

G O T T F R I E D W I L H E L M  
L E I B N I Z

SÄMTLICHE  
SCHRIFTEN UND BRIEFE

HERAUSGEGEBEN  
VON DER

BERLIN-BRANDENBURGISCHEN  
AKADEMIE DER WISSENSCHAFTEN  
UND DER  
NIEDERSÄCHSISCHEN AKADEMIE  
DER WISSENSCHAFTEN ZU GÖTTINGEN

SIEBENTE REIHE

MATHEMATISCHE SCHRIFTEN

ACHTER BAND

Copyright  
Inhaltsverzeichnis

2024

G O T T F R I E D W I L H E L M  
L E I B N I Z

MATHEMATISCHE SCHRIFTEN

HERAUSGEGEBEN VON DER

LEIBNIZ-FORSCHUNGSSTELLE HANNOVER  
DER NIEDERSÄCHSISCHEN AKADEMIE  
DER WISSENSCHAFTEN ZU GÖTTINGEN  
BEIM LEIBNIZ-ARCHIV DER  
GOTTFRIED WILHELM LEIBNIZ BIBLIOTHEK  
HANNOVER

ACHTER BAND

1670 – 1676

VARIA MATHEMATICA, NACHTRÄGE

Copyright  
Inhaltsverzeichnis

2024

LEITER DES LEIBNIZ-ARCHIVS: MICHAEL KEMPE

BEARBEITERINNEN UND BEARBEITER DIESES BANDES

SIEGMUND PROBST · ELISABETH RINNER

REGINA STUBER · ACHIM TRUNK

UNTER MITARBEIT VON ALEXANDRA LEWENDOSKI

Sofern nicht anders angegeben, werden die Inhalte dieses Dokuments von der Niedersächsischen Akademie der Wissenschaften zu Göttingen unter einer Creative Commons Namensnennung-Nicht kommerziell 4.0 International Lizenz ([CC BY-NC 4.0](#)) zur Verfügung gestellt.

Kontaktadresse: Leibniz-Archiv, Waterloostr. 8, D-30169 Hannover, Deutschland;  
E-Mail: [leibnizarchiv@gwlb.de](mailto:leibnizarchiv@gwlb.de)

Der gedruckte Band ist 2024 erschienen. Alle Rechte an der Druckausgabe liegen bei der Walter de Gruyter GmbH ([service@degruyter.com](mailto:service@degruyter.com)).

Except where otherwise noted, all content of this document is licensed by the Niedersächsische Akademie der Wissenschaften zu Göttingen under a Creative Commons Attribution-NonCommercial 4.0 International license ([CC BY-NC 4.0](#)).

Contact address: Leibniz-Archiv, Waterloostr. 8, D-30169 Hannover, Germany;  
e-mail: [leibnizarchiv@gwlb.de](mailto:leibnizarchiv@gwlb.de)

The printed volume was published in 2024. All rights to the print edition are reserved by Walter de Gruyter GmbH ([service@degruyter.com](mailto:service@degruyter.com)).



# INHALTSVERZEICHNIS





VORWORT .....	XIII
EINLEITUNG .....	XIX
I. Quellen .....	XXII
II. Themenschwerpunkte .....	XXVI
III. Notation .....	LVIII
EDITORISCHE HINWEISE .....	LXXIII
I. Textgestaltung .....	LXXV
II. Variantengestaltung .....	LXXVI
III. Siglen und editorische Zeichen .....	LXXVI
IV. Abkürzungen .....	LXXVII

## VARIA MATHEMATICA, NACHTRÄGE 1670–1676

### VARIA MATHEMATICA 1670–1676

1. De Discerptionibus numerorum [April – Dezember 1670 (?)] .....	5
2. Dispositions et complexions [April – Juli 1672] .....	9
3. Marginalien in Blaise Pascal, Traité Du Triangle Arithmetique .....	13
3 <sub>1</sub> . Zur Klapptafel [Frühjahr – Herbst 1672] .....	13
3 <sub>2</sub> . Zum Traitté des ordres numeriques [Herbst 1672 – Winter 1672/73] .....	16
3 <sub>3</sub> . Zu De numerorum continuorum productis [Ende 1672 – Frühjahr 1673 sowie Ende 1673 – Mitte 1674] .....	17
3 <sub>4</sub> . Zu Numericarum potestatum generalis resolutio [Ende 1672 – Frühjahr 1673] .....	18
3 <sub>5</sub> . Zu Potestatum numericarum summa [Juli – Dezember 1672] .....	19
3 <sub>6</sub> . Zu De numeris multiplicibus [Winter 1686/87] .....	20
4. Regula discerptionum et triscerptionum universalis [Juli – Dezember 1672] ..	25

5. Regula Discerptionum Universalis [Juli – Dezember 1672] .....	32
6. Observatio de logarithmis [Mitte Februar 1673] .....	33
7. Lalouverae speculationes geometricae 1673 .....	34
8. Diverse Figuren [Herbst 1673] .....	35
9. Generalia Geometrica [Mai – Oktober] 1674 .....	41
10. Tabula pythagorica in manu nostra inscripta [Mitte 1674 – Ende 1675 (?)] ..	46
11. Multiplicatio numerorum sexagesimalium [Mitte 1674 – Ende 1676] .....	48
12. Fractiones sexagenariae [Mitte 1674 – Ende 1676] .....	57
13. De characterum imperfectione [September – Oktober 1674] .....	59
14. Expressio unius literae per multas 4. September 1674 .....	60
15. De Machina Combinatoria, sive Analytica [September – Anfang Dezember 1674] .....	62
16. De Analyseos Historia [Oktober 1674 – Januar 1675] .....	66
17. Combinatoria [Oktober 1674 – Januar 1675] .....	78
18. Characteristica et combinatoria [Oktober 1674 – Januar 1675] .....	80
19. Schediasma de constructore Dezember 1674 .....	86
19 <sub>1</sub> . Pars prima .....	86
19 <sub>2</sub> . Pars secunda .....	98
19 <sub>3</sub> . Pars tertia .....	105
20. Constructor Dezember 1674 .....	110
21. De tabulis analyticis condendis [24. Dezember 1674 – Anfang 1675 (?)] .....	129
22. De condendis tabulis analyticis Januar 1675 .....	134
23. De formulis omnium dimensionum .....	136
23 <sub>1</sub> . De formulis omnium dimensionum, partes prima et secunda Januar 1675	136
23 <sub>2</sub> . De formulis omnium dimensionum, partes tertia et quarta Februar 1675	165
24. De aequationibus per logarithmos resolutis Juni 1675 .....	168
24 <sub>1</sub> . De aequationibus per logarithmos resolutis (num. 1) .....	168
24 <sub>2</sub> . De aequatione per logarithmos (num. 2) .....	188
25. Pascalii fragmentum [4. Juni 1675 – Januar 1676] .....	203
26. Règle pour trouver les ferries [Oktober – Dezember 1675 (?)] .....	208
27. Instrumentum ad constructionem aequationum [Mitte bis Ende Oktober 1675]	213
28. Formae Combinatoriae 28. Oktober 1675 .....	215
29. Calculus per divisiones 29. Oktober 1675 .....	220
30. De tabula combinatoria perfecta [31. Oktober – November 1675] .....	222

31. Überwärtsdivisionen und Rechenproben [Dezember 1675] .....	223
32. Sur le calcul des partis 7. Januar 1676 .....	226
33. De numero jactuum in tesseris Januar 1676 .....	257
34. Extrait d'un Fragment de Pascal [Januar – September 1676 (?)] .....	271
35. Datum et determinatum [erste Hälfte 1676 oder 1678 – 1679 (?)] .....	275
35 <sub>1</sub> . Datum est determinatum cognitum .....	275
35 <sub>2</sub> . Determinatum idem quod dabile .....	276
36. De Numero Formarum Februar 1676 .....	277
37. Progymnasmata de Solidorum Elementis [Februar – September 1676] .....	281
38. Diverses considérations mathématiques, notamment sur la courbe de Bertet et sur un canal à section trapézoïdale [um den 9. Februar 1676] .....	292
39. Variae figurae et fragmenta calculorum [Februar – April 1676] .....	299
40. Aus und zu Pierre Courcier, Supplementum Sphaerometriae 8. März 1676 ...	302
41. Logarithmica Curva [Ende April – November 1676] .....	309
42. De appropinquationibus analyticis [Ende April – November 1676] .....	319
43. Teil einer Gesprächsaufzeichnung mit Tschirnhaus [Mai 1676] .....	321
44. Cartesii cogitationes privatae 1. u. 5. Juni 1676 .....	322
45. Mea Geometria [Juli – September 1676 (?)] .....	355
46. L'instruction de Longimetric par une Station 4. September 16[76] .....	356
47. Nota ad Soverum [Oktober 1676 – März 1679 (?)] .....	362
48. Machina construendi aequationes per Logarithmicam [November 1676] .....	363
49. Generalis Diatyposis Ende 1676 .....	367

## NACHTRÄGE ZU GEOMETRISCHEN STUDIEN (Band 1)

50. Note sur les Nouveaux elemens de geometrie [Mitte 1674 – Ende 1675 (?)] ..	377
51. Generatio circuli [November 1675 – Januar 1676] .....	378

## NACHTRÄGE ZU ZAHLENTHEORETISCHEN STUDIEN (Band 1)

52. Tentamen ad problema sex quadratorum [September – Dezember 1672] .....	381
53. Marginalie in Jacques de Billy, Diophanti redivivi pars prior [August – Mitte September 1674 (?)] .....	392
54. Numerum datum dividere in duos quadratos Mai 1675 .....	394
55. Propositiones de triangulis rectangulis numericis [12. – 31. Dezember 1675] ..	396
56. Marginalie in Bernard Frénicle de Bessy, Traité des triangles rectangles en nombres [1676 (?)] .....	398

57. Ad Davenantii problema I November 1676.....	399
58. Ad Davenantii problema II [November 1676 (?)] .....	402

#### NACHTRÄGE ZU ALGEBRAISCHEN STUDIEN (Band 1 und 2)

59. De aequatione quadratica [Frühjahr 1673] .....	407
60. Exempla aequationis quadraticae et biquadraticae [10.–11. Oktober 1675] ...	415
61. Überlegung zu binomischen Ausdrücken [November 1675] .....	416
62. Notae ad triangula numerorum et ad algebram [erste Hälfte Mai 1676] .....	417
63. Ad theorema extractionum Neutoni [24. August – September 1676] .....	421
64. De aequationibus cubicis et biquadratis reductis [Oktober – Dezember 1676]	425

#### NACHTRÄGE ZU DIFFERENZEN, FOLGEN, REIHEN (Band 3)

65. De modis exprimendi series [Herbst 1672 – Anfang 1673] .....	431
66. De sectione potestatum per series [Ende 1675 – Anfang 1676 (?)] .....	432

#### NACHTRÄGE ZUR INFINITESIMALMATHEMATIK (Band 4 und 5)

67. De conoeidibus [Frühjahr 1673 (?)] .....	435
68. Notae ad radicum series [Frühjahr bis Sommer 1673] .....	437
69. Cylinder sinuum ex applicatis parabolicis [Sommer 1673] .....	439
70. Quadratura circuli ex hyperbolis derivata [Herbst 1673] .....	440
71. De solidis analyticis [Dezember 1674] .....	444
72. Tabula differentiarum et summarum [April 1675] .....	445
73. Quadratura per figurae complementum [Herbst 1675 (?)] .....	447
74. Problemata tangentium inversa [November 1675 – Ende 1676 (?)] .....	449
75. P. Berthet, Quadratura per progressionem geometricam 9. Februar 1676 .....	451
76. Marginalien in Philippe de La Hire, De cycloide [15. September 1676 – Mai 1678 (?)] .....	455
77. Invenire generatricem trochoidis [Ende 1676] .....	458

#### VERZEICHNISSE

PERSONENVERZEICHNIS .....	463
SCHRIFTENVERZEICHNIS .....	466

---

VERZEICHNIS DER ABKÜRZUNGEN VON SCHRIFTEN .....	485
SACHVERZEICHNIS .....	490
FUNDSTELLENVERZEICHNIS .....	514
CC-2-KONKORDANZ .....	517
ERWÄHNT LEIBNIZ-HANDSCHRIFTEN .....	518
BERICHTIGUNGEN ZU REIHE VII .....	519
I. Band 1 .....	519
II. Band 2 .....	527
III. Band 3 .....	529
IV. Band 4 .....	532
V. Band 5 .....	533
VI. Band 6 .....	534
VII. Band 7 .....	540



# VORWORT





Der achte Band von Leibniz' mathematischen Schriften schließt die Reihe der Bände aus der Periode bis zu seiner Ankunft in Hannover im Dezember 1676 ab. Der älteste Text, N. 1, ist im Jahr 1670 entstanden, die jüngste datierte Studie, N. 49, stammt von Ende 1676. Der Hauptteil umfasst insgesamt 77 Stücke; etwa zwei Drittel werden hier erstmalig gedruckt. Der Band enthält zum einen Nachträge zu den Bänden 1 bis 5, die sich dementsprechend mit Fragen der Geometrie, Zahlentheorie, Algebra und Infinitesimalmathematik sowie mit Differenzen, Folgen und Reihen befassen. Zum anderen präsentiert der Band Texte zu weiteren, bisher nicht behandelten Gebieten. In diesen *Varia mathematica* erörtert Leibniz beispielsweise Fragen der Kombinatorik, beschäftigt sich mit zwei grundlegenden Problemen der Wahrscheinlichkeitstheorie, führt Rechnungen im Sexagesimalsystem durch, setzt sich mit der Geschichte der Mathematik und ihrer Methoden auseinander, entwirft mathematische Instrumente (insbesondere den *Constructor*, einen Apparat zur Lösung algebraischer Gleichungen) oder befasst sich mit der Gleichungslösung mithilfe von Logarithmen. Hervorhebenswert sind nicht zuletzt auch Leibniz' Exzerpte aus Schriften von Blaise Pascal oder René Descartes — etwa die *Cartesii cogitationes privatae* —, die teilweise heute deren einzige Überlieferung darstellen.

Alexandra Lewendoski (Juni 2019 – Mai 2021) bearbeitete die Stücke N. 16, 49, Dr. Siegmund Probst die Stücke N. 6, 7, 13, 14, 17–20, 24, 27, 29, 37 (mit Frau Stuber), 47, 51–53, 59, 60, 63, 65–67, 69, 71, 73, 74, Dr. Elisabeth Rinner die Stücke N. 1, 3 bis 5, 8, 15, 21–23, 28, 30, 36, 38, 41, 42, 45, 48, 70, 75, 76, Dr. Regina Stuber die Stücke N. 10, 25, 34, 35, 40, 44 (mit Beiträgen von Herrn Probst, Frau Rinner und Herrn Trunk), 46, Dr. Achim Trunk die übrigen Stücke. Die Schlussredaktion (einschließlich Datierungen, Einleitung und Verzeichnissen) wurde von Herrn Probst, Frau Rinner, Frau Stuber und Herrn Trunk durchgeführt.

Unter Verwendung der Vorarbeiten von Herrn Christopher Ray'onaldo und Frau Jule Schwarzkopf für einen Teil der Texte haben Frau Manuela Mirasch-Müller (bis Februar 2023) sowie Frau Rinner und Herr Trunk mithilfe des Satzprogrammes  $\text{\TeX}$  die Druckvorlagen erstellt. Letztere besorgten ebenfalls den Umbruch mit bewährter Kompetenz und Sorgfalt. Ihnen allen sei für diese anspruchsvolle Tätigkeit herzlich gedankt.

Der Niedersächsischen Akademie der Wissenschaften zu Göttingen danke ich für die finanzielle Unterstützung unserer Arbeit und der Leitungskommission der Göttinger und der Berlin-Brandenburgischen Akademie der Wissenschaften für die stete Betreuung der Belange der Editionsstelle.

Der Ltd. Direktorin Frau Anne May und den Mitarbeiterinnen und Mitarbeitern der Gottfried Wilhelm Leibniz Bibliothek – Niedersächsische Landesbibliothek Hannover ist für die gute Zusammenarbeit zu danken. Für den vorliegenden Band hat sich zudem die Bereitstellung von hochauflösenden Digitalisaten samt Aufbereitung und Druckerlaubnis für die Abbildung des *Constructors* (N. 20) als besonders hilfreich erwiesen. Bei der Bearbeitung konnten gelegentlich Transkriptionen von Herrn Prof. Dr. Conrad Müller (Hannover) aus den 30er und 40er Jahren des 20. Jahrhunderts zum Vergleich herangezogen werden.

Der vorliegende Band hat in vielfältiger Weise von der Zusammenarbeit mit der internationalen Forschung und besonders mit den Projekten MATHEISIS (*Agence Nationale pour la Recherche*, N° ANR-17-CE27-0018-01 unter Leitung von David Rabouin und Valérie Debuiche, 2017–2021) und Philiumm (*European Research Council*, N° ADG-101020985 unter Leitung von David Rabouin, seit September 2021) profitiert. Michel Serfati (†, Paris) trug Vorarbeiten zur Edition von N. 36 bei, Davide Crippa (Prag) hat eine Transkription der Vorlage von N. 20 angefertigt, Ricardo Rodríguez Hurtado (Murcia) von N. 46. Morgan Houg (Paris) und Arilès Remaki (Paris) stellten die Texte ihrer Dissertationen zur Verfügung. Ihnen gilt unser herzlicher Dank. Für Hinweise auf Textkorrekturen ist besonders Simon Gentil (Paris) und Eberhard Knobloch (Berlin) zu danken, für weitere Hinweise Marinus Bierens (Middelburg), Erik-Jan Bos (Rotterdam), Cristina Candito (Genua), Javier Echeverría (Bilbao), Giorgio Erle (Verona), Ladislav Kvasz (Prag), Peter Myrdal (Turku), Miguel Palomo (Sevilla), Markku Roinila (Helsinki), Paolo Rubini (Berlin) und Kyoshi Sakai (Tokio).

Der Satz des Bandes ist vom Leibniz-Archiv mithilfe des von Herrn John Lavagnino und Herrn Dominik Wujastyk entwickelten und von Herrn Prof. Dr. Herbert Breger auf die Leibniz-Ausgabe erweiterten T<sub>E</sub>X-Makropakets EDMAC erstellt worden. Mein besonderer Dank gilt Herrn Dr. Uwe Mayer und Frau Dr. Elisabeth Rinner für ihren kompetenten und engagierten EDV-Einsatz in der Pflege und Weiterentwicklung des Makropakets sowie der Konzeption neuerer Makropakete. Die Figuren wurden mit den Programmen WINGEOM und WINPLOT von Herrn Richard Parris (Phillips Exeter Academy, Exeter, NH) erstellt und in T<sub>E</sub>X weiterbearbeitet. Herr Mayer hat den Band

abschließend durchgesehen. Für die sehr gute, unkomplizierte Zusammenarbeit bei der Drucklegung danke ich dem Verlag De Gruyter Brill, namentlich Frau Dr. Serena Pirrotta und Herrn Florian Ruppenstein. Der Verlag hat wieder eine pdf-Datei zum Ausdruck erhalten. Seit November 2022 standen Teile des Bandes in unkorrigierter Fassung im Internet. Auf die Konkordanzen und Kumulierungen im Internet (<https://leibnizedition.de>) sei verwiesen.

Hannover, November 2024

Michael Kempe



# EINLEITUNG



Der vorliegende Band 8 schließt die Gruppe der Bände 1–8 der Reihe VII ab, in denen die mathematischen Studien von Leibniz bis Ende des Jahres 1676 ediert werden. Er besteht aus einer Sammlung inhaltlich disparater Texte, die nicht den Themen der früheren Bände zugeordnet wurden (N. 1–49), sowie aus einer Reihe von Nachträgen zu den Bänden 1–5 (N. 50–77).

Von den 77 Hauptnummern des Bandes wurden 20 von Leibniz selbst datiert (N. 7, 9, 14, 19, 20, 22–24, 28, 29, 32, 33, 36, 40, 44, 46, 49, 54, 57, 75). Etwa zwei Drittel des Bandumfangs sind Erstdrucke, 19 Stücke waren bisher vollständig im Druck zugänglich, vier in Auszügen. Zum größten Teil handelt es sich bei den bereits gedruckten Texten um Studien zur Kombinatorik und zur Determinantentheorie, die erstmals von Eberhard Knobloch ediert worden sind (*LKK* 1, *LKK* 2, *LDK*). Hinzu kommen Exzerpte von Leibniz aus Papieren von R. Descartes und Bl. Pascal, die bereits in verschiedenen Werkausgaben und in Übersetzungen zugänglich sind (N. 25, 34, 37, 44).

Die 49 Hauptnummern der *Varia Mathematica* zeigen in chronologischer Abfolge zunächst Leibniz' Beschäftigung mit der *Ars combinatoria* bis zum Ende des Jahres 1672 (N. 1–5). 1673 folgen eine Aufzeichnung mit Figuren zu diversen Themen (N. 8) und kurze Notizen zu mathematischen Quellen (N. 6, 7), ab 1674 auch ausführliche Studien zu Geschichte und Methoden (N. 9, 16), zuletzt die *Generalis diatyposis* (N. 49) von Ende 1676, kurz nach der Ankunft in Hannover. In das Jahr 1674 fällt auch eine Reihe von Studien zu Rechenverfahren und Zahlensystemen (N. 12–15), Ende 1675 entstanden sind Aufzeichnungen zur Kalenderrechnung (N. 26) und zu Divisionsverfahren (N. 29, 31), Anfang 1676 die umfangreichen Untersuchungen zur Wahrscheinlichkeitsrechnung und Spieltheorie (N. 32, 33). 1674 werden auch die Untersuchungen zur *Ars combinatoria* und zur *Ars characteristica* wieder aufgenommen (N. 14–18) und bis ins Jahr 1676 fortgesetzt (N. 21–23, 28–30, 36). In den Dezember 1674 fallen die umfangreichen Studien zum *Constructor*, dem Instrument zur Lösung algebraischer Gleichungen (N. 19, 20). Weitere Instrumente entwirft oder rezipiert Leibniz in N. 15, 27, 44, 46, 48. Im Juni 1675 wendet sich Leibniz der Gleichungslösung durch Logarithmen zu (N. 24), ein Thema, das er wiederholt bis in den November 1676 aufgreift (N. 41, 42, 48).



Leibniz hatte wohl erstmals im Juni 1675 Einsicht in hinterlassene Papiere von Bl. Pascal nehmen können (III, 1 N. 53), das von G. Filleau des Billettes zur Verfügung gestellte Fragment (N. 25) stammt möglicherweise bereits aus dieser Zeit. Anfang 1676 werden ihm weitere Schriften aus dem Nachlass zugänglich gemacht, aus denen er die Exzerpte aus der *Introduction à la geometrie* (N. 34) und die in Band VII, 7 (N. 61 bis 65, 72) gedruckten Texte anfertigen kann. Ebenfalls im Jahr 1676 entstanden sind die *Progymnasmata de solidorum elementis* (N. 37) und die *Cartesii cogitationes privatae* (N. 44), beides Auszüge von Manuskripten aus dem Nachlass von R. Descartes. Nach dem Verlust der Originale von Pascal und Descartes stellen diese Exzerpte und Abschriften (mit der Ausnahme von N. 25, wovon eine weitere Abschrift existiert, sowie einigen Zitaten bei anderen Autoren) die einzigen Textzeugen dieser Schriften dar. Im Fall von N. 44 ist auch die Abschrift von Leibniz verschollen und der Text nur durch den Druck von 1859 überliefert. Aus dem Jahr 1676 stammen außerdem die Aufzeichnungen aus Gesprächen mit P. Bertet (N. 38), E. W. von Tschirnhaus (N. 43) sowie die Abschriften von bzw. Bemerkungen zu Werken von P. Courcier (N. 40), Ch. Bourgoïn (N. 46) und B. Soverus (N. 47). Auch die Aufzeichnungen in N. 39 sind möglicherweise während eines Gesprächs im selben Jahr entstanden. Schwer zu datieren sind die kurzen Notizen *Datum et determinatum* (N. 35) und *Mea geometria* (N. 45).

Auch in seiner Pariser Zeit verfasst Leibniz die Mehrzahl seiner mathematischen Schriften in lateinischer Sprache. Der vorliegende Band spiegelt diesen Umstand wider: In über 85 % des Umfangs ist Latein die Hauptsprache; abgesehen von einer halben Seite, die auf Deutsch verfasst ist, entfällt der Rest auf Französisch.

## I. QUELLEN

Die antiken Autoren werden im vorliegenden Band nur selten und vornehmlich in den historischen Abrissen erwähnt (N. 9, N. 16). Eine etwas größere Rolle spielen Archimedes und Euklid. In N. 23<sub>2</sub> bemerkt Leibniz, dass die Resultate der Infinitesimalmethode durch Widerspruchsbeweise nach der Art von Archimedes abgesichert werden müssen, in N. 40 erhofft er sich von der Anwendung der Methoden von Archimedes weitere Resultate in der sphärischen Geometrie. Bei Euklid erwähnt Leibniz die Rolle der Axiome (N. 16) und die Theorie der ähnlichen Dreiecke (N. 32). Apollonios wird nur in zwei Studien (N. 9, N. 16) in Bezug auf seine Rolle für die historische Entwicklung der Mathematik sowie in einer Abschrift eines Textes von Pascal (N. 25) erwähnt.

Auch die meisten Autoren des 16. und frühen 17. Jahrhunderts werden lediglich in den geschichtlichen Darstellungen genannt (Cardano, Cavalieri, Clavius, Galilei, Gosselin, Guldin, Jungius, Stevin, Torricelli, Valerio). Bei der Darstellung der Geschichte der Lösungsmethoden für kubische Gleichungen bezieht sich Leibniz auf S. del Ferro, auf G. CARDANO, *Artis magnae sive de regulis algebraicis liber unus*, 1545, sowie auf die einschlägigen Stellen bei Fr. Viète und Descartes (N. 9). Von Viète werden außerdem die Einführung der symbolischen Algebra und weitere spezielle Methoden der Gleichungslösung angeführt (N. 9, 16, 20, 28, 63). Im Bereich der *Ars combinatoria* wird zudem inhaltlich Bezug genommen auf F. Maurolico (N. 23<sub>1</sub>), G. P. Harsdörffer (N. 4) und D. Schwenker (N. 1), die Publikationen der beiden letzteren bildeten bereits eine wichtige Quelle für die *Dissertatio de arte combinatoria*, 1666 (VI, 1 N. 8). Ebenfalls dort erwähnt war mit J. Chr. Sturm ein zeitgenössischer Autor, auf den Leibniz auch in N. 17 hinweist. Leibniz verwendet die kombinatorischen Begriffe *conternatio* oder *conquaternatio* (N. 2, 3<sub>1</sub>, 21), die wohl auf M. MERSENNE, *Harmonicorum libri*, 1635, zurückgehen. Zum Zusammenhang von Hyperbelfläche und Logarithmus verweist Leibniz zweimal auf Gr. de Saint-Vincent (N. 19, N. 24). Aus dem Werk von B. SOVERUS, *Curvi ac recti proportio promota*, 1630, notiert sich Leibniz Bemerkungen zu den Voraussetzungen für eine Lösung der Kreisquadratur und zum Zusammenhang von Kreis und Hyperbel (N. 47).

Mit etwa 30 direkten oder indirekten Verweisen bildet auch im vorliegenden Band die *Géométrie* von Descartes in der zweiten Auflage der lateinischen Ausgabe von Fr. van Schooten zusammen mit den angehängten Kommentaren und den zusätzlichen Studien weiterer Autoren für Leibniz eine der wichtigsten Quellen. Das Werk spielt nicht nur eine große Rolle für den Beginn des Studiums der zeitgenössischen Algebra durch Leibniz (N. 59), sondern zusammen mit weiteren Publikationen van Schootens auch für seine Rezeption spezieller Ergebnisse von A. Girard, H. van Heuraet, J. Hudde und Chr. Huygens, die dort überliefert sind (N. 16, 21, 23, 33). Kritisch geht Leibniz auf van Schootens programmatische Äußerungen im Vorwort zur *Geometria* ein (N. 16), zweimal erwähnt er einen langwierigen algebraischen Beweis einer Aussage von Descartes (N. 16, 18), einmal ein Verfahren zur Gleichungslösung (N. 24). Außerdem wird mehrfach auf van Heuraets Rektifikationsmethode (N. 16, 23<sub>1</sub>, 24) verwiesen, bei Hudde auf die Tangentenmethode, die Klassifikation der Kurven und die Methoden zur Gleichungslösung (N. 16, 19, 21, 22, 23<sub>1</sub>). Neben den anerkennenden, teilweise aber auch kritischen Stellungnahmen zur Rolle von Descartes für die Entwicklung der Mathematik und zu den Grenzen von dessen Methode (N. 9, 16, 20, 45) sind im vorliegenden Band vor allem die Exzerpte aus

Papieren im Nachlass von Descartes als Zeugnisse für die Rezeption durch Leibniz zu nennen (N. 37, 44; s. u. den Abschnitt II, 8). Von P. de Fermat nennt Leibniz ausdrücklich die Quadratur der höheren Parabeln und die Extremwertmethode (N. 16). Auf ein zahlentheoretisches Theorem von Fermat, das Pascal zitiert (N. 25), weist Leibniz im Januar 1675 hin (N. 23<sub>1</sub>).

Schon kurz nach seiner Ankunft in Paris setzt Leibniz sich mit Bl. PASCAL, *Traité du triangle arithmétique*, 1666, auseinander, wie die Marginalien in seinem Handexemplar zeigen (N. 3, vgl. dazu Abschnitt II, 1). Ergebnisse von Pascal werden im Zusammenhang historischer Ausführungen erwähnt (N. 16), zu den bereits oben angeführten Exzerpten und Abschriften aus Handschriften Pascals (N. 25, 34) s. u. den Abschnitt II, 8.

Auch die von A. Arnauld verfassten, doch 1667 anonym veröffentlichten *Nouveaux elemens de geometrie* lernt Leibniz wohl schon zu Beginn seines Aufenthaltes in Paris kennen: Er erwähnt das Werk in der zweiten Hälfte des Jahres 1672 (N. 4) und schreibt es dabei bereits dem richtigen Autor zu. Auch in N. 10 und N. 50 bezieht er sich auf die *Nouveaux elemens*.

Mit N. 67 veranschaulicht ein weiterer Text die Bedeutung von H. FABRI, *Synopsis geometrica*, 1669, für die von Leibniz im Frühjahr 1673 durchgeführten Studien zur Infinitesimalmathematik (vgl. VII, 4 N. 1).

Leibniz wird offenbar bei seinem ersten Aufenthalt in London auf die im Januar 1673 in den *Philosophical Transactions* gedruckte Tangentenmethode von R.-Fr. de Sluse aufmerksam, aus der er Auszüge anfertigt (VII, 4 N. 6). Vermutlich ebenfalls im Frühjahr 1673 (N. 59) notiert er eine Rezension in den *Philosophical Transactions* von dessen *Mesolabum*, 1668, ein Werk, das er Mitte 1674 exzerpiert (VII, 7 N. 16).

Auf die Methoden von Sluse verweist er in N. 16, auch die Erwähnung von Chr. Wren beruht auf einem Artikel aus den *Philosophical Transactions*. In Hinsicht auf die Kontroverse zwischen Th. Hobbes und J. Wallis um die symbolische Algebra vertritt Leibniz die Ansicht, dass Wallis die Gültigkeit der Methoden ausreichend demonstriert habe (N. 16), und er würdigt wiederholt dessen Leistungen in der Infinitesimalmathematik (N. 16, 18, 19, 24). Auch die Überlegungen in N. 71 gehen wohl auf eine Lektüre von Schriften von Wallis zurück, die ebenso die Quelle für das in N. 49 erwähnte Resultat von W. Brouncker darstellen.

Aus dem Jahr 1674 stammen Texte, die sich mit zahlentheoretischen Werken von J. de Billy (N. 53) und B. Frénicle de Bessy (N. 18) befassen. Mit einem weiteren Werk von B. FRÉNICLE DE BESSY, *Traité des triangles rectangles en nombres*, 1676, setzt

sich Leibniz bereits im Jahr vor dessen Erscheinen auseinander: Dank E. Mariotte, der den *Traité* des Anfang 1675 verstorbenen Frénicle zur Druckreife bringt, kann er Ende des Jahres das Manuskript einsehen. In diesem Zusammenhang entsteht die Notiz N. 55. Später erwirbt Leibniz ein Exemplar des gedruckten Werkes und bringt in ihm eine Marginalie an (N. 56).

Im Herbst 1674 erwähnt Leibniz einen eleganten geometrischen Beweis aus J. GREGORY, *Geometriae pars universalis* (N. 16), was möglicherweise der bisher früheste Beleg für sein Studium dieses Werkes ist, und Gregorys Versuch, die Unmöglichkeit der Kreisquadratur zu beweisen (N. 18).

Ohne direkten Bezug nutzt Leibniz in einem Ansatz von Januar 1675 die Schrift N. MERCATOR, *Logarithmotechnia*, 1668, bei dem er den von Mercator eingeführten Begriff *ratiunculae* verwendet (N. 231). In seiner Studie zur Anwendung des Logarithmus für die Lösung von Gleichungen verweist Leibniz auf die Reihenentwicklung von Mercator (N. 24).

Leibniz würdigt die Leistungen von Huygens in N. 16; die Erwähnung des erst 1693 im Druck erschienenen Beweises von Huygens für die Extremwertmethode von Fermat im Januar 1675 zeigt, dass Leibniz bereits zu diesem Zeitpunkt über diese Schrift informiert ist (N. 23). Wichtig sind für ihn aber auch Ergebnisse von Huygens auf einem anderen Gebiet: Als sich Leibniz im Januar 1676 mit dem Teilungsproblem, einer der klassischen Fragen der Wahrscheinlichkeitstheorie, befasst (N. 32), kennt er dessen Behandlung durch italienische Gelehrte des 15. und 16. Jahrhunderts — namentlich durch L. Pacioli, G. Cardano und N. Tartaglia — offenkundig nicht. Doch auch die Lösung des Problems, die Pascal in seiner einschlägigen Schrift *Usage du triangle arithmetique, pour determiner les partys qu'on doit faire entre deux joueurs qui jouent en plusieurs parties* angibt, nimmt Leibniz nicht zur Kenntnis, obwohl sie in Pascals *Traité du triangle arithmetique*, 1665, abgedruckt ist, von welchem Leibniz ein eigenes Exemplar besitzt. Dagegen verwertet er Ergebnisse, die aus Chr. HUYGENS, *De ratiociniis in ludo aleae*, 1657, stammen.

Bei seiner Bearbeitung der Frage, wie man den Wochentag eines historischen oder künftigen Datums berechnet (N. 26), verwendet Leibniz ein Beispiel, das in ähnlicher Form bereits C. SCHOTT, *Organum mathematicum*, 1648, angeführt hat, sowie ein weiteres, das sich bei S. MORLAND, *Arithmetick Instruments*, 1673, findet. Zudem arbeitet er hier mit der Zeitrechnung, die J. J. SCALIGER, *De emendatione temporum*, 1583, eingeführt hat.

Am 8. März 1676 fertigt Leibniz Exzerpte aus P. COURCIER, *Supplementum sphaerometriae*, 1675, an, die zusammen mit dem gedruckten Inhaltsverzeichnis in seinem Nachlass erhalten sind (N. 40). Eigene Studien zur sphärischen Geometrie stellt er erst in den frühen Jahren in Hannover an (vgl. z. B. LH 35 XI 3 Bl. 1–7). Gegen Ende seines Aufenthalts in Paris erhält Leibniz am 4. September 1676 von Bourgoïn eine Beschreibung von dessen Instrument zur Entfernungsmessung. Der Text ist in einer späteren Abschrift enthalten, die Leibniz mit Unterstützung von G. Lereimite dit Candor anfertigen lässt, mit dem er seit 1693 bekannt ist (N. 46). Vermutlich im Herbst 1676 ist ein Text entstanden, in dem Leibniz auf Schriften von I. Barrow und P. Mengoli verweist (N. 41).

## II. THEMENSCHWERPUNKTE

### (1) Kombinatorik, *Ars combinatoria* und *Ars characteristicæ*

Fast 40 % der Stücke mit einem Umfang von mehr als 140 Seiten weisen Bezüge zur *Ars combinatoria* auf, was diese Thematik zu einem Schwerpunktthema innerhalb der *Varia mathematica* macht. Im Band deutet sich das weite Spektrum von Themen an, die in diesen Bereich fallen. Gleichwohl gibt der Band kein vollständiges Bild, da sich Bezüge zur *Ars combinatoria* in vielen Bereichen des mathematischen und philosophischen Schaffens der Pariser Zeit finden lassen, wobei in den Stücken jedoch andere Themen dominieren, sodass diese Texte den vorausgehenden Bänden dieser Reihe oder auch Reihe VI zugeordnet wurden.

Im Anschluss an seine Kontaktaufnahme mit A. Kircher und als Reaktion auf dessen Veröffentlichung der *Ars magna sciendi sive combinatoria* wendet sich Leibniz in dem womöglich ältesten Stück der Mathematischen Schriften mit der Untersuchung von Zerfällungen (*discriptiones*) einer Thematik zu, die er in seiner *Dissertatio de arte combinatoria* (VI, 1 N. 8) zwar angerissen, aber seiner Auffassung zufolge nicht vollständig behandelt hatte (N. 1). Unter einer Zerfällung versteht er „die Aufzählung aller Teile einer gegebenen Zahl“. Gegenstand der Überlegungen ist die geometrische Folge 1, 2, 4, 8, 16, ... als Fall einer Zerfällung, aus der sich jede beliebige Zahl zusammensetzen lässt, wobei jedes Folgenglied maximal einmal auftritt. Im Anschluss an eine ausführliche Vorstellung verschiedener Anwendungen dieser Eigenschaft beginnt Leibniz mit ähnlichen Überlegungen zur Folge der Quadratzahlen, deren Darstellung er jedoch bald abbricht.

Während der Verweis auf den Begriff „Zerfällungen“ Leibniz’ damalige Verortung im deutschsprachigen Raum widerspiegelt, markiert N. 2 seine Übersiedelung nach Paris.

In den ersten Monaten seines Aufenthaltes übersetzt er einige kombinatorische Grundbegriffe, welche er 1666 in seiner *Dissertatio de arte combinatoria* (VI, 1 N. 8) definiert hatte, in die französische Sprache und erläutert sie. Im Mittelpunkt steht dabei der Begriff der *complexion*, einer ungeordneten Stichprobe aus einer gegebenen Grundmenge, in moderner Terminologie also einer Kombination ohne Wiederholung. Je nach dem *exponent de la complexion*, der Anzahl an auszuwählenden Elementen, unterscheidet er die *com2naison* (die er auch *combinaison* schreibt), die *con3naison*, die *con4naison* usw. Will er etwa drei Elemente aus einer zehnelementigen Grundmenge auswählen, spricht er von *toutes les con3naisons de 10 choses données*, und die jeweilige Anzahl solcher Kombinationen heißt *le nombre des complexions d'un exponent donnée*.

Weiterhin beschäftigt sich Leibniz auch in der zweiten Hälfte des Jahres 1672 mit Zerfällungen (N. 4 und 5). Ziel ist es, ein Verfahren zu identifizieren, mit dem sich die Gesamtheit aller Zerfällungen einer Zahl  $n$  für alle Grade  $k$  (d. h. Anzahl der Summanden der Zerfällung) ermitteln lässt. In einem fruchtlos gebliebenen ersten und einem ebenso nicht zielführenden und wieder gestrichenen zweiten Ansatz ordnet Leibniz die mithilfe der beiden Verfahrensansätze gewonnenen Zerfällungen für alle betrachteten  $n$  zum überwiegenden Teil jeweils nach aufsteigendem Grad in Tafeln an. Von dieser Struktur löst sich Leibniz schließlich. Stattdessen nutzt er ein Verfahren, bei dem er die Zerfällungen von 8 vom Grad 3 aus der gegebenen Menge von Zerfällungen von 8 vom Grad 2 entwickelt, das allgemein für Zerfällungen vom Grad 2 und 3 (*discrptiones* und *triscrptiones*) gilt (N. 4). Auf der Grundlage dieses Ergebnisses formuliert Leibniz schließlich eine Regel, für die er eine allgemeine Gültigkeit postuliert. Nach der Niederschrift auf demselben Blatt schneidet er sie aus und gliedert sie als separaten Text aus (N. 5).

Ein Großteil der Unterstreichungen und Marginalien an Bl. Pascals *Traité du triangle arithmétique* (N. 3) lässt sich auf die Zeit von Frühjahr 1672 bis Mitte 1674 datieren, und auch die zahlreichen Verweise auf dieses Werk in den anderen Bänden von Reihe VII verdeutlichen die Wirkung auf Leibniz' mathematisches Schaffen der Pariser Zeit. Auch wenn das Werk die Vielzahl und Vielfältigkeit der Themen erkennen lässt, die in einem Bezug zur *Ars combinatoria* stehen, liefern die wenigsten Anmerkungen und Unterstreichungen inhaltliche Ergänzungen zu Fragen aus diesem Themenkreis, sondern dokumentieren auf verschiedene Weise Leibniz' Auseinandersetzung mit Pascals Werk (vgl. Abschnitt II, 8, a). Explizite Bezüge zu Themen der *Ars combinatoria* werden jedoch in Leibniz' Ergänzungen auf den Seiten einer Klapptafel am Anfang des Sammelbandes, die das Arithmetische Dreieck zeigen, deutlich (N. 3<sub>1</sub>). Die ergänzten Tafeln



und Übersichten fassen Inhalte aus verschiedenen Schriften des Bandes zusammen, wobei Formalisierung und Terminologie der von Leibniz genutzten Praxis folgen. Bei der Erwähnung einer Verbindung der Summation der harmonischen Reihe zum Gegenstand der Schrift *De numerorum continuorum productis* (N. 33) weist Leibniz zudem auf ein Ergebnis seiner eigenen Arbeit hin, das — inspiriert von Pascals Arbeit zum Arithmetischen Dreieck — auf einem kombinatorischen Ansatz beruht.

