidere non vis cognitas finges, et res semper reducetur ad casum problematis determinati. Sufficit ergo tantum in Tabulis exhiberi omnium incognitarum valores datis totidem aequationibus.

2 aeqvatio *(1)* conferatur novis *(a)*: *(b)* assu *(2)* jungatur *L* 3 f^2 | + *ändert Hrsg.* | 4z^2 *L*
5 z. *(1)* Et huc jam illud video non esse. *(2)* Atqve *L* 8 exhibeantur *(1)* redu *(2)* conternationes *L*
8 f. aeqvationum; *(1)* qvoniam *(2)* semper *L*

4–7 Habemus ... valor: In den Überlegungen zur Lösung des benannten Gleichungsproblems in Z. 1–3 wirkt sich die doppelte Verwendung des Koeffizienten a aus. Zudem ordnet Leibniz hier die Koeffizienten des ursprünglichen Problems von S. 78 Z. 8–11 den Unbekannten zu.

24. DE SOLIDIS ANALYTICIS
[Dezember 1674]

Überlieferung: *L* Konzept: LH 35 I 17 Bl. 11+17. 1 Bog. 2°. $\frac{1}{3}$ S. auf Bl. 17 v°. — Auf dem restlichen Bogen N. 24U1.
Cc 2, Nr. 00

Datierungsgründe: N. 24 ist vor dem auf Dezember 1674 datierten N. 24U1 auf den Bogen geschrieben worden, vermutlich in Zusammenhang mit den Exzerpten aus J. WALLIS, *Mechanica*, 1670–1671 (VIII, 2 N. 8).

Solida Analytica possunt homogenea esse figuris quadratricibus non analyticis. Imo id quotidie evenit, quia solidorum elementa sunt spatia quorum spatiorum saepissime non habetur quadratura.

Cylindri Hyperbolici residuum ungula semiquadrantali absecta est homogeneum figurae logarithmorum. Idem de aliis solidis facile fingi potest. Hinc etiam quoties problema quoddam Mechanicum eo redactum est, ut quaeratur descriptio cujusdam figurae quadratricis, exhibeatur solidum quoddam Geometricum, id figurae quaesitae homogeneum erit. Et dici poterit vires esse ut solidorum ejusmodi portiones.

9 analyticis. | Exemplum in Hyperbola dari potest. *gestr.* | Imo *L* 12 f. homogeneum *(1)* figurae qvae sit f *(2)* figurae *L*

---

12 ungula semiquadrantali: Leibniz kennt den Ausdruck aus J. WALLIS, *Mechanica*, 1670–1671, pars 2, S. 547 f. (*WO* I S. 918 f.); vgl. VII, 6 N. 34 S. 385.

25. NOTA AD SOVERUM
[Oktober 1676 – März 1679 (?)]

Überlieferung: *L* Notiz: LH 35 XI 18 A S. 439–440. 1 paginierter Zettel 17,5 × 2,5 cm. 1 S. auf S. 439, S. 440 leer.

Datierungsgründe: Leibniz notierte sich in der zweiten Oktoberhälfte 1676 Informationen über das Buch von Soverus aus dem Gregory-Collins-Briefwechsel (III, 1 N. 88_2 S. 487). Möglicherweise hat Leibniz bereits damals ein Exemplar in der Royal Society konsultiert, spätestens dürfte er die Notizen anhand des aus dem Nachlass von Martin Fogel für die herzogliche Bibliothek in Hannover erworbenen Exemplars (Nm-A 754) gemacht haben, in das er auf den S. 373 u. 377 Randbemerkungen eingetragen hat. Am 10./(20.) März 1679 hat Leibniz ausgehend vom Beweis der Prop. 4 in Buch 6 (S. 378 f.) seine Untersuchung *Tentamen ad dimensionem arcus alicujus circularis* (LH 35 VII 1 Bl. 34–48) begonnen.

B a r t h o l o m a e u s S o v e r u s i n p r o p o r t i o n e c u r v i a d r e c t u m p r o m o t a defendit motum esse Geometricae tractationis. Quaedam demonstrat theoremata, ut ostenderet quibus Datis habituri essemus Quadraturam Circuli. Jam observavit illam in Hyperbola numerorum decretionem. Editus est ejus liber 1630. apud Variscum Varisci. Patavii 4°.