Von der Beschäftigung mit der *Mathesis universalis* kommend und ausgehend von den Fragestellungen, mit denen er sich beim Lösen von Gleichungen konfrontiert sieht (Bd VII, 1 und 2), setzt sich Leibniz im Herbst 1674 mit dem Verhältnis von analytischer Geometrie und Algebra — neben *calculus analyticus* nutzt Leibniz in dieser Zeit auch die Begriffe *calculus literalis* und *calculus symbolicus* — und ihrer Formalisierung auseinander (vgl. auch Abschnitt II, 6, insbesondere die Ausführungen zu N. 16). Wenn der Bezug auch nicht immer explizit benannt ist, fallen einige der Texte, in denen sich Leibniz mit den Grundlagen des *calculus analyticus* auseinandersetzt, in die beiden unmittelbar aufeinander bezogenen Bereiche der *Ars combinatoria* und der *Ars characteristica*. Weitere Texte des Berichtzeitraums zum selben Themenkreis, der schlussendlich auch in den Bereich der *Ars inveniendi* fällt, sind bereits in Reihe VI dieser Werkausgabe veröffentlicht worden (VI, 3 N. 42–48, insbesondere N. 44).

Die Suche nach einer Vereinfachung des titelgebenden Problems, eine Größe durch andere auszudrücken und somit schlussendlich Lösungen für Gleichungen zu finden, stellt den zentralen Gegenstand von *Expressio unius literae per multas* (N. 14) vom 4. September 1674 dar. Da Leibniz es für ausreichend erachtet, dies für das „Rechnen mit Buchstaben“ zu tun und dafür Kombinationen einer Menge von *formulae* zu untersuchen, schlägt er vor, Tafeln geeigneter *formulae* mit ihren jeweiligen Lösungen auszuarbeiten. Die Anzahl der möglichen Kombinationen ist allerdings sehr hoch, und so skizziert Leibniz, welche Kombinationen von *formulae* die so entstehenden *tabulae analyticae* — in der Bezeichnung schlägt sich Leibniz’ Verständnis der vorgesehenen Nutzung der Tafeln nieder, die er als analytische Operation des *calculus analyticus* versteht — umfassen sollen.

In N. 17, das frühestens im Oktober 1674 entstanden ist, legt Leibniz das Verhältnis des *calculus analyticus* zur *Ars combinatoria* dar. Insbesondere führt er aus, dass viele Rechenoperationen im Kombinieren von Zeichen nach einigen wenigen Regeln bestehen. Als Hinweis auf das Potenzial, das ein Verständnis der Bildungsregeln für das Erkennen von Objekten, die der Wahrnehmung nicht direkt zugänglich sind, mit sich bringt, ver-

weist Leibniz darauf, dass es möglich sei, trotz Blindheit die Gesetzmäßigkeiten der Optik zu lernen, um so neue Theoreme und Instrumente entwickeln zu können. Anhand eines Beispiels verdeutlicht Leibniz schließlich, dass ein und dieselbe *formula* durch mehrere verschiedene Kombinationen von Ausdrücken zustande kommen kann.

In der sich ursprünglich auf demselben Blatt anschließenden N. 18 stellt Leibniz einige Überlegungen zur Rolle der *Ars characteristica* und der *Ars combinatoria* in verschiedenen Bereichen der Mathematik, allen voran dem *calculus analyticus* und der Geometrie, vor. Leibniz beginnt mit der Forderung nach einer neuen Charakteristik für die Geometrie, deren Zeichen (*characteres*) sich beim Kombinieren so verhalten sollen wie die bezeichneten Objekte (hier geometrische Figuren) bei den den Kombinationen der Zeichen entsprechenden Kombinationen der Objekte, sodass es möglich ist, bei Veränderungen von aus den Zeichen zusammengesetzten Ausdrücken unmittelbar die Veränderungen der dazugehörigen geometrischen Figuren nachzuvollziehen. Das zugrundeliegende Problem, dass die übliche Zeichenverwendung in der Geometrie relevante Eigenschaften der geometrischen Objekte nur unzureichend abbildet, hatte Leibniz schon zuvor in N. 13 thematisiert (vgl. auch Abschnitt II, 6). Im Folgenden stellt er in N. 18 das Rechnen im *calculus analyticus* als eine kombinatorische Operation vor, bei der entweder in synthetischen Schritten Ausdrücke nach bestimmten Kombinationsregeln gebildet werden, oder aber in analytischen Schritten der Ursprung solcher Ausdrücke ermittelt wird. Am Ende einer Reihe von Erläuterungen der Funktionen und Bedeutungen von Bestandteilen mathematischer Wissenschaften wie Theoremen, Definitionen oder Operationen, bei denen Leibniz häufig auf Vergleiche zur Sprache zurückgreift, vergleicht er die Rolle der Kombinatorik im *calculus analyticus* mit derjenigen der Grammatik und die der Charakteristik mit derjenigen der Orthographie. Aufgrund der für eine geeignete Formalisierung geforderten strukturellen Ähnlichkeit zwischen der „Sprache“ von Wissenschaften und ihrem Gegenstand hält es Leibniz für möglich, durch synthetisches Vorgehen auf der Ebene der Formalisierung Neues, das über das auf der Ebene des Gegenstands bekannte hinausgeht, zu erfinden (*invenire*). Darunter fallen die im späteren Verlauf des Stücks erwähnten Beispiele wie etwa irrationale Größen. Ebenso ermöglicht die Entsprechung auf der Ebene des Gegenstands Abkürzungen gegenüber dem Rechnen auf formaler Ebene. Als Beispiel benennt Leibniz seine Rechenmaschine (*machina arithmetica*). Die Frage, weshalb in manchen Fällen ein rechnerischer, in anderen hingegen ein geometrischer Ansatz auf eine einfachere Weise zu einem Resultat führt, ist Gegenstand der weiteren Ausführungen. Bei analytischen Ansätzen verweist Leibniz im Folgenden auf die Notwendigkeit, zwei



Vorgehensweisen zu unterscheiden, die auf Demonstrationen beziehungsweise Vermutungen aufbauen. In der Schlussbemerkung stellt er Überlegungen zur *Ars dechiffrandi* an. Diese kommt für ihn beispielhaft bei der Bestimmung des Bildungsgesetzes unendlicher Reihen, die als Ergebnis von Quadraturen auftreten, zur Anwendung.

Dieses Verständnis des *calculus analyticus* als kombinatorische Wissenschaft mündet in der Idee einer Maschine, mit deren Hilfe sowohl die als synthetisch als auch die als analytisch verstandenen Operationen durchgeführt werden können. Einen Ansatz zur Implementierung stellt Leibniz in N. 15 vor, wenngleich er am Ende aufgrund der Komplexität des Aufbaus von der Umsetzbarkeit dieser *Machina combinatoria, sive analytica* selber nicht vollends überzeugt ist (vgl. dazu genauer Abschnitt II, 5).

Um den Jahreswechsel 1674/75 arbeitet Leibniz den Ansatz, Tafelwerke zur Lösung von Gleichungen anzulegen, weiter aus. Anders als in N. 14 schlägt er nun in einem Konzept ihres Aufbaus (N. 21) vor, bei der Binnengliederung der weiterhin als *Tabulae analyticae* bezeichneten Sammlung im Anschluss an eine Berücksichtigung der Anzahl der Unbekannten der Unterscheidung verschiedener Gleichungstypen zu folgen. Leibniz betrachtet die Nutzung solcher Tabellen als analytische Operation innerhalb des *calculus analyticus*, die nicht zuletzt aus Ermangelung maschineller Verfahren, die die Idee seiner *Machina combinatoria* verwirklichen, eingesetzt werden könnte. Als Instrument, das einen wenn auch beschränkten Beitrag zu einer Lösung leisten kann, führt er hingegen den kurz zuvor entwickelten *Constructor* auf (vgl. Abschnitt II, 5).

In der auf Januar 1675 datierten N. 22 legt Leibniz einen weiteren Entwurf des Aufbaus vor. Im ersten Teil der *Tabulae analyticae* sollen die Lösung von Gleichungen in einer Unbekannten behandelt werden. Als Gegenstand des zweiten Teils führt Leibniz hingegen eine Auswahl von Methoden zur Behandlung von Gleichungsproblemen auf. Indem der dritte Teil Methoden zur Reduktion von Gleichungen in mehreren Unbekannten auf solche in einer Unbekannten gewidmet sein soll, sieht Leibniz auch hier eine Rückführung der Fragestellung auf Fälle vor, die im ersten Teil abgehandelt werden sollen.

Das Stück *De formulis omnium dimensionum* ist der Untersuchung von Fragestellungen zu Gleichungen der Form  $a^z f + a^{z-1} e y^1 + a^{z-2} d y^2 + a^{z-3} c y^3 + a^{z-4} b y^4 + \dots$  und abgeleiteten Formen gewidmet. Die beiden Teilstücke, die auf Januar (N. 23<sub>1</sub>) und Februar 1675 (N. 23<sub>2</sub>) datiert sind, werden ausführlich in REMAKI, *L'art combinatoire*, S. 288–290, 402–404, 483–488 und 523–530 diskutiert und in das weitere Schaffen von Leibniz eingeordnet. Um im ersten Teil von N. 23<sub>1</sub> zunächst zu einer allgemeinen Darstellung der Potenzen von  $x+b$  zu kommen, leitet Leibniz unter Verwendung von Arbeiten

anderer Mathematiker — insbesondere sind dabei Bezüge auf diverse Schriften in Pascals Band *Traité du triangle arithmétique* zu nennen — eine allgemeine Darstellung der Binomialkoeffizienten in Abhängigkeit vom Grad der Gleichung her, deren Eigenschaften er im Folgenden genauer exploriert. Danach wendet er sich der Bestimmung der Differenz zwischen einem gebrochenrationalen Ausdruck in  $y$  und demselben Ausdruck in  $y + \beta$  zu. Der erste Schritt, die Rückführung des Ausdrucks in  $y + \beta$  auf denjenigen in  $y$ , mündet in einer Tafel, aus der Leibniz die gesuchte Differenz entwickelt, indem er für jeden Grad des Zählers die jeweiligen Summanden tabelliert und die Berechnung des Nenners beschreibt. Leibniz charakterisiert dabei die Art seines Vorgehens wiederholt als kombinatorisches Verfahren — ein Verständnis, das durch seine Wahl der Darstellungsweise unterstrichen wird.

Der zweite Teil von N. 23<sub>1</sub> ist der Verallgemeinerung der Überlegungen auf beliebige Exponenten gewidmet. Leibniz führt die Frage auf das Problem zurück, in welche additive Darstellung der Ausdruck  $(x + \beta)^z$  für beliebiges  $z$  überführt werden kann, wofür er eine Lösung über eine geeignete Zerlegung des Exponenten sucht. Dafür verfolgt er den Ansatz, natürliche Exponenten auf rationale zu erweitern. Er vermutet, die Koeffizienten der Darstellung für den Exponenten  $\frac{n}{m}$  der  $n$ -ten Diagonale der von Pascal vorgesehenen Verallgemeinerung des Arithmetischen Dreiecks zur Basis 1 auf die Basis  $\frac{1}{m}$  entnehmen zu können, nachdem er zuvor eine interpolierte Fassung des arithmetischen Dreiecks entworfen hatte. Durch eine Untersuchung der Situation im Fall  $z = 2$ , das er auf  $\frac{4}{2}$  erweitert hatte, erkennt Leibniz die Fehlerhaftigkeit seines Ansatzes und beendet das Stück.

In der Fortsetzung in N. 23<sub>2</sub> verfolgt er stattdessen mit der Untersuchung von Reihenentwicklungen von  $y^{z-\omega}$  nach geeigneten Substitutionen von  $y$  einen neuen Ansatz. Die gefundene Darstellung erlaubt ihm jedoch nicht die erhofften Schlussfolgerungen, sodass er das Stück nach den als vierter Teil von N. 23 ausgewiesenen allgemeinen Betrachtungen zur Unterscheidung der Begriffe *infinitum* und *indefinitum* und über die Konsequenzen in der untersuchten Situation mit programmatischen Überlegungen zur Weiterführung der Untersuchungen der übergeordneten Fragestellung beschließt.

Ab Ende Oktober 1675 treten im vorliegenden Band erneut Stücke auf, in denen Fragestellungen aus dem Bereich des Zusammenspiels von *Ars combinatoria* und *Ars characteristica* im *calculus analyticus* und in der Geometrie thematisiert werden. Ohne zuvor die Unterschiede von *formae* zu beliebigen *formulae* genauer zu spezifizieren, stellt Leibniz in *Formae Combinatoriae* (N. 28) vom 28. Oktober einen Entwurf einer mehrstufigen Typisierung der Formen vor. Basierend auf dieser Unterteilung sieht er die Anlage

von Tafeln vor, in denen Formen bestimmter Typen auf eine beschriebene Weise miteinander kombiniert werden sollen, sodass die resultierende Tafelsammlung ermöglicht, Ergebnisse von Multiplikationen und Divisionen sowie Lösungen von Gleichungen zu finden. Im Anschluss und ohne weiter direkt Bezug auf die Thematik der Formen zu nehmen, wiederholt Leibniz seine Forderung nach einer geeigneten Beschaffenheit von Zeichen (*characteres*) für die Forschung, die er bereits in N. 18 formuliert hatte. Mit dem Desiderat von *characteres* für die Geometrie, die zugleich Informationen zum Ort (*situs*, *locus*) mit enthalten, behält Leibniz auch das Beispiel bei.

Der enge zeitliche Zusammenhang zur Beschäftigung mit Formen lässt den Text *Calculus per divisiones* vom 29. Oktober 1675 (N. 29) als einen weiteren Beleg für Leibniz' Beschäftigung mit Umformungen von Ausdrücken, der Frage ihrer Rückführbarkeit auf einfache Ausdrücke und die Suche nach einer angemessenen Formulierung der Ausdrücke erkennen (vgl. auch Abschnitt II, 2).

In einer kurzen Notiz, die am oder kurz nach dem 31. Oktober 1675 entstanden ist, beschreibt Leibniz einen Vorschlag für den Aufbau und die Generierung einer *tabula combinatoria* (N. 30), in der wie in N. 28 *formae* miteinander kombiniert werden sollen. Leibniz beschäftigt sich mit der Umsetzbarkeit des Vorhabens und gibt eine Abschätzung des Arbeitsaufwands für eine gegenüber dem ursprünglich im Stück vorgeschlagenen Umfang bereits reduzierte Fassung. Außerdem benennt er einzelne Probleme, die er bei der Realisation sieht, doch formuliert er die Hoffnung, Gesetzmäßigkeiten bei der Entwicklung der Tafel finden zu können, die den Arbeitsprozess erleichtern.

Aus dem Februar 1676 ist schließlich eine systematische Aufstellung aller *formae* bis zum Grad 9, deren jeweilige Anzahlen sowie der Zunahme der Anzahlen von Grad zu Grad erhalten (N. 36). Im Zentrum des Stücks steht jedoch die Problematik des Schlusses auf das *fundamentum* einer Folge allein auf der Grundlage der ersten Folgenglieder. Leibniz beobachtet, dass man zwei Zusammenhänge naheliegenderweise für das *fundamentum* halten könnte, solange man nur eine Aufstellung bis zum Grad 6 wie in VII, 1 N. 90 (ebenfalls von Februar 1676) vor Augen hat. Der tatsächliche Zusammenhang im Beispiel, der sich aus der Ansetzung der Folge ergibt, ist jedoch ein anderer. Für dieses eigentliche *fundamentum* könne eine Regel aus dem Bildungsgesetz der Formen hergeleitet werden. Leibniz, der sich kurz zuvor mit spieltheoretischen Fragestellungen beschäftigt hatte (N. 32 und 33), kleidet die Behandlung dieser Thematik in eine entsprechende Frage ein: Welches Problem muss gelöst werden, um einen fairen Einsatz bei einer Wette auf die Fortsetzung einer Folge festlegen zu können, von der man nur die ersten Glieder kennt?

Die Texte zur Wahrscheinlichkeitsrechnung schließlich komplettieren das Spektrum von Themen im Band, die auf kombinatorischen Ansätzen aufbauen (siehe Abschnitt II, 3).

## (2) Zahlensysteme und Rechenmethoden

Leibniz greift in N. 10 ein Verfahren auf, unter Zuhilfenahme der Finger beider Hände Multiplikationsaufgaben des kleinen Einmaleins durchzuführen. Das Verfahren beschreibt er ungewöhnlicherweise in deutscher Sprache, möglicherweise, um es einem Landsmann (etwa dem jungen Boineburg) zu erklären; sobald er aber zum eigentlichen Gegenstand seiner Niederschrift kommt, nämlich der Überlegung, ob man dieses Verfahren auf das große Einmaleins erweitern könne, wechselt er umstandslos ins Lateinische.

Erst in Hannover beginnt Leibniz, sich intensiver mit verschiedenen Stellenwertsystemen zu beschäftigen, doch vereinzelt widmet er sich bereits in Paris diesem Gebiet. So befasst er sich in N. 11 mit der Multiplikation einer dreistelligen Sexagesimalzahl mit einem unechten Bruch. Er erprobt hierbei eine Rechentechnik, bei welcher eine Ziffernfolge wechselweise als eine im Sexagesimal- oder als eine im Dezimalsystem ausgedrückte Zahl aufgefasst wird. Diese Ambivalenz drückt er, wenn auch nicht durchgängig, durch Gesperrrschreibung aus. Er setzt immer wieder neu an, doch seine auch unter diversen Rechenfehlern leidenden Versuche können verfahrensbedingt keine korrekten Ergebnisse hervorbringen. Wahrscheinlich bald nach Fertigstellung von N. 11 führt Leibniz in N. 12 eine kurze Rechnung mit Brüchen im Sexagesimalsystem durch, wobei er an grundsätzlichere Überlegungen, die er am Ende von N. 11 gemacht hat, anknüpft.

Ein Problem der Kalenderrechnung beschäftigt ihn in N. 26: Wie kann man, wenn man das Kalenderdatum eines vergangenen oder künftigen Ereignisses kennt, berechnen, an welchem Wochentag es stattgefunden hat oder stattfinden wird? Er notiert hierzu zunächst ein Verfahren, mit dessen Hilfe man den Wochentag des 1. März (alten Stils, was er aber nicht anmerkt) eines beliebigen Jahres berechnen kann. Sodann hält er eine Regel fest, mit der man aus beliebigen Kalenderdaten neuen Stils den zugehörigen Wochentag bestimmen kann. Und schließlich stipuliert er eine Regel, die den Wochentag zu einem Datum errechnet, bei welchem das Jahr nach der *période julienne* J. J. Scaligers, also mit dem 1. Januar 4713 v. Chr. als Epoche, angegeben ist.

In N. 29 untersucht Leibniz, ob es einfacher wäre, Multiplikationen durch Divisionen mit dem Kehrwert auszudrücken. Er gelangt jedoch zu dem Schluss, dass die Schreibweise mit Multiplikationen natürlicher und einfacher ist, besonders bei zusammengesetzten Ausdrücken.

In N. 31 befasst sich Leibniz mit der Rechentechnik der Überwärtsdivision. Er führt eine Reihe an Divisionen fünf- bis siebenstelliger durch dreistellige Zahlen durch, wobei er teilweise von der Standardmethode insofern abweicht, als dass er in umgekehrter Richtung, von rechts nach links also, rechnet. Zudem unterscheidet er nun die einzelnen Schritte der Rechnung, indem er die betreffenden Ziffern einfach, doppelt oder dreifach streicht oder durchkreuzt. Ob er hier möglicherweise Beispiele zu konstruieren versucht, mit denen er sein Rechenmaschinenmodell testen möchte, muss offenbleiben.

### (3) Wahrscheinlichkeitsrechnung

In zwei Stücken, N. 32 und N. 33, tritt Leibniz über die Spieltheorie auch in Kontakt mit der Wahrscheinlichkeitsrechnung: Im Januar 1676 befasst er sich mit zweien ihrer klassischen Probleme. Das erste darunter ist das sogenannte Teilungsproblem, das *problème des partis*; seine Behandlung gilt als Grundstein der modernen Wahrscheinlichkeitstheorie. Mit ihm befasst sich das umfangreichere, in französischer Sprache abgefasste Konzept N. 32. Gegenstand des Problems ist ein in mehreren Runden ausgetragenes Glücksspiel. Die Aufgabe besteht nun darin, den vor Spielbeginn von den Spielern geleisteten Einsatz gerecht zwischen diesen aufzuteilen, falls das Spiel abgebrochen werden muss, nachdem bereits einige Runden gespielt sind, das eigentlich vorgesehene Ende aber noch nicht erreicht ist. Wie Leibniz die Anforderung einer „gerechten“ Teilung versteht, erläutert er in N. 32 nicht, doch lassen seine Ausführungen erkennen, dass er eine Aufteilung gemäß der Gewinnwahrscheinlichkeiten anstrebt.

Der Schlüsselbegriff seiner Überlegungen ist jedoch nicht die *probabilité*, die Wahrscheinlichkeit; Leibniz verwendet diesen Begriff nur an einer einzigen Stelle, wobei dessen Bedeutung im vagen bleibt. Der Schlüsselbegriff lautet vielmehr *apparence*, was eigentlich das Eintreten eines ungewissen Ereignisses meint und in einer Weise verwendet wird, dass man sie als Maß für die relative Häufigkeit dieses Eintretens ansehen kann. Der methodische Ansatz besteht darin, das Verhältnis zweier *apparences* zueinander zu betrachten: Die *apparence* steht also nicht für sich, sondern ist stets in ein Verhältnis zu setzen. Dies trifft auch auf drei andere zentrale Begriffe zu (die ebenfalls nur implizit bestimmt werden), nämlich auf die *difficulté*, die *facilité* und die *possibilité*. Dabei ergibt sich das Verhältnis der *difficultés* zueinander aus der Zahl an Punkten, die den beiden Spielern zum Gesamtsieg noch fehlen. Zu den *facilités* gelangt man, indem man die Kehrwerte der jeweiligen *difficultés* bildet. Und das Verhältnis der *possibilités* erhält man, indem

man alle möglichen weiteren Spielverläufe bis zur Entscheidung betrachtet und ermittelt, wie viele dieser Pfade mit dem Gesamtsieg eines Spielers und wie viele mit dem seines Gegners enden.

Gut zwei Jahrzehnte zuvor hatte A. Gombaud, besser bekannt als Chevalier de Méré, das Teilungsproblem an Pascal herangetragen. Dieser hatte — nahezu zur gleichen Zeit wie auch Fermat, mit dem er sich brieflich darüber austauschte — eine Lösung gefunden, die auf den korrekt berechneten Gewinnwahrscheinlichkeiten beruhte. Pascal hatte seine Lösung auch in einer der Abhandlungen dargestellt, welche in seinem *Traité du triangle arithmétique* zusammengestellt sind. Als Leibniz N. 33 verfasst, kennt er Pascals *Traité* nicht nur, er besitzt sogar ein eigenes Exemplar, und es entgeht ihm nicht, dass sich eine der Abhandlungen mit dem Teilungsproblem befasst. Doch in seinem Handexemplar finden sich in dieser Abhandlung, anders als in einer Reihe der anderen (vgl. N. 3), keinerlei Spuren einer Auseinandersetzung, es gibt weder Randbemerkungen noch An- oder Unterstreichungen. Tatsächlich nimmt er weder Pascals Ansatz noch seinen Lösungsweg zur Kenntnis.

Stattdessen verfolgt Leibniz eigenständige Überlegungen. Diese führen ihn, während er seine Begrifflichkeit entwickelt, in rascher Abfolge zu einer Reihe an originellen Ideen für die Aufteilung, die von Pascals Regel abweichen und im Gegensatz zu dieser nicht exakt dem Verhältnis der Wahrscheinlichkeiten zueinander folgen. So erwägt er etwa, falls ein Spiel, für welches  $p$  Gewinnrunden vereinbart sind, beim Stande von  $g : f$  abgebrochen werden muss, den gesamten Einsatz im Verhältnis von  $(p + g) : (p + f)$  aufzuteilen. Dies bedeutet allerdings, dass dem zurückliegenden Spieler, gleichgültig, wie gering seine Aussicht auf den Gesamtsieg auch sein mag, stets mehr als ein Drittel des gesamten Einsatzes zustünde. Auch andere Aufteilungen, die Leibniz erwägt, erfüllen entweder nicht die unausgesprochene, doch selbstverständliche Bedingung, dass bei einem Unentschieden beide Spieler gleiche Teile erhalten, oder jene, dass der Anteil des führenden Spielers bei einem großen Vorsprung dem Gesamteinsatz entgegenstrebt. Dies gilt etwa für die Überlegung, den Anteil des gegnerischen Einsatzes, den der in Führung liegende Spieler erhält, über eine geometrische Reihe zu bestimmen. Es gilt aber ebenso für die Festlegung seines Gewinnanteils über eine umgekehrte harmonische Folge — eine Idee, die auf das Konzept der *facilité* zurückgeht.

Besondere Beachtung verdienen zwei der von Leibniz entwickelten Teilungsregeln. Eine erste Regel, die die eben genannten Bedingungen erfüllt, leitet er aus dem Umstand ab, dass der in Führung liegende Spieler, wenn er selbst  $g$  und sein Gegenspieler  $f$  Runden



gewonnen hat, einen Vorsprung von  $g - f$  Punkten besitzt und ihm noch  $p - g$  Punkte zum Gesamtsieg fehlen. Somit verhalte sich, so Leibniz, die Häufigkeit, mit der sein Gesamtsieg zu erwarten sei, zu der eines für ihn erfolglosen Ausgangs wie  $g - f$  zu  $p - g$ , und in eben diesem Verhältnis müsse der vom Gegenspieler geleistete Einsatz aufgeteilt werden: „C’est à dire la somme que mon adversaire a mis au jeu doit estre divisé en deux parties, dont l’une est [à] l’autre comme  $g - f$  à  $p - g$ , et mon adversaire est obligé de me donner la partie qui est comme  $g - f$ , le reste luy demeure.“ (S. 234 Z. 1–4) Dies bedeutet letztlich, dass die Aufteilung, wenn ein Spiel mit  $p$  Gewinnrunden beim Stande von  $g : f$  abgebrochen wird, im Verhältnis von  $(p + g - 2f) : (p - g)$  zugunsten des in Führung liegenden Spielers erfolgen soll. Leibniz selbst stellt allerdings keine Formel auf, sondern begnügt sich mit dem sprachlichen Ausdruck. Er verfolgt den Ansatz hier auch nicht weiter; in der Schrift *De incerti aestimatione* (VI, 4a N. 34) wird er gut zweieinhalb Jahre später aber auf ihn zurückkommen.

Zu einer zweiten Teilungsregel gelangt er über die Zwischenüberlegung einer Aufteilung im Verhältnis der *possibilités*, also der Anzahlen an verschiedenen Spielverläufen oder Pfaden, die den jeweiligen Spieler zum Erfolg führen. Er erkennt, dass sich diese Anzahl für einen Spieler, der bereits  $g$  der geforderten  $p$  Punkte gewonnen hat, auf kombinatorischem Wege als  $\text{com}\overline{p-g}\text{naison}$  bestimmen lässt, d. h. als Auswahl von  $p - g$  Elementen aus einer Grundmenge, nämlich aus der Gesamtheit aller Runden, welche maximal noch zu spielen sind. Die Anzahl dieser Runden gibt Leibniz aufgrund einer Flüchtigkeit mit  $2p - g$  an; tatsächlich sind es  $2p - g - f - 1$  Runden, aus denen genau  $p - g$  Runden auszuwählen sind, die der Spieler gewinnen muss. Nun handelt es sich bei einer  $\text{com}\overline{p-g}\text{naison}$ , modern gesprochen, um eine Kombination ohne Wiederholung von  $p - g$  Elementen aus der Grundgesamtheit. Es führen also  $\binom{2p-g-f-1}{p-g}$  Spielverläufe zum Gesamtsieg dieses Spielers und  $\binom{2p-g-f-1}{p-f}$  Pfade zu dem seines Gegners, und die Zwischenüberlegung verlangt eine Aufteilung des Gewinns im Verhältnis dieser beiden Zahlen. Dieses Verhältnis lässt sich noch kürzen, und man gelangt zu einer Teilung im Verhältnis von  $(p - f) : (p - g)$ , einer der denkbar einfachsten Teilungsregeln.

Fermat hatte einen ähnlichen Lösungsweg beschritten: Auch er zählte Spielverläufe, die er als gleichwahrscheinlich betrachtete, nämlich jene, die in der maximal noch zu spielenden Anzahl an Runden möglich sind. Allerdings schaute er nicht darauf, ob diese Runden tatsächlich alle ausgespielt werden müssen, oder ob der Sieger bereits vorher feststeht. Die Aufteilung, die Fermat auf dieser Grundlage stipulierte, erfolgt im Verhältnis der Zahl der Spielverläufe, in denen der eine Spieler den Gesamtsieg erringt, zur Zahl

jener Spielverläufe, in denen der Gesamtsieg seinem Gegenspieler zufällt. Anders als in Leibniz' Ansatz sind diese Spielverläufe tatsächlich alle gleichwahrscheinlich, womit die Aufteilung im Verhältnis der Gewinnwahrscheinlichkeiten erfolgt.

Leibniz erkennt aber rasch, dass die von ihm betrachteten Spielverläufe nicht gleichwahrscheinlich sind. Daher zieht er, um ihre Zahl zu gewichten, mit der *facilité* einen zusätzlichen Faktor heran. So gelangt er zu einer zweiten erwähnenswerten Teilungsregel. Er drückt sie allerdings nicht prägnant aus, sondern formuliert sie als Teil des Nebensatzes in einem Konditionalsatz: „... le partage doit estre fait en deux parties qui sont en raison des apparences de gagner ... , ou en raison composée du nombre des cas et de leur facilité ...“ (S. 247 Z. 17 – S. 248 Z. 2). Die Aufteilung soll also gemäß der Gewinnhäufigkeiten erfolgen, welche sich dieser Auffassung zufolge zueinander so verhalten wie die jeweiligen Produkte aus der Anzahl der für einen Spieler günstigen Spielverläufe — der *possibilité*, hier als *nombre des cas* bezeichnet — und seiner *facilité*. Diese zweite Teilungsregel lässt sich somit in die Formel  $(possibilité(G) \cdot facilité(G)) : (possibilité(F) \cdot facilité(F))$  kleiden, wobei  $G$  und  $F$  für die beiden Spieler stehen. Da die *facilités* als Kehrwerte der *difficultés* festgelegt sind, beträgt ihr Verhältnis zueinander  $(p - f) : (p - g)$ , womit es (was Leibniz ohne korrekte formelmäßige Wiedergabe seiner Ergebnisse nicht ersehen kann) genau dem der *possibilités* entspricht. Seine zweite Teilungsregel kann somit auch durch die Formel  $(p - f)^2 : (p - g)^2$  ausgedrückt werden. Diese originelle, von Leibniz jedoch nicht weiterverfolgte Lösung liefert in der Regel weit bessere Annäherungen an die Wahrscheinlichkeiten als andere einfache Teilungsregeln, wie sie vor ihm beispielsweise Pacioli, Cardano oder Tartaglia formuliert hatten.

Ein anderes Wahrscheinlichkeitsproblem — von A. Gouffier, dem Herzog von Roanais, an Leibniz herangetragen — ist Gegenstand des teils auf Latein, teils auf Französisch verfassten Stückes *De numero jactuum in tesseris* (N. 33). Leibniz entwickelt seine Gedanken zu diesem Würfelspielproblem auf einem Papierbogen, auf welchem er zuvor bereits ein Zerlegungsschema skizziert hatte, das zu einer anderen Fragestellung gehört: In N. 32 befasst er sich nämlich auch mit der Nebenfrage, wie groß die Aussicht ist, in dem dort betrachteten, in mehreren Runden ausgetragenen Spiel vier (oder allgemein  $p$ ) Runden in direkter Folge zu gewinnen. Hierzu stellt er dort ein nahezu identisches Zerlegungsschema auf und versucht, die Gewinnaussichten zu bestimmen, die bei Start des Zusatzspieles, nach der ersten, der zweiten oder der dritten gewonnenen Runde bestehen. Dabei ordnet er dem einen Endresultat — der Spieler hat vier (oder allgemein  $p$ ) Runden in Folge gewonnen — den Wert 1 zu, dem anderen Endresultat — ihm ist dies



nicht geglückt — den Wert 0. Während er in N. 32 aber zu dem unzutreffenden Schluss gelangt, dass sich die *apparence*, vier (allgemein  $p$ ) Runden nacheinander zu gewinnen, zu der *apparence*, hieran zu scheitern, wie 1 : 4 (allgemein wie 1 :  $p$ ) verhalte, notiert er auf dem Bogen von N. 33 die richtigen Erwartungswerte:  $\frac{1}{16}$  bei Start des Zusatzspieles,  $\frac{1}{8}$  nach dem ersten Sieg und so weiter. Doch streicht er sein Ergebnis teilweise aus und überschreibt Teile des Schemas. Er kommt auf diesen Ansatz nicht wieder zurück.

Das Problem des Herzogs von Roannais behandelt nun ein Spiel, bei welchem mehrere Würfel geworfen werden, und stellt hierzu die Frage, welches der den jeweiligen Gewinnaussichten entsprechende Einsatz sei, wenn der eine Spieler darauf setzt, dass keine Sechs fällt, der zweite hingegen auf mindestens eine Sechs wettet. Leibniz geht diese Frage an, indem er zunächst untersucht, wieviele verschiedene Ausgänge — die er französisch *faces*, lateinisch *facies* nennt — es beim Wurf zweier Würfel gibt, wenn sich diese nicht unterscheiden lassen. Sodann betrachtet er den Wurf von drei oder mehr Würfeln. Er findet mithilfe des Arithmetischen Dreiecks von Pascal den richtigen Ansatz zur Bestimmung dieser Zahl. Eine Flüchtigkeit verhindert allerdings, dass die von ihm angedeutete Verallgemeinerung zutreffend wäre. Ohnedies sind die Ausgänge (modern gesprochen handelt es sich um Kombinationen mit Wiederholung) nicht alle gleich wahrscheinlich, sodass das Problem über diesen Ansatz nicht gelöst werden kann.

Im Anschluss wechselt Leibniz dann zur Betrachtung unterscheidbarer Würfel. Auf dieser Grundlage untersucht er die allgemeinere Frage, bei wievielen Ausgängen des Wurfes einer festgelegten Anzahl solcher Würfel eine ebenfalls festgelegte Anzahl an Sechsen fällt. Hierzu erstellt er eine tabellarische Übersicht, die die korrekten Zahlen zum Wurf von ein bis sechs Würfeln mitsamt ihrer Berechnung zeigt. Die Zahlen für die jeweiligen Ausgänge kann er dann mithilfe des Arithmetischen Dreiecks verallgemeinern, wobei er auch andere Würfel als den Hexaeder berücksichtigt. So gelangt er schließlich zu einer allgemeinen Antwort, die sich weder auf eine Tabelle noch auf das Arithmetische Dreieck stützen muss; modern ausgedrückt lautet sie: Die Zahl jener Ausgänge eines Wurfes von  $T$  unterscheidbaren Würfeln, welche exakt  $R$  Sechsen aufweisen, ist gleich  $\binom{T}{R} 5^{T-R}$ . Leibniz wählt allerdings eine vorwiegend sprachliche Darstellung seiner Lösung und beschreibt die Berechnung der entsprechenden Zahl zwar umständlich, doch korrekt. Mit diesem Ergebnis lässt sich auch die Ausgangsfrage beantworten und das Problem des Herzogs von Roannais lösen.

#### (4) Gleichungslösung durch Logarithmenrechnung

Leibniz hat in verschiedenen Ansätzen versucht, Logarithmen für die Gleichungslösung einzusetzen, sowohl mit allgemeinen Verfahren wie durch von ihm konzipierte Instrumente (vgl. VII, 3 N. 38<sub>12–14</sub>, VII, 7 N. 67 sowie Abschnitt II, 5).

In der zweiteiligen Studie N. 24 versucht Leibniz in mehreren Ansätzen, eine Methode für eine zumindest näherungsweise Lösung algebraischer Gleichungen zu entwickeln. Dafür wandelt er, soweit möglich, Polynomgleichungen in Proportionalgleichungen um, aus denen er dann logarithmische Beziehungen entwickelt. Diese versucht er wiederum durch Anwendung von Rechenregeln für logarithmische Ausdrücke und durch Reihenentwicklung weiter zu behandeln, wobei er auch Erkenntnisse aus der Differenzenrechnung und Summierung von Reihen einsetzt. Dabei unterlaufen ihm mehrere Fehler, wie er nachträglich erkennt. Eine zu optimistische Einschätzung der erzielten Ergebnisse ergänzt und streicht er schließlich.

Am Beginn der mit dem Doppeltitel *Logarithmica Curva — Solutio aequationum per logarithmos* betitelten N. 41, die wohl 1676 entstanden ist, stehen zwei geometrische Probleme zur Logarithmuskurve, für die Leibniz Lösungswege skizziert, wobei ihm kleinere Fehler unterlaufen. Im Folgenden wendet er sich der Lösung von Polynomgleichungen zu, die er wie in N. 24 in Proportionalgleichungen umwandelt, um auch hier daraus entwickelte logarithmische Beziehungen zu betrachten. Zum einen versucht Leibniz, ein so entstandenes Gleichungsproblem über einen geometrischen Ansatz zu lösen, der darauf aufbaut, dass die Quadratur der Hyperbel über Logarithmen beschrieben werden kann, sodass die zu lösende Fragestellung in ein Flächenproblem umgewandelt wird. Über einen Koeffizientenvergleich mit multiplikativ erzeugten Hilfsgleichungen untersucht Leibniz im Folgenden, ob die gewünschte Zerlegung für Gleichungen bestimmter Grade möglich ist, da dies die Nutzung eines Instruments, das auf der Logarithmuskurve aufbaut, als weiteres, bequemerer Mittel ermöglicht, um die Lösung des aus der Polynomgleichung abgeleiteten Logarithmusproblems zu bestimmen. Die Figur zum Instrument stimmt in den wesentlichen Punkten mit derjenigen in N. 27 (vgl. Abschnitt II, 5) überein.

In N. 42, das auf demselben Blatt wie N. 41 entstanden ist und bis auf Abweichungen in einem Vorzeichen ein Beispiel behandelt, das auch Gegenstand der anderen Schrift ist, leitet Leibniz ebenfalls Proportionalgleichungen aus Polynomgleichungen ab und betrachtet deren logarithmische Beziehungen. Im ersten Ansatz glaubt er sich am Ziel, da er fälschlicherweise davon ausgeht, eine arithmetische Progression vor sich zu haben, erkennt den Irrtum jedoch selbst. In einem weiteren Lösungsansatz versucht er, die Lösung

durch eine Reihenentwicklung anzunähern, bricht den Ansatz jedoch bald ab. Teile der Umformungen in den Beispielen fließen in die Rechnungen in N. 41 ein.

### (5) Mathematische Instrumente

Bereits in seiner Zeit in Mainz hat sich Leibniz intensiv mit mathematischen Instrumenten beschäftigt und neben Entwürfen für eine Rechenmaschine (*Instrumentum panarithmicon Lebendige Rechenbank*, LH 42 V Bl. 17–19, gedr. MACKENSEN, *Vorgeschichte*, S. 128–138) auch ein universelles Instrument zur Behandlung geometrischer Probleme ins Auge gefasst (vgl. VII, 4 N. 4 S. 57). In den folgenden Jahren bis zu seiner Ankunft in Hannover im Dezember 1676 skizzierte Leibniz neben seiner Arbeit an der arithmetischen Rechenmaschine eine Reihe von Instrumenten zur Lösung spezieller mathematischer Probleme (vgl. z. B. VII, 4 N. 40<sub>4</sub>, N. 51<sub>2</sub>, N. 51<sub>3</sub>; VII, 7 N. 33, N. 44, N. 47, N. 49, N. 51, N. 52, N. 56, N. 67, N. 70). In den Texten des vorliegenden Bandes werden zahlreiche weitere Instrumente entworfen.

Kaum Beachtung in der Forschung hat bislang Leibniz' *Machina combinatoria, sive analytica* gefunden, mit der er in N. 15 auf die Entwicklung eines Instruments zur maschinellen Durchführung des *calculus literalis* abzielt. Leibniz diskutiert im Stück grundlegende Ansätze und Einzelaspekte von Ideen zur Implementierung der Rechenoperationen, sodass Details des im Verlauf des Texts immer wieder modifizierten Aufbaus des Instruments aus den Beschreibungen der Wirkweisen zumindest in Teilen erschlossen werden können. Die Grundidee besteht darin, *formulae* des *calculus literalis* als Summen multiplikativer Terme im Instrument zu instanziierten, indem für die beteiligten *characteres* Lettern auf eine Weise in einer Druckform im Instrument kombiniert werden sollen, sodass sie für den Druck des aktuellen Stands der Berechnung auf Papier genutzt werden kann. Die Lettern werden dabei durch Berühren oder Ziehen von Kugeln, die jeweils für ein an der Berechnung beteiligtes Zeichen stehen und die durch Drähte mit den *frusta* der Summanden der *formulae* verbunden sind, zur Druckform hinzugefügt, sofern dies durch die Einstellungen der nicht näher beschriebenen Bremsen, die zur Steuerung ihrer Instanziierung an jedem dieser Drähte angebracht sind, zugelassen wird. Die Diskussion von Vorschlägen zur Umsetzung verschiedener Teilaspekte des Instruments und zum Entwurf geeigneter Verfahren verdeutlichen die Verortung des Ansatzes in einem Verständnis des *calculus literalis* als Teil der *Ars combinatoria*, das sich auch in mehreren anderen Stücken der Zeit niederschlägt (vgl. Abschnitt II, 1), sodass das Instrument als Umsetzung eines Desiderats gesehen werden kann, das Leibniz in VI, 3 N. 44 formuliert

hatte. Nicht zuletzt aufgrund der hohen Anzahl von Drähten und damit verbundenen Schwierigkeiten beim Anordnen der Lettern in einer Ebene hält Leibniz den diskutierten Ansatz zur Implementierung der *Machina combinatoria, sive analytica* am Ende jedoch nur bedingt für realisierbar. Bezüge zum in etwa zeitgleich entstandenen Stück VII, 1 N. 142 deuten weitere Arbeiten an der Thematik an.

Besonders ausführlich sind Leibniz' Überlegungen zum *Constructor* für die Lösung algebraischer Gleichungen, der in zwei umfangreichen Handschriften von Dezember 1674 entwickelt und beschrieben wird (N. 19, N. 20). Im *Schediasma de constructore* (N. 19) geht Leibniz zunächst von der Gleichungslösung mittels Logarithmen aus, für deren mechanische Erzeugung er die im Oktober 1674 untersuchte Rolllkurve des Brennpunkts der Parabel einsetzen will (vgl. VII, 3 N. 38<sub>12</sub>). Er gelangt dann aber zu der Ansicht, dass damit lediglich die Wurzel aus reinen Potenzen gezogen werden kann, nicht jedoch aus Polynomen mit mehreren Termen. Nach Überlegungen zum Einsatz einer Logarithmuskurve (bzw. Exponentialkurve) und eines mehrstufigen Getriebes erwägt Leibniz eine Verschiebung der Gleichung, sodass nur noch positive Lösungen zu erwarten wären. In der neuen Gleichung wären dann die Terme mit geraden und ungeraden Exponenten abwechselnd positiv und negativ. Damit kann er die Konstruktion zu einer Art Proportionalzirkel vereinfachen, dessen erste Version die Lösung von Polynomgleichungen mit positiven Termen erlauben würde. Eine Verdoppelung des Mechanismus ließe dann eine Lösung der gesamten Gleichung zu. Die Konzeption des *Constructor* schließt dabei in zweifacher Hinsicht an Resultate von Descartes an: Die Repräsentation der Potenzen im Instrument beruht wie im cartesischen Proportionalzirkel auf dem Strahlensatz, während die Umformung der Ausgangsgleichung durch Verschiebung in die für die instrumentelle Behandlung erforderliche Form mit positiven Lösungen und alternierenden Vorzeichen der Koeffizienten das von Descartes entwickelte Verfahren verwendet.

Um den Jahreswechsel 1674/75 erwähnt Leibniz den *Constructor* und die *Machina combinatoria, sive analytica* in N. 21 bei der Erläuterung der Notwendigkeit, kombinatorische Tafeln anzulegen, als potentiell Mittel zum Lösen von Gleichungen, doch erachtet er letztlich den *Constructor* als hilfreicher.

Auf den Gedanken, eine Logarithmuskurve zur Gleichungslösung zu verwenden, kommt er im Oktober 1675 zurück. In dem angedachten Instrument sollen Ordinaten der Kurve durch feine Ketten verschoben werden, Leibniz vermutet jedoch, dass für ein exaktes Operieren Lineale erforderlich sein dürften (N. 27). Auf ein solches Instrument verweist er auch in einer Studie über die Lösung von Gleichungen über Logarithmen

(N. 41, vgl. Abschnitt II, 4), in der er eine Figur zum Instrument bringt, die in ihren wesentlichen Eigenschaften mit derjenigen in N. 27 übereinstimmt. Leibniz greift Überlegungen zu einem solchen Instrument im Mai 1676 wieder auf (VII, 7 N. 67). Im November 1676, auf der Reise nach Hannover, sieht er sich am Ziel angelangt (N. 48).

Ein Verfahren zur Entfernungsmessung hat Leibniz bereits 1671 in der *Notitia opticae promotae* für sich in Anspruch genommen (VIII, 1 N. 14 S. 132 u. S. 134), auf das er auch im April 1675 in seiner *Geometria amoenior* verweist (VIII, 2 N. 11 S. 128). Im selben Jahr befasst er sich in seinen Exzerpten aus R. HOOKE, *Animadversions*, 1674, mit dem Thema (VIII, 2 N. 2 S. 25 f. u. S. 37). Am 4. September 1676 erhält er von dem Augustinermönch Ch. Bourgoïn eine Anleitung für dessen instrumentelles Verfahren zur Entfernungsmessung, die in einer späteren Abschrift mit Korrekturen von Leibniz' Hand überliefert ist (N. 46).

#### (6) Programmatische Studien und Aussagen

Neben kleineren Bemerkungen, die das Verhältnis von „gegeben“ und „determiniert“ umreißen (N. 35), seine Leistungen mit denen von Descartes vergleichen (N. 45) oder feststellen, dass die mathematische Zeichensprache bisher nicht dazu ausreicht, die Informationen aus einer geometrischen Figur wiederzugeben (N. 13), ist ein Text aus dem Jahr 1674 zu nennen, in dem Leibniz ähnlich wie in den vermutlich kurz darauf entstandenen III, 1 N. 38<sub>2</sub> und VII, 6 N. 7 seine mathematischen, insbesondere geometrischen Ergebnisse aufzählt (N. 9). So rühmt er sich, ein Mittel gefunden zu haben, um sämtliche kubische Gleichungen zu lösen. Und er gibt an, er habe das Dreiecksproblem gelöst, bei welchem ein Dreieck mit gegebener Seite und gegebenem, dieser Seite gegenüberliegendem Winkel so zu konstruieren sei, dass die Seiten in harmonischem Verhältnis zueinander stehen. (Dieses Problem ist tatsächlich mit den angegebenen Mitteln lösbar, doch ist die Bearbeitung durch Leibniz bislang nicht gefunden worden.) Auch seinen Segmentsatz an der Zykloide (III, 1 N. 29) führt er an. Schließlich erwähnt er seine *méthode de l'universalité* (VII, 7 N. 10 u. 11), welche nicht nur den Rechenaufwand verringere, indem sie mehrere Fälle gleichzeitig behandle, sondern auch dabei helfe, verborgene Harmonien zu entdecken und somit Kategorien zu bilden, die durch allgemeine Ideen definiert seien.

In der Studie *De analyseos historia* (N. 16) gibt Leibniz einen Abriss der Geschichte der Algebra und der analytischen Geometrie. Er sieht Viète als den eigentlichen Gründer des *calculus literalis* und kritisiert Descartes. Dieser habe über seine eigenen Leistungen hinausgehend — von denen Leibniz ausdrücklich die Normalenmethode und die

Klassifizierung der algebraischen Kurven anerkennt — versucht, sich als Urheber dieser Wissenschaften darzustellen. Mit Fermat und G. P. de Roberval habe er jedoch zwei Gegenspieler gehabt, die Ergebnisse erzielen konnten, die mit der Methode von Descartes nicht erreichbar waren. Durch sein arrogantes Auftreten habe Descartes auch verursacht, dass Hobbes der Algebra kritisch gegenüberstand und sie später in der Kontroverse mit Wallis völlig ablehnte. Den Kritikern der Methode der analytischen Geometrie hält Leibniz entgegen, dass A. Girard, Descartes und Huygens mit ihr wichtige Resultate gewonnen hätten. Er gesteht I. Boulliau zu, dass mit der cartesischen Methode allein keine Quadraturen von Kurven gefunden werden können, und verlangt die Einbeziehung der Methoden von Archimedes und von Cavalieri. Generell sieht Leibniz die Algebra in ihren Grundlagen als gesichert an und beruft sich dabei auf ihre Eigenschaft als Theorie der Größen im Allgemeinen. Er stellt fest, dass für die Rechnung dieselben Axiome über Größen verwendet werden wie in den euklidischen Elementen, wendet sich aber gegen eine Überschätzung der Bedeutung der Algebra, die er bei van Schooten sieht. Leibniz plädiert für eine Pluralität der Methoden und weist darauf hin, dass die Anwendung geometrischer Operationen und algebraischer Gleichungen im Ganzen gesehen dieselben Resultate liefere und von Fall zu Fall die eine oder die andere einen kürzeren Weg zum Ziel biete. Abschließend spricht er sich dafür aus, ein Sammelwerk mit den wichtigsten mathematischen Theoremen und Beweisen zu erstellen, das er als größtes Desiderat der mathematischen Forschung ansieht.

In seiner Übersicht der ihm zur Verfügung stehenden Methoden in der reinen Mathematik (*Generalis diatyposis*, N. 49) unterscheidet Leibniz zunächst zwischen Rechenverfahren, die er in direkte und reziproke unterteilt, und Konstruktionen. Für erstere betont er die Wichtigkeit von Tafeln für Multiplikation, Division, Differenzen, Summen, Potenzen und Wurzeln. Er erwähnt die Verhältnis- und Proportionenlehre sowie eine Reihe von Verfahren zur Gleichungslösung. Dazu zählen im Einzelnen direktes exaktes oder approximatives Radizieren, Zerlegung in Gleichungen niedrigeren Grades durch Division, nach Möglichkeit Zerlegung in Linearfaktoren, die multiplikative Erzeugung von Hilfsgleichungen mit anschließendem Koeffizientenvergleich sowie Eliminationsverfahren bei Gleichungen mit mehreren Unbekannten. Konkret erwähnt er die Anwendung bei Diophantischen Problemen, für deren Lösung er auch die Methode des unendlichen Abstiegs anführt. Auf dem Gebiet der Reihenlehre erwähnt Leibniz die Binomialkoeffizienten, die Anwendung geometrischer und arithmetischer Reihen, die Differenzenmethode und ihre Umkehrung bei Reihen. Hinzu kommen die Betrachtung des Grenzwertes (*terminatio*),



der Konvergenz (*concurus*) mehrerer Folgen, von rekursiven Folgen, der Entwicklung von Ausdrücken mit Variablen im Exponenten in unendliche Reihen sowie der Darstellung des Bildungsgesetzes einer Reihe durch eine algebraische oder transzendente Gleichung. Am Beispiel der Kreisquadratur führt er die Methoden der Kettenbruchentwicklung und der Entwicklung in eine geometrische Reihe an. Für die Darstellung der letzteren erwägt er auch den Einsatz anderer Zahlssysteme als des dezimalen, konkret nennt er binäre, oktale und hexadezimale Systeme, ohne höhere auszuschließen. Auf diese Weise ließen sich alle für die Praxis benötigten Größen ausdrücken. Für weitere theoretische Untersuchungen befürwortet Leibniz den Einsatz von Rechenproben wie der Neunerprobe und der Methode der unbestimmten Koeffizienten. Diese sieht er vor allem bei geometrischen Problemen als erfolgversprechend an, die er durch Anwendung der Methoden der analytischen Geometrie lösen möchte. Dabei hält er die Erstellung von Tafelwerken (*catalogus curvarum*) für erforderlich, die auch die instrumentellen Konstruktionen der einzelnen Kurven enthalten sollen. Leibniz betont die Entsprechung von Differenzenbildung und von Summierung bei Reihen mit der Tangentenrechnung und der Quadratur von Kurven. Neue Erkenntnisse beansprucht er auch bei der Untersuchung der Krümmung und beim Berührungswinkel von Kurven erzielt zu haben. In der Infinitesimalrechnung erwähnt er zudem die Lösung von Differentialgleichungen, besonders mit der Methode der Reihenentwicklung, das fortgesetzte Differenzieren bzw. Summieren, die Quadratur durch Approximation von Kurven mit Polygonen, die Behandlung transzendenter Kurven. Durch die Anwendung der *Characteristica geometriae* erhofft er sich Erkenntnisse für die Erfindung von Maschinen und das Verständnis von Vorgängen in der Natur.

(7) Mitteilungen, gemeinsame Gesprächsnotizen, Exzerpte und Anmerkungen

Auch der vorliegende Band enthält eine Reihe von unmittelbaren Zeugnissen von Gesprächen, die Leibniz im Berichtszeitraum führt, von Notizen und Exzerpten aus und zu Handschriften und Publikationen sowie von Einträgen in Büchern und anderen Drucken in seinem Besitz.

Von größter Bedeutung sind die umfangreichen Exzerpte, die sich Leibniz aus Handschriften von Pascal (N. 25, N. 34) und von Descartes (N. 37, N. 44) gemacht hat, da sie nach dem Verlust der Originale für den größten Teil dieser Texte den einzigen Überlieferungsträger darstellen (s. Abschnitt II, 8 b–e).

Einen großen Umfang nehmen die Unterstreichungen und Marginalien ein, die sich über mehrere Schriften in Pascals *Traité du triangle arithmétique* verteilen (N. 3, siehe

auch Abschnitt II, 8 a). Während ein Großteil in die Zeit von Frühjahr 1672 bis Mitte 1674 und somit in die frühe Phase seines Parisaufenthalts datiert werden kann (N. 3<sub>1</sub> bis 3<sub>5</sub>), dokumentieren die Randbemerkungen an *De numeris multiplicibus* (N. 3<sub>6</sub>) auch die Nutzung in späterer Zeit.

Aus dem Jahr 1673 stammt eine kurze Aufzeichnung über die mathematischen Forschungen von S. de La Loubère, der kurz zuvor als Botschaftssekretär in die Schweiz abgereist war (N. 7). Leibniz notiert auch eine Mitteilung von J. Pell bei einem Gespräch im Februar 1673 über trigonometrische Folgen (N. 6).

In einer Marginalie von August oder September 1674 weist Leibniz auf die Erwähnung von J. Ozanam in J. de BILLY, *Diophanti redivivi pars prior*, 1670, hin (N. 53).

Die exzerptartige Übernahme aus dem *Traité des triangles rectangles en nombres* von B. Frénicle de Bessy, die sich in N. 56 (vgl. auch Abschnitt II, 11) findet, erfolgte wohl im Dezember 1675 und somit noch vor dem postumen Erscheinen des Werks im Jahr 1676. Die Marginalie in Leibniz' Exemplar der Ausgabe datiert wahrscheinlich auf das Erscheinungsjahr (N. 56).

Im vorliegenden Band finden sich auch Aufzeichnungen aus einem Gespräch von Leibniz mit Bertet vom 9. Februar 1676 (N. 75), die in Auszügen bereits als III, 1 N. 76 dieser Ausgabe veröffentlicht wurden. Im Anschluss an eine Figur zur Zykloide folgt eine Serie von Figuren zu Bertets Quadraturverfahren, die mit der Anwendung auf die Bertetsche Antiparabel endet. In einem unmittelbaren Zusammenhang mit dem Gespräch dürfte nicht nur die Figur der Bertetschen Kurve in N. 38 stehen, sondern auch die Bestimmung des Volumens eines Kanals im selben Stück, bei der die der Bertetschen Antiparabel zugrunde liegende Thematik der Hydraulik aufgenommen wird und die anhand einer hierfür auf dem Kopf stehend genutzten, ursprünglich als Teil des Gesprächs zur Quadratur entstandenen Figur durchgeführt wird (zu N. 38 vgl. auch Abschnitt II, 9).

Mit der sphärischen Trigonometrie befasst sich Leibniz im Januar 1676 (VII, 1 N. 22). Aus dem März 1676 stammen die umfangreichen Exzerpte aus P. COURCIER, *Supplementum sphaerometriae*, 1675 (N. 40), von dem Leibniz sich auch das gedruckte Inhaltsverzeichnis besorgt hat (LH 35 XIII 3 Bl. 207–208). Eine eingehende Beschäftigung mit dem Gebiet ist allerdings erst in Hannoverscher Zeit feststellbar (vgl. z. B. LH 35 XI 3 Bl. 1–7).

Im Mai 1676 führen Leibniz und Tschirnhaus ein Gespräch miteinander, wobei sie einige Notizen zu geometrischen Aspekten machen. Das Stück N. 43 gibt einen Teil dieser Aufzeichnung wieder, der Rest ist verschollen.



In seinem Exemplar von Ph. de LA HIRE, *De cycloide*, 1676, verweist Leibniz in einer Marginalie auf ein eigenes Ergebnis aus demselben Themenkreis (N. 76, vgl. auch Abschnitt II, 14). Ob der nur wenige Tage vor seiner Abreise aus Paris erschienene Druck noch dort in den Besitz von Leibniz übergang, konnte nicht abschließend geklärt werden.

Bei Leibniz' zweitem Londonaufenthalt im Oktober 1676 ist vermutlich das Exzerpt aus B. SOVERUS, *Curvi ac recti proportio promota*, 1630, entstanden (N. 47).

(8) Exzerpte aus Drucken und Handschriften von Pascal und von Descartes

(a) *Marginalien in Blaise Pascal, Traité du triangle arithmétique* (N. 3)

Ein wichtiges Zeugnis der Auseinandersetzung mit dem Werk von Pascal stellen neben den vielen expliziten Verweisen in den Schriften Leibniz' Anmerkungen und Unterstreichungen an dessen Sammelband *Traité du triangle arithmétique* dar, die sich zum großen Teil in die Zeit von Frühjahr 1672 bis Mitte 1674 datieren lassen.

In den Anmerkungen in Leibniz' Exemplar finden sich Verweise auf eigene Gedanken, die auf der Beschäftigung mit den Inhalten des Werks beruhen. So ergänzt Leibniz etwa auf den Seiten einer Klapptafel am Anfang des Sammelbandes, die das Arithmetische Dreieck zeigen, Tafeln und Übersichten, in denen er Inhalte aus verschiedenen Schriften des Bandes zusammengefasst präsentiert (N. 3<sub>1</sub>). Formalisierung und Terminologie passt er dabei an die von ihm genutzte Praxis an. Auf den Inhalt der Anmerkung und der ursprünglichen Tafel bezieht sich Leibniz häufig, so etwa in N. 23<sub>1</sub>. In einer Marginalie an den Text *De numerorum continuorum productis* (N. 3<sub>3</sub>) spricht Leibniz eine Verbindung zwischen dem Thema dieser Schrift und der Summation der harmonischen Reihe an, die er bei Pascal nicht erwähnt findet.

Die meisten unmittelbaren Spuren im Exemplar belegen die Art und Weise der Auseinandersetzung mit Pascals Texten. In N. 3<sub>4</sub> etwa unterstreicht Leibniz eine Stelle, bei der er zunächst eine Korrektur an Pascals Text für nötig hält, die er im Nachgang jedoch wieder zurücknimmt und streicht. Eine Passage in N. 3<sub>3</sub>, auf die Leibniz in dieser Kritik ebenfalls Bezug nimmt, ist ebenso mit einer Unterstreichung gekennzeichnet. Eine weitere Marginalie enthält eine Präzisierung des Texts von Pascal (N. 3<sub>5</sub>).

Außerdem haben Bemerkungen von Pascal zur Methodik und zur Philosophie Einfluss auf Leibniz' Arbeiten. Im *Traité des ordres numériques* unterstreicht Leibniz eine metamathematische Bemerkung (N. 3<sub>2</sub>). Bezüge auf diese Stelle, in der Pascal die Möglichkeit thematisiert, dieselbe Proposition auf unterschiedliche Weise zu formulieren, finden sich in VI, 3 N. 11<sub>2</sub> und N. 22<sub>2</sub>.

Während alle diese Marginalstellen und Unterstreichungen in die frühen Jahre von Leibniz' Aufenthalt in Paris datiert werden können, stellen die Marginalien an *De numeris multiplicibus* (N. 36) in zeitlicher Hinsicht einen Ausreißer dar. Leibniz übersetzt in ihnen Teile der Argumentationen und Berechnungen, die Pascal der zeitgenössischen Praxis gemäß in vollständigen Sätzen formuliert hatte, ohne in größerem Umfang mathematische Symbole zur Formulierung der Berechnungen zu gebrauchen, in eine stärker formalisierte Notation. Der Fehler, der Leibniz bei dem Versuch unterläuft, einen Teilschritt genauer auszuarbeiten, stellt eine Verbindung zu einer Gruppe von Stücken zu den Perioden von Dezimalbrüchen mit demselben Fehler her, die wohl im Winter 1686/87 entstanden sein dürften. Dass Pascal in diesen Stücken keine Erwähnung findet, unterstreicht, dass sein Einfluss auf Leibniz' Schaffen über die expliziten Verweise auf den Sammelband von Pascal hinausgeht.

(b) *Pascalii fragmentum Celeberrimis Matheseos professoribus* (N. 25)

Leibniz erhielt die Vorlage für seine Abschrift am 4. Juni 1675 zusammen mit anderen Handschriften von Pascal, die er spätestens im Januar 1676 zurückerstattete. Am 12. Juni 1675 erwähnt er diese Handschrift in einem Brief an H. Oldenburg und beschreibt ihren Inhalt als eine Übersicht über die geleisteten und geplanten mathematischen Schriften von Pascal: „Repertum est inter scripta ejus quoddam dedicationis genus, quo opera sua geometrica et numerica [...] inscribit et scripta sua in eo genere absoluta aut affecta memorat“ (III, 1 N. 55 S. 255 f.). Einige dieser Studien wurden 1665 postum im *Traité du triangle arithmétique* publiziert. Außerdem werden Schriften zu magischen Quadraten, eine Fortsetzung der *Tactiones* von Apollonios, des *Apollonius Gallus* von Viète, Abhandlungen über ebene und körperliche Örter, eine vollständige Behandlung der Kegelschnitte sowie der Perspektive als fertiggestellt genannt, ebenso die Rechenmaschine. Als noch nicht ausgearbeitet werden die Studien zur Gnomonik erwähnt, die für den Druck vorbereitete Schrift zum Vakuum wurde erst postum 1663 (wohl in einer anderen Fassung) publiziert. Der Text von N. 25 ist außerdem überliefert in einer Abschrift von P. Guerrier aus den 1730er Jahren, welche die Vorlage für den Erstdruck im Jahr 1779 bildete. Die Abschrift von Leibniz wurde erstmals 1908 für den Druck herangezogen.

(c) *Extrait d'un fragment de l'introduction à la geometrie* (N. 34)

Die Abschrift von Leibniz stellt den einzigen Zeugen für den Text von Pascal dar und wurde erstmals 1892 von C. I. Gerhardt publiziert. Die Vorlage für seine Abschrift hat

Leibniz möglicherweise zusammen mit oder nach Pascals Manuskripten zu den Kegelschnitten erhalten, welche ihm im Januar 1676 von É. Périer zur Verfügung gestellt wurden. Das Exzerpt enthält eine Gruppe von zehn Grundsätzen und Definitionen (*Premiers principes et definitions*) sowie zwölf Theoreme (*Theoremes connus naturellement*) zur ebenen Geometrie. Zu Beginn des kurzen, von Leibniz als Fragment bezeichneten Textes führt Pascal (wie vor ihm schon F. Patrizi) den Raum als eigentliches Objekt der reinen Geometrie ein. Diese Auffassung und der Grundsatz, dass Punkte sich nur durch ihre Lage unterscheiden, werden auch grundlegende Elemente der *analysis situs* von Leibniz. Zukunftsweisend war auch Pascals Ersetzung des Begriffs der *forme* von Kurven wie von Flächen durch den der *direction*.

(d) *Progymnasmata de solidorum elementis* (N. 37)

Die von Leibniz mit *Progymnasmata de solidorum elementis* betitelten Exzerpte stellen die einzigen Textzeugen für diese mathematischen Studien von Descartes dar, die Originalhandschriften sind nicht erhalten. Leibniz hatte im Laufe des Jahres 1676 bis zu seiner Abreise aus Paris Anfang Oktober mehrfach Gelegenheit, Handschriften von Descartes einzusehen und zu kopieren: Die Abschrift der *Remedia et vires medicamentorum* (VIII, 2 N. 76) ist auf den 24. Februar 1676 datiert, die Exzerpte der *Cogitationes privatae* (N. 44) wurden vermutlich am 1. und 5. Juni 1676 angefertigt. Leibniz' Abschrift der *Progymnasmata* wurde erstmals 1860 von L.-A. Foucher de Careil publiziert. Diese Edition wurde wegen Fehlern in der Wiedergabe der cossischen Zeichen kritisiert. Diese wurden in der Ausgabe von Ch. Adam und P. Tannery (*DO*) unter Verwendung der bei Chr. Clavius gedruckten Symbole für *radix*, *zensus* und *cubus* wiedergegeben. P. COSTABEL, *Descartes: Exercices*, wies auf die mangelnde Übereinstimmung mit dem handschriftlichen Befund hin, bei dem nur das *zensus*-Zeichen dem von Clavius entspricht. Costabel vermutete bei Descartes eine Mischung der Systeme von Clavius und von J. Peletier. Der Bezug auf Peletier lässt sich wohl nicht erhärten, wie auch die anderen Abschriften von Texten von Descartes mit cossischen Zeichen vermuten lassen. Costabel stellte aber zu Recht fest, dass Leibniz anstelle des *radix*-Zeichens das Symbol für Jupiter verwendet, was in unserer Edition beibehalten wird. Das *cubus*-Zeichen ist anders gestaltet als bei Peletier und bei Clavius und wird in einer an die Handschrift angelehnten Form wiedergegeben.

Zu den in den *Progymnasmata* enthaltenen mathematischen Ergebnissen sind seit der ersten Publikation zahlreiche Studien vorgelegt worden. Umfassende Darstellungen liegen in den Editionen bzw. Übersetzungen und Kommentaren von FEDERICO, *Descartes on Polyhedra*, COSTABEL, *Descartes: Exercices*, sowie von A. Warusfel (*DOC I*) vor. Eine

eingehende Auseinandersetzung damit würde den Rahmen der vorliegenden Edition überschreiten, wir begnügen uns daher in der Regel mit Hinweisen zur Textgestalt. Der Inhalt der Exzerpte kann grob in folgende Teile gegliedert werden: Der erste Teil behandelt die Theorie der Polyeder, der zweite Teil befasst sich mit den figurierten Zahlen, die den behandelten Polyedern entsprechen. Den Abschluss bildet eine (nicht ganz vollständige) Tabelle, deren Spalten algebraische Formeln für die Polyeder enthalten: der entsprechenden Polygonalzahlen, der Volumina, der Durchmesser der umbeschriebenen Kugeln, der Kantenlängen. Die Tabelle enthält die Angaben zu den fünf Platonischen Körpern und zu elf Archimedischen Körpern. Zwei davon wurden offenbar später von Descartes ergänzt, der Kuboktaederstumpf (12 Quadrate, 8 Sechsecke, 6 Achtecke) und der Ikosidodekaederstumpf (30 Quadrate, 20 Sechsecke, 12 Zehnecke); es fehlen das abgeschrägte Hexaeder (32 Dreiecke, 6 Quadrate) und das abgeschrägte Dodekaeder (80 Dreiecke, 12 Fünfecke).

(e) *Cogitationes privatae* (N. 44)

Während bei den *Progymnasmata de solidorum elementis* das Original der Abschrift in der Hand von Leibniz vorliegt, ist die Überlieferungslage im Falle der Sammlung von Exzerpten, die Foucher de Careil in Hannover entdeckte und 1859 unter dem Titel *Cartesii Cogitationes privatae* publizierte, wesentlich problematischer. Von den nur zum Teil inhaltlich zusammenhängenden Aufzeichnungen, die Leibniz im Juni 1676 angefertigt hat, steht heute ausschließlich dieser Erstdruck als Druckvorlage zur Verfügung. Die handschriftliche Vorlage für diesen Druck ist ebenso verschollen wie die originalen Handschriften von Descartes selbst. Für die Edition der *Cogitationes privatae* in Band X (1908) der von Ch. Adam und P. Tannery herausgegebenen *Oeuvres* (DO) haben H. Adam, G. Eneström und H. Vogt zahlreiche Fehler des Druckes von Foucher de Careil zu berichtigen unternommen. In der Forschungsliteratur sind seitdem einzelne weitere Korrekturvorschläge gemacht worden. Die meisten dieser Änderungen wurden in unsere Edition übernommen und werden im Variantenapparat (im Falle von DO X) bzw. in den Erläuterungen nachgewiesen. Im Fokus des Interesses bei der Edition dieses Textes für den vorliegenden Band steht in erster Linie der Versuch, die Abschrift, wie sie Leibniz vorgenommen hatte, soweit wie möglich zu rekonstruieren. Darüber hinaus ergeben sich auch zusätzliche Erkenntnisse zum Originaltext von Descartes. Daraus resultiert eine Reihe zusätzlicher Änderungen im Vergleich zu den genannten Editionen. Die cossischen Zeichen werden dabei wie in N. 37 wiedergegeben.

Der überwiegende Teil dieses Textkorpus ist Themen aus der reinen und der angewandten Mathematik zuzurechnen, weshalb die Edition der Reihe VII zugeordnet wurde

(vgl. VI, 3 N. 34 S. 386). Aber die Exzerpte beinhalten darüber hinaus auch ein breit gefächertes Spektrum an Überlegungen zu weiteren Themen wie etwa philosophische Grundlagen, Fragestellungen zur Physik, Technik oder zur Rolle der Wissenschaft bis hin zu religiösen Fragen und zur Lebensführung. In Form von tagebuchartigen Einträgen, Aphorismen und Notizen werden die einzelnen Themen in zusammenhangloser Aneinanderreihung angesprochen. Das berühmt gewordene Motto im ersten Abschnitt des Textes, *larvatus prodeo*, gibt bereits Anlass für zahlreiche Interpretationsmöglichkeiten sowohl hinsichtlich Descartes' persönlicher Lebenssituation zum Zeitpunkt des Niederschreibens der Notizen wie auch hinsichtlich seiner frühen Überlegungen zur Stellung des Wissenschaftlers bzw. der Wissenschaft in seiner Zeit. Einen weiteren inhaltlichen Bezug hierzu stellt der Abschnitt dar, in dem Descartes davon spricht, dass die Wissenschaft aktuell eine Maske trage (*Larvatae nunc scientiae sunt*). Allgemeine Fragestellungen zur Wissenschaft, zu den Grenzen menschlicher Erkenntnis lösen sich ab mit Fragestellungen zum eigenen möglichen Werdegang als Wissenschaftler.

Zu den persönlichen Notizen gehört die Erwähnung eines Traums, den Descartes nach eigenen Angaben im November 1619 hatte. In diesem Traum soll die auch in den *Cogitationes* zitierte Gedichtzeile des spätantiken Dichters Ausonius *Quod vitae sectabor iter?* eine zentrale Rolle gespielt haben. (Eine ausführliche Darstellung dieses Traums wird von A. Baillet in seiner Descartes-Biographie aufgrund der ihm zur Verfügung stehenden Vorlage gebracht.) Mit der Datierung auf den 23. Februar 1620 ist das Versprechen festgehalten, die Fertigstellung einer nicht näher beschriebenen Abhandlung noch vor Ostern zu vollenden. In diesen persönlichen Kontext ist auch die Notiz zu einer angedachten Wallfahrt nach Loreto einzuordnen. Spuren seiner Aufenthalte in Deutschland und in den Niederlanden widerspiegeln sich in knappen Aufzählungen und unterstreichen zugleich den tagebuchartigen Charakter dieses Textkorpus. Hierzu gehört die Erwähnung der spirituellen Bewegung der Rosenkreuzer, die sich zu Beginn des 17. Jahrhunderts mit einem Schwerpunkt in Tübingen formierte, ebenso die Nennung der Namen der beiden Mathematiker B. Bramer und P. Roth. Bramer war in der Zeit, als sich Descartes in Deutschland aufhielt, als Baumeister in Marburg tätig, der Nürnberger Mathematiker (Cossist) Roth, von dem Descartes den Titel eines Buches von 1608 erwähnt, war bereits 1617 verstorben.

Descartes zählt eine Reihe von mathematischen bzw. technischen Instrumenten auf, die er in Deutschland gesehen haben dürfte. Beschreibungen von einigen dieser Instrumente waren damals gerade erst publiziert worden. Diese von ihm erwähnten Instrumente

werden in der vorliegenden Edition erstmals vollständig identifiziert. Die kritische Lektüre einer Schrift über L. Schenkels Gedächtniskunst (*Ars memoriae*) ist für Descartes Anstoß für eigene Reflexionen, wie wissenschaftliche Beobachtungen im Gedächtnis behalten werden können. Er vertritt die Position, dass die Einsicht in kausale Zusammenhänge Gedächtniskunst überflüssig macht. Für die Darstellung kausal zusammenhängender Gegenstände überlegt er, sie durch Zeichen verbunden in Bilder zu integrieren.

Descartes' wichtiger Kontakt in den Niederlanden, I. Beeckman, wird einmal indirekt als *ingeniosissimus vir* und dann als *Isaacus Middelburgensis* erwähnt. Eine ihm von Beeckman gestellte physikalische Aufgabe, die Descartes geometrisch löste, nimmt er zugleich als Ausgangspunkt für grundsätzliche Überlegungen, wie sich Probleme aus der Physik oder aus der angewandten Mathematik geometrisch lösen lassen. Deutlich geht dabei zum einen der intensive Austausch mit Beeckman etwa zu Fragestellungen zu den Fallgesetzen, zum Momentum der Fliehkraft, zur Dichte von Materien, zur Gnomonik hervor, zum anderen die sich für Descartes aus einem geometrischen Lösungsansatz heraus ergebenden Fragen wie etwa zur Exponentialkurve (*linea proportionum*) für die Berechnung des Zinseszinses, zur Kettenlinie und zur Kreisgeometrie. Im Zusammenhang mit seinen Diskussionen mit Beeckman stehen auch eine Beobachtung zum Schwingungsverhalten der Saiten einer Laute und eine kurze Notiz mit einem Entwurf eines mathematisch präzisen Saiteninstruments mit einer reinen Stimmung, das Descartes' Tonsystem im *Compendium musicae* entspricht.

Vom tagebuchartigen Charakter losgelöst sind Ausführungen zu nennen wie beispielsweise zur konkreten Anwendung von Magnetismus oder der optischen Gesetze der Lichtbrechung, um Spiegel für besondere Effekte einsetzen zu können. Der verklausulierte Abschnitt über das Problem der Längengradbestimmung, zu dessen praktischer Lösung Anfang des 17. Jahrhunderts öffentlich Belohnungen ausgeschrieben waren, lässt sich in den damaligen wissenschaftlichen Diskurs darüber einordnen. Die Chiffrierung der entsprechenden Schlüsselwörter in dieser Beschreibung erfolgt durch Entlehnungen aus der griechischen Mythologie, wobei diese Codewörter wiederum in dieser Konstellation in dem zu Anfang des 17. Jahrhunderts in Mode gekommenen spätantiken Roman *Aithiopika* von Heliodorus von Emesa anzutreffen sind. Diese bewusst gewählte Querverbindung zur Literatur lässt sich im weiteren Sinne in den Kontext von Descartes' Ausführungen hinsichtlich des Stellenwerts der Dichtkunst einordnen. So betont Descartes an einer anderen Stelle, dass die Dichtung gegebenenfalls eine stärkere Aussagekraft als die Philosophie habe (vgl. BAILLET, Bd 1, S. 84 sowie DO X S. 184).



Insgesamt machen die mathematischen Einträge aber den größten Teil des Inhalts der Exzerpte aus. Sie beginnen mit einem Titellentwurf für einen *Thesaurus mathematicus*, ein Werk, in dem die Methoden für die Lösung aller möglichen mathematischen Probleme enthalten sein sollen. Nach den oben erwähnten Fragestellungen von Beeckman folgt ein Problem aus der Gnomonik, das darin besteht, die Position und Höhe eines Gnomons auf dem Äquator zur Zeit der Wintersonnenwende zu bestimmen, unter der Bedingung, dass das Ende der Schattenlinie drei gegebene nicht kollineare Punkte berührt. Weitere Bemerkungen betreffen Fragen der Dreiecks- und der Kreisgeometrie, der Arithmetik und der Zahlentheorie sowie die in der Geometrie zulässigen Hilfsmittel. Descartes skizziert Instrumente für die Konstruktion von Kegel- und Zylinderschnitten. Ausführlich dargestellt sind Zirkel für die Lösung von Gleichungen dritten Grades sowie ein Zirkel für die Winkelteilung. Der erste Gleichungszirkel entspricht im Wesentlichen dem Proportionalzirkel, den Descartes in der *Géométrie* publiziert hat, wie Leibniz anmerkt. Der zweite Gleichungszirkel wurde in der Forschung fast ausschließlich als fehlerhaft angesehen, die Rekonstruktion des Textes für die vorliegende Edition ergibt jedoch, dass das Instrument von Descartes zu einem richtigen Ergebnis führt. Descartes stellt auch eine Regel für ein Substitutionsverfahren zur Lösung vollständiger kubischer Gleichungen auf, welches diese auf eine Form zurückführt, die mit seinen Gleichungszirkeln behandelt werden kann. Ein weiteres Hilfsmittel für die Lösung kubischer und höherer Gleichungen skizziert Descartes mit einem Winkelteilungsinstrument. Den Abschluss der Exzerpte bilden Überlegungen und Resultate zur räumlichen Geometrie, insbesondere Verallgemeinerungen des Satzes von Pythagoras und des Satzes von Heron zur Berechnung des Flächeninhalts eines Dreiecks aus den Seitenlängen.

Einige der Aufzeichnungen befassen sich mit Gegenständen der Technik: Ausführlich dargestellt werden Ideen für einen Garten mit Schattenspielen und ein optisches Kabinett mit Lichteffekten und Spiegeln verschiedener Art. Beeckman informiert Descartes über die Eigenschaften besonders feiner Nadeln. Weitere Überlegungen betreffen den Fischfang mit Lampen, Figuren, die sich anscheinend selbst bewegen, aber durch Magnete oder verborgene Drähte gesteuert werden, die fliegende Taube des Archytas sowie Experimente mit chemischer Tinte. In der oben erwähnten Liste zählt Descartes sieben Instrumente auf, die er gesehen hat. Dabei handelt es sich um zwei Pantographen (*commodum instrumentum ad picturas omnes transferendas, pulcherrimum aliud ad picturas transferendas*), ein Instrument zur Konstruktion von Sonnenuhren (*ad omnia horologia depingenda*), ein Instrument zur Messung räumlicher Winkel (*ad angulos solidos metiendos*), ein Planime-

ter (*ad plana et picturas metiendas*), einen Schrittzähler (*aliud affixum viatoris tibiae ad momenta metienda*) und einen Visieraufsatz für Geschütze (*ad tormenta bellica noctu dirigenda*). Ein Pantograph und ein Winkelinstrument wurden erstmals von dem am Ende der Liste von Descartes genannten B. Bramer publiziert (1617 bzw. 1615), ein zweiter Pantograph von D. Schwenter (1618), die anderen Instrumente waren schon länger bekannt. Dies deutet darauf hin, dass Descartes die Instrumente während seines Aufenthalts in Deutschland besichtigt hat. Erst durch die Korrektur eines Lese- oder Druckfehlers des Erstdrucks (*oratoris* statt richtig *viatoris*), der in alle späteren Editionen übernommen worden war, konnte das sechste Instrument als Schrittzähler identifiziert werden.

### (9) Varia

Während sich die meisten Stücke der *Varia* Themenschwerpunkten, die im Vergleich zu denen der vorausgehenden Bände weniger stark ausgeprägt sind, oder Querschnittsthemen des Leibnizschen mathematischen Schaffens zuordnen lassen, entziehen sich drei Texte einer Zuordnung. Ursächlich ist nicht nur die Singularität einzelner Themen, sondern auch der teils deutlich fragmentarische Charakter der Stücke.

N. 8 vom Herbst 1673 enthält eine Sammlung von Figuren, die sich in unmittelbarer räumlicher Nähe zueinander auf derselben Seite befinden, für die jedoch kein übergreifender inhaltlicher Zusammenhang ermittelt werden konnte. Eindeutig mathematischen Inhalts sind die insgesamt fünf Figuren zu ähnlichen Kurven, zur Zykloide und zu nicht genauer zu bestimmenden Überlegungen zu Mönchen über einem Halbkreis, in den ein gleichschenkliges rechtwinkliges Dreieck einbeschrieben ist. In anderen deuten sich Bezüge zu technischen Inhalten an, die jedoch nicht ermittelt werden konnten, oder sie sind wie die Figur einer Ellipse unspezifisch.

Zu großen Teilen mit Abschnitten aus VI, 3 N. 71 überschrieben präsentieren sich Inhalte auf LH 4 III 9b Bl. 10, die in diesem Band als N. 38 zusammengefasst werden. Neben Gleichungsumformungen und Nebenrechnungen finden sich kurze Notizen zur geometrischen Progression ebenso wie zur harmonischen Reihe, für die eine genauere thematische Zuordnung ausbleiben muss. Die ebenfalls enthaltene Figur zur Bertetschen Kurve und die Bestimmung des Volumens eines Kanals mit einem trapezförmigen Querschnitt stehen im Zusammenhang mit einem Gespräch, das Leibniz am 9. Februar 1676 mit Bertet führte (vgl. dazu N. 75 sowie die Abschnitte II, 7 und II, 9).

Ein weiteres, wohl ebenfalls 1676 entstandenes Stück von inhaltlich fragmentarischem Charakter ist N. 39. Es versammelt Teile von Rechnungen, Überlegungen zum



Ausdruck  $\sqrt{-3}$ , Skizzen mit rechtwinkligen Dreiecken sowie solche, die sich möglicherweise auf die Dreiteilung von Winkeln beziehen.

(10) Nachträge zu geometrischen Studien (Band 1)

Zwei kurze Aufzeichnungen betonen die Bedeutung des Begriffs der Ähnlichkeit für Leibniz' Auffassung der Geometrie: Auf dem Fragment eines Blattes widerspricht Leibniz der Aussage aus den *Nouveaux elemens de geometrie* von Arnould, es gebe nur einen einzigen Weg, zu beweisen, dass sich die Umfänge von Kreisen zueinander wie ihre Durchmesser verhalten, nämlich mithilfe von Polygonen: Er selbst habe einen anderen Weg gefunden, der über die Definition von Ähnlichkeit verlaufe (N. 50). Und in N. 51 vergleicht Leibniz die Konstruktion des Kreises und der Geraden. Erstere erscheint ihm durch die Anwendung des Prinzips der Ähnlichkeit leichter verständlich.

(11) Nachträge zu zahlentheoretischen Studien (Band 1)

In Band 1 dieser Reihe wurden Marginalien noch nicht ediert, sodass die Marginalien in Werken zur Zahlentheorie erst im vorliegenden Band erscheinen. Hinzu kommen Texte, deren inhaltliche oder zeitliche Zugehörigkeit zu diesem Gebiet erst im Laufe der späteren Editionsarbeit festgestellt wurde.

Ein bekanntes zahlentheoretisches Problem jener Zeit ist das sogenannte Sechs-Quadrate-Problem. Es sucht nach drei ganzen Zahlen, für welche gilt, dass sowohl die Differenz als auch die Summe zweier beliebiger von ihnen jeweils eine Quadratzahl ist. Leibniz erfährt im März 1673 von diesem von Ozanam aufgeworfenen Problem (III, 1 N. 8) und setzt sich dann in ungefähr zwei Dutzend Stücken mit ihm auseinander (VII, 1 N. 37, 40, 42–44, 49–61, 93 u. 96–100). Auch in N. 52 behandelt er es. Dieses Konzept dürfte aus dem letzten Jahresdrittel 1672 stammen. Es ist inhaltlich vor allem mit den drei Stücken VII, 1 N. 42–44 verbunden und greift Überlegungen und Zwischenergebnisse aus diesen auf. In einer ganzen Reihe an Ansätzen versucht Leibniz, sich einer Lösung zu nähern, doch bleiben diese Bemühungen fruchtlos. Auch in den genannten anderen Versuchen kann er das Problem nicht lösen.

Eine Marginalie in J. de BILLY, *Diophanti redivivi pars prior*, 1670 (N. 53), zeigt zusammen mit der Erwähnung im Brief an Oldenburg vom 16. Oktober 1674 (III, 1 N. 35 S. 128), dass Leibniz diese Schrift spätestens im Jahr 1674 rezipiert. Leibniz bezieht sich dabei auf ein Problem zu pythagoreischen Tripeln, das de Billy gestellt und Ozanam gelöst hat.