---

13 defendit: B. SOVERUS, *Curvi ac recti proportio promota*, 1630, S. 271–276, 361. 13 demonstrat: *a. a. O.*, S. 371–373 [Marg.]. 14 f. observavit: *a. a. O.*, S. 359 f.

26. MEA GEOMETRIA
[Juli – September 1676 (?)]

Überlieferung: *L* Notiz: LH 35 V 14 Bl. 21.. 3 Zeilen auf Bl. 21 v°. Vorderseite leer. — Gedr.: Cc 2, Nr. 991.
Cc 2, Nr. 991.

Datierungsgründe: Ausschlaggebend bei der Datierung erweisen sich Leibniz' Vergleiche seiner eigenen Leistungen mit denjenigen Descartes. Anfangs verweist Leibniz lediglich auf Bewertungen der Arbeiten von Descartes durch Fachkollegen (VII, 1 N. 6_3, 110, 114 (= VII, 4 N. 16_4); VII, 4 N. 36; VII, 7 N. 10, 11, 15) oder geht Hinweisen auf Unzulänglichkeiten des Werks nach (z. B. VII, 7 N. 48), ohne seine eigenen Beiträge zur Geometrie im Vergleich dazu einzuordnen. Mit den fortschreitenden Arbeiten zur Kreisquadratur erarbeitet Leibniz sodann ein Narrativ, in dem er seine Abweichungen gegenüber Descartes und seine Neuerungen in der Konzeption der Geometrie und der Systematisierung von Kurven durch ein Anknüpfen an andere Traditionslinien motiviert (so z. B. III, 1 N. 38, 39; VII, 3 N. 38_{12}; VII, 4 N. 36; VII, 5 N. 26; VII, 7 N. 49; VII, 8 N. 6). Gleichzeitig vermeidet er, direkte Kritik an Descartes zu äußern, seine eigenen Leistungen explizit zu benennen oder sie gar als überlegen zu bezeichnen. Für den Sommer 1676 ist schließlich eine intensive Beschäftigung mit der inversen Tangentenmethode belegt (III, 1 N. 89; VII, 5 N. 88–91). Leibniz ist überzeugt, im Vergleich zu Descartes eine in jeder Hinsicht vorzuziehende Methode entwickelt zu haben, die insbesondere die nach allgemeiner Auffassung bestehenden *difficilia* und *impossibilia* des descartesschen Ansatzes zu lösen im Stande sein soll (VII, 5 N. 90, 91; VII, 6 N. 51). Kontrastierend zur noch kurz zuvor stets sachlich formulierten inhaltlichen Kritik (z. B. VII, 6 N. 20) weist er bei der Lösung der 2. Debeauneschen Aufgabe zudem wiederholt darauf hin, dass er Descartes in der Geschwindigkeit der Lösung nun um ein Vielfaches übertreffen könne (VII, 5 N. 90, 91; VII, 6 N. 49_1, 51). In der Kritik an Descartes nimmt er außerdem Gedanken aus einem wohl Ende Mai 1676 von Collins an Tschirnhaus gerichteten Brief (III, 1 N. 82) auf, die schließlich den letzten Baustein eines neuen Narrativs ausmachen. Bereits im August 1676 wird dieses durch einen Brief an Oldenburg (III, 1 N. 89) einem größeren Personenkreis sichtbar. Wenn auch deutlich weniger konkret in seiner Kritik und um vieles zurückhaltender im Tonfall, weist das vorliegende Stück eine große Übereinstimmung mit dem Grundtenor dieses neuen Narrativs auf. Zudem besteht im letzten Satz des Stücks eine Ähnlichkeit in der Formulierung mit VII, 5 N. 91 S. 605 Z. 4–6 von Juli 1676. Somit kann das vorliegende Stück mit aller Vorsicht in die Zeit von Juli 1676 bis zu Leibniz' Abreise nach England datiert werden.

Mea Geometria

Jam eo mihi videor pervenisse ut non habeam cursim amplius de Geometria valde solicitus. Possum nunc non minus audacter loqui quam Cartesius et fortasse majori jure. Praesertim cum absolverim quae video ei difficilia visa, et partim impossibilia.