Ein weiteres zahlentheoretisches Problem — unter welchen Voraussetzungen kann eine ganze Zahl in zwei Quadrate zerlegt werden? — ist Gegenstand des im Mai 1675 entstandenen Stückes N. 54. Es handelt sich vermutlich um Nebenüberlegungen zu den in derselben Zeit verfassten Konzepten VII, 1 N. 78 u. 79. Leibniz setzt dreimal an und verwirft schließlich seine Rechnungen ergebnislos.

Auf die Auseinandersetzung mit Frénicles *Traité des triangles rectangles en nombres* — in welchem Leibniz später auch eine Marginalie anbringt (N. 56) — geht die Notiz N. 55 zurück. Leibniz startet hier mit dem Bildungsgesetz für pythagoreische Tripel, das er in III, 1 N. 69 formuliert hatte, gibt Frénicles Satz wieder, dass die Fläche eines ganzzahligen rechtwinkligen Dreiecks keine Quadratzahl sein kann und formuliert sodann Korollare hierzu.

In zwei Stücken eher fragmentarischen Charakters beschäftigt sich Leibniz wohl im November 1676 mit dem Davenantschen Problem. Bei diesem ist eine aus vier Gliedern bestehende geometrische Folge, die Summe der Quadrate dieser Glieder sowie die ihrer Kuben gegeben; gesucht ist eine möglichst einfache Gleichung (also eine niedrigstmöglichen Grades), die den Zusammenhang zwischen dem Quotienten der Folge und diesen beiden Summen ausdrückt. Das Problem hatte Oldenburg im April 1675 an Leibniz herangetragen (vgl. III, 1 N. 49<sub>2</sub>), und dieser hatte sich auch mit ihm auseinandergesetzt (vgl. VII, 1 N. 77). Als er in London im Oktober 1676 Oldenburgs Briefwechsel einsehen kann, erfährt er, dass Th. Baker eine Lösung des Problems gefunden habe. Er exzerpiert diese Stelle und setzt darunter eine eigene Überlegung (III, 1 N. 94<sub>2</sub>). Auf der anderen Seite des Blattes notiert er nun N. 57, in welchem er noch einmal von vorne beginnt. Er bricht seine Überlegungen aber ergebnislos ab. Auch in N. 58 befasst er sich mit dem Davenantschen Problem. Der Beginn des Stückes ist allerdings verloren, das überlieferte Stück N. 58 setzt mitten in den Überlegungen ein. Auch diese führen zu keinem abschließenden Ergebnis.

#### (12) Nachträge zu algebraischen Studien (Band 1 und 2)

N. 59 aus dem Frühjahr 1673, das durch die Studie VII, 2 N. 1 fortgesetzt wird, ist ein frühes Beispiel für Leibniz' algebraische Untersuchungen (hier der quadratischen Gleichung) anhand der Ausgabe der *Geometria* von Descartes mit den Kommentaren von Fl. de Beaune und van Schooten sowie von Rezensionen von Büchern zur Algebra in den *Philosophical Transactions*. Durch die unzutreffende Charakterisierung im Cc2 war es in den Planungen der Infinitesimalmathematik zugeordnet worden.

Die weiteren Nachträge zur Algebra stammen aus dem letzten Jahr des Parisaufenthalts bzw. von der anschließenden Reise nach Hannover.

Die kurze Aufzeichnung N. 60 zum Aufbau von Gleichungen quadratischen und höheren Grades aus ihren Wurzeln steht möglicherweise in Zusammenhang zu einem Gespräch mit Tschirnhaus (VII, 2 N. 55).

Wohl aus dem November 1675 stammt eine kurze, auf einem Papierfragment festgehaltene Notiz von Leibniz, die sich mit binomischen Ausdrücken befasst, ohne zu neuen Erkenntnissen zu gelangen (N. 61).

Bei dem Stück N. 62 handelt es sich um eine von Tschirnhaus im Mai 1676 für Leibniz angefertigte und von diesem ergänzte Aufzeichnung. Tschirnhaus behandelt zunächst das Arithmetische Dreieck und präsentiert seinen Ansatz zu einem Harmonischen Dreieck. Anschließend widmet er sich einer algebraischen Problemstellungen, Gleichungen der Form  $(a + b)^n = (c + d)^{n+1}$  zu lösen, wobei  $a^n = c^{n+1}$  und  $na^{n-1}b = (n + 1)c^nd$  gelten soll. Für  $n = 1$  gibt es nur die trivialen Lösungen ( $b = 0$  und  $d = 0$ ), für  $n = 2$  dagegen lassen sich auch nichttriviale reelle Lösungen finden. Den Fall  $n = 3$  behandelt Tschirnhaus nicht abschließend. Auch Leibniz setzt zwar an, führt die Rechnung aber nicht zu Ende.

N. 63 enthält Überlegungen zur Binomialreihe von I. Newton, die an seine Randbemerkungen zur *Epistola prior* (III, 1 N. 88<sub>6</sub>) anschließen. Während er die Methode in VII, 2 N. 80 vor allem in Hinsicht auf die Teilbarkeit von Gleichungen untersucht, stehen in N. 63 mögliche Anwendungen auf die Tangentenrechnung und Summation im Vordergrund. Leibniz betont besonders die Nützlichkeit für die allgemeine Behandlung von Exponentialausdrücken.

Ganz am Ende seines Aufenthaltes in Paris (oder auch danach, aber wohl noch im Jahre 1676) verfasst Leibniz das Stück N. 64. Es behandelt allgemeine quartische und kubische Gleichungen, denen der Term zweithöchster Ordnung fehlt. Leibniz formt dabei die Ausgangsgleichung 4. Grades in eine andere Gleichung gleichen Grades um, indem er die Variable  $x$  durch  $\frac{ay + b}{cy + d}$  substituiert und die Gleichung anschließend mit dem Faktor  $(cy + d)^4$  multipliziert. Sodann führt er einen Vergleich der Koeffizienten von  $x$  und  $y$  durch. Für die Gleichung 3. Grades geht er analog vor. Allerdings sind die neuen Gleichungen nicht äquivalent zu den Ausgangsgleichungen, sodass dieser Ansatz keine validen Ergebnisse erbringt.

(13) Nachträge zu Differenzen, Folgen, Reihen (Band 3)

In N. 65 versucht Leibniz, eine Klassifizierung für Bildungsgesetze einer Folge (*fundamentum progressionis*) aufzustellen. Er ordnet nach aufsteigender Komplexität, je nachdem, ob für die Bildung eines Terms nur der Vorgängerterm gegeben sein muss oder mehrere bis hin zu allen vorhergehenden bekannt sein müssen. N. 66 enthält eine Überlegung zum Einsatz von Reihenentwicklungen für das Wurzelziehen aus Potenzen zusammengesetzter Ausdrücke.

(14) Nachträge zur Infinitesimalmathematik (Band 4 und 5)

Zu den Nachträgen zur Infinitesimalmathematik gehören einige kurze Aufzeichnungen, die im Wesentlichen Nebenbetrachtungen zu Studien aus dem Jahr 1673 in Band VII, 4 darstellen (N. 67, N. 68, N. 69, N. 70). Eine kurze Überlegung aus dem Dezember 1674 zu Figuren, die aus der Quadratur transzendenter Kurven gewonnen werden, ist vermutlich durch die Lektüre von J. WALLIS, *Mechanica*, 1670–1671, veranlasst (N. 71). Im Mai 1675 entwirft Leibniz eine Tafel der iterierten Differenzen und Summen von Parabeln und Hyperbeln (N. 72). Aus dem Herbst 1675 stammt eine Aufzeichnung zur Bestimmung der Quadratur einer Figur über ihr Komplement (N. 73). Etwas später dürfte eine kurze Untersuchung zum Einsatz von Reihen bei inversen Tangentenproblemen entstanden sein (N. 74).

Die in III,1 N. 76 nur auszugsweise gedruckten Notizen eines Gesprächs zwischen Leibniz und Bertet vom 9. Februar 1676 werden vollständig wiedergegeben in N. 75 (vgl. auch Abschnitt II, 7). Die überlieferten Figuren dokumentieren eine Beschäftigung mit Bertets Quadraturmethode.

In den Marginalien an Ph. de LA HIRE, *De cycloide*, 1676 (N. 76, vgl. auch Abschnitt II, 7), weist Leibniz auf ein Ergebnis zur Quadratur der Zykloide hin, das er bereits im Sommer 1673 erhalten hatte (III,1 N. 29 S. 115; III,1 N. 30 S. 119 Z. 24 – S. 120 Z. 12; VII, 4 N. 17 S. 344–346). In der im Mai 1678 im *Journal des sçavans* erschienenen Schrift *Extrait d’une lettre de M. Leibniz écrite d’Hanovre à l’auteur du Journal touchant la quadrature d’une portion de la roulette*, deren Veröffentlichung den *terminus post quem* des Stücks festlegt, arbeitet Leibniz Teile des erwähnten Resultats und ähnliche Ergebnisse aus.

In N. 77 schließlich untersucht Leibniz Ende 1676 mithilfe seines Infinitesimalkalküls den Zusammenhang zwischen einer Trochoide und ihrer Generatrix.

## III. NOTATION

Leibniz rezipiert die zu seiner Zeit verfügbare mathematische Literatur und lehnt sich auch in der Notation an diese an. Besonders die Symbole aus Descartes' *Geometria* und ihre Verwendung dienen ihm als Vorbild. An vielen Stellen geht er jedoch über das Vorgefundene hinaus, variiert es und entwickelt es weiter. Schließlich erschafft er auch eine ganze Reihe an völlig neuen Symbolen und Schreibweisen. Unter diesen ragt die von ihm zur Infinitesimalrechnung entwickelte, bis heute prägende Notation heraus, doch auch zur Schreibweise vieler anderer Gebiete der Mathematik liefert er schöpferische Beiträge.

## (1) Gleichheit

Leibniz verwendet in den Stücken des vorliegenden Bandes verschiedene Vergleichszeichen (oder *copulae*, wie er sie nennt). Als Gleichheitssymbole setzt er vorwiegend das heute gebräuchliche Gleichheitszeichen  $=$  (a) sowie den stilisierten Waagebalken mit zwei gleichen Gewichten  $\sqcap$  (b) ein. Er übernimmt dieses Symbol von Fr. Dulaurens; es löst in seinen Schriften bis zur Jahresmitte 1674 das erstgenannte Zeichen weitgehend ab. Leibniz erweitert es auch zu dem Zeichen  $\sqsupset$  (c), das er in Fällen nutzt, in denen er eine gegebene Gleichung mit einer multiplikativ aus linearen oder höhergradigen Faktoren erzeugten Hilfsgleichung gleichsetzt, mit deren Hilfe durch Koeffizientenvergleich die Lösungen der gegebenen Gleichung bestimmt werden sollen. Anders als bei den analog aus  $\sqcap$  und  $\sqsupset$  gebildeten Zeichen  $\sqpreceq$  und  $\sqsucc$  (2 d) kann bislang eine Auflösung der Abkürzung „s“ nicht gefunden werden. An die Stelle eines Gleichheitszeichens tritt bisweilen auch das Kürzel *aequ.* (d), doch benutzt Leibniz es in seinen Pariser Jahren noch sehr selten. Das Zeichen  $\mathfrak{f}$  (e), das eine Stilisierung der Abkürzung *f.* von *facit* darstellt, verwendet er vorwiegend bei numerischen Rechnungen, besonders bei Überwärtsdivisionen. Zwei weitere von Leibniz in Paris gelegentlich verwendete Gleichheitszeichen, das von Ozanam eingeführte  $\sim$  (f) und das cartesische Gleichheitszeichen  $\propto$  (g), finden sich in den Stücken des vorliegenden Bandes hingegen nicht, nur Tschirnhaus bedient sich in einer Aufzeichnung für Leibniz einer Variante des letzteren,  $\propto$  (h). In N. 44 erscheint  $\&$  (i) als Gleichheitszeichen in der Abschrift aus einem Manuskript von Descartes. Wir folgen darin der Konjektur in DO X S. 238. Beispiele:

$$\text{a) } a^4dd + 2a^3dd - add - d^2 = \frac{4a^2}{9} + \frac{4a}{9} + \frac{4}{9} \quad (\text{N. 52})$$

$$\text{b) } x \sqcap \frac{b^y}{a^{y-1}} \text{ vel } xa^{y-1} \sqcap b^y \quad (\text{N. 19}_1)$$

c)  $x^2 + bx \sqsupset x \frown x + d$  (N. 41)

d)  $TE \text{ aequ. } AT \frac{dy}{dx}$  (N. 77)

e)  $\begin{array}{c} 12 \\ 360 \\ 244 \\ 2 \end{array} \nmid 15$  (N. 33)

f)  $AF \sim f$  (VII, 7 N. 15)

g)  $AC \propto -AB + BC$  (VII, 7 N. 10)

h)  $a^2 \nprec c^3$  (N. 62)

i)  $1\text{c} \& O\text{z}ON.$  (N. 44)

## (2) Ungleichheit

Vom stilisierten Waagebalken leitet Dulaurens auch Symbole für Ungleichheit ab: die Zeichen  $\sqsupset$  (a) für „größer als“, bei welchem sich das schwerere Gewicht links befindet, und  $\sqsubset$  (b) für „kleiner als“ mit dem schwereren Gewicht rechts. Diese beiden Ungleichheitszeichen übernimmt Leibniz ebenfalls im Sommer 1674. Aus ihnen formt er im Dezember 1675 zudem das Symbol  $\sqsupset\sqsubset$  (c), welches für „größer oder kleiner“ steht (vgl. das Korrigendum hierzu im vorliegenden Band auf S. 534). Im Februar 1676 modifiziert er sie zudem durch Hinzufügen eines „p“ zu den Zeichen  $\sqsupset p$  (d) und  $\sqsubset p$ , die *paulo major* und *paulo minor*, also „ein wenig größer“ bzw. „ein wenig kleiner“, bedeuten. Beispiele:

a)  $b^3 \sqsupset b^2$  (N. 23<sub>2</sub>)

b)  $\frac{3b^2 + 2pbrq}{b^3 + pb^2 + qb + r} \sqsupset \frac{9b + 3p}{b^3 + pb^2 + qb + r}$  (N. 24<sub>2</sub>)

c)  $\text{Novus character } \sqsupset\sqsubset$  (VII, 5 N. 55)

d)  $\frac{y}{1+y} \sqsupset p y - y^2 + y^3 - y^4 + y^5$  (VII, 3 N. 54)

## (3) Multiplikation

Leibniz verwendet als Zeichen für die Multiplikation vorwiegend das Symbol  $\frown$  (a). Auch ein Komma kann die Multiplikation anzeigen (b). Bei Überkreuzmultiplikationen setzt er bisweilen das Zeichen  $\times$  ein, wobei er über oder unter dieses manchmal ein weiteres

Symbol setzt, welches die im folgenden Schritt durchzuführende Operation anzeigt (c). Numerische Multiplikationen führt er oft mithilfe einer Untereinanderschreibung aus (d). Beispiele:

$$\text{a) } z \wedge z - 1 \sqcap z^2 - z \quad (\text{N. } 23_1)$$

$$\text{b) } \frac{4, 3, 2, 1, e^4 + 4, 3, 2e^3 + 4, 3e^2 + 4e + 1}{4, 3, 2, 1, e^4} \quad (\text{N. } 24_2)$$

$$\text{c) } \frac{4cb}{z} \times \frac{c^2}{b} = \dots \frac{4cb^2 - c^2z}{zb} \quad (\text{N. } 59)$$

$$\text{d) } \begin{array}{r} 4962 \\ 159 \\ \hline 44658 \\ 24810 \\ 4962 \\ \hline 788958 \end{array} \quad (\text{N. } 31)$$

#### (4) Division

Für die Division nutzt Leibniz das analog zu  $\wedge$  gebildete Symbol  $\smile$  (a) oder auch die Schreibweise als Bruch. Bei numerischen Divisionen verwendet Leibniz regelmäßig die heute nicht mehr gebräuchliche Technik der Überwärtsdivision (vgl. ausführlich VII, 7 S. XLVIII f.), welche ein charakteristisches Streichungsschema erzeugt (b). In N. 31 erweitert er diese Technik noch, indem er die aus der Rechnung ausscheidenden Ziffern nicht lediglich streicht, sondern dabei auch die Reihenfolge ihres Ausscheidens durch einfache, doppelte, dreifache und kreuzförmige Durchstreichungen dokumentiert (c, rechts). Nach jeweils einem Durchgang macht er die ausgeschiedenen Ziffern durch Umrahmung ungültig und beginnt wieder mit einer einfachen Durchstreichung. Zudem führt er die Überwärtsdivision auch in umgekehrter Richtung, also von rechts nach links durch (c, links). Im Standardverfahren schreibt er den Divisor linksbündig unter den Dividenden und berechnet im ersten Schritt überschlagsweise, wie oft der Divisor in der Zahl, die sich aus den direkt über ihm stehenden Stellen zusammensetzt, enthalten ist. Beim invertierten Verfahren schreibt er den Divisor dagegen rechtsbündig unter den Dividenden und testet im ersten Schritt, wie oft die letzte Ziffer des Divisors in die letzte oder die beiden letzten Stellen des Dividenden passt. Dieses Verfahren kann als Probe eingesetzt werden. Man kann mit ihm auch eine Division mit unbekanntem Ergebnis

durchführen, sofern man weiß, dass bei ihr kein Rest bleibt und die letzte Stelle des Divisors eine 1, 3, 7 oder 9 ist. Beispiele:

$$\text{a) } \frac{1}{x+c} \sqcap \frac{c}{x+c} \sim c \quad (\text{N. 42})$$

$$\text{b) } \frac{\overline{17116}}{\overline{33949}} \frown 2611 \frac{6}{13} \quad (\text{N. 11})$$

$$\text{c) } \frac{\overline{\overline{00}}}{\overline{\overline{311}}} \frown 4962 \quad (\text{N. 31})$$

#### (5) Brüche

Kürzungen eines Bruchs stellt Leibniz im vorliegenden Band oft dar, indem er zwischen diesen und den gekürzten Bruch einen senkrechten Strich setzt (a). Dies ist die Kurzschreibweise des Symbols  $\overline{\overline{\overline{3}}}$  (b), wobei die hochgestellte Ziffer den Kürzungsfaktor angibt. In Stücken anderer Bände tritt auch eine Schreibweise mit Bogen, doch ohne Kürzungsfaktor auf (c). Bei Doppelbrüchen setzt Leibniz oft einen doppelten Bruchstrich zwischen den Bruch im Zähler und jenem im Nenner. Diesen doppelten Bruchstrich verwendet er auch bei unvollständigen Doppelbrüchen (d). Wenn er zwei Brüche addiert, lässt er das Zeichen + bisweilen weg, in der Regel findet sich an seiner Stelle dann eine vergrößerte Lücke (e). Zähler wie Nenner eines Bruches können durchaus mehrere Zeilen umfassen (f). Beispiele:

$$\text{a) } \frac{140}{60} \left| \frac{14}{6} \right| \frac{7}{3} \sim 17 \quad (\text{N. 11})$$

$$\text{b) } \frac{360}{54} \overline{\overline{\overline{18}}} \frac{20}{3} \quad (\text{VII, 6 N. 35})$$



$$\text{c) } -\frac{35}{20} \mid -\frac{7}{4} \quad (\text{VII, 7 N. 9})$$

$$\text{d) } \frac{\frac{9}{600}}{6^{\wedge}6} \quad (\text{N. 11})$$

$$\text{e) } \frac{2}{10} \frac{1}{100} \frac{7}{1000} \quad (\text{N. 11})$$

$$\text{f) } \left\{ \begin{array}{l} eha \wedge p + b \quad pg \wedge pa \\ pbeg \wedge -\frac{1}{a} \quad fa \\ + \frac{l}{a} \\ -behl \end{array} \right. \quad (\text{N. 24}_1)$$

$$\frac{\quad}{\frac{b \wedge ga + ha \wedge -l}{p \quad bg}}$$

#### (6) Klammerung

Zur Zusammenfassung von Ausdrücken bedient sich Leibniz unterschiedlich gestalteter Klammern. Er setzt Rundklammern (a) ein, geschweifte Klammern, die nach oben oder unten (b), rechts oder links (c) zeigen können, Halbkammern, die entweder den Term von beiden Seiten erfassen (und mit „ und „ (d) wiedergegeben werden), oder die nur am Ende des zusammenzufassenden Terms stehen (und durch ein Komma (e) dargestellt werden). Häufig verwendet er auch den Klammerbalken, das *vinculum* (f), das oft, aber nicht immer mit dem vorangehenden Zeichen (etwa einem Wurzelsymbol, dem Integral, einem „Log“ für Logarithmus) verbunden wird. Die Klammerung kann auch mehrfach erfolgen. Beispiele:

$$\text{a) } \frac{12a^4 + 6a^3 + 12a + (12 + 6 + 12) 30 \wedge 9d4}{(((20 \vee ((9d4) = 36d)) 720d)} \quad (\text{N. 52})$$

$$\text{b) } 3np \wedge \underbrace{n + p + m}_y \quad (\text{N. 24}_1)$$

$$\text{c) } + \left\{ \begin{array}{l} 2 t \alpha \varepsilon l m n \\ 2 s \alpha w \\ 2 d \varepsilon w \end{array} \right. \quad (\text{N. 58})$$

$$d) \quad N + 5B - \frac{3}{5}N + 5B, P + N4B + 10B^2, + \frac{4}{3}\boxed{3}N + 5B, \cap 0 \quad (\text{N. } 24_2)$$

$$e) \quad a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3 \cap a^3, + 3ab \frown a + b, + b^3, \cap a^2, \frown a + 3b, + b^2, \frown 3a + b \quad (\text{N. } 17)$$

$$f) \quad \overline{\text{Log } x.} \dagger \overline{\text{Log } x + h.} (\dagger) \overline{\text{Log } x + g} \text{ etc. } \cap ((\dagger)) \text{ cognitivis} \quad (\text{N. } 41)$$

### (7) Aufgliederung

Zur Aufgliederung von Termen verwendet Leibniz waagerechte geschweifte Klammern (a) oder eine Art gedrehter Spitzklammer, meist mit der Spitze nach oben (b). Beispiele:

$$a) \quad \overbrace{a^4 - a^2r^2 + r^4, a^2 + r^2,}^{a^6 + r^6} \quad (\text{N. } 57)$$

$$b) \quad a^2 -, a - x \sqcap. \text{ fiet } a^2 - a^2 - x^2 - 2ax \quad (\text{N. } 69)$$

$$\quad \quad \quad \swarrow \quad \searrow$$

$$\quad \quad \quad a^2 + x^2 - 2ax$$

### (8) Potenzen

In der Regel drückt Leibniz Potenzen mithilfe von Hochzahlen aus (a), wobei der Exponent auch eine negative oder eine Bruchzahl sein kann (b). Weisen in einem Bruch Zähler und Nenner den gleichen Exponenten auf, setzt er bisweilen einen etwas stärkeren Punkt auf Höhe des Bruchstriches und schreibt den Exponenten nur einmal über dem Zähler (c). Zu Beginn seines Aufenthalts in Paris verwendet er auch die Schreibweise Ozanams für Exponenten (d), bei welcher dieser ohne Hochstellung oder andere Auszeichnung einfach hinter die Basis gesetzt wird. Die Quadrierung eines Terms markiert er gelegentlich, indem er diesen doppelt schreibt (e) oder ihm ein Quadrat  $\square$  (f) voran- oder nachstellt. Für höhere Potenzen schreibt er in dieser Notation den Exponenten in das Quadrat (oder in ein Rechteck) ein, das voran- (g) oder nachgestellt (h) sein kann. Leibniz gibt die cossischen Zeichen für  $x$ ,  $x^2$ ,  $x^3$  in seiner Abschrift der *Progymnasmata de solidorum elementis* (N. 37) mit  $\mathfrak{z}$ ,  $\mathfrak{z}$ ,  $\mathfrak{c}$  (i u. 1 i), wieder. In den *Cogitationes privatae* (N. 44) treten auch  $qq$  für  $x^4$  und das Sursolidus-Zeichen  $\beta$  für  $x^5$  auf;  $x^6$  wird dort mit  $qc$  wiedergegeben. Beispiele:

$$a) \quad x \cap \frac{b}{a^0} \text{ vel } \frac{b^2}{a^1} \text{ vel } \frac{b^3}{a^2} \text{ vel } \frac{b^4}{a^3} \text{ etc.} \quad (\text{N. } 19_1)$$

$$b) \quad \overline{a^2 + z^2}^{-3} \cap \overline{P + PQ}^{\frac{m}{n}} \quad (\text{N. } 63)$$

- c)  $\frac{b^y}{a^{y-1}} \sqcap \frac{b^y}{a} \bullet a$  (N. 19<sub>1</sub>)
- d)  $4a^4 + \frac{4a^3}{9d2 \frown a+1}$  (N. 52)
- e)  $\theta^2 + z^2$  aequ.  $xx + yy$  (N. 77)
- f)  $\overline{a+y}, \square \frown \frac{a^3}{a^2+y^2} (=x) = \frac{a^4+a^3y}{a-y+\frac{2y^2}{a+y}}$  (N. 70)
- g)  $\frac{1}{\boxed{3} \overline{a^2+z^2}} [\sqcap] \overline{a^2+z^2}^{-3}$  (N. 63)
- h)  $z^7 \sqcap m^7 + n^7 + 7mn \frown m + n \boxed{5}$  (N. 24<sub>1</sub>)
- i)  $\frac{1}{2} \text{z} + 1 \text{z} \text{ duco per } \frac{1}{3} \text{z} + \frac{1}{3} \text{ fit } \frac{1}{6} \text{c} + \frac{3}{6} \text{z} + \frac{2}{6} \text{z}$  (N. 37)

## (9) Wurzeln

Um Quadratwurzeln wiederzugeben, setzt Leibniz anfangs  $Rq$  vor den Radikanden (a), bei höheren Wurzeln schreibt er den Wurzelexponenten in einen Kreis, vor welchem ein  $R$  für *radix* (Wurzel) steht und dem der Radikand folgt (b). Ab Frühsommer 1673 geht er aber zu dem modernen Wurzelzeichen (c) über, teils mit, teils ohne Balken ausgeführt. Die Schreibweise mit Wurzelbalken übernimmt er, wie er in N. 59 S. 408 ausführt, von Descartes. Auch höhere Wurzeln drückt er auf die moderne Weise (d) aus, oder er schreibt den Wurzelexponenten auf Stevinsche Weise in einen Kreis, welcher auf das Wurzelsymbol folgt (e). Beispiele:

- a)  $z^2 = az - b^2$ . Ergo  $z = Rq_{\text{a}} az - b^2$ . (N. 59)
- b)  $\frac{3}{R \textcircled{2}} = \delta^2$  (VII, 7 N. 4)
- c)  $x^{\frac{1}{2}} \sqcap \overline{b+c}^{\frac{1}{2}}$ , seu  $\sqrt{x} \sqcap \sqrt{b+c}$  (N. 66)
- d)  $\frac{\sqrt[3]{\frac{r}{2}+Q} + \sqrt[3]{\frac{r}{2}-Q}}{\frac{2\sqrt[3]{\frac{r}{2}}}{3}}$  (N. 63)
- e)  $p \sqcap m \sqrt{\textcircled{3}} 1 + c$ . et  $q \sqcap n \sqrt{\textcircled{3}} 1 + c$  (N. 24<sub>2</sub>)

(10) Wiederholung von Termen

Wenn es sich bei den Koeffizienten von Gleichungen oder Polynomen um Summen handelt, setzt Leibniz deren Summanden meist senkrecht untereinander. Die Potenzen der Variablen schreibt er dann nur in der ersten Zeile aus, in den folgenden Zeilen lässt er sie entweder ganz weg (a), oder er ersetzt sie durch einen einzelnen Punkt oder auch durch mehrere, wobei die Anzahl der Punkte für den Grad des Terms stehen kann (b). Manchmal verwendet er stärkere Punkte als Wiederholungszeichen (c). Zweizeilig geschriebene Terme ersetzt er bisweilen auch durch einen Doppelpunkt (d). Größere sich wiederholende Formelbestandteile können durch eine Punktreihe angezeigt werden, wobei diese auch erst nach weiterem Text auftreten kann (e). Gelegentlich steht anstelle einer solchen gepunkteten auch eine durchgezogene Linie (f). Beispiele:

$$\begin{array}{l} \text{a)} \quad x^3 + 2a x^2 + 4af x + 2af^2 \sqcap 0 \\ \quad \quad + 2f \quad + f^2 \\ \quad \quad \quad - 4z^2 \end{array} \quad (\text{N. 21})$$

$$\begin{array}{l} \text{b)} \quad z^4 + bz^3 + acz^2 \\ \quad \quad + d... + db.. + dacz \\ \quad \quad \quad + ae.. + aeb. + a^2ce \end{array} \quad (\text{N. 24}_2)$$

$$\begin{array}{l} \text{c)} \quad \left. \begin{array}{l} \text{Terminus summus I} \quad \dagger \quad 2 \quad b \quad 10 \quad g \quad 5 \quad y^{\textcircled{2} 4z} \\ \text{Numeratoris} \quad \quad \quad 4 \bullet 11 \bullet 7 \bullet \\ \quad \quad \quad \dagger \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \end{array} \right\} \sqcap 0 \end{array} \quad (\text{N. 23}_1)$$

$$\begin{array}{l} \text{d)} \quad + \left\{ \begin{array}{l} da^2 \quad A \\ ka^2 \end{array} \right\} \left\{ \begin{array}{l} Sz - 2 \textcircled{1} \\ I \end{array} \right\} \beta^0 \\ \quad + \quad : \quad \cdot \quad : \quad \cdot \quad \left( \frac{z-2}{1} \right) \beta^1 \\ \quad + \quad : \quad \cdot \quad : \quad \cdot \quad \left( \frac{z-2, z-3}{1, 2} \right) \beta^2 \end{array} \quad (\text{N. 23}_1)$$

$$\begin{array}{l} \text{e)} \quad z^2 - z \wedge z - 2 \sqcap z^3 - 2z^2 \\ \quad \quad \quad - z^2 + 2z \\ \quad \quad \quad z - 3 \quad \quad \quad \wedge \dots \sqcap z^4 - 3z^3 \\ \quad \quad \quad \quad \quad \quad - 2z^3 + 6z^2 \\ \quad \quad \quad \quad \quad \quad - z^3 + 3.. \\ \quad \quad \quad \quad \quad \quad + 2.. - 6z \end{array} \quad (\text{N. 23}_1)$$

f) Term. II  $\dagger 2b$   $\boxed{\begin{smallmatrix} 10g & 4z & 4\beta \\ 11 \end{smallmatrix}}$   $\dagger 10g$   $\boxed{\begin{smallmatrix} 2b & 4z & 4\beta \\ 4 \end{smallmatrix}}$   $\sqcap 0$  (N. **23<sub>1</sub>**)

$\boxed{\begin{smallmatrix} 11ha \\ 13 \end{smallmatrix}}$  —  $\boxed{\begin{smallmatrix} 7ca \\ 5 \end{smallmatrix}}$

$\boxed{\begin{smallmatrix} 7ca & 10g \\ 5 & 11 \end{smallmatrix}}$  —  $\boxed{\begin{smallmatrix} 11ha & 2b \\ 13 & 4 \end{smallmatrix}}$

### (11) Auslassung von Termen

Fallen in einem Ausdruck eigentlich vorgesehene Glieder aus, schreibt Leibniz wie bereits Descartes an ihrer Stelle oft ein Sternchen  $*$  (a). Beispiel:

$$\text{a) } 53c^6 * + 44ahc^4 - a^2lc^3 + a^2h^2c^2 * + a^3h^3 \sqcap 0 \quad (\text{N.24}_1)$$

(12) Streichungen

Soll im Verlauf einer Umformung ein Term aufgehoben werden, markiert Leibniz dies, indem er ihn entweder schräg durchstreicht (a), einklammert (b) oder einrahmt (c). Dieser Rahmen weist dann abgerundete Ecken auf. Wenn in einer Gleichung auf beiden Seiten mehrere Terme umrahmt und dadurch aufgehoben werden, zeigt Leibniz oft an, welche einander entsprechen, indem er diese mit Strichbündeln (c), gelegentlich auch mit römischen Ziffern (10 f) markiert. Beispiele:

$$\text{a) } c^4 + z^4 + \cancel{2}z^2c^2 = \frac{z^3c}{2} + \cancel{c^2z^2} + \frac{8c^3z}{\cancel{2}} \quad (\text{N.59})$$

$$\text{b)} \quad \frac{12a^4 + 6a^3 + 12a + (12 + 6 + 12) 30 \sim [27]d^4}{540 \sim 4 = 2160d} \quad (\text{N. 52})$$

$$\begin{aligned} \text{c)} \quad & \boxed{9b^4} + \boxed{12b^3p} + \boxed{6b^2q} + \boxed{4} p^2b^2 + \boxed{2pbq} + q^2 \cap \\ & \boxed{9b^4} + \boxed{9b^3p} + \boxed{9} qb^2 + 9br + \boxed{3p^2b^2} + \boxed{3} pbq + 3pr \end{aligned} \quad (\text{N. } 24_2)$$

### (13) Hervorhebungen

Auch zur Hervorhebung von Termen verwendet Leibniz Umrahmungen, diese werden im Druck jedoch mit spitzen Ecken dargestellt (a). Eine weitere Besonderheit bei Leibniz ist die Zusammenfassung und Hervorhebung von Termen mittels einer spiralförmigen

Umkreisung (b). In der Regel kennzeichnet er auf diese Weise wesentliche Zahlen (*numeri essentiales*), also Terme, die heute als Binomialkoeffizienten bezeichnet werden (b und c). Dieselbe Art der Abgrenzung von Koeffizienten und Parametern findet sich jedoch auch in anderen Typen von Ausdrücken (10 c). Beispiele:

$$\text{a) } \frac{gb^2 - ge^2}{[2,] b - e} \sqcap \boxed{\frac{gb + ge}{2}} \quad (\text{N. } 38)$$

$$\text{b) } \left( \frac{z, z-1}{1, 2} \right) \cdot \left( \frac{z-1, z-2}{1, 2} \right) \cdot \left( \frac{z-2, z-3}{1, 2} \right) \quad (\text{N. } 23_1)$$

$$\text{c) } 25y^2 + \textcircled{2} 2g5y + 4g^2 \quad (\text{VII, 3 N. } 43)$$

#### (14) Homogene Gleichungen

So wie bereits Viète schreibt Leibniz algebraische Gleichungen öfters homogen, d. h., er ändert sie so ab, dass alle Terme von gleichem Grad sind (a). Hierzu ergänzt er die einzelnen Terme, indem er sie mit den entsprechenden Potenzen einer Hilfsvariablen wie *a* multipliziert. Ziel des Vorgehens ist in der Regel eine Kontrolle der Rechnung. Gelegentlich wechselt er auch zwischen der homogenen und der herkömmlichen, inhomogenen Schreibweise hin und her. Der Wechsel zurück zur inhomogenen Schreibweise erfolgt, indem die Hilfsvariable gleich 1 gesetzt wird. Beispiel:

$$\text{a) } \frac{\text{Omn. } x}{\frac{x^2}{2a}} \quad \frac{\text{Omn. } x^2}{\frac{x^3}{3a^2}} \quad \frac{\text{Omn. } x^3}{\frac{x^4}{4a^3}} \quad (\text{N. } 72)$$

#### (15) Fortlaufende Gleichungsketten

Manchmal rechnet Leibniz fortlaufend, woraus Gleichungsketten entstehen (a). Dabei belässt er die linke Seite der Ausgangsgleichung unverändert, führt aber eine Operation an ihrer rechten Seite durch und hält deren Ergebnis im Anschluss an ein zweites Gleichheitszeichen fest. Dies wiederholt er bisweilen mehrfach, sodass nurmehr das letzte Gleichheitszeichen tatsächlich auch eine Identität anzeigt. Beispiel:

$$\text{a) } a^2 + y^2 = \frac{a^2 - y^2 + 2y^2}{a + y} = a - y + \frac{2y^2}{a + y} \quad (\text{N. } 70)$$

## (16) Indizes

Moderne Indizes, die tief- und nachgestellt werden, kennt Leibniz nicht. Er erreicht den gleichen Effekt durch die ein- oder mehrfache Klammerung von Variablen (a) wie auch von Punktbezeichnungen, in der Regel Großbuchstaben, die sich in einer Figur finden oder bei der Behandlung von Gebilden, die über diese Punkte definiert werden, auftreten (b). Wenn in einer Figur Punkte auftreten, die unterschiedliche Positionen einnehmen können, verwendet er in Stücken anderer Bände bisweilen auch Kardinalzahlen, die er vor die Bezeichnung des Punktes setzt (c). Beispiele:

a)  $a \sqcap l + (l) + ((l))$  (N. 32)

b)  $FM \sqcap AF$ , et  $(M)(F) \sqcap A(F)$  (N. 48)

c) [E]t à l'égard des lieux du point donné,  $D$ , il est manifeste, que ce lieu peut tomber ou en  $1D$  au dessus du sommet de la ligne sçavoir au dessus du point  $A$ , ou en  $2D$  vis à vis du dit sommet, ou en  $3D$ , entre le sommet et le point  $B$ , où la perpendiculaire doit rencontrer la courbe; ou en  $4D$ , dans la courbe même, de sorte que les points  $D$  et  $B$  alors reviennent à un seul, ou en  $5D$ , entre la courbe  $ABC$ , et l'Axe  $AF$ , ou en  $6D$  dans l'axe même, ou enfin en  $7D$  de l'autre costé de l'axe. (VII, 7 N. 11)

## (17) Doppel- und Mehrfachvorzeichen

Leibniz entwickelt mehrere Systeme von sogenannten Doppel- und Mehrfachvorzeichen. Solche Symbole spielen in der modernen Mathematik — vom  $\pm$  und seinem Gegenstück  $\mp$  abgesehen — keine weitere Rolle, doch auch seinen zeitgenössischen Kollegen bleiben sie weitestgehend unbekannt, da Leibniz ihnen über seine diesbezüglichen Ideen kaum etwas mitteilt. Die Mehrfachvorzeichen dienen dazu, zwei oder mehrere Terme, Formeln oder auch Gleichungen durch einen einzelnen Ausdruck wiedergeben zu können, sofern diese sich nur in ihren Vorzeichen unterscheiden. Mit ihrer Hilfe kann Leibniz beispielsweise eine allgemeine Gleichung für alle Kegelschnitte aufstellen. Die hierfür erforderlichen Symbole nennt er *signa ambigua* oder auf Französisch *signes ambigus*. Insbesondere im Jahr 1674 ist Leibniz hier sehr schöpferisch, und er ersinnt eine Reihe an unterschiedlichen und in sich geschlossenen, wenn auch miteinander verwandten Systemen aus solchen Zeichen (zur zeitlichen Abfolge der Systeme vgl. VII, 7 S. XXIII–XXXVI, zu ihrer Klassifizierung a. a. O., S. XL–XLVI). Er setzt allerdings nicht alle Systeme in seiner mathematischen Praxis ein. In unserem Band kommen nur die einfachen Doppelvorzeichen (also solche, die lediglich zwei Fälle unterscheiden) des 5. Systems vor, nämlich  $\dagger$  (a),

das für „im einen Fall +, im anderen –“ steht, und seine Negation  $\mp$  (b), welches somit „im oben festgelegten ersten Fall –, im zweiten Fall +“ bedeutet. In Stücken anderer Bände finden sich aber auch Dreifachvorzeichen wie zum Beispiel das  $\mp\mp$  (c) des 2. Systems („im einen Fall +, im anderen entweder – oder +“) oder gar Vierfachvorzeichen wie das  $\mp\mp\mp$  (d) des 5. Systems („im ersten Fall +, im zweiten –, im dritten und vierten wiederum +“). Falls ein Doppelvorzeichen benötigt wird, dessen Fälle unabhängig von denen einer bereits eingeführten Doppelwertigkeit sind, klammert Leibniz das Zeichen ein (e). Beispiele:

- a)  $\frac{1}{1z} \mp \frac{1}{2z^2} + \frac{1}{3z^3} \mp \frac{1}{4z^4}$  etc. (N. 24<sub>1</sub>)
- b)  $B\omega \sqcap \mp m \mp 1$  (N. 20)
- c)  $CE \sim \frac{(\mp\mp)ad}{-a \mp\mp q}$  (VII, 7 N. 15)
- d)  $EL \sqcap \mp\mp EC \mp\mp CL$  (VII, 5 N. 18)
- e) Sit  $\frac{1}{y+n} \mp \frac{1}{y+p} (\mp) \frac{1}{y+q} \sqcap 0$  (N. 19<sub>1</sub>)

#### (18) Infinitesimalmathematik

Um die später als Integration bezeichnete Operation anzuzeigen, setzt Leibniz anfangs den auf Cavalieri zurückgehenden Ausdruck „Omn.“ (a), die Kurzform des lateinischen Wortes für „alle“, vor die zu behandelnde Größe. Im Oktober 1675 jedoch ändert er seine Notation und führt ein neues, heute als Integral bekanntes Symbol (b) ein. Es handelt sich bei diesem um den ersten Buchstaben des kursiv geschriebenen lateinischen Wortes *summa*, Summe. Oft wird dabei der Integrand von einem Klammerbalken überspannt, welcher mit dem Integral direkt verbunden sein kann (c). Seine Darstellung und auch die Wiedergabe im Druck schwanken hierbei. Der Integrand wird jedoch, anders als in der heutigen Notation, an seiner rechten Seite nicht von einem Differential begrenzt.

Im Folgemonat entwickelt Leibniz eine weitere einschlägige Schreibweise, die noch immer in Gebrauch ist und die man als Symbol für das Differential kennt, nämlich  $dx$ ,  $dy$  etc. (d). Leibniz leitet es vom ersten Buchstaben des Wortes *differentia*, Differenz, ab und bezeichnet es auch als solche. Bei ihm meint die Schreibweise oft aber das, was wir heute Ableitung nennen. Auch hier findet sich häufig der Klammerbalken, der die zu behandelnde Größe überspannt (e). Insbesondere, wenn diese durch eine einzelnen Buchstaben dargestellt wird, lässt Leibniz das *vinculum* aber weg.