34 absolverim | multa *gestr.* | qvae *L*   34 ei *(1)* difficilis imposs *(2)* difficilia *L*

27. DE MACHINA COMBINATORIA, SIVE ANALYTICA
[September 1674 – Anfang 1675 (?)]

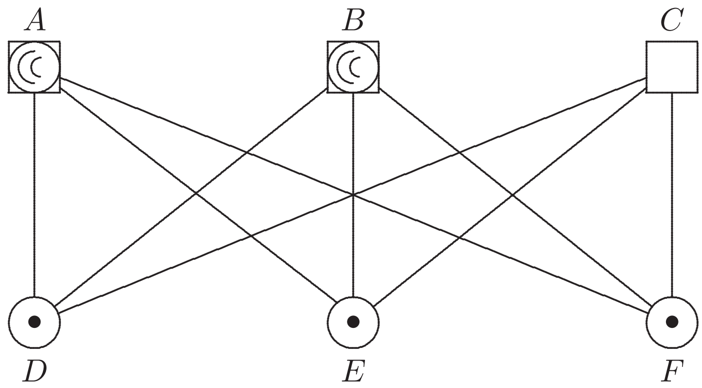
Überlieferung: *L* Konzept: LH 35 III A 26 Bl. 13. 1 Bl. 4°. 1 1/2 S. Auf Bl. 13 v° am rechten Rand unten quer geschriebene Notiz in unbekannter Hand: ad. 50.
Cc 2, Nr. 818.

Datierungsgründe: Leibniz nutzt die Bezeichnung *Machina Analytica* erstmals in VII, 1 N. 8. Obwohl die Bezeichnung im später entstandenen Stück VI, 3 N. 44 im Desiderat einer *Machina, quae pro nobis faciat operationes analyticas,* erneut anklingt, findet sich diese oder eine andere Bezeichnung der dort beschriebenen *machina* im gesamten Stück nicht. Durch die Charakterisierung der Funktionen wird deutlich, dass VI, 3 N. 44 dieselbe *machina* wie das vorliegende Stück zum Gegenstand hat. Aufgrund der fehlenden Bezeichnung und der zugleich auftretenden Unterschiede zur in VII, 1 N. 8 benannten *Machina Analytica* kann VI, 3 N. 44 als Auftakt zur Arbeit an der im vorliegenden Stück als *Machina Analytica sive Combinatoria* titulierten *machina* gewertet werden. Die Entstehung von VI, 3 N. 44 stellt somit einen *terminus post quem* für N. 27 dar. Versteht man die Verwendung von *Machina Combinatoria* als alleinige Bezeichnung in N. 23 als Aufgabe der in VII, 1 N. 8 für eine in ihren Grundprinzipien abweichende *machina* verwendeten Bezeichnung *Machina Analytica,* um eine bessere Unterscheidbarkeit beider Ideen zu erzielen, so ist die Entstehung von N. 23 nach derjenigen von N. 27 anzusetzen. Eine solche Datierung zwischen VI, 3 N. 44 und N. 23 ist insofern stimmig, als dass Leibniz im vorliegenden Stück *signa ambigua* erwähnt, mit denen er sich im relevanten Zeitraum intensiv beschäftigt. Auch die Ausführung der Darstellungen der Kugeln im Diagramm stimmt mit der Art und Weise in anderen Handschriften derselben Zeit überein. Ebenso werden in diese Zeit Stücke datiert, in denen er sich intensiv und systematisch mit dem Lösen von Gleichungen beschäftigt und die Lösung von Systemen mehrerer Gleichungen behandelt.

Saepe cogito de Machina Combinatoria, sive Analytica, qua et calculus literalis perficiatur. Ut si sint aliquot aequationes, et totidem incognitae, id agitur ut omnes ordine incognitas tollamus usque ad unam. Omnis calculus iste redit ad additionem subtractionem Multiplicationem et divisionem.

25 ut *(1)* inveniamus valorem abs *(2)* omnes *L*

24 f. perficiatur: Einzelheiten eines instrumentellen Ansatzes zur Lösung desselben technischen Problems führt Leibniz in VII, 1 N. 142 aus.



[*Fig. 1*]

Sint plurima frusta, A. B. C tot scilicet quot ad summam membra habere potest calculus qui faciendus est. Haec frusta poterunt quidem facile ad numerum millenarium ascendere; pro calculis complurium incognitarum, sed et ille sufficiet credo. Sint totidem globi, D. E. F. quot literae sive cognitae sive incognitae. Ex quolibet globo exeat filum ad quodlibet frustum, quo filo regetur forma aenea vel stannea gerens literae characterem. Cum globum tanges in omnibus frustis litera ejus apparebit, si modo omnibus frustis laxata sunt frena. Nam in quibus laxata non sunt non apparebit. Quod Elaterioli ope fieri potest, quod cedet, tunc cum totum resistet. Aliisque multis modis pro multitudine scilicet frustorum, simplicioribus: aperies autem tot frusta quot membra calculus habere debet. Imo statim ab initio utile erit plura aperire frusta pro uno eodemque calculo; ita ut idem membrum appareat saepius, ut si debeat multiplicari $\begin{matrix}a\\b\\c\end{matrix}$ in $\begin{matrix}d\\e\\f\end{matrix}$ in $\begin{matrix}g\\h\\r\end{matrix}$, novem aperiantur frusta pro ipso a novem alia pro ipso b, et totidem pro c. Erunt ergo aperta 27 frusta nam et sub finem calculi tot erunt termini. Inde ex his frustis ipsius a, tria, item ex frustis ipsius b tria, et ex frustis ipsius c. itidem tria tantum aperiantur, quando trahimus globum d, et quando globum e, et quando globum f. Denique horum 27. frustorum triens aperietur cum tanges per g, et alius triens cum tanges h, et alius cum tanges r.

2 A. B. C *erg. L* 3 est, *(1)* sint f *(2)* Haec *L* 4 calculis *(1)* decem incognitarum *(2)* complurium *L* 6 regetur *(1)* character *(a)* ge *(b)* pergerens *(2)* forma *L* 6 gerens *(1)* nomin *(2)* nomen charact *(3)* literae *L* 10 membra *(1)* | ad *nicht gestr.* | rem *(2)* calculus *L* 12 in *(1)* $\begin{matrix}\mathrm{g}\\\mathrm{h}\\\mathrm{l}\end{matrix}$ *(2)* $\begin{matrix}\mathrm{g}\\\mathrm{h},\\\mathrm{r}\end{matrix}$ *(a)* novem *(b)* sex *(c)* novem *L* 14 a, *(1)* pari *(2)* tria, *L* 17 cum | tangens *ändert Hrsg.* | h, *L*

Sed quoniam calculus ostendere potest longe post debere adhuc id ipsum multiplicari per aliam quantitatem ut $\begin{matrix}m\\ n\\ p\end{matrix}$ tunc quilibet ex terminis prioribus, ut *aer* rursus debet triplicari, vel si mavis m, 27cuplari, et n itidem, et p itidem: et tunc non globos, sed frusta illa 27. in quibus *adg*, *adh*, etc. trahes, horum fila ad globos respondentia, mediantibus globis rursus trahent quidem ubique, sed non nisi apertis in locis apparebunt, ut primum in omnibus 27. ipsius m, post in omnibus 27 ipsius n, et denique ipsius p. In hoc ergo consistet artificium potissimum, ut non tantum trahantur frusta sed et trahant. Ita enim totus calculus factus momento propagari potest. Aperire frusta poterimus v. g. deprimendo nonnihil, ita, ut ipsa tractura facta rursus in statum ordinarium se restituant. Signa peculiari filo in singulis frustis repraesentari possunt, +. opus habet nullo, sed pro filo − hoc fieri potest, ut bis tractu se mutet in + seu abeat, tertia tractura se restituat. Idem poterit esse de quibuslibet aliis signis ambiguis litera repraesentatis. Cum idem globus saepius tactus idem quoque frustum saepius trahit cum effectu fit ut in eo frusto eadem litera ad plures ascendat dimensiones. Sed cum rursus ipso frusto aliud frustum trahimus, difficile mihi videtur efficere, ut idem numerus dimensionum in frusto quoque tracto sit. Et vix aliud concipi poterit medium quam hoc; ut eo ipso dum repetitis initio tractionibus crevit in frusto nunc trahente literae trahendae columna. An forte rectius fila plura ab eodem globo ad idem frustum ibunt parallela inter se, sed uno tractu non nisi unum habebit effectum (nulla nova apertura, sed ex natura rei) et ita unum post alterum, etsi literae non multiplicetur character forte, sed in eodem charactere numerus circumgyratione quadam. Quando autem trahitur frustum non per globum sed per aliud frustum, omnia fila quae in frusto trahente jam velut c a p t a sunt simul agent, etsi globum tantum trahant, et per globum aliud frustum, plus tamen ut faciant fieri potest, quam si traheret ipse globus, quia forte facere possumus, ut prolixius seu longius vel brevius attrahatur; quam si globum manu tetigissemus. Et ita cesset artificium