Schließlich verwendet er in einem der Stücke des vorliegenden Bandes die weder hier noch andernorts definierte oder näher erläuterte, infinitesimalmathematische Notation  $x''$  (f). Aus dem rechnerischen Zusammenhang des Stückes lässt sich erschließen, dass dort, wenn die Seiten des charakteristischen Dreiecks einer Kurve mit  $dx$ ,  $dy$  und  $dc$  bezeichnet werden,  $x'' = \frac{dc^2}{dx^2}$  gilt. Es handelt sich bei  $x''$  somit um das Quadrat des Bogenelements. Leibniz gebraucht diese Notation auch in Stücken, die einige Jahre jünger sind (etwa LH 35 VIII 10 Bl. 1–2, datiert auf den 29. November 1681). In manchen älteren Stücken findet sich diese Schreibweise ebenfalls, doch kommt ihr dort eine andere Bedeutung zu: In dem wohl bereits im Sommer 1673 verfassten Stück VII, 4 N. 39<sub>2</sub> stellt sie einfach ein merktechnisches Hilfsmittel dar, und in VII, 5 N. 56 aus dem Dezember 1675 sind die beiden Punkte der Platzhalter für einen unbestimmten Exponenten. Beispiele:

- a)  $\frac{a^5}{4x^4}$       (N. 72)  
 Omn.  $\frac{a^5}{x^5}$
- b)  $\int a \sqcap x + x^2$       (N. 74)
- c)  $\int \overline{p dx}$  aequ.  $\frac{1}{2}yy$       (N. 77)
- d)  $\theta d\theta + z dz$  aequ.  $x dx + y dy$       (N. 77)
- e)  $d\overline{x} p$  aequ.  $d\overline{y} y$       (N. 77)
- f)  $x + \frac{dy y}{dx} \sqcap \int \overline{dx x''}$       (N. 77)

#### (19) Kurze Übersicht über die mathematischen Zeichen

Die folgende Übersicht stellt noch einmal einige der wichtigsten unter den heute ungebrauchlichen mathematischen Schreibweisen zusammen, die sich im vorliegenden Band finden.

†	im ersten Fall +, im zweiten –	.
‡	im ersten Fall –, im zweiten +	
†	plus (Pascal)	
ˆ	Multiplikation	
×	Überkreuzmultiplikation	
÷	Division	

$a : b :: c : d$	Proportion
$ , \curvearrowright$	Kürzung eines Bruchs
$\square, \boxed{2}$	Quadrat
$\text{cub.}, \boxed{3}$	Kubus
$Rq$	Quadratwurzel
$R\textcircled{3}a, \sqrt{\textcircled{3}a}, \sqrt[3]{\textcircled{3}a}$	Kubikwurzel (aus $a$ )
$a^2, a^3 \dots$	$a^2, a^3 \dots$ (Ozanam)
$\mathfrak{x}, l$	$x$
$\mathfrak{x}, q$	$x^2$
$\mathfrak{c}, c$	$x^3$
$qq$	$x^4$
$\beta$	$x^5$
$qc$	$x^6$
$\text{aeq.}, \text{aequ.}$	gleich
$\sqcap$	gleich
$\sqcup$	gleich
$\sqsupset$	größer als
$\sqsupsetneq$	etwas größer als
$\sqsubset$	kleiner als
$\sqsubsetneq$	etwas kleiner als
$\sqsupseteq, \sqsubseteq$	größer oder kleiner
$f, f.$	<i>facit</i>
$\infty$	gleich (Descartes)
$\propto$	gleich (Tschirnhaus)
$\sim$	gleich (Ozanam)
$\{, \}, \ll, \gg$	Klammern
$*$	Platzhalter für ausfallende Terme, auch: Markierung
$.$	Platzhalter für wiederholte Terme
$\bullet$	Platzhalter für wiederholte Terme
$\dots$	Platzhalter für wiederholte Terme
$\text{—}$	Platzhalter für wiederholte Terme
$:$	Platzhalter für wiederholte Terme (doppelzeilig)
$\square$	sich weghebende Terme
$\square$	hervorgehobener Term

$\bigcirc, \bigcirc$	<i>numeri essentiales</i>
$l, (l), ((l)), \dots$	$l_1, l_2, l_3, \dots$
$\nabla$	Dreieck, <i>triangulum</i>

Zahlreiche weitere Beispiele und eine tabellarische Übersicht von Leibniz' mathematischen Bezeichnungsweisen gibt F. CAJORI, *Leibniz, the Master-BUILDER of Mathematical Notations* (in: *Isis* 7 (1925) S. 412–429) sowie DERS., *A History of Mathematical Notations*, Bd 2 S. 189–196 (LaSalle, Illinois 1929 u. ö.).

Siegmond Probst

Elisabeth Rinner

Regina Stuber

Achim Trunk

## EDITORISCHE HINWEISE



## I. TEXTGESTALTUNG

In der Textgestaltung werden im Wesentlichen die Grundsätze befolgt, die in den Vorworten zum fünften Band der Reihe I und zum sechsten Band der Reihe VI entwickelt wurden. Insbesondere gilt:

1. Jedes unbetitelte Stück erhält eine Überschrift in der Sprache des Stückes.
2. Die Groß- und Kleinschreibung lateinischer Texte wird normalisiert. Ebenso werden *i* und *j* sowie *u* und *v* vereinheitlicht. Vollständige Sätze werden mit einem Punkt abgeschlossen. Jeder Satzanfang wird groß geschrieben. Akzente fallen weg. Bei französischen Texten wird das Schriftbild beibehalten, jedoch werden Akzente dort ergänzt, wo Missverständnisse entstehen können.
3. Die Leibnizsche mathematische Notation wird grundsätzlich beibehalten. Bei schwankender Bezeichnung von Strecken und Größen wird nach dem Mehrheitsprinzip vereinheitlicht. Aufgrund des Konzeptcharakters der meisten Stücke treten häufig Flüchtigkeiten auf. So fehlen gelegentlich Klammern, Multiplikationszeichen, besonders oft aber Pluszeichen. In solchen Fällen wird nach sonstigem Leibnizschen Gebrauch stillschweigend ergänzt (bei stärkeren Eingriffen mit Dokumentation im Apparat). Leibniz neigt dazu, in seinen Konzepten auch einfachste numerische Rechnungen wie  $11 \times 11$ ,  $18 \times 3$  schriftlich auszuführen. Solche Nebenrechnungen werden in der Regel nicht abgedruckt. Rechenfehler werden grundsätzlich im Apparat angezeigt. Ausnahme: Verschreibungen im Rechengang; diese werden stillschweigend verbessert.
4. Die Leibnizsche Interpunktion wird bewahrt. Hinzugefügte Zeichen werden — abgesehen von den in Punkt 2 und 3 genannten Fällen — in eckige Klammern gesetzt. Es ist anzumerken, dass bei Leibniz ein Komma oder auch ein Semikolon oft die Funktion hat, eine längere Phrase vor der Verbindung mit dem zugehörigen Prädikat zusammenzufassen.
5. Die Leibnizschen Zeichnungen werden möglichst genau nach der Vorlage und mathematisch korrekt wiedergegeben. Linien in Blindtechnik, die also nur im Papier eingedrückt oder eingeritzt sind, werden im Druck gekennzeichnet.

## II. VARIANTENGESTALTUNG

Auch die Variantengestaltung erfolgt gemäß den Regeln der Ausgabe. Die Variante ist durch Zeilenangabe sowie vorderen und hinteren Anschluss eindeutig mit dem Haupttext verknüpft. Einer dieser Anschlüsse kann insbesondere bei Rechentexten fehlen. Streichungen werden zwischen senkrechte Striche gesetzt, Ergänzungen durch bloße Angabe des hinzugefügten Textes dargestellt. Bei Korrekturen kennzeichnen vorgesetzte Ziffern (1), (2), (3) ... und Buchstaben (a), (b), (c) ... (aa), (bb), (cc) ... die Stufen der Gedankenentwicklung. Kleinere Streichungen bzw. Ergänzungen innerhalb der einzelnen Stufen werden zwischen senkrechte Striche gesetzt. Jede nachfolgende Stufe hebt die vorhergehende auf. Nachgestellte Siglen (in diesem Band meist *L*) bezeichnen den Textzeugen, welchem die Variante entnommen ist.

In den Varianten werden Wortlaut und Zeichensetzung grundsätzlich nicht berichtigt, auch nicht bei offensichtlichen Fehlern. Abbrechende Wörter werden nicht vervollständigt. In der letzten Korrekturstufe werden aus dem Text übernommene Abschnitte durch Pünktchen abgekürzt wiedergegeben.

## III. SIGLEN UND EDITORISCHE ZEICHEN

<i>A</i>	Abschrift
<i>E</i>	Erstdruck
<i>L</i>	Leibniz, eigenhändig
<i>LiH</i>	Leibniz' eigenhändige Bemerkungen in einem Handexemplar
<i>LuB</i>	Leibniz gemeinsam mit Bertet, eigenhändig
<i>LuT</i>	Leibniz gemeinsam mit Tschirnhaus, eigenhändig
[ ]	in der Datierung: erschlossenes Datum, im Text: Ergänzungen des Herausgebers.
[ ]	Ergänzungen von Satzzeichen und Exponenten durch den Herausgeber. Vereinzelt gebraucht Leibniz selbst eckige Klammern (Hinweise darauf im Erläuterungsapparat).
< >	Konjekturen schwer lesbarer oder durch Beschädigung des Textzeugen ausgefallener Wörter bzw. Wortteile.
<—>	nicht entziffertes bzw. durch Beschädigung ausgefallenes Wort; die Anzahl der Striche entspricht der Anzahl der vermuteten Wörter.
<i>Kursivierung</i>	Zitat, Buchtitel, Text in abweichender Sprache
<i>S p e r r u n g</i>	Hervorhebungen durch Leibniz.

## IV. ABKÜRZUNGEN

a.	auch, autem
a. a. O.	am angegebenen Ort
aeq., aequ.	aequalis, aequatio
Anf.	Anfang
Anm.	Anmerkung
Aufl.	Auflage
Ausg.	Ausgabe
Ax.	Axiom
Bd(e, en)	Band (Bände, Bänden)
Bibl. Vat.	Biblioteca Apostolica Vaticana
Bl.	Blatt
Bog.	Bogen
bzw.	beziehungsweise
ca	circa
cap.	capitulum
dat.	datiert
def., Def.	definitio, Definition
ders.	derselbe
d. h.	das heißt
dies.	dieselbe
dt.	deutsch
ebd.	ebenda
e. g.	exempli gratia
engl.	englisch
erg.	ergänzt
Erl.	Erläuterung
erw.	erweitert
f., ff.	folgende (Sing./Plur.)
Fig., fig.	Figur, figura
finn.	finnisch
franz.	französisch
gedr.	gedruckt
gestr.	gestrichen



GWLB	Gottfried Wilhelm Leibniz Bibliothek — Niedersächsische Landesbibliothek
Hrsg. (hrsg.)	Herausgeber (herausgegeben)
insb.	insbesondere
ital.	italienisch
japan.	japanisch
Jh.	Jahrhundert
ℓ.	ligne
lat.	lateinisch
LBr.	HANNOVER <i>GWLB</i> Leibniz-Briefwechsel
LH	HANNOVER <i>GWLB</i> Leibniz-Handschriften
lib.	liber
Marg.	Marginalie(n), Marginalexemplar
max.	maximal
Ms.	Manuskript
myth.	mythisch
N., Nr.	Nummer
Nachdr.	Nachdruck
NB.	nota bene
Neuaufł.	Neuaufgabe
niederl.	niederländisch
o. O.	ohne Ort
p., pag.	pagina
probl.	problema
prop., Prop.	propositio, Proposition
r <sup>o</sup>	recto
S.	Seite
s.	siehe
s. a.	siehe auch
s. o.	siehe oben
span.	spanisch
s. u.	siehe unten
SV.	Schriftenverzeichnis
Teilübers.	Teilübersetzung

---

Titelauf.	Titelaufgabe
Tl(e)	Teil(e)
tlw.	teilweise
türk.	türkisch
u.	und
u. a.	und andere, unter anderem
u. d. T.	unter dem Titel
Übers. (übers.)	Übersetzung (übersetzt)
u. ö.	und öfter
usw.	und so weiter
v.	von, vor
v. g.	verbi gratia
vgl.	vergleiche
v <sup>o</sup>	verso
vol.	volume
Z.	Zeile
z. B.	zum Beispiel
℞	destilletur, distilletur (noch zu bedenken)



VARIA MATHEMATICA, NACHTRÄGE 1670–1676



VARIA MATHEMATICA 1670–1676



## 1. DE DISCERPTIONIBUS NUMERORUM

[April – Dezember 1670 (?)]

**Überlieferung:** *L* Konzept: LH 35 XII 1 Bl. 17. 1 Bl. 2<sup>o</sup>. 1 S. auf Bl. 17 r<sup>o</sup>. Bl. 17 v<sup>o</sup> leer. —  
Gedr.: *LKK* 2, 1976, S. 256–258.  
Cc 2, Nr. 00

5

Datierungsgründe: Aus inhaltlichen Gründen fällt das vorliegende Stück in die Anfänge von Leibniz' Auseinandersetzung mit Zerfällungen. Die Erwähnung der *Dissertatio de arte combinatoria* legt Ende März 1666 als gesicherten *terminus post quem* für die Entstehung fest. Die intensive Verwendung diakritischer Zeichen spricht für eine Datierung noch vor Leibniz' Aufenthalt in Paris. Vor diesem Hintergrund erweist sich Leibniz' Hinweis auf den Begriff *Zerfällung* als deutschsprachige Entsprechung für *discerptio* ebenfalls als stimmig. Unmittelbar im Anschluss an die *Dissertatio de arte combinatoria* führt Leibniz lediglich Arbeiten zum Teilbereich der juristisch-kombinatorischen Themen fort, und dies auch nur in geringem Umfang. Insbesondere sind für diese Zeit keine Hinweise auf eine Weiterführung der Beschäftigung mit Fragen der Kombinatorik oder die kombinatorische Behandlung mathematischer Probleme im überlieferten Textkorpus vorhanden. Erst um die Zeit des ersten Briefs an Athanasius Kircher vom 16. Mai 1670 (II, 1 N. 20<sub>a</sub>), in dem sich Leibniz auf Kirchers 1669 neu erschienenes Werk *Ars magna sciendi* zur Kombinatorik bezieht und sich selbst als Gelehrten in diesem Bereich vorstellt, beginnen Bezüge auf die Kombinatorik erneut und in der vollen Breite des thematischen Spektrums sichtbar zu werden — sei es durch Verweise auf seine *Dissertatio*, in der Verwendung der Kombinatorik als Methode in den Rechtswissenschaften, im Auftreten der Kombinatorik als Methode und als Teilbereich der Mathematik, oder auch im grundsätzlichen Verständnis der Welt als *combinatio* etwa in Bezug auf Materie oder Bewegungen von Planeten. Somit liegt eine genauere Datierung des vorliegenden Stücks in die Zeit ab etwa April 1670 nahe. Leibniz verweist außerdem auf die Nutzung maschineller Rechenverfahren zur Lösung umfangreicher Berechnungen. Zudem bestehen enge inhaltliche und methodische Bezüge (Gewichte; Rechenverfahren; als *Zerfällungen* auffassbare Zahlenzerlegungen auf LH 42 V Bl. 16 r<sup>o</sup>; Verwendung von Differenz-Schemata als Analysemittel) zu Passagen auf dem Bogen LH 42 V Bl. 15–16, auf dem sich auch der Anfang von Leibniz' ältestem überlieferten Konzept *Instrumentum arithmeticum* (Druck in Reihe VIII) zur Rechenmaschine befindet. Üblicherweise werden die ältesten erhaltenen Arbeiten zu Leibniz' Rechenmaschine in das Jahr 1670 datiert. Die Entstehungszeit des vorliegenden Stücks lässt sich dadurch weiter auf die Zeit bis Ende 1670 eingrenzen.



De Discerptionibus numerorum dixi nonnihil in *Arte combinatoria*. Discerptio *Zerfällung* est enumeratio partium omnium numeri dati. Duo hic indagari summam merentur, primum via exhibendi dati numeri discerptiones omnes, deinde discerptio ex qua componi possunt numeri omnes. De illo alibi. Delibavi nonnihil in  
 5 *combinatoria*, ubi ostendi numeros progressionis Geometricae duplae componi ex omnibus complexionibus numeri dati.

De Discerptione ex qua omnes numeri componantur nunc aliquid dicam. Sciendum ergo ex numeris progressionis geometricae duplae ab unitate deinceps componi numeros alios omnes qui non sint summo progressionis majores, v. g. 1. <sup>1</sup> 2. <sup>2</sup> 4. <sup>4</sup> 8. <sup>8</sup> 16. <sup>16</sup> 32.

10 64. 128. 256. 512. 1024. 2048. 4096. 8192. Sume numerum minorem quam 8192. Is  
 6 7 8 9 10 11 12 13

componetur ex quibusdam numeris antecedentibus simul sumtis. Ultimus semper ex omnibus addito 1. ut 16 ex 1. 2. 4. 8 + 1. Numerus datus 5205 ex 4096. Hujus rei ratio

1024  
 64  
 16  
 4

profundius consideranti facile apparet. Quia eadem est differentia differentiarum, quae-  
 15 sita differentia, progressionum et cum additae semper praecedentes in progressionibus differant unitate, idem erit in differentiis progressionum, jam semper differentiae differentiarum unitate pauciores et differentiae differentiarum de differentiis rursus et ita  
 20 porro, ergo prodeunt numeri omnes, quod non fit in aliis progressionibus. Seco numerum datum in binas partes, et partes rursus. Datus ergo numerus vel est aliquis horum vel non est sed datis minor, si non est sume progressionem proxime minorem. Si addes ei omnes  
 sequentes, habebis ipsum duplum, sed hic non debet duplus ergo in caeteris continetur

2 dati. (1) Notabile (2) duo L 4f. in |practica gestr. | combinatoria, L 9 v. g. (1) 1. 2. (2)  
 1 2

1. L 10 8192. (1) sumere (2) sume L 13 apparet. (1) Quia omnes praecedentes differunt unitate  
 0 13

a sequente (2) quia L 15 semper (1) differentia differentiae unitate minor (2) differentiae L 18 et  
 (1) dat (2) partes L 19 sume (1) datum qu (2) progressionem L

---

1 dixi nonnihil: *Dissertatio de arte combinatoria*, 1666, S. 9f. u. S. 55–57 (VI, 1 N. 8 S. 176 u. S. 209f.). 4 alibi: Vgl. N. 4 und N. 5. 5 ostendi: *Dissertatio de arte combinatoria*, 1666, S. 9f. (VI, 1 N. 8 S. 176).

v. g. in 1. 2. 4. 8. 16. Si esset 15. containeretur in 1. 2. 4. 8. simul si esset 14. containeretur in 8. 4. 2. ita ademisti 1. Si esset 13. containeretur in 8. 4. 1. ita ademisti rursus 1. ergo semper procedendo potes adimere unitatem. Ergo omnes numeros exhibere. Et hoc verum est de omnibus numeris progressionis geometricae duplae etiam non incipientibus ab unitate. Dummodo progrediaris usque ad fractiones.

5

Ex hac proprietate multa sequuntur usus non contemnendi, primum enim si pondera, mensurasque tam longitudinum quam capacitatum ita ordines, non erit opus nisi tot ponderibus quot sunt numeri progressionis duplae, et non nisi semel quolibet. V. g. pone libram divisam esse in 8192. partes, et te habere 14 illa pondera enumerata quorum primum ponderet  $\frac{1}{8192}$ . secundum  $\frac{2}{8192}$ , tertium  $\frac{4}{8192}$  etc. Poteris cuilibet ponderi dato 10 minori his solis inter se conjunctis aequipondium dare. Animadvertit jam quiddam tale Schwenterus. Potest et alius esse usus in divinando. Divinabo enim numerum sumtum ab alio non nominatum modo ordine detraham numeros progressionis Geometricae duplae. Pone numerum sumtum divinandum esse 19. Jubeo eum dicere sitne numerus supra 100. aut 200 aut 500. Si dicit esse infra 100 v. g. jubeo detrahare 64. Si negat se posse jubeo de- 15 trahere sequentem etc. Si potest jubeo detrahare 64 inde 32. quamdiu potest. Ubi desinit

11 *Nebenbetrachtung am oberen Rand des Blatts:*

$$\begin{array}{ccccccc}
 & & & \langle 8 \rangle & & & \\
 & & & 4 & & 12 & \\
 & & 2 & & 6 & & 18 \\
 & 1 & & 3 & & 9 & 27
 \end{array}$$

20

1 in 1. 2. 4. 8. 16 (1) sume 8. (2) Si L 1 in | 1. 2. 3. 4. 8. ändert Hrsg. | simul L 1 f. in 8. 4. 2. (1) 1. Si (2) ita L 3 exhibere (1) Ex hac p (2) Et L 8 duplae, (1) usque (2) | et erg. | non L 9 et | de ändert Hrsg. | habere L 9 pondera (1) praecedentia (2) enumerata L 10 cuilibet (1) numero (2) ponderi L 16 detrahare (1) 32 (2) 64 L 18–21 (1)  $\langle 12 \rangle$  tlw. gestr. (2) 6 18 3 9 27

$$\begin{array}{ccccccc}
 & & & \langle 8 \rangle & & & L \\
 & & & 4 & & 12 & \\
 & & 2 & & 6 & & 18 \\
 1 & 3 & & 9 & & 27 &
 \end{array}$$

11 Animadvertit: D. SCHWENTER, *Deliciae Physico-Mathematicae oder Mathematische und Philosophische Erquickstunden*, 1636, Teil 9, XI. Aufgabe, S. 368f. Das Zahlenschema der Nebenbetrachtung erläutert den Zusammenhang zwischen den beiden Gewichtssätzen in der Aufgabe XI. 12 usus in divinando: a. a. O., Teil 1, I. Aufgabe, S. 17–19.

posse numeros pares continuos detrahere noto, sumo proximum per saltum unum duosve et ita usque ad unitatem sumendi a. numeri progressionis duplae palliati, v.g. pro 16 detrahe 9. 3. 2. si non potest successive omnes jam scis non posse detrahere 16. Ultimus maximusque usus erit, ut puto, in multiplicando et dividendo ope practicae Italicae huc  
 5 restrictae. Esto numerus 5205. multiplicandus per 365. Sume omnes discerptiones numeri multiplicandi 5205. ex numeris progressionis duplae, omnes item multiplicantis 365. illius sunt enumeratae paulo ante, hujus sunt 256. 64. 32. 8. 4. 1. Jam debet esse Tabula pythagorica magna, cui jam omnium numerorum progressionis duplae in se invicem multiplicationes sint inscriptae. His inter se additis habebis productum. Sed cogitandum hic  
 10 de compendiis primum inveniendi dati numeri discerptiones, deinde addendi. Utrumque praestandum per machinam. Nota pro 256 possunt in se duci 3. et 5. etc.

1. <sup>3</sup> 4. <sup>5</sup> 9. <sup>7</sup> 16. <sup>9</sup> 25. Notum est numeros quadratos differre numeris imparibus deinceps ab unitate, hinc sequitur ex numeris quadratis quoque inter se compositis posse oriri alios omnes. v.g. 23. ex 16. 9 – 2. 18 ex 16 + 4 – 2. Paulo aliter res instituenda.

1 pares (1) detrahere noto (2) continuos *L* 3 omnes *erg. L* 5 per (1) 301 (2) 365 *L*  
 6 multiplicandi *erg. L* 6 f. multiplicantis 365. (1) nempe (2) illius sunt (a) enumerata (b) enumeratae *L*  
 11 Nota ... etc. *erg. L* 14 alios | detraho 1. *erg. u. gestr.* | omnes. *L* 14 ex 16. (1) 9 + 1. (2) 9 – 2 *L*  
 14 instituenda. | Summae numerorum imparium constituunt numeros progressionis Geometricae duplae,  
 v.g. (1) 1. 2. (2) 1. 3. 5. 7. 9 *gestr.* | *L*  
 4 8.

---

4 practicae Italicae: Leibniz modifiziert die Vorgehensweise, indem er von einer multiplikativen zu einer additiven Zerlegung übergeht.

## 2. DISPOSITIONS ET COMPLEXIONS

[April – Juli 1672]

**Überlieferung:** *L* Konzept: LH 35 XII 1 Bl. 45–47. 1  $\frac{1}{2}$  Bog. 2°. 2 S. auf Bl. 45 r° (= erster bis dritter Ansatz) u. Bl. 47 r° (= vierter Ansatz). Am Rand von Bl. 45 r° sowie auf Bl. 45 v° u. 46 r° befindet sich VII, 3 N. 3; Bl. 46 v° u. 47 v° sind leer. — Gedr.: *LKK* 2, 1976, S. 6–9. 5  
Cc 2, Nr. 519 A, B

Datierungsgründe: Das Stück befasst sich mit der Kombinatorik, wobei es inhaltlich an die *Dissertatio de arte combinatoria* (VI, 1 N. 8) aus dem Jahr 1666 anknüpft. Leibniz greift einige Begriffe jener Arbeit auf, übersetzt sie ins Französische und definiert sie kurz. Sprache und thematischer Ansatz verweisen das Stück also in die frühe Phase seiner Zeit in Paris, womit der *terminus post quem* 10  
Leibniz' Ankunft in Paris Ende März 1672 ist. Dass das Stück nicht später als Anfang 1673 entstanden ist, belegt die Symbolverwendung in dem auf demselben Träger niedergeschriebenen Stück VII, 3 N. 3, welches konkrete Beispiele zur gleichen Thematik liefert. In ihm finden sich als Gleichheitssymbole zum einen das moderne Gleichheitszeichen, welches Leibniz spätestens ab Mitte 1674 durch den stilisierten 15  
Waagebalken ersetzt; zum anderen verwendet er *f.* als Abkürzung für *facit*. Diese Notation gebraucht er jedoch nur bis Ende 1672 oder Anfang 1673. — Das Papier ist Pariser Provenienz. Sein Wasserzeichen lässt eine weitere Präzisierung der Datierung zu. Das gleiche Zeichen findet sich ansonsten nur noch bei 20  
dem Träger von VI, 3 N. 2<sub>2</sub>, dem zweiten in einer Reihe von vier auf französisch verfassten Entwürfen zu physikalischen Fragen. Selbst wenn Leibniz den ersten Entwurf N. 2<sub>1</sub> recht bald nach seiner Ankunft in Paris geschrieben haben sollte, kann der zweite Entwurf kaum vor April 1672 entstanden sein. Und 25  
der auf diesen folgende dritte Entwurf N. 2<sub>3</sub> war offensichtlich fertiggestellt, bevor Leibniz von dem am 25. Juli 1672 im *Journal des sçavans* veröffentlichten Brief von Huygens an Gallois Kenntnis genommen hatte, was wahrscheinlich ohne große Verzögerung geschehen ist. Dies spricht dafür, dass N. 2<sub>2</sub> im Zeitraum von April bis Juli 1672 verfasst worden ist. Wegen der seltenen Papiersorte wird für unser Stück das Gleiche angenommen. 25

[Verworfenener erster Ansatz]

## Definitions

Pour placer une chose avec une autre, il y a trois sortes de variation. Car ou on place une chose tousjours avec une même chose, mais d'une maniere nouvelle; ou on place une chose tantost avec une tantost avec une autre. 30

Si on place une chose avec une même chose, mais d'une differe [*bricht ab*]

29 d'une (1) même (2) no (3) maniere *L*      30 tantost avec (1) l'une (2) une *L*

[*Verworfener zweiter Ansatz*]

Soit une chose donnée, ayant certaines parties, outre les quelles il ne faut pas la  
 soubdiviser [comme sont les unitez dans le nombre, ou les atomes dans un Corps, ou  
 les personnes d'une assemblée, les quelles ne souffriroient pas d'estre coupées en pieces];  
 5 trouver tous les changemens imaginables dans cette chose donnée qu'elle peut fournir de  
 soy même, sans luy adjouster rien de nouveau. [Car s'il seroit permis d'adjouster une  
 nouvelle chose, ou diviser les parties plus outre ou d'une autre maniere, les changemens  
 iroient à l'infini, et il n'y auroit point de probleme pour les conter. Par exemple dix  
 personnes estant donnez, on peut trouver [*bricht ab*]

10

[*Dritter Ansatz*]

Certaines choses estant données, trouver en nombres toutes les dispositions imagi-  
 nables.

Les *d i s p o s i t i o n s* sont les varietez de penser à certaines choses données ou de  
 les placer dans l'esprit.

15

Par exemple, dix personnes estant données, vous pouvez penser ou à quelques unes  
 ensemble; ou à toutes ensemble; ou à nulles ensemble, c'est à dire à une apres l'autre.

Si vous prenez quelques unes ensemble, tantost celles cy et tantost celles là, cela  
 s'appelle Complexion.

2 donnée, (1) divisée (2) ayant *L* 3f. [comme ... pieces.] *erg. L* 5 donnée (1) sans la qvelle  
 (2) qv'elle *L* 7 parties (1) d'une (a) autre (b) autre maniere ou plus outre, (2) plus *L* 11 toutes  
 les (1) *c o n j u n c t u r e s* imaginables (2) dispositions *L* 13 sont (1) les varietez avec les qvelles  
 plusieurs choses peuuent estre placées dans l'esprit ou dans la pensée, (2) conjunctures de plusieurs  
 choses (a) Par exemple (b) Dix personnes peuuent estre considerees de plusieurs manieres (c) La (3) les  
 varietez *L* 15 penser ou à (1) toutes ensemble, ou à plus (2) qvelqves *L*

---

3–6 [comme ... [Car: Die eckigen Klammern in diesem Ansatz stammen von Leibniz selbst.

18 Complexion: Vgl. LEIBNIZ, *Dissertatio de arte combinatoria*, 1666, prooemium §§ 7–12 S. 4 (VI, 1 N. 8 S. 172 f.).

[*Vierter Ansatz*]

## Probleme General

Certaines choses d'un certain nombre connu estant données, trouver en nombres toutes les dispositions imaginables.

Les dispositions sont les varietez de penser à certaines choses, ou de les placer dans l'esprit. Par Exemple, dix personnes estant données, vous pouvez penser ou à quelques unes ensemble, ou à toutes ensemble, ou à nulles ensemble, c'est à dire à l'une apres l'autre. Car pour considerer plusieurs particularitez dans elles, ou pour considerer le tout rangé en quarré ou en polygone ou en autre figure, cela n'appartient pas à nostre tractation, par ce que nous voulons considerer les places qu'on leur donne dans l'esprit en les rapportant pas à l'espace, mais au temps, car les pensées dans l'esprit, n'ont point de difference des places, mais seulement du temps.

Si vous prenez donc quelques unes ensemble tantost celles cy, tantost celles là, et tantost d'un grand, tantost d'un petit nombre, cela s'appelle Complexion, dont la variation consiste dans la matiere donnée même, sans avoir égard à la forme. Par exemple dix estans donnez, *a. b. c. d. e. f. g. h. i. l.* Vous en pouvez prendre, tantost cinq ensemble, tantost seulement quatre ensemble; et si vous prenez cinq ensemble, vous pouvez prendre ou ceux cinq cy, *a. b. c. d. e.* ou ceux cinq là, *b. c. d. e. f.* etc.

Je nomme le Nombre de ceux qu'on prend, l'Exponent de la Complexion, par exemple 5 dans l'exemple precedant.

Et selon ce nombre ou exponent, je nomme la Complexion tantost une Combination, ou Com2naison, tantost une Con3naison ou Conternaison, tantost

3 d'un ... connu *erg. L* 9 rangé (1) ou (2) en *L* 10 considerer (1) pas (2) les *L* 10 dans l'esprit *erg. L* 11 temps, (1) par ce qve les d (2) car *L* 17 ensemble, (1) et en prennant cinq, (2) vous *L* 18f. etc. (1) Le Nombre de ceux qv'on prend, je nomme (2) Je *L*

22 Conternaison: Die Bezeichnungen *conternatio* für eine ungeordnete Stichprobe von drei Elementen aus einer gegebenen Grundmenge und analog *conquaternatio* finden sich schon bei M. MERSENNE, *Harmonicorum libri*, 1635, etwa auf S. 135. Die Schreibweisen *com2natio*, *con3natio* und *con4natio* gebraucht Leibniz bereits in der *Dissertatio*, prooemium §§ 11 f. S. 4 (VI 1, N. 8 S. 172). Er verwendet sie auch in einer Marginalie in seinem Handexemplar von Bl. PASCAL, *Traité du triangle arithmétique*, 1665 [Marg.] (PO III S. 446); vgl. S. 15 Z. 11–13. In VII, 3 N. 3 S. 19 behandelt Leibniz zudem *con5nationes*.

une C o n 4 n a i s o n , etc. bien qu'ordinairement le mot de Combinaison se prend pour la complexion en general.

Le Nombre de toutes les com2naisons ou con3naisons etc. imaginables, s'appelle: Le Nombre des complexions d'un exponent donné. Par exemple  
 5 toutes les con3naisons de 10 choses données, sont 120 et toutes les con3naisons de 4 choses,  $a.b.c.d.$  sont 4 comme  $a.b.c.$  et  $b.c.d.$  et  $a.b.d.$  et  $a.c.d.$

Le nombre de toutes les complexions de tous les exponens ensemble, s'appelle simplement, le nombre des Complexions. Par exemple le nombre  
 10 de toutes les Complexions de 4 est 15, sçavoir 4 1 n i t e z , quand chaque chose est mise à part ( $a.b.c.d.$ ) 6 C o m 2 n a i s o n s ( $ab.bc.cd.ac.ad.bd.$ ) 4 C o n 3 n a i s o n s ( $abc.bcd.abd.acd.$ ) 1 C o n 4 n a i s o n ( $abcd$  car la varieté de l'ordre  $acbd. adbc.$  etc. ne change pas la matiere ou complexion, mais seulement la forme:). Et ainsi en tout 15.

1 qv'ordinairement le (1) terme (2) mot  $L$  3 Nombre (1) des Com2n (2) de toutes les com2naisons ou (a) con2naisons (b) con3naisons |etc. *erg.* | (aa) imaginaires (bb) imaginables  $L$   
 5 de (1) dix (2) 10  $L$  5f. et toutes les |con3nations *ändert Hrsg.* | de ... sont 4 *erg.*  $L$  8–12 Par exemple ... tout 15. *erg.*  $L$

---

12 en tout 15: Die Möglichkeit, gar kein Element aus der Grundgesamtheit auszuwählen, zählt Leibniz hierbei wie bereits in der *Dissertatio*, prooemium §§ 7 u. 12 S. 4 (VI 1, N. 8 S. 172 f.) nicht mit, bedenkt sie aber sehr wohl; vgl. *a. a. O.*, probl. I Tab. 8 S. 7 (S. 174).

### 3. MARGINALIEN IN BLAISE PASCAL, TRAITÉ DU TRIANGLE ARITHMETIQUE

**Überlieferung:** *LiH* Marginalien und Unterstreichungen in Bl. PASCAL, *Traité du triangle arithmétique*, Paris, 1665: HANNOVER *Leibniz-Bibl.* Nm–A 605. — Gedr.: VII, 3 N. 28 S. 323 Z. 25–29 (tlw.)  
Cc 2, Nr. 00

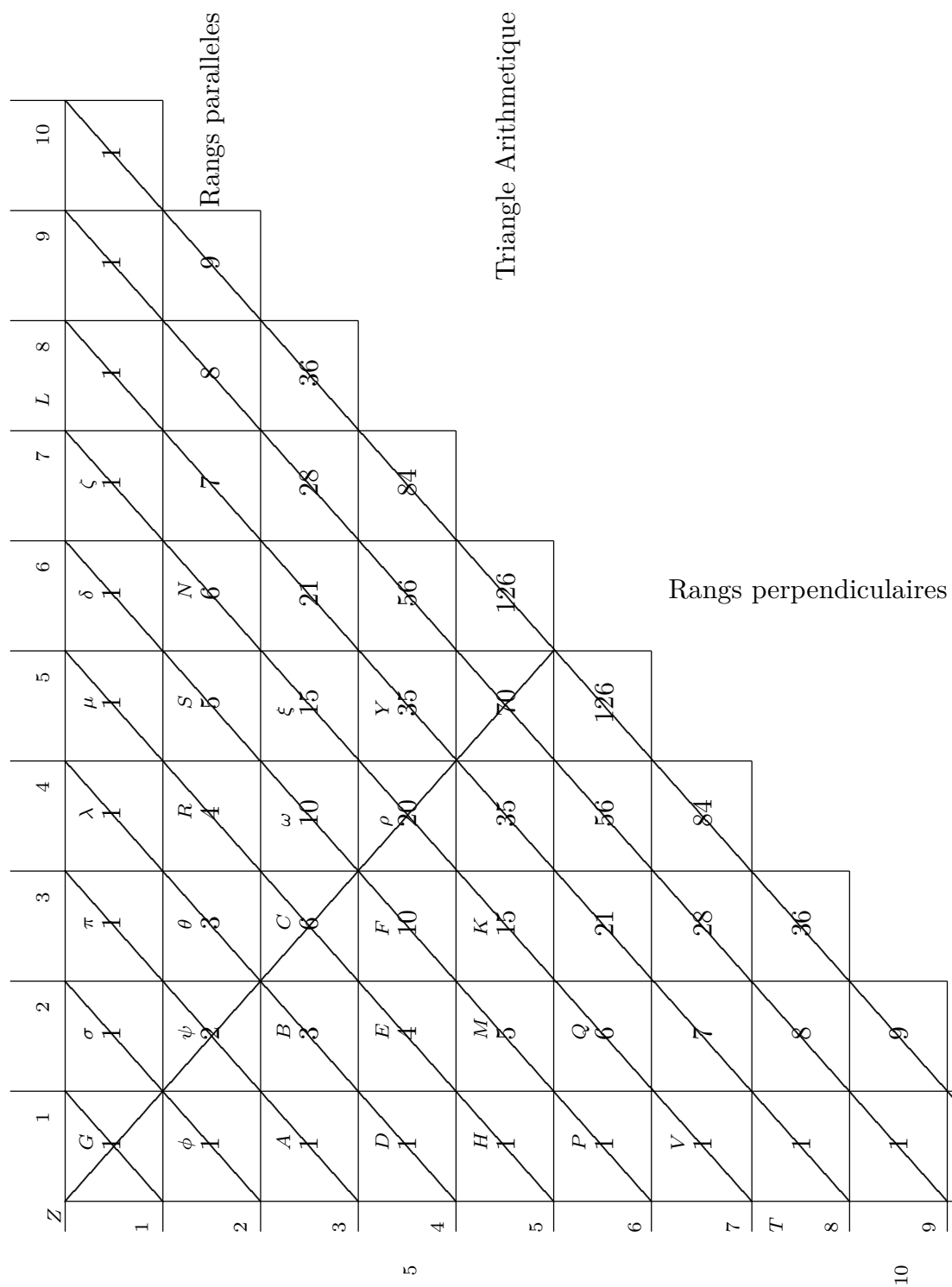
5

Datierungsgründe: Leibniz' Beschäftigung mit Pascals Schriften, die 1665 im Band *Traité du triangle arithmétique* erschienen sind, spiegelt sich in zahlreichen Stücken wider. Für alle Texte mit Ausnahme von N. 3<sub>6</sub> finden sich Belege, die die einzelnen Marginalien und Unterstreichungen in verschiedenen Zeiträumen zwischen Frühjahr 1672 und Frühjahr 1673 sowie Ende 1673 bis Mitte 1674 verorten. Diese 10  
Bezugstellen sind in den Erläuterungen angeführt. — Aufschluss auf die Datierung der Marginalien an N. 3<sub>6</sub> gibt die letzte Anmerkung, die in Verbindung mit der Notiz LH 35 XII 2 Bl. 1 v<sup>o</sup> und dem Konzept *De periodis fractionum decimalibus* (LH 35 III A 25 Bl. 1–3 u. 7–10) steht. Inhaltlich baut das Konzept auf den Arbeiten an den Stücken LH 35 III A 25 Bl. 15 r<sup>o</sup> u. 14 v<sup>o</sup> sowie LH 2 V 2 Bl. 46 v<sup>o</sup> auf. Leibniz' 15  
Datierung der Schrift *De periodis fractionum decimalibus* auf Januar 1687 sowie sein Hinweis, dass die zugrundeliegenden Beobachtungen erst kürzlich entstanden seien, lässt eine Entstehung der Marginalie im Winter 1686/87 erschließen. Aus formalen und inhaltlichen Gründen ist von einer zeitgleichen Entstehung der übrigen Marginalien an diese Schrift Pascals auszugehen. — Die Schriften des Marginalienexemplars erscheinen als Text, die zugehörigen Seitenzahlen sind in eckigen Klammern vorangestellt. 20  
Die Orthographie und ein Großteil der Textauszeichnungen wurden an die Grundsätze der Textgestaltung dieser Ausgabe angepasst. Kursivierungen einzelner Wörter oder kurzer Passagen, mit denen in den Schriften von Pascal Einzelheiten wie neue Bezeichnungen oder in den konkreten Rechenbeispielen allgemeiner Lösungsansätze auftretende Werte hervorgehoben werden, wurden nicht mit übernommen. Marginalien aus Leibniz' Hand werden als Fußnoten zum Text wiedergegeben, seine Unterstreichungen 25  
durch Sperrung der entsprechenden Passagen hervorgehoben.

#### 3<sub>1</sub>. ZUR KLAPPTAFEL [Frühjahr – Herbst 1672]

Datierungsgründe: Vgl. N. 3.





14,4 *Daneben:*

Combinaisons				<i>in Tabula</i>	
1	dans 6 se peut prendre à	6	differentes fois		$N$
2	.....	15	.....		$\xi$
3	.....	20	.....		$\rho$
4	.....	15	.....		$K$
5	.....	6	.....		$Q$
6	.....	1	.....		$V$

5

14,5 *Daneben:*

$y$ rerum diversae	{	unitates	$\frac{y}{1}$	10
$y$ rerum		com2nationes	$\frac{y, y-1}{1, 2}$	
		con3nationes	$\frac{y, y-1, y-2}{1, 2, 3}$	
		con4nationes	$\frac{y, y-1, y-2, y-3}{1, 2, 3, 4}$	

14,8 *Daneben in Spalte 6:*  $\text{III} \begin{smallmatrix} \vdots \\ \vdots \\ \vdots \end{smallmatrix} \text{III} \begin{smallmatrix} \vdots \\ \vdots \end{smallmatrix} \text{II} \begin{smallmatrix} \vdots \\ \vdots \end{smallmatrix} \text{I} \cdot$ 10 diversae *erg. LiH*

2–8 Combinaisons ... V: Vgl. Bl. PASCAL, *Divers usages du triangle arithmetique*, 1665, S. 4f. [Marg.] (*PO* III S. 469–471) und DERS., *Combinaciones*, 1665, S. 22 u. S. 32f. [Marg.] (*PO* III S. 557 u. 586–593). Vgl. auch Leibniz' Auseinandersetzung mit dieser Thematik in N. 2. 10–13  $y$  rerum ...  $\frac{y, y-1, y-2, y-3}{1, 2, 3, 4}$ : Leibniz gibt hier die *a. a. O.*, S. 32f. [Marg.] (*PO* III S. 586–593) dargestellten

Zusammenhänge wieder. N. 2 belegt ebenfalls Leibniz' Beschäftigung mit diesem Thema, enthält jedoch keine Ansätze zur Formalisierung. 14  $\text{III} \begin{smallmatrix} \vdots \\ \vdots \\ \vdots \end{smallmatrix} \text{III} \begin{smallmatrix} \vdots \\ \vdots \end{smallmatrix} \text{II} \begin{smallmatrix} \vdots \\ \vdots \end{smallmatrix} \text{I} \cdot$ : Gleiche und ähnliche Figuren finden sich in VII, 3 N. 3 S. 21–26.