1 qvoniam *(1)* ex *(2)* calculus *L* 1 longe post *erg. L* 2 qvantitatem *(1)* Ubi utile *(2)* ut *(a)* 3 *(b)* $\begin{matrix}\mathrm{m}\\ \mathrm{n}\\ \mathrm{p}\end{matrix}$ *L* 2 ut | ael *ändert Hrsg.* | rursus *L* 4 horum *(1)* gl *(2)* fila *L* 4 respondentia, *(1)* per *(2)* mediantibus *L* 5 ut *(1)* in *(2)* primum *L* 9 ipsa *erg. L* 9 in *(1)* totum *(2)* statum *L* 10 habet *(1)* 0 *(2)* nullo *L* 13 cum effectu *erg. L* 15 dimensionum *erg. L* 17 columna | , seu filum eius ita factum brevius *gestr.* | . An *L* 18 rectius | ut *nicht gestr.* | | filo cuilibet additum sit aliud filum *gestr.* | fila *L* 21 qvadam. *(1)* Ut an *(2)* Sed *(3)* Qvando *L* 23 trahant, *(1)* sed p *(2)* tamen plus *(3)* et *L* 24 si *(1)* traherent ipsum frustum *(2)* traheret *L*

singularitatis filorum. Sed nondum satisfacit, subvenit tandem aliud artificium, nimirum globus trahit v. g. ter, literam cujusdam frusti. Ergo quaedam notae ut respondeant in frusto fieri potest. Ergo cum postea hoc frustum elevabitur filum illud transiens has notas ter vellicabitur, et ita exprimet tres dimensiones: et ita de caeteris, et hoc credo fere unicum esse remedium.

Porro eadem methodo etiam dividere poterimus; vel contrario motu, vel potius quia fila non possunt esse rigida atque adeo non servit regressus trahendo altius, seu longius. Sed tunc aperiemus non nisi ubi multiplicationis limitem tractio praeteriit, ne scilicet simul multiplicet et dividat.

Porro quoniam utile est non tantum conclusionem sed et vestigia calculi extare in charta, ideo impressoria arte, ex his characteribus semper exprimemus quae sunt ibi. Cum fiat, ut ex diversis multiplicationibus, idem membrum saepius confletur, hinc facilitate opus ad ista in unum jungendum aut destruendum. Ideo jam opus esset quoad frusta, ut in plano in quo sunt moveri sibique adjungi aut dejungi possint. Sed hoc caeterorum difficillimum, ob chordas sese implicantes.

Nota plura frusta non possunt simul elevari, alioqui idem globus simul tangeretur a pluribus quod confunderet. Nota etiam rectius deprimi quam elevari frusta.

Non ausim sperari hanc transpositionem in instrumento fieri posse.

1 satisfacit, *(1)* nimirum non *(2)* subvenit *L* 1 f. nimirum *(1)* filum *(2)* globus *L* 2 ut *erg. L* 5 fere *erg. L* 6 eadem *(1)* opera *(2)* methodo *L* 9 f. dividat. *(1)* Sed qvoniam labor describen *(2)* Porro *L* 12 multiplicationibus, *(1)* iidem *(2)* idem *L* 13 esset *erg. L* 13 f. frusta, *(1)* ut etsi summitas eorum sit in eodem plano, alia tamen aliis profundius per descendant *(2)* ut *L* 16 possunt | simuli *ändert Hrsg.* | elevari *L*

---

11 impressoria arte: vgl. die Überlegungen zur technischen Umsetzung einer Verbindung von Setzen und Drucken in VII, 1 N. 56.