3<sub>2</sub>. ZUM TRAITTÉ DES ORDRES NUMERIQUES

[Herbst 1672 – Winter 1672/73]

Datierungsgründe: Vgl. N. 3.

[S. 5 f.]

5 ... La maniere dont il a pris cette mesme proposition est telle.

En la progression naturelle qui commence par l'unité, un nombre quelconque estant mené dans le prochainement plus grand, produit le double de son triangle.

Le mesme nombre estant mené dans le triangle du prochainement plus grand, produit le triple de sa pyramide.

10 Le mesme nombre mené dans la pyramide du prochainement plus grand, produit le quadruple de son triangulo-triangulaire; et ainsi à l'infiny, par une methode generale et uniforme.

Voila comment on peut varier les enonciations. Ce que je monstre en cette proposition s'entendant de toutes les autres, je ne m'arresteray plus à cette  
 15 maniere accommodante de traiter les choses, laissant à chacun d'exercer son genie en ces recherches, où doit consister toute l'estude des Geometres: car si on ne sçait pas tourner les propositions à tous sens, et qu'on ne se serve que du premier biais qu'on a envisagé, on n'ira jamais bien loing: ce sont ces diverses routes qui ouvrent les consequences nouvelles, et qui, par des enonciations assorties au sujet, lient des propositions, qui sembloient  
 20 n'avoir aucun rapport dans les termes où elles estoient conceües d'abord. ...

---

5 il: Bei der Passage in Z. 6–12 handelt es sich um eine französischsprachige Wiedergabe einer Beobachtung von Fermat, die dieser in einem Brief von Anfang Juni 1638 (FO II S. 70; MERSENNE, *Correspondance* VII S. 279) Mersenne mitgeteilt hatte. Später wurde sie als *Observatio D. P. F.* in DIO-  
 PHANTOS, *De multangulis numeris liber unus*, 1670, S. 16 (FO I S. 341) veröffentlicht. Leibniz bezieht  
 sich auf diese Übersetzung in S. 138 Z. 8 – S. 139 Z. 3. 13 *varier les enonciations*: Leibniz  
 weist auf die unterstrichene Passage in *Aus und zu Galileis Discorsi*, VI, 3 N. 11<sub>2</sub> S. 167 Z. 10 f. sowie  
 später in VI, 3 N. 22<sub>2</sub> S. 331 Z. 8–11 hin.

## 33. ZU DE NUMERORUM CONTINUORUM PRODUCTIS

[Ende 1672 – Frühjahr 1673 sowie Ende 1673 – Mitte 1674]

Datierungsgründe: Vgl. N. 3.

[S. 13]

De numerorum continuorum productis,

5

seu

De numeris qui producuntur

ex multiplicatione numerorum serie naturali procedentium.

Numeri qui producuntur ex multiplicatione numerorum continuorum a nemine, quod sciam, examinati sunt. Ideo nomen eis impono nempe, producti continuorum.

10

...

[S. 16]

...

7 Neben der zweiten Überschrift: Producti continuorum cum progressionem harmonicam, plurimum habent connexionis. Sed hoc Pascalius non observavit. Nimirum:

15

$\frac{1}{1} \quad \frac{1}{2} \quad \frac{1}{3} \quad \frac{1}{4}$  etc. est series progressionis harmonicae, reducendo omnes ad unum nomen fiet:

$$\frac{2, 3, 4 + 1, 3, 4 + 1, 2, 4 + 1, 2, 3}{1, 2, 3, 4}$$

14f. continuorum (1) sunt progressionis harmonicae. (2) cum progressionem harmonicam | plurimum habent connexionis erg., sed ... non (a) noverat (b) observavit LiH

14–18 Producti ...  $\frac{2, 3, 4 + 1, 3, 4 + 1, 2, 4 + 1, 2, 3}{1, 2, 3, 4}$ : Leibniz' Beschäftigung mit der Summation der

ersten Glieder der harmonischen Folge und die in der späteren Ergänzung der Marginalie angegebene Partialsumme sind in VII, 3 N. 10 S. 134f. sowie in N. 11 S. 140f. belegt. Zudem sind der Summe der harmonischen Progression die Stücke VII, 3 N. 27 und 28 gewidmet. In letzterem weist Leibniz explizit auf S. 323 Z. 2 – S. 324 Z. 5 auf den in der Marginalie erwähnten Zusammenhang zwischen den Produkten aufeinanderfolgender Zahlen und der harmonischen Progression hin.

## Problema.

Dato quocunque numero, invenire tot quot imperabitur, numeros continuos ex quorum multiplicatione factus numerus, sit maximus ejus speciei qui in dato numero contineatur.

5 Oportet autem datum numerum non esse minorem producto totidem numerorum ab unitate continuorum.

Datus sit numerus verbi gratia 4335. Oporteatque reperire verbi gratia quatuor numeros continuos ex quorum multiplicatione factus numerus sit maximus qui in dato 4335 contineatur, eorum omnium qui producuntur ex multiplicatione quatuor numerorum con-  
10 tinuorum.

Sumantur ab unitate tot numeri continui quot sunt numeri inveniendi, nempe quatuor in hoc exemplo, 1, 2, 3, 4, quorum per productum, 24, dividatur numerus datus sitque quotiens, 180. Ipsius quotientis inveniatur *r a d i x o r d i n i s* numerici non quidem quarti sed sequentis nempe quinti sitque ea, 6. Ipse, 6, est primus numerus, secundus 7,  
15 tertius 8, quartus 9.

...

3<sub>4</sub>. ZU NUMERICARUM POTESTATUM GENERALIS RESOLUTIO

[Ende 1672 – Frühjahr 1673]

Datierungsgründe: Vgl. N. 3.

20 [S. 19]

...

## Problema.

Dato quolibet numero invenire radicem propositae potestatis maximae quae in dato contineatur.

---

13 *r a d i x o r d i n i s*: Die von Leibniz unterstrichene Passage steht in einem inhaltlichen Bezug zu Bl. PASCAL, *Numericarum potestatum generalis resolutio*, 1665, S. 19 [Marg.] (PO III S. 550f.), die Leibniz ebenfalls mit einer Unterstreichung und einer Anmerkung versehen hat. VII, 1 N. 106 S. 673 Z. 19f. belegt Leibniz' Auseinandersetzung mit dem von Pascal vorgestellten Problem.

Sit datus numerus v.g. 4335, et invenienda sit radix gradus v.g. quarti maximi numeri quarti gradus seu quadrato quadrati qui in dato numero contineatur.

Inveniantur, ex praecedente tractatu, quatuor numeri continui, quia quartus gradus proponitur, quorum productus sit maximus ejus speciei qui in 4335 contineatur, sintque ipsi, 6, 7, 8, 9.

5

...

### 3<sub>5</sub>. ZU POTESTATUM NUMERICARUM SUMMA

[Juli – Dezember 1672]

Datierungsgründe: Vgl. N. 3.

[S. 36]

10

...

Ad summam Potestatum cujuslibet progressionis inveniendam  
unica ac generalis methodus.

Datis quotcunque numeris, in qualibet progressionem, a quovis numero inchoante, invenire quarumvis potestatum eorum summam.

15

---

#### 14 *Ergänzung von arithmetica über progressionem*

3 *Gestr. Bem. an praecedente tractatu*: Sed in praecedente tractatu opus fuit radicum extractione. *LiH*

---

3 praecedente tractatu: Vgl. Bl. PASCAL, *De numerorum continuorum productis*, 1665 [Marg.] (*PO* III S. 528–543), insbesondere *Problema*, S. 538–543. 16 arithmetica: Die Anmerkung, dass Pascals Beobachtung nur für die arithmetische Progression gilt, findet sich ebenso in VII, 3 N. 4<sub>3</sub> S. 44 Z. 15–17. 17 opus fuit: Beim Verweis auf die Stelle im vorausgehenden Traktat in VII, 1 N. 106 S. 673 Z. 19f. erwähnt Leibniz den vermeintlichen Fehler Pascals nicht.

## 36. ZU DE NUMERIS MULTIPLICIBUS

[Winter 1686/87]

Datierungsgründe: Vgl. N. 3.

[S. 42]

5

De numeris multiplicibus.

Ex sola characterum numericorum additione agnoscendis.

...

[S. 42 f.]

...

10

Propositio unica.

Agnoscere ex sola additione characterum dati cujuslibet numeri, an ipse sit alterius dati numeri multiplex.

Ut haec solutio fiat generalis, litteris utemur vice numerorum. Sit ergo divisor, numerus quilibet expressus per litteram  $A$ ; dividendus autem, numerus expressus per litteras  $T V N M$ , quarum ultima  $M$  exprimit numerum quemlibet in unitatum columna collocatum;  $N$ , vero, numerum quemlibet in denariorum columna;  $V$ , numerum quemlibet in columna centenariorum;  $T$ , autem numerum quemlibet in columna millenariorum, et sic deinceps in infinitum: ita ut si litteras in numeros convertere velis, assumere possis loco ipsius,  $M$ , quemlibet ex novem primis characteribus verbi gratia 4, loco  $N$  quemlibet

20

6 *Im Anschluss:* Non haec tantum sed et his ampliora mea methodo inveni.

18–21,1 *Am Rand:*  $10 - fA$  aequ.  $B$

$100 - fA10 - gA$  aequ.  $C$

$1000 - fA100 - gA10 - hA$  aequ.  $D$

---

20 mea methodo: Gemeint sind wohl Ergebnisse, die Leibniz in seinem Konzept *De periodis fractionum decimalibus* (LH 35 III A 25 Bl. 1–3 u. 7–10) vom Januar 1687 vorstellt. Auf die vorliegende Schrift Pascals verweist er zuvor schon in VII, 2 N. 5 S. 37 Z. 11. Den dort verfolgten Ansatz arbeitet er jedoch nicht vollständig aus.

numerus ut 3, loco  $V$  quemlibet numerum ut, 5; et loco  $T$ , quemlibet numerum ut 6; et collocando singulos illos characteres numericos in propria columna; prout collocatae sunt litterae quae illos exprimunt, proveniet hic numerus, 6534, divisor autem  $A$  erit numerus quilibet ut 7. Missis autem peculiaribus his exemplis generali ista enunciatione omnia amplectimur.

5

Dato quocumque dividendo  $T V N M$ , et quocumque divisore  $A$ , agnoscere ex sola additione characterum numericorum  $T, V, N, M$ , utrum ipse numerus  $T V N M$  exacte dividatur per ipsum numerum  $A$ .

Ponantur seorsim numeri serie naturali continui 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, et caet. a dextra ad sinistram sic.

10

et caet. 10 9 8 7 6 5 4 3 2 1  
et caet.  $K I H G F E D C B 1$

Jam ipsi primo numero, 1, subscribatur unitas.

Ex ipsa unitate decies sumpta, seu ex 10 auferatur  $A$  quoties fieri poterit, et supersit  $B$  qui sub 2 subscribatur.

15

Ex  $B$  decies sumpta seu ex 10  $B$ , auferatur  $A$  quoties poterit, et supersit  $C$  qui ipsi 3 subscribatur.

Ex 10  $C$ , auferatur  $A$  quoties poterit et supersit  $D$  qui ipsi 4 subscribatur.

Ex 10  $D$ , auferatur  $A$  etc. in continuum.

Nunc sumatur ultimus character dividendi  $M$ , qui quidem et primus est a dextra ad sinistram, scribaturque seorsim semel; primo enim numero 1, subjacet unitas.

20

Jam, sumatur secundus character  $N$  et toties repetatur quot sunt unitates in  $B$ , qui secundo numero subjacet, hoc est multiplicetur  $N$  per  $B$  et sub  $M$  ponatur productus.

jam sumatur tertius character  $V$ , et toties repetatur quot sunt unitates in  $C$ , sub tertio numero subjecto, seu multiplicetur  $V$  per  $C$  et productus sub primis ponatur.

25

Sic denique multiplicetur quartus  $T$  per  $D$ , et sub aliis scribatur.

Et sic in infinitum.

---

20 *Marginalie im Druck: M*

$N$  in  $B$

$V$  in  $C$

$T$  in  $D$

30



Dico prout summa horum numerorum,  $M, \dagger N$  in  $B, \dagger V$  in  $C, \dagger T$  in  $D$ , est ipsius  $A$  multiplex aut non, et quoque ipsum numerum  $TVNM$ , esse ejusdem multiplicem, vel non.

Etenim si propositus dividendus unicum haberet characterem  $M$  sane prout ipse  
 5 esset multiplex ipsius  $A$ , numerus quoque  $M$  esset ejusdem  $A$  multiplex, cum sit ipse numerus totus.

Si vero constet duobus characteribus,  $NM$ , dico quoque, prout  $M, \dagger N$  in  $B$ , est multiplex  $A$ , et ipsum numerum,  $NM$ , ejusdem multiplicem esse.

Etenim character  $N$  in columna denarii, aequatur  $10N$ ,

10	Verum ex constructione, est	$10 - B$ . multiplex $A$ .
	Quare ducendo $10 - B$ in $N$ est	$10N - B$ in $N$ multiplex $A$ .
	Si ergo contingit et esse	$M, \dagger B$ in $N$ multiplicem $A$ .
	Ergo ambo ultimi multiplices juncti	$10N \dagger M$ erunt multipl. $A$ .
	Id est $N$ in columna denarii et $M$ in	
15	columna unitatis, seu numerus	$NM$ est multiplex $A$ .

Q. E. D.

Si numerus dividendus constet tribus characteribus,  $VNM$ , dico quoque ipsum esse aut non esse multiplicem  $A$ , prout,  $M, \dagger N$  in  $B \dagger V$  in  $C$ , erit ipsius  $A$  multiplex, vel non.

20	Etenim character $V$ , in columna centenarii, aequatur $100, V$ .	
	At ex constructione, est	$10 - B$ , multiplex, $A$ .
	Quare multiplicando $10 - B$ per $10$	$100 - 10B$ , multip. $A$ .
	Et ducendo ipsos in $V$	$100V - 10B$ in $V$ , mult. $A$ .
	Sed est etiam ex constructione,	$10B - C$ , multip. $A$ .
25	Quare ducendo in $V$ ,	$10B$ in $V - C$ in $V$ , mult. $A$ .

---

10-15 *Am Rand:*  $10 - B$  aequ.  $fA$

$10N - BN$  aequ.  $NfA$

$10N - BN + BN + M$  aequ.  $NfA + VA$

Ergo  $10N + M$  aequ.  $NfA + VA$

Sed ex ostensis  $100V - 10B$ , in  $V$ , mult.  $A$ .  
 Ergo juncti duo ultimi  $100V - C$  in  $V$ , mult.  $A$ .  
 Jam vero ostendemus ut in secundo casu  $10N - B$  in  $N$ , mult.  $A$ .  
 Ergo juncti duo ultimi  $100V \dagger 10N - C$  in  $V - B$  in  $N$ , mult.  $A$ .  
 Ergo si contingat hos numeros  $C$  in  $V \dagger B$  in  $N \dagger M$ , esse mult.  $A$ . 5  
 Ambo ultimi juncti nempe  $100V, \dagger 10N, \dagger M$ ; et mult.  $A$ .  
 Seu  $V$  in columna centenarii  $N$  denarii et  $M$  unitatis, hoc est numerus  $VNM$ , est  
 multiplex,  $A$ . Q. E. D.

Non secus demonstrabitur de numeris ex pluribus characteribus compositis. Quare  
 prout etc. Q. E. D. 10

Exemplis gaudeamus.

Quaero, qui sint numeri multiplices numeri 7? Scriptis continuis, 1, 2, 3, 4, 5, etc.  
 subscribo, 1, sub 1.

10	9	8	7	6	5	4	3	2	1	
	6	2	3	1	5	4	6	2	3	1

15

Ex unitate decies sumpta, seu ex 10 aufero 7 quoties potest, superest 3 quem pono  
 sub 2.

Ex 3 decies sumpto, seu ex 30 aufero 7 quoties potest, superest 2 quem pono sub 3.

Ex 20 aufero 7 quoties potest, superest 6 et pono sub 4.

Ex 60 aufero 7 quoties potest, superest 4 et pono sub 5. 20

Ex 40 aufero 7 quoties potest, superest 5 et pono sub 6.

Ex 50 aufero 7 quoties potest, superest 1 et pono sub 7.

Ex 10 aufero 7 quoties potest, et redit 3 et pono sub 8.

Ex 30, aufero 7 quoties potest, et redit 2 et pono sub 9.

---

22,21–23,6 *Am Rand:* 25

$100V - 10BV$	aequ. $10VfA$	
$+ 10BV$	aequ. $VgA$	
$- CV$		
$+ 10N - BN$	aequ. $NfA$	
$CV + BN + M$	aequ. $V A$	
<hr style="width: 50%; margin-left: 0;"/>		
$100V + 10 N$	$+ M$ aequ. $. . A$	30

Et sic redit series numerorum, 1, 3, 2, 6, 4, 5, in infinitum.  
...

1 *Bemerkung am Rand:* Est periodus residuorum decimalis fractionis dati numeri

$\overset{1\ BCDEF}{0132645132645132}$  etc. nam:  $\frac{1}{7}$  aequ. 0142857142857 etc.

5  $\overset{1\ BCDEF}{1111111} \overset{PQRSTUV}{\cancel{X0000000}} \not\equiv 01428257$   
 $\cancel{7777777}$

$AP + B$  aequ. 10

$AQ + C$   $B0$

$AR + D$   $C0$

$B. C. D.$  etc. sunt minores quam 7.

3f. periodus (1) decimalis fractionis dati numeri  $\frac{1}{7}$  aequ. 0132645 (a) imo error: non sunt (b) imo error est, (aa) non sunt (aaa) numeri, sed (bbb) quotientes periodici, sed residui (bb) nam  $\frac{1}{7}$  aequ.

0142857142857 etc (2) residuorum ... numeri (a)  $\overset{1\ ABCDEFGHI\ KLMN}{0132645}$  (b)  $\overset{1\ BCDEF}{013264513264513}$   
etc  $LiH$   $\overset{PQRSTUV}{5-9\ 01428257}$  (1)  $AP$  aequ. 10 (2)  $AP + B$  aequ 10 (a)  $P. Q. R.$  (b)  $B. C. D.$  etc.  $LiH$   
 $AQ$  aequ  $B0$   $AQ + C$   $B0$   
 $AR$  aequ.  $C0$   $AR + D$   $C0$

$\overset{PQRSTUV}{5\ 01428257}$ : Leibniz gibt die Dezimalperiode von  $\frac{1}{7}$  fehlerhaft an. 6–8  $AP + B$  aequ. 10 ...

$C0$ : Vgl. S. 21 Z. 13–19. 10–12 imo error: ... etc: Dieselbe falsche Annahme, dass es sich bei der ursprünglich angegebenen Zahlenfolge 132645 um die Dezimalperiode von  $\frac{1}{7}$  handelt, findet sich ebenso im Stück LH 35 XII 2 Bl. 1 v<sup>o</sup>, in dem sich Leibniz mit der vorliegenden Schrift Pascals auseinandersetzt. Leibniz erkennt dort den Fehler und korrigiert ihn.

## 4. REGULA DISCERPTIONUM ET TRISCERPTIONUM UNIVERSALIS

[Juli – Dezember 1672]

**Überlieferung:** *L* Konzept: LH 35 XII 1 Bl. 15. Unregelmäßig beschnittener Teil eines Blattes, das ursprünglich zusammen mit N. 5 die unteren beiden Drittel eines Blattes 2<sup>o</sup> bildeten, max. 20 × 25 cm. Linke Kante gerade beschnitten, obere Kante bogenförmig beschnitten, rechte und untere Kante ursprüngliche Ränder des Blattes. In der rechten unteren Ecke fehlt N. 5. 1 S. auf Bl. 15 r<sup>o</sup>. Bl. 15 v<sup>o</sup> leer. An der Schnittkante Fragmente von Zeichen von N. 5. — Gedr.: *LKK* 2, 1976, S. 259–261.  
Cc 2, Nr. 520 B

Datierungsgründe: N. 5 wurde nach N. 4 auf demselben Textträger begonnen. Der letzte Absatz von N. 4 entstand nach Abschluss von N. 5, aber noch vor der physischen Trennung beider Stücke. N. 5 befand sich ursprünglich zwischen S. 29 Z. 19 und S. 31 Z. 1 von N. 4. — Das Wasserzeichen des Papiers ist für Juli bis Dezember 1672 belegt. Die Verwendung von  $\mathfrak{f}$  als Gleichheitszeichen und die Nutzung von *f.* als Abkürzung von *facit* in Gleichungen verweisen ebenfalls auf eine Entstehung von N. 4 zu Beginn von Leibniz' Aufenthalt in Paris.

## Regula discerptionum et triscerptionum universalis

[Erster Ansatz]

1	1	6							
2	3	5 + 1.		4 + 2.		3 + 3.			
3	3	4 + 1 + 1.		3 + 2 + 1.		2 + 2 + 2.			
4	2	3 + 1 + 1 + 1.		2 + 2 + 1 + 1.					
5	1	2 + 1 + 1 + 1 + 1.							
6	1	1	1	1	1	1	1		

16 Regula ... universalis *erg. L* 20 3 (1) 4 + 2 + <6> (2) 4 + 1 + 1. *L* 21 3 + 1 + 1 + 1. (1) 2 + 1 + (2) 2 + 2 + 1 + 1. *L*



10. 6. 5. 1. 1. 1. 1. 1. 4. 2. 1. 1. 1. 1. 3. 3. 1. 1. 1. 1. 3. 2. 2. 1. 1. 1. 2. 2. 2. 2. 1. 1.  
 10. 5. 6. 1. 1. 1. 1. 1. 5. 2. 1. 1. 1. 1. 4. 3. 1. 1. 1. 1. 3. 3. 2. 1. 1. 1. 3. 2. 2. 2. 1.

Discerptio numeri in partes tot quot sunt in eo unitates et in partes tot quot sunt in eo unitates demta 1. est semper non nisi una.

Quaerere summam discerptionum sine Tabula, id ego aliis relinquo.

5

Usus quidam discerptionum Harsdorf. Recreat. 2. contin. 2. pars 1. prop. 21. Adde Arnaldi Elementa Geometrica.

1 10. (1) 5 (2) 6 *L* 1 4. 2. 1. 1. 1. 1. | 3. 3. 1. 1. 1. 1. *erg.* | (1) 3. 2. 1. (2) 3. 2. 2. 1. 1. 1. *L*  
 2 5. 2. 1. 1. 1. 1. (1) 4. 3. 2. 2. (2) 4. 3. 1. 1. 1. 1. *L* 2f. 3. 2. 2. 2. 1 (1) *unter* 4. 3. 1. 1. 1.: 4. (a) 2. (b)  
 3. 2. 1 (2) omnes discerptiones numeri in partes tot qvot sunt unitates et in partes tot qvot sunt in eo  
 unitates demta 1. sunt (3) discerptio ... qvot sunt | in *erg.* | | eo *erg. Hrsg.* | unitates *L* 6 Harsdorf.  
 (1) Scr. (2) Recreat. 2 (a) contin 1. (b) contin. *L*

2 10. 5. ... 3. 2. 2. 2. 1: Es fehlen die Zerfällungen 2. 2. 2. 2. 2 und 4. 2. 2. 1. 1. 6 Harsdorf ...  
 prop. 21: G. Ph. HARSDÖRFFER, *Delitiae mathematicae et physicae. Der Mathematischen und Philosophischen Erquickstunden zweyter Theil*, 1651, Teil 1, 21. Aufgabe, S. 23–25. 7 Arnaldi ... Geometrica:  
 Vgl. *Solution d'un des plus celebres et des plus difficiles Problemes d'arithmetique, appelé communement Les Quarrez Magiques*, in: [A. ARNAULD], *Nouveaux elemens de Geometrie*, 1667, S. 325–345.









Nota sunt tot discerptionum colligendarum classes quot numeri antecedentes, semper prima novae classis jam continetur in prima classe, et secunda novae classis in 2<sup>da</sup> classe, et si plures sunt vel totidem classes (seu numeri praecedentes) quot termini novae tota nova nihil valet seu non nisi repetitio est. Hinc statim apparet quae classes abolendae ea scilicet cujus discerptiones (exponentis praecedentis) non sunt plures unitatibus numeri classium praecedentium. Et si una classis ergo omnes classes numerorum reliquorum minorum.

5

1 Nota (1) semper prima discerptio sumta a discerptionibus (2) sunt *L* 5 praecedentis) (1) pauciores (2) non *L*

## 5. REGULA DISCERPTIONUM UNIVERSALIS

[Juli – Dezember 1672]

**Überlieferung:** *L* Konzept: LH 35 III B 14 Bl. 4. Fragment eines Blattes, max.  $9 \times 10$  cm. Obere Kante gerade beschnitten, unten und links ursprüngliche Blattränder, auf der rechten Seite erstreckt sich von der oberen Ecke bis etwa 1 cm über der unteren Ecke eine max. 4 cm keilförmig nach innen reichende Schnittkante, wobei die schmalste Stelle des Blattes ca 4 cm über dem unteren Rand liegt. Bl. 4 bildete ursprünglich zusammen mit LH 35 XII 1 Bl. 15 r<sup>o</sup>, dem Träger von N. 4, die unteren beiden Drittel eines Blattes 2<sup>o</sup>. 1 S. auf Bl. 4 v<sup>o</sup>. Bl. 4 r<sup>o</sup> leer. An den Schnittkanten fehlen Teile einzelner Zeichen, die auf LH 35 XII 1 Bl. 15 r<sup>o</sup> erhalten sind. — Gedr.: *LKK* 2, 1976, S. 261. Cc 2, Nr. 520 A

Datierungsgründe: S. N. 4.

## Regula Discerptionum Universalis

Si qua quaeritur discerptio dati Numeri et Exponentis seu partium numeri, quaerantur discerptiones exponentis unitate minoris omnium numerorum praecedentium, ita tamen ut semper adimatur a sequentis numeri discerptionibus numerus numerorum praecedentium, quorum discerptiones assumuntur, productum erit discerptiones dati exponentis quaesitae. Haec est solutio universalis, cujus compendia particularia pro numerorum et exponentium ratione privata methodo inveniri possunt.

13f. Universalis (1) Sumantur (a) excerptiones (b) excerpt (c) discerpti (2) Si *L*  
 14f. Exponentis | seu partium numeri *erg.* |, (1) qvaeratur discerptio (2) qvaerantur (a) com2nationes, (b) discerptiones com2natae eius numeri, (3) discerptiones *L*

## 6. OBSERVATIO DE LOGARITHMIS

[Mitte Februar 1673]

**Überlieferung:** *L* Notiz: LH 35 V 16 Bl. 4. 1 Streifen  $19 \times 1,5$  cm. 2 Z. auf Bl. 4 r<sup>o</sup>. — Gedr.:  
 III, 1 N. 4 S. 26 Erl.  
 Cc 2, Nr. 339

5

Datierungsgründe: Die Aufzeichnung dürfte kurz nach der in III, 1 N. 4 S. 22 f. erwähnten Unterhaltung mit J. Pell vom 12. Februar 1673 entstanden sein. Leibniz erwähnt das Werk von Briggs in seinen *Observata in itinere Anglicano* (VIII, 1 N. 1 S. 4).

Bridgius in *Trigonometria Britannica*, ubi de Logarithmis, observavit, differentias sinuum numerorum imparium crescere, ut ipsos sinus; parium decrescere, puto. Dixit 10  
 D<sup>nus</sup> Pellius.

9 Astronomia Britannica *L* ändert Hrsg.

---

9 observavit: Pell bezog sich vermutlich auf folgende Aussage in H. BRIGGS, *Trigonometria Britannica*, 1633, S. 36: „Sunt igitur Differentiae Secundae, Quartae, Sextae, Octavae etc. proportionales ipsis Sinubus datis. Et Differentiae Primae, Tertiae, Quintae, Septimae proportionales inter se et Sinubus complementorum Arcuum mediorum.“

## 7. LALOUVERAE SPECULATIONES GEOMETRICAE 1673

**Überlieferung:** *L* Notiz: LH 35 III A 22 Bl. 5. 1 Zettel max.  $18,5 \times 3,5$  cm. 5 Z. auf Bl. 5 v<sup>o</sup>.  
Bl. 5 r<sup>o</sup> leer.  
Cc 2, Nr. 506

5

L a l o u v e r a , nepos Jesuitae, qui in Helvetia nunc est cum Domino de S. Romain, Legato Regis Franciae 1673, habet speculationes Geometricas, quibus promittit omnia revocare ad demonstrationes faciles et manifestas.

7 Legato ... 1673 *erg. L*

---

6 L a l o u v e r a : S. de La Loubère.    6 Jesuitae: A. de La Loubère.    7 Legato: Der Gesandte M. de Harod de Senevas, Marquis de Saint-Romain, war am 18. November 1672 in Solothurn eingetroffen.  
7 speculationes: Vgl. S. de LA LOUBÈRE, *De la résolution des équations, ou de l'extraction de leurs racines*, 1732.

## 8. DIVERSE FIGUREN

[Herbst 1673]

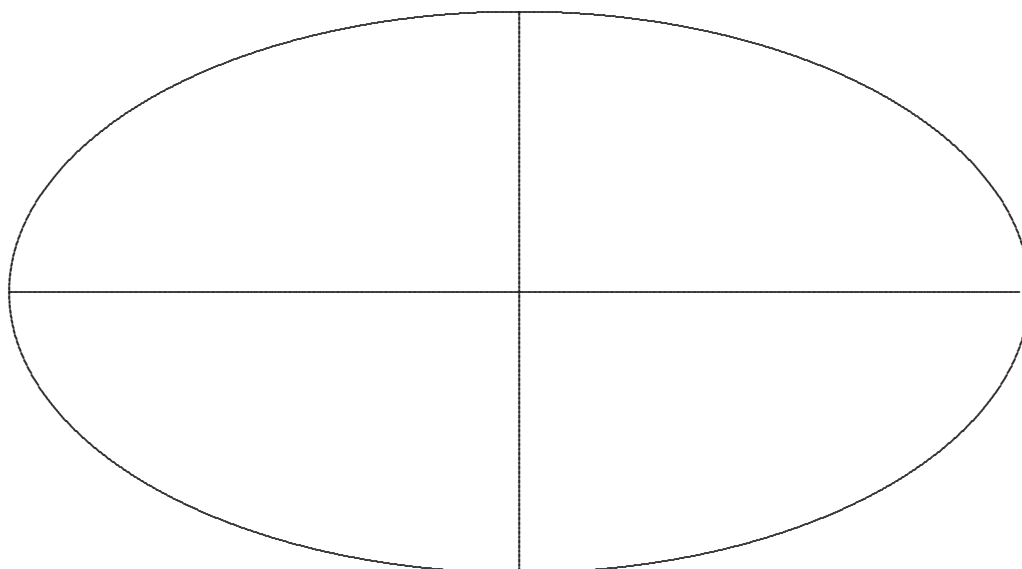
**Überlieferung:** *L* Konzept: LH 42 V Bl. 27 r<sup>o</sup>. 1 Bog. 2<sup>o</sup>, oben auf der linken Seite von Bl. 27 r<sup>o</sup> fehlt eine halbe Seite, oben rechts ein Fünftel einer Seite.  $\frac{1}{2}$  S. rechts unten auf Bl. 27 r<sup>o</sup>. Links N. 70, das über Berechnungen zur Rechenmaschine geschrieben wurde. Rechts oben weitere Berechnungen. Auf Bl. 27 v<sup>o</sup> Figuren zur Rechenmaschine. Die Figuren und Berechnungen zur Rechenmaschine sind Gegenstand von Reihe VIII.  
Cc 2, Nr. 00

5

Datierungsgründe: Das Wasserzeichen ist für Herbst 1673 belegt. In dieser Zeit verwendet Leibniz das in N. 70 gebrauchte Gleichheitszeichen =.

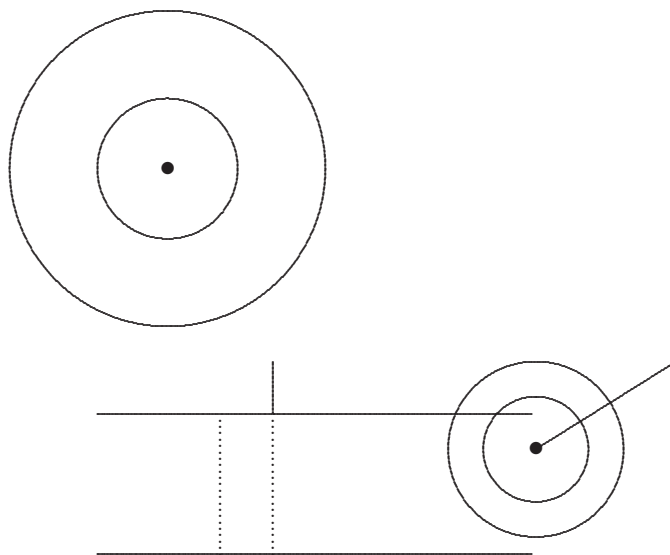
10

[Teil 1]



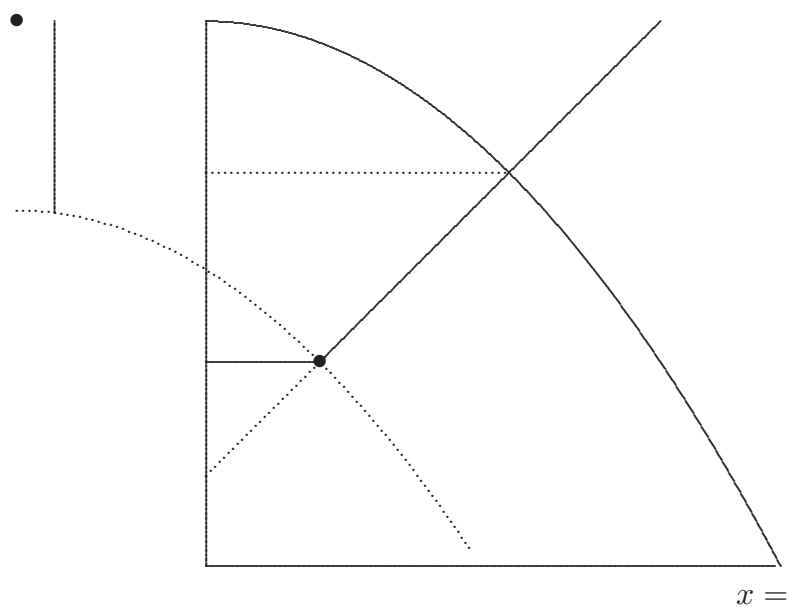
[Fig. 1]

[Teil 2, gestrichen]



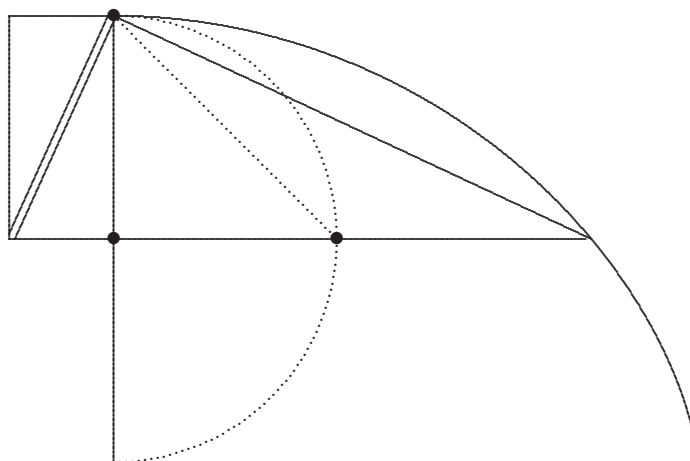
[Fig. 2]

[Teil 3]

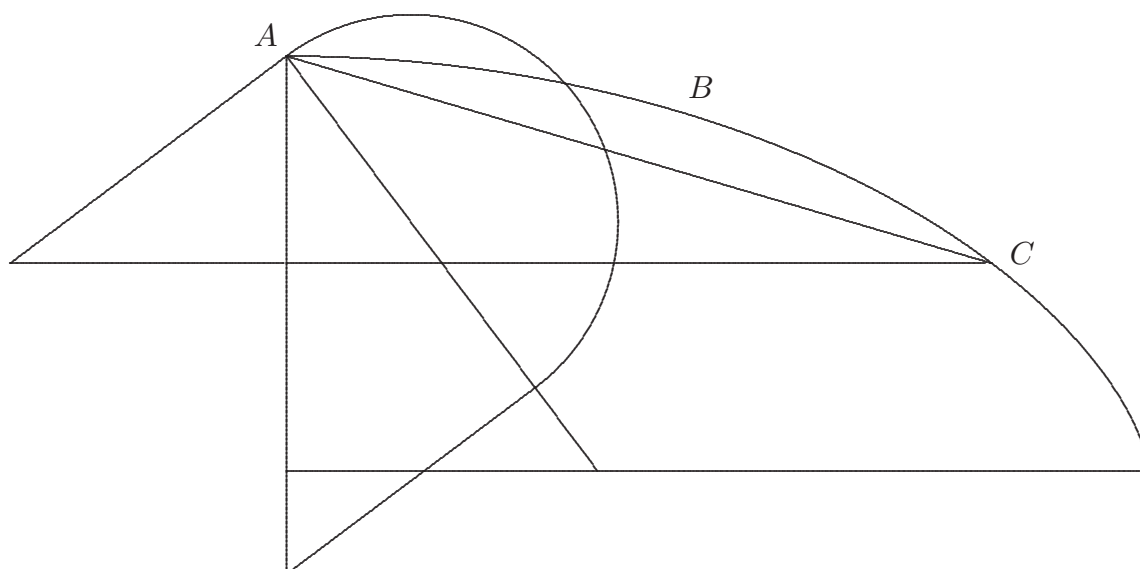


[Fig. 3]

[Teil 4]



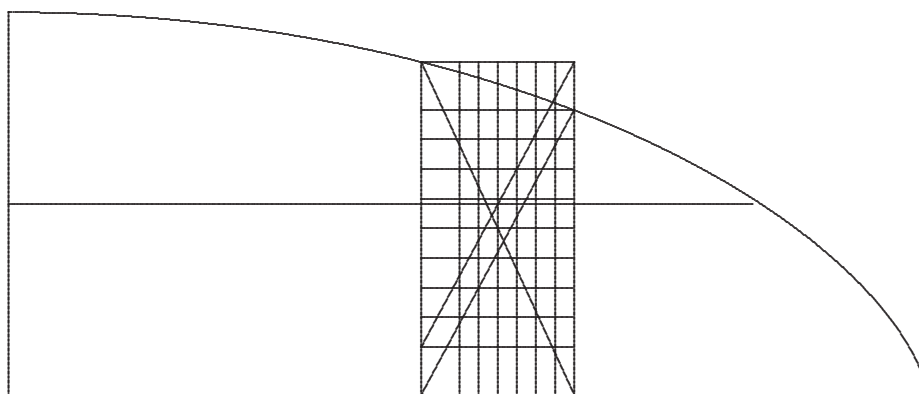
[Fig. 4]



[Fig. 5]

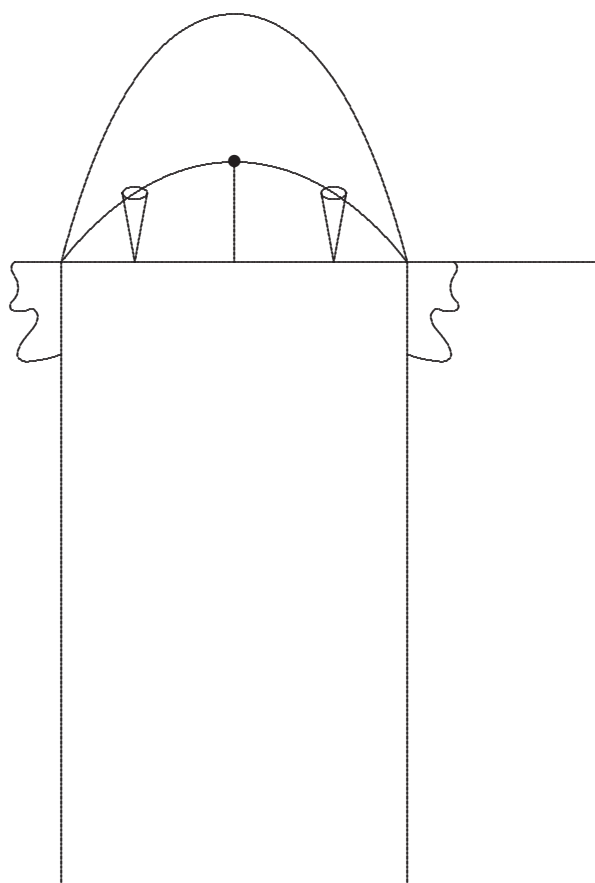
2–38,1 *Fig. 4* ... *Fig. 6*: Die Kurven in der Handschrift entsprechen in etwa Zykloidenbögen, die längs der Basis gestaucht oder gestreckt wurden. — Eine gestrichene Vorstufe von *Fig. 4*, die nur die Zykloidenkurve und die Vertikale zeigt, wird nicht wiedergegeben.



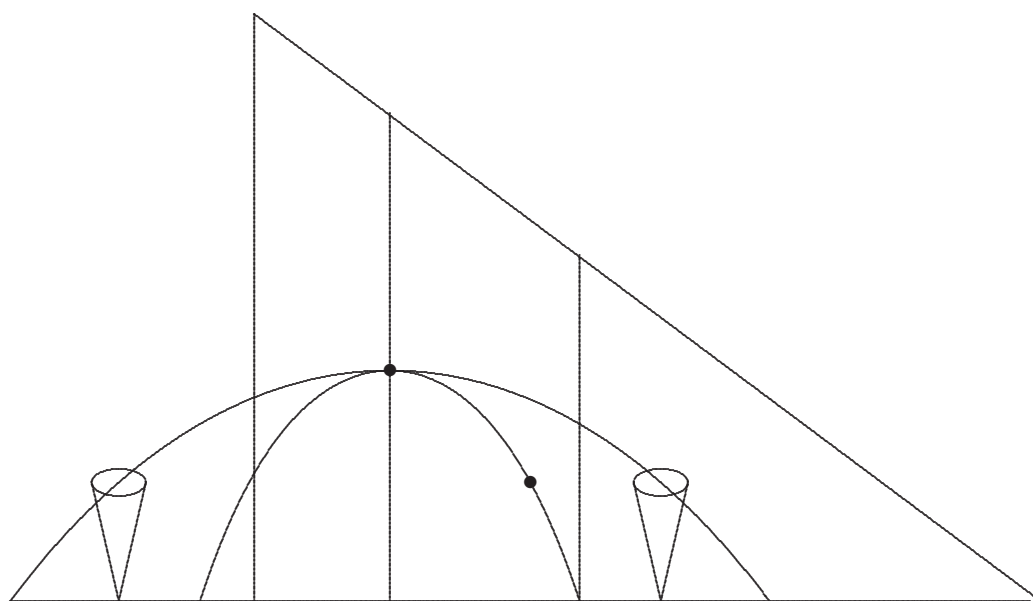


[Fig. 6]

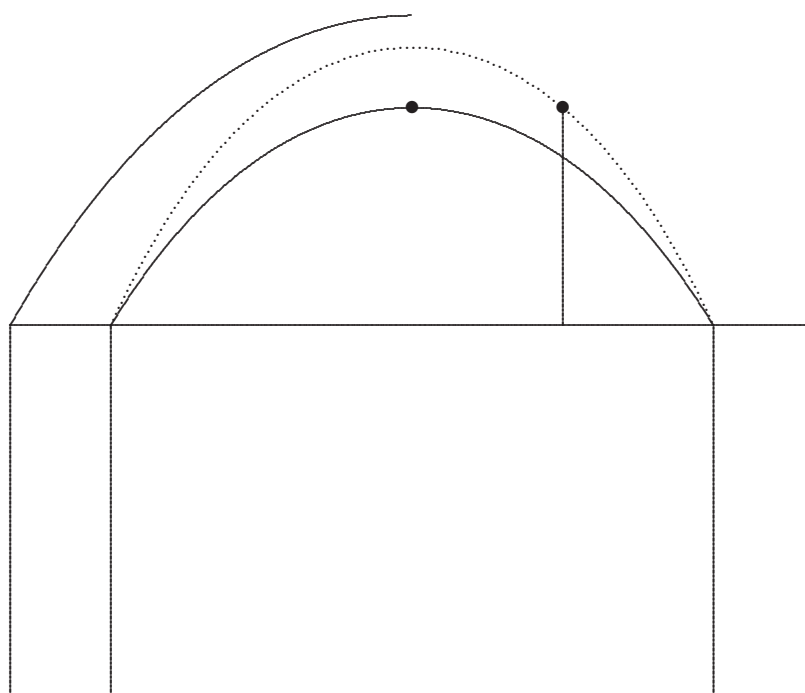
[Teil 5]



[Fig. 7]

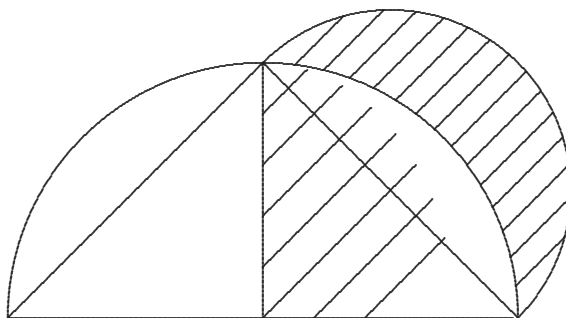


[Fig. 8]



[Fig. 9]

[*Teil 6*]



[*Fig. 10*]

## 9. GENERALIA GEOMETRICA

[Mai – Oktober] 1674

**Überlieferung:** *L* Konzept: LH 4 V 10 Bl. 47. 1 Bl. 4°. 2 S. Geringe Textverluste durch Tintenfraß sowie aufgrund einer Papierfalte. — Gedr.: 1. COUTURAT, *Opusc. et fragm.*, 1903, S. 144–146; 2. (engl. Teilübers. nach 1.) WIENER, *Leibniz Selections*, 1951, S. 5. Cc 2, Nr. 866

Datierungsgründe: Im vorliegenden Stück referiert Leibniz seine Leistungen auf dem Gebiet der Geometrie — unter anderem eine von ihm wenige Tage zuvor gefundene Lösung eines Konstruktionsproblems der Dreieckslehre. Die ausformulierte Lösung ließ sich in seinen Handschriften bislang nicht finden, doch enthält das auf den 25. August 1674 datierte Stück VII, 1 N. 47<sub>10</sub> eine Skizze, die sich möglicherweise auf jenes Problem bezieht. Die Vermutung ist zulässig, dass er das Problem im August 1674 behandelt und kurz danach unser Stück verfasst hat. — Des weiteren erwähnt Leibniz eine Schrift zur *méthode des universels*, die er kurz zuvor geschrieben habe. Die drei hierfür in Frage kommenden Schriften (VII, 7 N. 10, 11 oder 14) sind auf Mai oder Juni, auf Juni respektive auf Mitte 1674 zu datieren. Unser Stück ist somit nicht vor Mai 1674 abgefasst worden. — Eine vergleichbare Darstellung seiner mathematischen Errungenschaften gibt Leibniz auch an anderer Stelle: Dem Stück III, 1 N. 38<sub>2</sub>, das von den Herausgebern auf Oktober 1674 datiert wird, erteilt er nachträglich den einschlägigen Titel *Propria inventa analytico-geometrica*. In ihm beschränkt er sich aber im Bereich der Geometrie auf seine arithmetische Kreisquadratur und erwähnt die *méthode de l'universalité* nicht mehr, sondern führt stattdessen eine neue, analytische Methode zur Behandlung zahlentheoretischer Probleme an. Offenbar ist jenes Stück also nach unserem verfasst worden, womit dieses spätestens im Oktober 1674 entstanden ist. — Auch das auf September oder Oktober 1674 zu datierende Stück VII, 6 N. 7, in welchem Leibniz seine arithmetische Kreisquadratur darstellt, greift (wie III, 1 N. 38<sub>2</sub>) einleitend die in unserem Stück vorgenommene Kategorisierung geometrischer Probleme auf und verwendet dabei recht ähnliche Formulierungen. Es baut hierbei offenkundig auf unserem Stück auf und ist also ebenfalls jünger als dieses.

1674. Paris

*Generalia Geometrica: de meis accessionibus  
et methodo universalitatis*

Les Theoremes n'estant que pour abreger ou diriger la solution des problemes, puisque toute la theorie doit servir à la pratique. Il suffit d'estimer la varieté de la Geometrie,

26–29 1674. Paris | (1) imperfectum (2) Generalia ... universalitatis erg. | (a) Les problemes Geometriques (b) Les Theoremes *L* 29 ou diriger erg. *L* 29f. puisqve ... practiqve erg. *L*

par celle des problemes. Les problemes de Geometrie, sont ou Rectilignes ou Curvilignes. Les Problemes rectilignes sont, dans les quels on ne demande ny suppose que la grandeur de quelques lignes droites ou espaces rectilignes. Les curvilignes supposent ou demandent la grandeur de quelque ligne courbe, ou de quelque espace curviligne. Les problemes des centres de Gravité et par consequent quantité de problemes de la Mechanique sont, de la derniere sorte. Ainsi on peut dire, qu'il y a comme deux E<sup>(sp)</sup>eces de la Geometrie, celle d'Apollonius, et celle d'Archimede; la premiere renouvelée par Viete et des Cartes; l'autre, par Galilei et Cavalieri.

Les problemes Rectilignes se reduisent à la Resolution de quelque E<sup>(q)</sup>u<sup>(u)</sup>ation dont il faut tirer les racines, analytiquement par le calcul, ou Geometriquement par l'intersection des lieux; exactement, ou par approximation. Mais les Curvilignes ne sont pas encor sujets à l'analyse connue, e<sup>(t)</sup> si on les vouloit reduire à une equation, on la trouveroit de l'<sup>(l)</sup>'infinitesime degré.

Or <sup>(a)</sup>yant fait quelques remarques assez extraordinaires dans l'une aussi bien que dans l'autre espece de Geometrie, j'ay bien voulu en toucher icy quelques unes en peu de mots.

Dans la Geometrie des Rectilignes; j'ay trouvé enfin le moyen de tirer les racines de toutes les Equations cubiques; c'est à dire de rendre toutes les Equations cubiques pures; en sorte que pour les resoudre il ne faut

6 sorte. (1) On peut dire qve (2) de sorte qv (3) Ainsi L 7 d'Apollonius, (1) et l (2) qvi est des problemes Rectilignes, qvi se resolvent a la verité par l'intersection (3) et celle L 7 f. des Cartes; (1) second par (2) l'autre L 9 Rectilignes se (1) resolvent (2) reduisent L 10 par le calcul erg. L 10 f. par ... lieux erg. L

6 deux E<sup>(sp)</sup>eces: Die hier getroffene Unterscheidung zwischen gerad- und krummlinigen geometrischen Problemen sowie ihre historische Einordnung nimmt Leibniz auch anderorts vor. Sie findet sich sowohl in seinen wohl im Oktober 1674 für Mariotte verfassten Ausführungen über seine mathematischen Entdeckungen (III, 1 N. 38<sub>2</sub> S. 139 f.) als auch in den einleitenden Bemerkungen eines wahrscheinlich zwischen dem 10. September und Ende Oktober 1674 entstandenen Stückes, welches die Bestimmung der Kreisfläche mit Hilfe einer unendlichen Reihe rationaler Zahlen darstellt (VII, 6 N. 7, S. 88 f.).

18 Equations cubiques: Gemeint ist womöglich die Schrift *De aequationum transformationibus cubicarum et quadrato-quadraticum* aus dem September 1674 (VII, 1 N. 127 S. 818 ff.). Auch in der Schrift *Schediasma de radicibus cubicis* von Oktober 1674 (VII, 1 N. 139) sowie in dem (allerdings unvollendeten und dann verworfenen) Konzept VII, 1 N. 133, das wohl auf den September 1674 zu datieren ist, beschäftigt sich Leibniz mit der Lösung kubischer Gleichungen.

que tirer la racine cubique d'un solide connu. Scipio Ferreus a trouvé le premier des regles propres à tirer les racines de quelques especes des Equations cubiques, Cardan a publié sa methode. Et Viète aussi bien que Mons. des Cartes ont desesperé de pouvoir venir <au> bout des autres. J'ay eu le bonheur d'y voir quelque jour. Et ce la estant on peut dire que la resolution de toutes les Equations cubiques ou quarrequarrées est achevée, 5 et qu'on les peut construire toutes Geometriquement par l'invention de deux moyennes proportionnelles.

Je ne repete pas icy ce que je viens de dire dans un papier à part de la Methode des universels; qui nous abrege le calcul comprenant plusieurs cas sous un seul, qui nous fait decouvrir des harmonies dans les figures et qui nous donne le moyen de les 10 ranger en classes par des idees generales.

Touchant les lieux, j'ay observé quelques moyens extraordinaires d'obtenir des aequations *ad circulum* dans les problemes proposés, à fin d'en donner des constructions courtes et be<l>les, comme par exemple je donna[y] il y a quelques jours une construction

3 Et (1) Mons. Viète et (2) Viète L 5 dire qve (1) l'Analytique les (2) la resolution L 6 par (1) le moyen de (2) | la seule invention *nicht gestr.* | (3) l'invention L 9 comprenant ... seul *erg.* L 11 par | (1) qvelqves notions (2) des idees | generales L 13 les (1) proposés, (2) problemes proposés, L 14 et (1) nettes (2) be<l>les, L 14–44,1 jours (1) la construction du probleme: (2) une qvi n'est qve <de deux> mots (3) | une *erg. Hrsq.* | construction fort courte de ce probleme: (a) L'Hypothénuse d'un Triangle rectangle (b) un costé L

---

2 Equations cubiques: Vgl. G. CARDANO, *Artis magnae sive de regulis algebraicis liber unus*, 1545, Bl. 31 (G. CARDANO, *Opera* IV, S. 251.) 8 papier: Gemeint ist wahrscheinlich der Mitte 1674 entstandene *Essay de la méthode des universels* (VII, 7 N. 14), denn die Bezeichnung *méthode des universels* verwendet Leibniz nur dort. Üblicherweise spricht er dagegen von der *méthode de l'universalité*. So lautet auch der Titel der beiden grundlegenden, auf Mai oder Juni 1674 zu datierenden Schriften zu diesem Ansatz, in welchen er — deutlicher und im Wortlaut dem obigen ähnlicher als im *Essay* — sowohl die Verkürzung des Rechenaufwandes als auch die Aufdeckung von Harmonien mittels seiner neu ersonnenen Methode anspricht (vgl. etwa VII, 7 N. 10 S. 76 § 2 u. S. 79 § 7; N. 11 S. 114f.). Die Bemerkung könnte sich also auch auf eines dieser beiden Konzeptpapiere beziehen.

fort courte de ce probleme: Un costé d'un Triangle estant donné et l'angle qui luy est opposé, trouver le <T>riangle en sorte que ses costés soyent en proportion harmonique.

Viete nous a donné la methode de tire<r> les racines des Aequations par d e s n o m b r e s approchans aux veritables; mais personne a ce que [je] sçache a donné des a p p r o x i m a t i o n s G e o m e t r i q u e s ; <j>e croy pourtant d'y avoir reussi, et de pouvoir resoudre l<e>s problemes solides par approximations en n'employan<t> que des droites ou cercles; et cette methode a cela au dessus d<e> l'exegese numerique de Viete, qu'elle nous donne toutes les racines de l'Equation proposée tout à la fois; au lieu que l'exegese par nombres n'en donne qu'une.

Quant à la Geom<et>rie des Curvilignes je pre<tend>s d'y avoir fait quelque chose d'ext<r>aordinaire. Sans parler de la quadrature d'un segment oblique <d>e la Cycloide;

1 f. et ... opposé *erg. L* 2 trouuer (1) les deux costés, de sorte qv (2) tous les coste (3) le <T>riangle *L* 2 f. harmonique (1) et j'ay ob (2) Viète *L* 5 G e o m e t r i q u e s ; (1) j'en ay trouué (2) j'ay pourtant trouué (3) j'a (4) <j>e croy *L* 9 f. qv'une (1) Dans la Geometrie des curvilignes (2) Qvant à *L* 11 de la (1) dimension (2) qvadrature *L*

1 probleme: Mit Konstruktionsproblemen der Dreieckslehre befasst sich Leibniz im Jahr 1674 mehrfach. In VII, 1 N. 11 etwa, das die Herausgeber auf August 1674 datieren, sind zwei Seiten und die Fläche eines gesuchten Dreiecks vorgegeben. In dem bislang auf Ende 1674 datierten Teilstück VII, 1 N. 14<sub>1</sub> sind dagegen die Basis des gesuchten Dreiecks und ein an der Basis anliegender Winkel sowie das Produkt der beiden anderen Seiten gegeben. Und im bislang auf Frühjahr 1675 datierten Teilstück VII, 1 N. 14<sub>2</sub> greift Leibniz das letztgenannte Problem erneut auf, ändert dann aber die Fragestellung und setzt nun nicht mehr einen an der Basis anliegenden, sondern den der Basis gegenüberliegenden Winkel als gegeben voraus. Dieses Problem kann er elegant konstruktiv lösen. Das in unserem Stück genannte Problem lässt sich auf eine sehr ähnliche, wenngleich geringfügig aufwendigere Weise lösen. Seine Bearbeitung ist nicht überliefert. Aus diesem Grund und auch, weil Leibniz von einer „construction fort courte“ spricht, liegt die Vermutung nahe, dass er tatsächlich die Konstruktion aus VII, 1 N. 14<sub>2</sub> meint. Womöglich geht er davon aus, dass diese Konstruktion ohne Änderung auch das hier genannte Problem löst. Weil VII, 1 N. 14<sub>1</sub> und 14<sub>2</sub> aus einer Reihe von Gründen neu datiert und nun in die erste Hälfte des Jahres 1674 gestellt werden, steht ihre Datierung dieser Interpretation nicht mehr entgegen.

3 methode: Vgl. Fr. VIÈTE, *De emendatione aequationum*, 1615 (VO S. 82–161). 4 approximations Geometriques: Leibniz denkt hier womöglich an eine Verknüpfung seiner Lösung der soliden Probleme durch Kegelschnitte mit der Umformung der Kegelschnittgleichungen in eine Kreisgleichung; vgl. seine wohl im September 1674 verfasste Schrift *De aequationibus ad circulum inveniendis* (VII, 1 N. 130).

11 Cycloide: Den Segmentsatz an der Zykloide formuliert Leibniz erstmalig in III, 1 N. 29, zu datieren auf den Sommer 1674, auf S. 115. Vorarbeiten finden sich in VII, 4 N. 17, wohl aus dem späten Frühjahr 1673. Den Beweis liefert er in VII, 5 N. 31, zu datieren auf März bis Dezember 1675.

de la dimension de la courbe décrite par l'évolution du cercle (ayant trouvé que l'arc evolu est la moyenne proportionnelle entre le diametre et la courbe décrite)[<sup>1</sup>] de la dimension de la surface du solide parabolique fait par la parabole revolüe à l'entour de la touchante du sommet; j'ay observé deux methodes fort estendues, l'une de donner la dimension des figures superieures en supposant celle des inferieures; l'autre de reduire l'aire d'une figure à la somme d'une progression de nombres rationaux. Ce qui est traduire la difficulté de la Geometrie à l [*bricht ab*] 5

3 de la (1) super (2) surface (a) d'un solide Hyp (b) du solide L 4 l'une de (1) revoquer (2) donner L 4 dimension des (1) courbes (2) figures L 6 somme (1) de progressio (2) d'une progression L

---

1 l'évolution du cercle: Vgl. das wahrscheinlich im Frühjahr 1673 entstandene Konzept VII, 4 N. 10<sub>1</sub> S. 141 u. 143 sowie III, 1 N. 29 S. 116. 3 solide parabolique: Vgl. das wohl aus dem Sommer 1673 stammende Konzept *Triangulum characteristicum ellipsis* (VII, 4 N. 28, hier S. 509–515) sowie den auf den 3. Oktober 1674 datierten ersten Teil der Schrift *Schediasma de superficibus conoeidum* (VII, 5 N. 6). 4 l'une de: Leibniz bezieht sich hier möglicherweise auf sein im August 1673 verfasstes, *Methodus tangentium inversae seu De functionibus* überschriebenes Konzept VII, 4 N. 40. 5 l'autre: Diese Bemerkung bezieht sich auf Transmutation und Reihenentwicklung; vgl. etwa das aus der ersten Hälfte des Jahres 1674 stammende Stück zur arithmetischen Kreisquadratur VII, 6 N. 4. 6 difficulté: In VII, 6 N. 7 S. 89 Z. 2 f. formuliert Leibniz den hier abgebrochenen Gedanken zu Ende: „... la difficulté des Curvilignes est transferée de la Geometrie à l'Arithmetique par les progressions.“



## 10. TABULA PYTHAGORICA IN MANU NOSTRA INSCRIPTA

[Mitte 1674 – Ende 1675 (?)]

**Überlieferung:** *L* Konzept: LH 35 I 14 Bl. 86. 1 Streifen von ca  $18,5 \times 7$  cm. 1 S. auf Bl. 86 v<sup>o</sup>, Vorderseite leer.  
Cc 2, Nr. 496

5

Datierungsgründe: Bis in die Mitte des Jahres 1674 hinein verwendet Leibniz das heute gebräuchliche Symbol = als Gleichheitszeichen, spätestens im Juni 1674 aber ersetzt er es durch den stilisierten Waagebalken  $\cap$ . Den Waagebalken gebraucht er auch im vorliegenden Stück, woraus sich ergibt, dass es nach dem Austausch der Symbole entstanden ist. — Einen Hinweis auf einen *terminus ante quem* liefert die Erwähnung des von A. Arnauld verfassten, jedoch anonym erschienenen Werkes *Nouveaux*  
10 *elemens de geometrie* am Ende unseres Stückes. Wann Leibniz hört, dass Arnauld dieses Werk verfasst hat, ist unklar. Er habe es von jenem selbst noch in Paris erfahren, erinnert sich Leibniz später (Leibniz an Placcius, 27. Juni/7. Juli 1690; II, 2 N. 80 S. 327). Bereits in dem auf die zweite Jahreshälfte 1672 zu datierenden Stück N. 4 nennt Leibniz das Werk und schreibt es Arnauld zu. In unserem Stück wie  
15 auch in N. 50 führt Leibniz dagegen nur den Titel an, nicht jedoch den Autor. Es erscheint denkbar, dass er zum Zeitpunkt der Niederschrift unseres Stückes zwar Arnauld als Autor vermutet, dies aber noch als unsicher erachtet und ihn aus diesem Grunde hier nicht erwähnt. Am 12. Dezember 1675 schreibt Leibniz an Arnauld und übersendet ihm seine Ausarbeitungen zu einem von diesem gestellten Problem zur Zahlentheorie (III, 1 N. 69). Bald darauf kommt es zu einem mündlichen Austausch der beiden, bei  
20 dem Leibniz möglicherweise auch Arnaulds Autorschaft aus erster Hand bestätigt bekommt. Dies lässt vermuten, dass das Stück bis Ende 1675 entstanden ist. — Ein zweites Werk unter dem Titel *Nouveaux elemens de geometrie* erscheint im Jahr 1680, Verfasser ist M. Mourgues. Am 24. Januar 1683 teilt S. de La Loubère Leibniz mit, er habe ihm ein Exemplar übersandt (vgl. III, 3 N. 435 S. 770). Die Sendung erreicht Leibniz zwar offensichtlich nicht (*a. a. O.*, S. 771), doch hat er Mourgues' Werk möglicherweise dennoch wahrgenommen. Für diesen Fall wäre anzunehmen, dass er spätestens hiernach, um  
25 eine Verwechslung zu vermeiden, den Titel nicht mehr ohne Nennung des Autors angegeben hätte.

## Tabula pythagorica in manu nostra inscripta

Das Einmahl eins oder die Multiplication in den Händen:  
Zwey Zahlen v. g. 7, et 8. deren keine größer als 10, sind gegeben in einander zu multi-  
30 pliciren. Thue die finger alle nieder, oder mache beyde hände zu. Alsdann hebe an der einen hand soviel finger auff, als die differenz der einen zahl 7 von 10 macht v. g., 3 an der anderen hand, soviel als die andre, 8 <differt> v. g. 2. Zehle alle finger so nieder, sind 5,

27 Tabula ... inscripta erg. *L*

multiplicire die differentien in einander sind, 6, das productum 56. Dieses muste auch angehen zum großen einmahl eins.

$$\begin{array}{rclcl}
 10 - 7 \sqcap 3. & 10 - 8 \sqcap 2. & 10 - a - b & & \\
 10 - a & 10 - b & \frac{10}{100 - 10a - 10b} & + & 10 - a \wedge 10 - b \\
 & ab \sqcap & & + & 100 - 10a - 10b + ab
 \end{array}$$

5

Unde patet difficultatem transferri a multiplicatione numerorum datorum ad multiplicationem differentiarum a 10; ideoque non habere usum nisi quando numeri dati notabiliter majores sunt differentiis suis, seu valde accedunt ad 10. Idem est de 100. Observatio haec cum sua demonstratione est in *nouveaux Elemens de Geometrie*.

2 f. eins. | 44,  $\wedge$  43,  $100 - 44 \sqcap 56$ ,  $100 \wedge 43 \sqcap 55$  *gestr.* |  $10 - 7 \sqcap 3$ . L

3–5 Leibniz stellt das Verfahren auf die Probe, indem er das Beispiel  $7 \times 8$  verallgemeinert. Allerdings macht er einen Fehler an der Zehnerposition: Es müsste in Z. 3 nicht  $10 - a - b$ , sondern  $10 - (10 - a) - (10 - b)$  heißen. Nach Multiplikation mit 10 ergäbe sich in Z. 5 statt  $100 - 10a - 10b$  dann  $-100 + 10a + 10b$ , und nach Addition von  $100 - 10a - 10b + ab$  bliebe dann  $ab$  übrig, was korrekt ist.

9 *nouveaux*: [A. ARNAULD], *Nouveaux elemens de geometrie*, 1667, liv. I, § LXIII, S. 14 f.

# 11. MULTIPLICATIO NUMERORUM SEXAGESIMALIUM

[Mitte 1674 – Ende 1676]

**Überlieferung:** *L* Konzept: LH 35 VIII 30 Bl. 27. 1 Bl. 4<sup>o</sup>. 1 S. auf Bl. 27 v<sup>o</sup>, Vorderseite leer.

Cc 2, Nr. 00

Datierungsgründe: Der Gegenstand des Stückes — ein Verfahren zur Multiplikation einer im Sexagesimalsystem ausgedrückten dreistelligen Zahl mit einem unechten Bruch — legt nahe, dass es in zeitlicher Nähe zu N. 12 entstanden ist. Leibniz nimmt diese Aufgabe offenkundig in Angriff, bevor er sich näher mit Stellenwertsystemen befasst hat, womit das Stück vor März 1679 entstanden sein muss.

Einen genaueren Hinweis liefert das Papier: Es stammt aus Paris, und sein Wasserzeichen ähnelt anderen Wasserzeichen aus der frühen Pariser Zeit. Auch der Symbolgebrauch gibt einen Hinweis in diese Richtung: Ganz überwiegend setzt Leibniz  $\text{f}$  als Gleichheitssymbol ein, teils in einer leicht stilisierten Form, teils als simples handschriftliches  $f$ . Diese letztere Variante verwendet er bis Anfang 1673 überwiegend, wenn auch nicht ausschließlich. Die dreimalige Verwendung des Gleichheitssymbols  $\sqcap$  hingegen spricht eindeutig für eine Niederschrift nach Mitte 1674. Somit ist gesichert, dass das Stück in Paris verfasst worden ist. Schwerer als die Hinweise auf eine Entstehung zu Beginn der Pariser Zeit wiegt der Gebrauch des stilisierten Waagebalkens, der somit den Ausschlag für den *terminus post quem* Mitte 1674 gibt.

[*Erster Ansatz*]

$$\begin{array}{ccccccc} 13 & \text{—————} & \text{↗} & \text{↖} & \text{↗} & \text{—————} & 17 \\ & & 19 & 9 & 7 & & \\ & & \frac{19}{6} & \frac{3}{2} & \frac{7}{6} & & \frac{17}{13} \text{ f } 1 + \frac{4}{13} \\ & & 3\frac{1}{6} & 1\frac{1}{2} & 1\frac{1}{6} & \text{vel} & \frac{1\ 3\ 1}{6} \text{ f } 2\ 1\ \frac{5}{[6]} \end{array}$$

$$\begin{array}{lcl} 20 & \text{Nebenrechnung:} & \frac{10}{\frac{6}{10}} \quad \frac{5}{3} \sqcap^2 \quad [\text{bricht ab}] \end{array}$$

$$19\ 13 \text{ — } (1)\ 14, 13, 18 \cdot (2) \begin{array}{ccc} \text{↗} & \text{↖} & \text{↗} \\ 19 & 9 & 7 \end{array} L \quad 21\ 3\frac{1}{6} \ (1)\ 2\frac{1}{2} \ (2)\ 1\frac{1}{2} \ L$$

21 131: Der Status von Zahlen wie dieser als Sexagesimal- oder Dezimalzahl ist für Leibniz nicht eindeutig festgelegt, was er durch (allerdings nicht ganz konsequent durchgeführte) Gesperrtschreibung der Ziffern andeutet. Bei Zahlen, die er als eindeutig hexagesimal ausgedrückt verstanden wissen will, trennt er dagegen die Stellen in der Regel durch Kommata voneinander ab — insbesondere, wenn es sich bei mindestens einer ihrer Ziffern um eine im Dezimalsystem notierte zweistellige Zahl handelt.

$$\frac{12\frac{4}{6}}{13} \quad 4 + \frac{4}{2} \quad 4 + \frac{4}{6}$$

$$\frac{76}{13^{\wedge}6} \quad \frac{120}{13^{\wedge}6} \quad \frac{28}{13^{\wedge}6}$$

$$\frac{76}{120} \frac{28}{8828} \left| \frac{4414}{13^{\wedge}3} \right| \left| \frac{1471}{13} + \frac{1}{13^{\wedge}3} \right|$$

$$\begin{array}{r} 3 \ 2 \ 1 \\ 2 \ 1 \\ \hline 3 \ 4 \ 2 \end{array} \frac{5}{6} \sim 1 + \frac{4}{13}$$

$$\begin{array}{r} 3 \ 4 \ 2 \\ 1 \ 0 \ 5 \\ \hline 4 \ 4 \ 7 \end{array} \frac{19}{39}$$

$$24, \ 24, \ 28 \frac{3}{30} \frac{56}{39} \left| 2 \frac{36}{39} \right| \left| \frac{12}{13} \right|$$

1 Nebenrechnung:  $\frac{13}{1368} \not\sim 105 \frac{18+20}{6^{\wedge}13} \frac{38}{78} \left| \frac{19}{39} \right|$

2  $\frac{76}{13^{\wedge}6} (1) \frac{140}{13^{\wedge}6} (2) \frac{120}{13^{\wedge}6} L$  4  $105 (1) \frac{3}{13} + \frac{20}{6^{\wedge}13} (2) \frac{18+20}{6^{\wedge}13} L$

1 3 2 1 : Hier ist die Korrektur in der Zeile zuvor nicht berücksichtigt; folgerichtig wäre 3 1 1 .

2  $\frac{120}{13^{\wedge}6}$ : Folgerichtig wäre  $\frac{36}{13^{\wedge}6}$ . 2 4 4 7  $\frac{19}{39}$ : Bei der Addition von  $3 \ 4 \ 2 \ \frac{5}{6}$  mit  $1 \ 0 \ 5 \ \frac{19}{39}$  ist der Bruchanteil des ersten Summanden verloren gegangen. 3 24, 24, 28: Das gesuchte Produkt der Sexagesimalzahl  $(19, 9, 7)_{60}$  mit dem unechten Bruch  $\frac{17}{13}$  ist  $(25, 2, 41 \frac{6}{13})_{60}$ . Dass die in der rechten Spalte fortgeführte Berechnung zum falschen Ergebnis  $(24, 24, 30 \frac{12}{13})_{60}$  führt, ist nicht nur auf Rechenfehler zurückzuführen, sondern grundsätzlich in dem Verfahren begründet, welches Leibniz im vorliegenden Stück ausprobiert: Er behandelt beim Rechnen mit Sexagesimalzahlen diese in einzelnen Rechenschritten wie Dezimalzahlen. Offenbar fühlt er sich hierzu berechtigt, da er eingangs eine Division durch 6 durchführt und am Ende der Rechnung wieder mit 6 multipliziert. Im vorliegenden Ansatz etwa teilt Leibniz im ersten Schritt tatsächlich nicht die Sexagesimalzahl  $(19, 9, 7)_{60}$  durch 6, sondern die Dezimalzahl 1997. Sein (nicht ganz korrektes) Ergebnis  $3 \ 4 \ 2 \ \frac{5}{6}$  multipliziert er sodann wie eine gewöhnliche Dezimalzahl mit  $\frac{17}{13}$ . Erst bei der abschließenden Wiederversechsfachung seines (ebenfalls nicht korrekten) Produktes  $4 \ 4 \ 7 \ \frac{19}{39}$  behandelt er dessen Ziffern wie jene einer im Sexagesimalsystem geschriebenen Zahl. Tatsächlich kann ein solches Verfahren keine Umrechnung vom Sexagesimal- ins Dezimalsystem und zurück leisten; es führt im Allgemeinen zu fehlerhaften Resultaten.



$$\begin{array}{r}
 1\ 8\ 6\ 6 \\
 \underline{1\ 3\ 1} \\
 1\ 9\ 9\ 7 \\
 \underline{\phantom{1}\phantom{9}\phantom{9}\phantom{7}} \\
 6
 \end{array}
 \text{ f } 3\ 3\ 3 - \frac{1}{6} \frown \frac{17}{13} \Big| 1\frac{4}{13}$$

$$\begin{array}{r}
 \phantom{16} \\
 \phantom{1332} \\
 \phantom{1333} \\
 \phantom{11} \\
 \hline
 4
 \end{array}
 \text{ f } 102 \left( \frac{36-4}{13 \frown 6} \right) \frac{32}{78} \Big| \frac{16}{39}$$

$$\begin{array}{r}
 3\ 3\ 3 - \frac{1}{6} \\
 1\ 0\ 2 + \frac{16}{39} \\
 \hline
 4\ 3\ 5
 \end{array}$$

5

[Dritter Ansatz]

$$\begin{array}{r}
 13 \text{ ————— } \begin{array}{l} / \\ // \\ /// \end{array} \begin{array}{l} 19, \\ 9, \\ 7 \end{array} \text{ ————— } 17 \quad \Bigg| \quad \frac{17}{13} \sqcap 1 + \frac{4}{13}
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 1997 \\
 \underline{\phantom{1997}4} \\
 13) \overline{7988} \text{ f } 614 \frac{6}{13} \\
 \phantom{13) \overline{7988}} \underline{1156} \\
 \phantom{13) \overline{7988} \phantom{f 614}} 1
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 2611 \\
 \underline{23}
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 1997 \\
 \underline{\phantom{1997}4} \\
 \phantom{1997} \underline{1156} \\
 \phantom{1997} \overline{7988} \text{ f } 614 \\
 \phantom{1997} \underline{1333} \\
 \phantom{1997} \phantom{f 614} 11
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 1997 \\
 \underline{\phantom{1997}614} \\
 \phantom{1997} \underline{23} \\
 \phantom{1997} \overline{2611} \frac{6}{13}
 \end{array}$$

10

15

8 4 3 5 : Die Rechnung des zweiten Ansatzes wird konsequent und fehlerfrei im Dezimalsystem durchgeführt. Ihr Resultat  $4\ 3\ 5\ \frac{19}{78}$  würde mit 6 multipliziert  $(24, 18, 31\ \frac{18}{39})_{60}$  ergeben; auch dies ist nicht das korrekte Ergebnis. 11 f.  $\frac{1997}{4}$ : Im dritten und vierten Ansatz verändert Leibniz nun die Reihenfolge der Rechenschritte: Zunächst wird die dezimale Multiplikation von 1997 mit  $\frac{17}{13}$  durchgeführt, erst danach folgt die dezimale Division durch 6 und die Wiederversechsfachung im Sexagesimalsystem.

$$\begin{array}{r} 4\ 3\ 5\ \frac{2}{13} \\ \hline 24,\ 18,\ 30\ \frac{12}{13} \end{array} \qquad \begin{array}{r} 4\ 3\ 5\ \frac{2}{13} \\ \hline 24,\ 18,\ 30\ \frac{6}{13} \end{array}$$

[*Vierter Ansatz*]

$$13 \text{ ————— } \frac{19 + 9 + 7}{6} \text{ ————— } 17$$

5

$$\begin{array}{r} 17 \\ \hline \overset{1}{\cancel{1}}\overset{2}{\cancel{3}}\overset{3}{\cancel{9}}\overset{4}{\cancel{4}}\overset{5}{\cancel{9}} \\ \overset{1}{\cancel{1}}\overset{2}{\cancel{3}}\overset{3}{\cancel{9}}\overset{4}{\cancel{4}}\overset{5}{\cancel{9}} \\ \overset{1}{\cancel{1}}\overset{2}{\cancel{3}}\overset{3}{\cancel{9}}\overset{4}{\cancel{4}}\overset{5}{\cancel{9}} \\ \hline 13979 \\ 1997 \\ \hline 33949 \end{array} \quad \text{f } 1\ 0\ 7\ 5$$

10

$$\begin{array}{r} 1997 \\ 17 \\ \hline \overset{1}{\cancel{1}}\overset{2}{\cancel{7}}\overset{3}{\cancel{1}}\overset{4}{\cancel{1}}\overset{5}{\cancel{6}} \\ \overset{1}{\cancel{1}}\overset{2}{\cancel{7}}\overset{3}{\cancel{1}}\overset{4}{\cancel{1}}\overset{5}{\cancel{6}} \\ \overset{1}{\cancel{1}}\overset{2}{\cancel{7}}\overset{3}{\cancel{1}}\overset{4}{\cancel{1}}\overset{5}{\cancel{6}} \\ \overset{1}{\cancel{1}}\overset{2}{\cancel{7}}\overset{3}{\cancel{1}}\overset{4}{\cancel{1}}\overset{5}{\cancel{6}} \\ \hline 17116 \\ 33949 \\ \hline 13333 \\ 111 \end{array} \quad \text{f } 2611\ \frac{6}{13} \qquad \begin{array}{r} \overset{1}{\cancel{1}}\overset{2}{\cancel{7}}\overset{3}{\cancel{1}}\overset{4}{\cancel{1}}\overset{5}{\cancel{6}} \\ \overset{1}{\cancel{1}}\overset{2}{\cancel{7}}\overset{3}{\cancel{1}}\overset{4}{\cancel{1}}\overset{5}{\cancel{6}} \\ \overset{1}{\cancel{1}}\overset{2}{\cancel{7}}\overset{3}{\cancel{1}}\overset{4}{\cancel{1}}\overset{5}{\cancel{6}} \\ \overset{1}{\cancel{1}}\overset{2}{\cancel{7}}\overset{3}{\cancel{1}}\overset{4}{\cancel{1}}\overset{5}{\cancel{6}} \\ \hline 17116 \\ 33949 \\ \hline 13333 \\ 111 \end{array} \quad \text{f } 2611\ \frac{6}{13}$$

4    *Isoliert und ohne direkten Bezug:*    19 9 7

9    *Randnotiz mit aus S. 53 Z. 9 bezogener Ergänzung:*     $33949\ \frac{6}{13} + \frac{19}{26}$

9    *Gestrichene Nebenbetrachtung:*  $\overset{3}{\cancel{3}}\overset{3}{\cancel{3}}\overset{3}{\cancel{9}}\overset{3}{\cancel{4}}\overset{3}{\cancel{9}} \text{ f } 5658\ L \quad 14 + \frac{19}{26} \text{ erg. } L$

1 4 3 5  $\frac{2}{13}$ : Konsequent gerechnet lautet das Zwischenergebnis nach der Division 4 3 5  $\frac{19}{78}$ . Der Fehler beeinträchtigt im links dargestellten Rechengang das Endergebnis in der folgenden Zeile. Das rechts stehende Endergebnis dagegen verwendet stillschweigend den korrekten Wert des Bruchanteils, vernachlässigt jedoch einen Einerübertrag; folgerichtig gerechnet ergibt sich  $(24, 18, 31\frac{6}{13})_{60}$  (vgl. auch den vierten Ansatz, S. 53 Z. 3, rechts).    6 1 0 7 5: Versehentlich teilt Leibniz hier das Siebenfache anstelle des Siebzehnfachen von 1997 durch 13. Er erkennt den Irrtum und setzt neu an.

$$\begin{array}{r}
 \begin{array}{r}
 \cancel{23} \\
 \cancel{26} \cancel{11} \\
 \cancel{666}
 \end{array} \frac{1}{13} \\
 4 \ 3 \ 5 \frac{1}{6} + \frac{1}{13} \\
 \hline
 6 \\
 24, \ 18, \ 31 \frac{1}{13}
 \end{array}
 \qquad
 \begin{array}{r}
 \begin{array}{r}
 \cancel{23} \\
 \cancel{26} \cancel{11} \\
 \cancel{66}
 \end{array} + \frac{6}{13} \\
 4 \ 3 \ 5 \frac{1}{6} + \frac{1}{13} \\
 24, \ 18, \ 31 \frac{6}{13}
 \end{array}$$

[Fünfter Ansatz]

5

$$\begin{array}{r}
 26 \text{ ————— } 1997 \text{ ————— } \frac{17}{26} \\
 \phantom{26} \frac{17}{13979} \\
 \phantom{26} \frac{1997}{33949} \text{ f } 1 \ 3 \ 0 \ 5 \ \frac{19}{26} \\
 \phantom{26} \cancel{26} \cancel{11} \\
 \phantom{26} \phantom{11} 7
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 2 \ 1 \ 7 \ \frac{3}{6} \\
 \hline
 12, \ 6, \ 21 \ \frac{18}{6} \Big| 3 \\
 \phantom{12, \ 6, \ 21} \frac{3}{24} \qquad \frac{19}{26}
 \end{array}$$

10

$$\begin{array}{r}
 \cancel{1} \\
 \cancel{17} \cancel{11} \\
 \cancel{33949} \text{ f } 1305 \ \frac{19}{26} \\
 \cancel{26666} \\
 \cancel{222}
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 \cancel{143} \\
 \cancel{1305} \text{ f } 2 \ 1 \ 7 \ \frac{3}{6} + \frac{19}{26} \\
 \cancel{666} \\
 \hline
 6 \\
 12, \ 6, \ 45
 \end{array}$$

15

---


$$16 \quad \text{Nebenbetrachtungen:} \quad \frac{38}{26} \text{ f } 1 \ \frac{12}{26} \qquad \frac{19}{26} \quad \frac{3\frac{1}{6}}{26}$$


---

6 26: Im fünften Ansatz multipliziert Leibniz im ersten Schritt die Dezimalzahl 1997 nicht mehr mit  $\frac{17}{13}$ , sondern mit  $\frac{17}{26}$  und verdoppelt dafür das Zwischenergebnis vor dessen Versechsfachung im letzten Schritt. 11 12, 6, 21: Richtig wäre 12, 6, 42. Leibniz korrigiert dies nicht, sondern setzt neu an.



5

$$\begin{array}{r} 2\ 1\ 7 \\ \hline 6 \\ 12,\ 6,\ 42 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 4\ 3\ 4 \\ \hline 6 \\ 24,\ 18,\ 24 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2 \\ \hline 10 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 1 \\ \hline 100 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 7 \\ \hline 1000 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2 \\ \hline 60 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 1 \\ \hline 3600 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 7 \\ \hline 21600[0] \end{array}$$

[*Sechster Ansatz*]

$$\begin{array}{r} 19 \big| 1\frac{1}{6} \\ \hline 6 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 9 \big| \frac{1}{4} \\ \hline 36 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 7 \big| \frac{1}{27} \\ \hline 216 \end{array} - \frac{1}{216}$$

$$\begin{array}{r} 4\frac{4}{6} \qquad 1 \qquad \frac{4}{27} - \frac{4}{216} \\ \hline 13 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 19 \\ \hline 6 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 9 \\ \hline 36 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 7 \\ \hline 216 \end{array}$$

10

5 *Hilfsrechnung:*

$$\begin{array}{r} 3600 \\ \hline 6 \\ 21600 \end{array}$$

8 *Nebenrechnung:*

$$\begin{array}{r} 2 \\ 286 \text{ f } 22 \\ 133 \\ 1 \end{array}$$

1 f. *Gestrichene Nebenbetrachtung:*

$$\begin{array}{r} 1 \\ 434 \text{ f } 7\ 1\ \frac{8}{6} \text{ L} \\ \hline 66 \end{array} \qquad 4 \ (1) \ 24, \ (2) \ \frac{2}{10} \text{ L} \qquad , \ 14$$

---

5  $\frac{2}{60} \frac{1}{3600} \frac{7}{21600[0]}$ : Leibniz vergewissert sich hier noch einmal der Bedeutung von Sexagesimalstellen und verwirft daraufhin die Ausgangsidee, eine Zahl vom Sexagesimal- ins Dezimalsystem zu transformieren, indem man die gesamte Zahl (also unterschiedslos jede Stelle) durch 6 teilt. In den folgenden Ansätzen differenziert er nun bei der Division zwischen den verschiedenen Stellen.  $7 \frac{19}{6} \big| 1\frac{1}{6}$ : Richtig wäre  $3\frac{1}{6}$ . Der Fehler belastet die Rechnung bis S. 55 Z. 2, nach welcher Leibniz noch einmal neu ansetzt.

$$\begin{array}{ccc}
 \boxed{\begin{array}{ccc} 13\frac{13}{6} & \frac{13}{4} & \frac{13}{7} - \frac{13}{216} \\ 4\frac{4}{6} & 1 & \frac{4}{7} - \frac{4}{216} \\ & & 17 \quad 17 \end{array}} \\
 3 + \frac{1}{6} & \frac{1}{4} & \frac{1}{7} - \frac{1}{216} \\
 \text{seu } 39\frac{17}{6}, & \frac{17}{4}, & \frac{17}{7} - \frac{17}{216}
 \end{array}$$

5

[Siebter Ansatz]

$$\begin{array}{ccccccc}
 19 & 9 & 7 & & \frac{19}{6} & \frac{9}{\frac{60}{6}} & \frac{9}{\frac{60}{36}} \\
 & & & & & & \\
 \frac{19}{6} & \frac{9}{\frac{6}{6}} & & & & 19 \frac{9}{6} & \frac{9}{36} \\
 & & & & & \hline
 & & & & & 6 & \\
 \frac{19}{6} & \frac{9}{\frac{60}{6}} & \frac{9}{\frac{600}{6 \wedge 6}} & & & & \\
 & & & & 24, 3 & 31 \frac{6}{13} & \\
 & & & & & \hline
 & & & & & 36 & 
 \end{array}$$

10

$$5 \quad (1) \mid \text{seu nicht gestr.} \mid 9 \quad (2) \text{ seu } (a) \ 39\frac{13}{6}, \frac{13}{4}, \frac{13}{7} - \frac{13}{216} \quad (b) \ 39\frac{17}{6}, L \quad 7 \quad \frac{9}{\frac{60}{6}} \quad (1) \ \frac{9}{\frac{60}{6}} \quad (2) \ \frac{9}{\frac{60}{36}} L$$

$$9 \quad (1) \ \frac{7}{\frac{600}{6 \wedge 6}} \quad (2) \ \frac{9}{\frac{600}{6 \wedge 6}} L$$

---

5  $39\frac{17}{6}$ : Leibniz multipliziert zunächst die vorangehende Zeile versehentlich mit 13 statt mit 17, korrigiert dies aber umgehend, wobei er allerdings vergisst, die 39 in 51 zu ändern. Außerdem muss es  $\frac{17}{27}$  anstatt  $\frac{17}{7}$  heißen; dieser Fehler stammt aus Z. 1. Die Versehen wirken sich nicht aus, da Leibniz die Rechnung abbricht. 10 24, 3: Leibniz probiert hier am Ergebnis des vierten Ansatzes (S. 53 Z. 4, rechts) die Division der zweiten Stelle durch 6 und die der dritten durch 36 aus.



## 12. FRACTIONES SEXAGENARIAE

[Mitte 1674 – Ende 1676]

**Überlieferung:** *L* Konzept: LH 35 III A 26 Bl. 17. Unregelmässig zugeschnittenes Fragment, ca  $9 \times 10$  cm. Text auf Bl. 17 r<sup>o</sup>, rückseitig 1 Z. mit dem Titel.  
Cc 2, Nr. 00

5

Datierungsgründe: Leibniz beschäftigt sich in der vorliegenden Notiz mit den rechnerischen Grundlagen des Sexagesimalsystems. Hierbei knüpft er an Überlegungen an, die er in N. 11, welches dem gleichen Gegenstand gewidmet ist, entwickelt hat. Es darf daher vermutet werden, dass die Notiz kurz nach N. 11 entstanden ist. Da dieses Stück wahrscheinlich im Zeitraum zwischen Mitte 1674 und Ende 1676 verfasst worden ist, wird das Gleiche auch für die vorliegende Notiz angenommen.

10

*F r a c t i o n e s   s e x a g e n a r i a e*

$$\frac{13}{60} + \frac{24}{60^2} + \frac{15}{60^3}$$

$$\begin{array}{cc} 13 & 24 \\ 36 & 6 \end{array}$$

Pour reduire les primes et secondes aux troisiemes, c'e[s]t à dire pour reduire les fractions sexagenaires à un meme denominateur, il faut multiplier les primes par 36, les secondes par 6, les 3<sup>mes</sup> par 1. Multiplier par 36[,] c'est multiplier par 40 – 4, multiplier

15

11 *F r a c t i o n e s   s e x a g e n a r i a e   e r g .   L   a u f   B l . 17 v<sup>o</sup>*

12  $\frac{13}{60} + \frac{24}{60^2} + \frac{15}{60^3}$ : Vgl. diesen Ausdruck mit der Summe  $\frac{2}{60} [ + ] \frac{1}{3600} [ + ] \frac{7}{216000}$ , welche Leibniz in N. 11 S. 54 Z. 5 betrachtet. 16 denominateur: Mit dem beschriebenen Verfahren rechnet man eigentlich eine dreistellige Sexagesimalzahl, so wie in N. 11 gefordert, in eine Dezimalzahl um: Man multipliziert die erste Stelle mit 36 und die zweite mit 6. Um die drei oben genannten Brüche auf einen gemeinsamen Nenner zu bringen, ist dagegen der erste Bruch mit 3600 zu erweitern und der zweite mit 60. Die zum Gleichnamigmachen erforderlichen Nullen fügt Leibniz dem Ergebnis der Nebenrechnung in S. 58 Z. 4–8 nachträglich noch hinzu, lässt den Haupttext aber unverändert.

par 6, c'est multiplier par  $4 + \frac{4}{2}$ . *Ergo primae multiplicentur per 4[,] producto adjiciatur 0, et inde detrahatur ipsum productum, secundae multiplicentur per 4, producto addatur ipsius dimidium, sed brevius sufficit secundas multiplicari per 6.*

5

---

1 f. *Nebenrechnung:* 
$$\begin{array}{r} 13 \\ \frac{4}{520} \\ \frac{52}{46800} \end{array}$$

2 f. *Gestrichene Nebenrechnung:* 
$$\begin{array}{rcl} 24 & L & 4-8 \\ \frac{4}{96} & & (1) \frac{13}{520} \\ \frac{48}{4} & & \frac{4}{520} \\ & & \frac{52}{468} \\ & & \frac{4}{46800} \end{array} \quad \begin{array}{rcl} & & (2) \frac{13}{520} \\ & & \frac{4}{520} \\ & & \frac{52}{468} \\ & & \frac{4}{46800} \end{array} \quad \begin{array}{rcl} & & L \end{array}$$

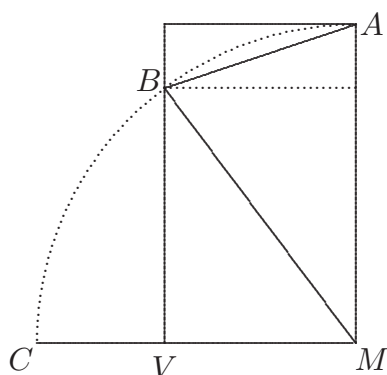
## 13. DE CHARACTERUM IMPERFECTIONE

[September – Oktober 1674]

**Überlieferung:** *L* Konzept: LH 35 XIII 1 Bl. 122–123. 1 Bog. 4°. 7 Z. auf Bl. 123 r°. — Auf dem Rest des Bogens VII, 5 N. 10 u. VII, 6 N. 5.  
Cc 2, Nr. 842

5

Datierungsgründe: Das Wasserzeichen des Papiers ist für Anfang September bis November 1674 belegt. N. 13 dürfte im selben Zeitraum entstanden sein wie VII, 5 N. 10 u. VII, 6 N. 5.



[Fig. 1]

Si a sectore  $AMBA$ , auferas Triangulum  $AMB$ , restat segmentum  $ABA$ . Id sane patet ex figura inspecta, sed non paret ex ipsis literis sive characteribus, unde patet 10  
eos esse imperfectos aliosque inveniendos. Eodem modo si a sectore duplicato auferas Rectangulum  $VMA$ , restabit segmentum duplicatum, necesse esset ista ex characteribus posse detegi, ne inspecta quidem figura.

## 14. EXPRESSIO UNIUS LITERAE PER MULTAS

4. September 1674

**Überlieferung:** *L* Konzept: LH 35 XII 1 Bl. 230. Ein beschnittenes Blatt ca  $17,8 \times 13,3$  cm.  
 2 S. Bl. 230 bildete ursprünglich mit LH 35 XII 1 Bl. 14 (= VI, 3 N. 44) ein vollständiges  
 Bl. 2°. — Gedr.: *LKK* 2, 1976, S. 4 f.  
 Cc 2, Nr. 740

## Expressio unius literae per multas

4 Sept. 1674

Saepe magnitudinem cognitam incognitamve utile est exprimere certo quodam modo,  
 10 per multas alias in ejus compositionem ingredientibus; quod tum ad numeros, tum ad con-  
 structiones Geometricas inventorum jam valorum, et ad incognitas quorum valores non  
 dantur, utiliores prae caeteris eligendas utile est. Omnis autem varietas oriri potest, ex  
 combinatione literarum propositarum, inter se et cum forinsecus assumtis.

Exempli causa, datae sunt literae tres *a. b. y.* Et quaestio est de exprimenda aliqua  
 15 magnitudine, cujus explicatio in nostro est arbitrio; tunc fateor infinitae sunt varietates,  
 sed tamen re intra certos limites comprehensa varietates illae sunt numerabiles. V. g. *a.*  
*b. y. ab. ay. by. aby.* Singulae harum duci possunt in aliam quandam arbitrariam; nec  
 refert multiplicando an dividendo. Sed postea ad arbitrarias accedentes veniemus. Nunc  
 20 datis literis inhaereamus: Assurgant omnes ad quadratum:  $a^2 + b^2 + y^2$ . Hae inter se, et  
 cum prioribus combinationibus jungi possunt. Et ita si ad altiora ascendatur. Hactenus  
 incognita non nisi multiplicando dividendoque ex propositis literis formata est.

Jam jungi possunt inter se, et multiplicationes divisionibus misceri. Possunt jam de  
 foris numeri literaeque accedere. Sed una litera numeros quoslibet comprehendet. Novae  
 literae additio totidem producet varietates, quot sunt si plures essent ab initio propo-  
 25 sitae. Sufficeret ergo Tabulas texti, pro combinationibus possibilibus literarum, duarum:  
 trium, quatuor. Et cuilibet combinationi resolutionem cujus est capax, pro varia litera-  
 rum explicatione. Sed cum ista sint pene infinita, Methodi quaerendae sunt quibus ex  
 tot combinationibus utiles ab initio eligantur.

18 refert | addendo ändert Hrsg. | an *L* 20 possunt. (1) Primum inter se (*a*) addere (*b*) in (2)  
 Hactenus omni (3) Et *L* 21 dividendoque (1) ex datis (2) ex *L* 22 misceri. (1) Denique prae (2)  
 Hactenus repetitiones praescidimus (3) possunt *L*

Breviter Tabulae analyticae formandae essent procedentes ordine per omnes formulas, non considerando literarum qualitatem sed numerum, v. g.  $\frac{a^2 - y^2}{a + y}$ . Jam  $y$ . potest significare  $2a$ .

Ita inchoandum esset:  $a$ .  $ab$ .  $abc$ .  $abcd$ .  $\frac{a}{e}$   $\frac{ab}{e}$  etc.  $\frac{a}{ef}$   $\frac{ab}{ef}$  etc. Terminus, ut in numeratore pariter ac nominatore non sint ultra quatuor literae. Jam conjungantur inter se, ea lege, ne maximus numerus Terminorum nominatoris et terminorum denominatoris excedat 10. Ecce basin, jam in qualibet basi literis licet tribuere diversos valores; v. g.  $ab$ . licet annotare, si  $b$ . intelligatur  $a$ , fieri inde formulam  $a^2$  cujus radix  $a$ . Nec obliviscendae forte formulae in quibus ipse nominator vel numerator rursus continent fractiones. Sed quoniam istorum spes nulla, nec forte operae pretium est, superest formulas illustriores hac methodo disponi, ut si qua theoremata nova reperiantur, inseri possint suo loco.

4  $\frac{ab}{ef}$  etc. (1) Summus (2) Terminus  $L$       6 maximus (1) literarum (2) numerus  $L$       8 licet  
 (1) facere  $b$ . (2) annotare, (a) aliquando  $b$  esse, (b) si  $b$ . intelligatur  $|a^2 \text{ ändert Hrs. }|$ , fieri  $L$   
 9 nominator (1) ac numerator compositi sunt (2) vel  $L$       11 qva (1) denuo (2) theoremata  $L$



## 15. DE MACHINA COMBINATORIA, SIVE ANALYTICA

[September – Anfang Dezember 1674]

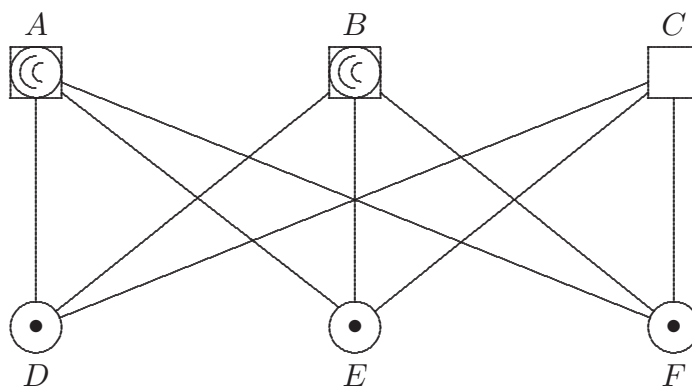
**Überlieferung:** *L* Konzept: LH 35 III A 26 Bl. 13. 1 Bl. 4<sup>o</sup>. 1  $\frac{1}{2}$  S. Auf Bl. 13 v<sup>o</sup> am rechten Rand unten quer geschriebene Notiz in unbekannter Hand: ad. 50. — Gedr.: COUTURAT, *Opusc. et fragm.*, 1903, S. 572 (tlw. = Z. 26–28).  
Cc 2, Nr. 818.

Datierungsgründe: Leibniz nutzt die Bezeichnung *Machina Analytica* bereits in VII, 1 N. 8 von Frühjahr bis Sommer 1673. Obwohl sie in VI, 3 N. 44, das nach N. 14 vom 4. September 1674 auf ursprünglich demselben Blatt entstanden ist, im Desiderat einer *Machina, quae pro nobis faciat operationes analyticas*, erneut anklingt, findet sich dort weder diese noch eine andere Bezeichnung für die gewünschte *machina*. Durch die Charakterisierung der Funktionen wird deutlich, dass das vorliegende Stück eine genau auf denjenigen Umfang reduzierte Version einer solchen *machina* zum Gegenstand hat, den Leibniz in VI, 3 N. 44 als umsetzbar und für die praktische Nutzung ausreichend vorstellt. Die Entstehung der Grundidee der *machina* des vorliegenden Stücks und von VI, 3 N. 44 können somit etwa zeitgleich angesetzt werden. Die beschriebene Maschine kann jedoch Leibniz' eigentlichen Anforderungen an eine *machina analytica* nicht gerecht werden, wie er in VI, 3 N. 44 ausführt, und als Bezeichnungen werden *Machina Combinatoria, sive Analytica* im vorliegenden Stück und *Machina Combinatoria* in der frühestens am 24. Dezember 1674 entstandenen N. 21 genutzt, bei denen beide Male das Funktionsprinzip im Vordergrund steht. Ein *terminus ante quem* für die Entstehung ergibt sich aus dem Stück VII, 1 N. 142, das spätestens Anfang Dezember 1674 ursprünglich auf demselben Bogen wie der von Leibniz auf November 1674 datierte Text VII, 5 N. 12 verfasst wurde. Beim dort angedeuteten Instrument versucht Leibniz, dieselben Funktionalitäten über einen anderen technischen Ansatz umzusetzen, der zugleich als Lösungsversuch der im vorliegenden Stück thematisierten Schwierigkeiten verstanden werden kann. In derselben Zeit hat Leibniz sich intensiv und systematisch mit dem Lösen von Gleichungen beschäftigt und die Lösung von Systemen mehrerer Gleichungen behandelt.

Saepe cogito de Machina Combinatoria, sive Analytica, qua et calculus literalis perficiatur. Ut si sint aliquot aequationes, et totidem incognitae, id agitur ut omnes ordine incognitas tollamus usque ad unam. Omnis calculus iste redit ad additionem subtractionem Multiplicationem et divisionem.

27 ut (1) inveniamus valorem abs (2) omnes *L*

26 f. perficiatur: In VII, 1 N. 142 führt Leibniz Einzelheiten eines anderen technischen Ansatzes zur Lösung von Detailfragen in der Konzeption eines solchen Instruments aus.



[Fig. 1]

Sint plurima frusta, *A. B. C* tot scilicet quot ad summam membra habere potest calculus qui faciendus est. Haec frusta poterunt quidem facile ad numerum millenarium ascendere; pro calculis complurium incognitarum, sed et ille sufficet credo. Sint totidem globi, *D. E. F.* quot literae sive cognitae sive incognitae. Ex quolibet globo exeat filum ad quodlibet frustum, quo filo regetur forma aenea vel stannea gerens literae characterem. Cum globum tanges in omnibus frustis litera ejus apparebit, si modo omnibus frustis laxata sunt frena. Nam in quibus laxata non sunt non apparebit. Quod Elaterioli ope fieri potest, quod cedit, tunc cum totum resistet. Aliisque multis modis pro multitudine scilicet frustorum, simplicioribus: aperies autem tot frusta quot membra calculus habere debet. Imo statim ab initio utile erit plura aperire frusta pro uno eodemque calculo; ita ut idem membrum appareat saepius, ut si debeat multiplicari *a* in *d* in *g*, novem

$$\begin{array}{ccc} b & e & h \\ c & f & r \end{array}$$

aperiantur frusta pro ipso *a* novem alia pro ipso *b*, et totidem pro *c*. Erunt ergo aperta frusta nam et sub finem calculi tot erunt termini. Inde ex his frustis ipsius *a*, tria, item ex frustis ipsius *b* tria, et ex frustis ipsius *c*. itidem tria tantum aperiantur, quando trahimus globum *d*, et quando globum *e*, et quando globum *f*. Denique horum triens aperietur cum tanges per *g*, et alius triens cum tanges *h*, et alius cum tanges *r*.

2 *A. B. C* erg. *L*      3 est, (1) sint *f* (2) Haec *L*      4 calculis (1) decem incognitarum (2) complurium *L*      6 regetur (1) character (*a*) ge (*b*) pergerens (2) forma *L*      6 gerens (1) nomin (2) nomen charact (3) literae *L*      10 membra (1) | ad *nicht gestr.* | rem (2) calculus *L*      12 in (1) *g* (2) *g*  
h    h  
l    r  
(*a*) novem (*b*) sex (*c*) novem *L*      14 *a*, (1) pari (2) tria, *L*      17 cum | tangens *ändert Hrsg.* | *h, L*

Sed quoniam calculus ostendere potest longe post debere adhuc id ipsum multiplicari per  
 aliam quantitatem ut  $m$  tunc quilibet ex terminis prioribus, ut *aer* rursus debet triplicari,

$n$   
 $p$

vel si mavis  $m$ ,  $27^{\text{cuplari}}$ , et  $n$  itidem, et  $p$  itidem: et tunc non globos, sed frusta illa 27. in  
 quibus *adg*, *adh*, etc. trahes, horum fila ad globos respondentia, mediantibus globis rursus  
 5 trahent quidem ubique, sed non nisi apertis in locis apparebunt, ut primum in omnibus  
 27. ipsius  $m$ , post in omnibus 27 ipsius  $n$ , et denique ipsius  $p$ . In hoc ergo consistet  
 artificium potissimum, ut non tantum trahantur frusta sed et trahant. Ita enim totus  
 calculus factus momento propagari potest. Aperire frusta poterimus v. g. deprimendo  
 nonnihil, ita, ut ipsa tractura facta rursus in statum ordinarium se restituant. Signa  
 10 peculiari filo in singulis frustis repraesentari possunt, +. opus habet nullo, sed pro filo  
 – hoc fieri potest, ut bis tractu se mutet in + seu abeat, tertia tractura se restituat.  
 Idem poterit esse de quibuslibet aliis signis ambiguis litera repraesentatis. Cum idem  
 globus saepius tactus idem quoque frustum saepius trahit cum effectu fit ut in eo frusto  
 eadem litera ad plures ascendat dimensiones. Sed cum rursus ipso frusto aliud frustum  
 15 trahimus, difficile mihi videtur efficere, ut idem numerus dimensionum in frusto quoque  
 tracto sit. Et vix aliud concipi poterit medium quam hoc; ut eo ipso dum repetitis  
 initio tractionibus crevit in frusto nunc trahente literae trahendae columna. An forte  
 rectius fila plura ab eodem globo ad idem frustum ibunt parallela inter se, sed uno  
 tractu non nisi unum habebit effectum (nulla nova apertura, sed ex natura rei) et ita  
 20 unum post alterum, etsi literae non multiplicetur character forte, sed in eodem characterem  
 numerus circumgyratione quadam. Quando autem trahitur frustum non per globum sed  
 per aliud frustum, omnia fila quae in frusto trahente jam velut *c a p t a* sunt simul  
 agent, etsi globum tantum trahant, et per globum aliud frustum, plus tamen ut faciant  
 fieri potest, quam si traheret ipse globus, quia forte facere possumus, ut prolixius seu  
 25 longius vel brevius attrahatur; quam si globum manu tetigissemus. Et ita cesset artificium

1 qvoniam (1) ex (2) calculus  $L$  1 longe post *erg.*  $L$  2 quantitatem (1) Ubi utile (2) ut (a)  
 3 (b)  $m$   $L$  2 ut | ael *ändert Hrsq.* | rursus  $L$  4 horum (1) gl (2) fila  $L$  4 respondentia, (1) per  
 $n$   
 $p$   
 (2) mediantibus  $L$  5 ut (1) in (2) primum  $L$  9 ipsa *erg.*  $L$  9 in (1) totum (2) statum  $L$   
 10 habet (1) 0 (2) nullo  $L$  13 cum effectu *erg.*  $L$  15 dimensionum *erg.*  $L$  17 columna | ,  
 seu filum eius ita factum brevius *gestr.* | . An  $L$  18 rectius | ut *nicht gestr.* | | filo cuilibet additum sit  
 aliud filum *gestr.* | fila  $L$  21 qvadam. (1) Ut an (2) Sed (3) Qvando  $L$  23 trahant, (1) sed p (2)  
 tamen plus (3) et  $L$  24 si (1) traherent ipsum frustum (2) traheret  $L$

singularitatis florum. Sed nondum satisfacit, subvenit tandem aliud artificium, nimirum globus trahit v.g. ter, literam cujusdam frusti. Ergo quaedam notae ut respondeant in frusto fieri potest. Ergo cum postea hoc frustum elevabitur filum illud transiens has notas ter vellicabitur, et ita exprimet tres dimensiones: et ita de caeteris, et hoc credo fere unicum esse remedium.

5

Porro eadem methodo etiam dividere poterimus; vel contrario motu, vel potius quia fila non possunt esse rigida atque adeo non servit regressus trahendo altius, seu longius. Sed tunc aperiemus non nisi ubi multiplicationis limitem tractio praeteriit, ne scilicet simul multiplicet et dividat.

Porro quoniam utile est non tantum conclusionem sed et vestigia calculi extare in charta, ideo impressoria arte, ex his characteribus semper exprimemus quae sunt ibi. Cum fiat, ut ex diversis multiplicationibus, idem membrum saepius conflatur, hinc facilitate opus ad ista in unum jungendum aut destruendum. Ideo jam opus esset quoad frusta, ut in plano in quo sunt moveri sibique adjungi aut dejungere possint. Sed hoc caeterorum difficillimum, ob chordas sese implicant.

10  
15

Nota plura frusta non possunt simul elevari, alioqui idem globus simul tangeretur a pluribus quod confunderet. Nota etiam rectius deprimi quam elevari frusta.

Non ausim sperari hanc transpositionem in instrumento fieri posse.

1 satisfacit, (1) nimirum non (2) subvenit *L* 1 f. nimirum (1) filum (2) globus *L* 2 ut *erg. L*  
 5 fere *erg. L* 6 eadem (1) opera (2) methodo *L* 9 f. dividat. (1) Sed quoniam labor describen (2)  
 Porro *L* 12 multiplicationibus, (1) iidem (2) idem *L* 13 esset *erg. L* 13 f. frusta, (1) ut etsi  
 summitas eorum sit in eodem plano, alia tamen aliis profundius per descendant (2) ut *L* 16 possunt  
 |simuli ändert Hrsg. | elevari *L*

---

11 impressoria arte: Vgl. Leibniz' Überlegungen zu einer Verbindung von Setzen und Drucken in VIII, 1 N. 56.

## 16. DE ANALYSEOS HISTORIA

[Oktober 1674 – Januar 1675]

**Überlieferung:** L Konzept: LH 35 VIII 14 Bl. 1–2. 1 Bog. 2°. 4 S.

Cc 2, Nr. 793

- 5        Datierungsgründe: Leibniz' Ausführungen in diesem Stück setzen inhaltlich seine Studien zur Algebra in den Jahren 1673 und 1674 voraus. Ein erster *terminus post quem* ist durch die Erwähnung des *Horologium oscillatorium* von Huygens (erschieden im Frühjahr 1673) gegeben; ein erster *terminus ante quem* lässt sich aus dem Umstand ableiten, dass Rafael Bombelli, mit dessen *Algebra* sich Leibniz seit dem Frühjahr 1675 beschäftigt (vgl. VII, 2 N. 49), im Stück nicht genannt wird. Diese Eingrenzung
- 10 kann weiter präzisiert werden: So schließt die Verwendung eines Ergebnisses aus dem zwischen Dezember 1673 und Juni 1674 verfassten Stück VII, 7 N. 7 eine Niederschrift vor Ende 1673 aus. Und die Bemerkungen zu Sluses *Mesolabum* deuten darauf hin, dass Leibniz das Stück erst verfasst, nachdem er Mitte 1674 jenes Werk exzerpiert (VII, 7 N. 16) und für seine eigenen Arbeiten erschlossen hat; die vorherige Lektüre der Rezension des *Mesolabum* in den *Philosophical Transactions* hätte ihm nicht die
- 15 gleiche Sicherheit des Urteils verschaffen können. In seiner Bemerkung zu Boulliau schließlich bezieht sich Leibniz mit ziemlicher Sicherheit auf das Gespräch mit diesem am 3. Oktober 1674 (VII, 5 N. 6 S. 31). Ein weiteres Indiz für eine Niederschrift nicht vor Oktober 1674 ist die Erwähnung Gosselins, denn Leibniz' Exzerpte aus und Marginalien in Gosselins *De arte magna* (VII, 3 N. 41) sind gesichert nicht vor Oktober 1674 (und wahrscheinlich nicht nach Januar 1675) entstanden. Die Erwähnung der
- 20 *Geometriae pars universalis* von Gregory erhärtet eine Datierung auf diese Periode weiter, denn Leibniz' erste bisher bekannte Nennung dieses Werkes stammt aus dem Dezember 1674 (vgl. VII, 1 N. 13 S. 130 f.) Die Erwähnung von Girards *Invention nouvelle* spricht nicht gegen diese Datierung. Zwar wird Leibniz' bisher früheste Erwähnung dieser Publikation (VII, 2 N. 17 S. 189) auf März bis Mai 1675 datiert, und ihre erste Erwähnung im Briefwechsel ist die in Oldenburgs Brief vom 22. April 1675 (III, 1 N. 49 S. 242),
- 25 doch wird sie in Schootens *Appendix* erwähnt, den Leibniz bereits seit Herbst 1674 zitiert (VII, 2 N. 3 S. 32). Insgesamt betrachtet ist unser Stück also sicher nicht vor Oktober 1674 und wohl eher nicht nach Januar 1675 entstanden.

## De Analyseos Historia

- 30        Calculum literalem in locum numeralis primus omnium credo introduxit Franciscus Vieta, tametsi enim Gosselinum quendam aliosque obscuriores Algebrae scriptores

28 De Analyseos Historia erg. L

---

29 introduxit: Vgl. Fr. VIÈTE, *In artem analyticam isagoge*, 1591 (= VO S. 1–12), Bl. 7 r° (VO S. 8).  
 30 Gosselinum: Vgl. G. GOSSELIN, *De arte magna*, 1577, etwa auf Bl. 82 v° u. 84 v°.     30 obscuriores: Dies trifft etwa auf Jean Borrel zu; vgl. J. BUTEO, *Logistica*, 1559, Bl. 189 r°.

literis nonnunquam usos videam, tamen nec in exemplum eorum valuit autoritas; et ad novae scientiae formam longe aliis praeterea observationibus opus erat. Vieta autem cum videret antecessores suos in quaestionibus implicationibus pluribus una incognitis oblati duabus unitatibus fictitiis uti; satius credidit numeros cognitos incognitosque literis exprimere. Ita enim et lineis accommodari posse easdem ratiocinationes, et Arithmeticae cum Geometria consensum apparere, exemplo Geometrarum, qui in doctrina de rationibus magnitudines literis designant et alioquin rectam extra figuram positam, ad propositionem tamen pertinentem, una litera notatam separatim exhibere solent. Idem primus rationem ostendit excitandi ex radicibus aequationem quandam propositae similem, ut ex ejus genesi propositae analysis appareret; unde factum quoque est ut Analytica 10  
appelletur, quam alii speciosam vocant. Ego Calculum Symbolicum appellare malim.

Porro Vieta neminem Artis suae oppugnatorem habuit, praesertim cum de ejus usu modeste sentiret ipse. At Cartesius, ut erat inventorum alienorum in rem suam accommodandorum artifex insignis, cum ope calculi duo in Geometria praestitisset egregia; digestionem in classes locorum sive linearum calculi capacium, quarum intersectione aequationes construerentur, et inventionem tangentium, per aequationes duarum radicum aequalium[;] dissimulato prorsus aut contemto Vieta, in totius scientiae autorem erigere se posse credidit, cui ut pollicitationum magnitudine pretium faceret; libro edito scribere ausus est, nullum esse problema quod methodo sua solvi non possit. Cumque animad-

2 f. cum (1) observasset (2) videret L 4 credidit (1) pro qualibet q (2) quantitates literis (3) numeros L 6 f. in doctrina ... alioquin erg. L 11 quam (1) alibi (2) alii L 14 in Geometria erg. L 15 f. digestionem (1) locorum sive linearum Geometricarum in Classes, (2) in ... linearum (a) Analyseos, (b) calculi capacium | quarum intersectione (aa) problemata (bb) aequationes construerentur erg. |, et L 16 tangentium, (1) ope duarum radicum aequalium (2) per L 17 in (1) novae (2) totius L 18 faceret; (1) jactavit in lib (2) in libro (3) libro L 19–68,1 animadverteret (1) Methodos suas (2) eam L

9 ostendit: Fr. VIÈTE, *De aequationum recognitione et emendatione tractatus duo*, 1615, insbesondere S. 128 f. (VO S. 158). 11 speciosam: DERS., *In artem analyticam isagoge*, 1591, Bl. 5 r<sup>o</sup> (VO S. 4) unterscheidet das Rechnen mit Buchstaben als *logistica speciosa* von der *logistica numerosa*, dem reinen Zahlenrechnen. 16 construerentur: Vgl. R. DESCARTES, *Geometria*, 1659, DGS I S. 1–106. 16 tangentium: Vgl. *a. a. O.*, S. 40–49. 19 nullum: Vgl. *a. a. O.*, S. 1 u. 118. Eine ähnliche Kritik an Descartes übt Leibniz bereits im Sommer 1673 in seiner Studie *Fines geometriae* (VII, 4 N. 36, S. 594 f.). Das Postulat „nullum non problema solvere“ geht allerdings auf Fr. VIÈTE, *In artem analyticam isagoge*, 1591, Bl. 9 r<sup>o</sup> (VO S. 12) zurück.

verteret eam ad curvilineorum dimensiones non porrigi, impossibile pronuntiavit rectam exhibere curvae aequalem, quod scilicet nulla tunc εὐθυσίς extaret.

Ea Viri confidentia ipsi pariter Artique adversarios paravit. Erant tunc in Gallia duo Geometrae insignes, Fermatius et Robervallius, quorum ille paraboloeidum omnium quadraturas, et methodum de maximis et minimis (qua et tangentes continebantur) dederat. Hic cycloeidis et solidi ejus circa axem exhibuerat dimensionem; aliaque problemata praeclara produxerat, quae manifestum erat Cartesianae Methodo non subjici, quod scilicet ad aequationes revocari non possent. Hi ergo praeterquam quod jactantiam manifeste absurdam ferre non possent; etiam illud non probabant, calculi praetextu a quibusdam constructiones Geometricas negligi, quarum elegantiae veteres cumprimis operam dedisse constabat.

Thomas Hobbes a Cartesio in *responsionibus ad objectiones Metaφysicas* indigne habitus; edito libro *de Corpore*, occasionem nactus de calculo ita censuit; modeste satis;

3 Viri (1) arrogantia (2) fiducia (3) confidentia L      6 axem (1) dederat (2) exhibuerat L  
6 f. praeclara (1) solverat (2) produxerat L      7 Methodo (1) solvi non posse, (2) non L      9 praetextu  
(1) elegantes veterum (2) a quibusdam L      12 indigne (1) tracta (2) habitus L      13 nactus de (1)  
symbolica (2) calculo L

1 pronuntiavit: Vgl. R. DESCARTES, *Geometria*, 1659, *DGS* I S. 39.      5 dederat: Fermats Extremwertmethoden wurden in P. HERIGONE, *Supplementum cursus mathematici*, 1642 u. 1644, S. 59–69, dargestellt, später auch in Fr. van SCHOOTEN, *Commentarii*, 1659, *DGS* I S. 253–255. Über die Existenz von Fermats Quadratur höherer Parabeln war Leibniz durch Roberval unterrichtet (vgl. VII, 6 N. 49<sub>1</sub> S. 507); vgl. auch den Brief von Fermat an Mersenne von Februar/März 1642, tlw. gedr. in M. MERSENNE, *Tractatus mechanicus*, 1644, praefatio, § IV, Bl. a1 v<sup>o</sup>–a2 r<sup>o</sup> (*FO* I S. 195–198; MERSENNE, *Correspondance* XI, S. 55–58).      6 exhibuerat: Vgl. den Brief von M. Mersenne an R. Descartes vom 28. April 1638, in: R. DESCARTES, *Lettres*, Bd 3, 1667; S. 380–384 (*DO* II S. 116–122; MERSENNE, *Correspondance* VII, S. 173–179). — Robervals Quadratur der Zykloide erwähnt Leibniz bereits im Sommer 1673 (vgl. VII, 4 N. 36 S. 595).      12 responsionibus: Vgl. R. DESCARTES, *Meditationes de prima philosophia*, 1641, S. 233 bis 271 (*DO* VII S. 171–196). In den Beantwortungen der Einwürfe verschiedener philosophischer Gegner, darunter Gassendi und Hobbes, gegen Descartes' Meditationen, wird ein grundlegendes Unverständnis gegenüber Hobbes' Positionen deutlich.      13 censuit: Leibniz hat Hobbes' *De corpore* sowohl in der Erstausgabe von 1655 wie in der überarbeiteten Ausgabe in den *Opera philosophica* von 1668 bereits in Mainz studiert (vgl. seine Marginalien in Exemplaren aus dem Besitz von J. Chr. v. Boineburg, gedr. GOLDENBAUM, *Indivisibilia vera*, S. 80–85 u. 90–94). Hier bezieht Leibniz sich vermutlich auf die Formulierung der Erstausgabe: „Estque Analyticae, ut ita dicam, brachygraphia, ars quidem non docendi neque discendi Geometriam, sed inventa Geometrarum celeriter et compendio in Commentarios redigendi. Nam etsi inter propositiones longe dissitas, facilis sit per Symbola discursus, an tamen is discursus, cum fiat



etsi inter res longe dissitas facilis sit per symbola discursus, cum tamen fiat sine ipsarum rerum ideis, an valde utilis existimandus sit, se nescire. Postea vero a Wallisio Oxoniensi Mathematico scholarum ab Hobbio contumeliose tractatarum propugnatore durius acceptus, in ipsam ejus Methodum bilem effudit, edito libro de *Emendatione Mathematicae hodiernae*, ubi non contentus inutilem pronuntiare, etiam erroneam ostendere, posse sibi visus est. Ei vero ita a Wallisio satis mea sententia factum ut de Calculi symbolici veritate possimus esse securi; solaque de utilitate disceptatio supersit.

De Utilitate autem Analyseos quem vocant, variant sententiae doctorum quoque Virorum: alii nullam agnoscunt, alii velut inveniendi principium in pretio habent, ad

2 an (1) satis (2) valde utilis (a) existimanda (b) existimandus L 4 in (1) methodum eius, id est calculum symboli (2) in (3) ipsam L 6 sibi erg. L 6 f. factum (1) est (2) ut de (a) eius (b) Calculi symbolici (aa) usu in (bb) veritate ... securi; (aaa) nec nisi (bbb) solaque L 8 Utilitate (1) Calculi Analytici (2) autem ... vocant, (a) duae p (b) variant L

sine ipsarum rerum Ideis valde utilis existimandus sit, certe nescio.“ (*De corpore*, 1655, cap. 20, S. 181.) 1668 hatte Hobbes den ersten Teil der Aussage bereits verschärft: „At Symbolica, qua permulti hodie utuntur putantes esse Analyticam, nec Analytica est nec Synthetica, sed calculationum Arithmeticarum quidem vera, Geometricarum autem falsa Brachygraphia ars quidem non docendi neque discendi Geometriam, sed inventa Geometrarum celeriter et compendio in Commentarios redigendi.“ (*De corpore*, 1668, S. 157; *HOL* I, S. 257 f.) 3 propugnatore: Leibniz bezieht sich hier wahrscheinlich u. a. auf die 1654 anonym veröffentlichte Streitschrift *Vindiciae academiarum*, welche von Wallis' Kollegen in Oxford, dem Astronomieprofessor Seth Ward und John Wilkins, dem Warden von Wadham College, verfasst worden war. Sie richtete sich gegen die Kritik an den Universitäten in Th. HOBBS, *Leviathan*, 1651, S. 179 f. (*HEW* I, S. 330–332). Wallis mischte sich mit seiner Schrift *Elenchus geometriae hobbiana*, 1655, in diese Kontroverse ein. 5 ostendere: Th. HOBBS, *Examinatio et emendatio mathematicae hodiernae*, 1660 (*HOL* III, S. 1–232). 6 factum: Vgl. J. WALLIS, *Hobbius heauton-timorumenos*, 1662, sowie DERS., *Animadversions of Dr. Wallis, upon Mr. Hobs's Late Book, De principiis et ratiocinatione geometrarum*, in: *Philosophical Transactions* I, Nr. 16 vom 6./16. August 1666, S. 289–294; DERS., *Thomae Hobbes quadratura circuli confutata*, 1669; DERS., *Thomae Hobbes quadratura circuli denuo refutata*, 1669; DERS., *An Answer of Dr. Wallis to Mr. Hobbes's Rosetum Geometricum in a Letter to a Friend in London, Dated July 16.*, in: *Philosophical Transactions* VI, Nr. 73 vom 17./27. Juli 1671, S. 2202–2209; DERS., *An Answer to Four Papers of Mr. Hobs*, in: *Philosophical Transactions* VI, Nr. 75 vom 18./28. September 1671, S. 2241–2250; DERS., *Dr. John Wallis his Answer, by Way of Letter to the Publisher, to the Book, Entituled Lux Mathematica, etc.*, in: *Philosophical Transactions* VII, Nr. 87 vom 14./24. Oktober 1672, S. 5067–5073. — Zumindest die Artikel und Rezensionen in den *Philosophical Transactions* waren Leibniz mit Sicherheit bekannt. Seine Haltung zu Hobbes' Positionen entwickelte sich entsprechend von fast euphorischer Zustimmung (vgl. seinen ersten Brief an Hobbes, 13./23. Juli 1670; II, 1 N. 25 S. 90 ff.) hin zu einer differenzierteren Sichtweise (vgl. Leibniz an Hobbes, 1674; II, 1 N. 119 S. 385).



demonstrandum parum valere existimant. Sunt contra qui prae symbolica linearem Methodum spernunt; a quibus omnibus diversa mihi ratio ineunda videtur. Nam qui prorsus inutilem putant experientia refutantur. Ope Analyseos Albertus Girardus vidit trisectionem anguli et aequationem quandam cubicam eodem reduci. Ope analyseos problemata  
 5 ad duo loca reduci posse infinitis modis, quorum intersectione solvantur, ut Cartesius primum et egregie inprimis Slusius ostendit. Cartesius praeclaram inventionem duarum mediarum proportionalium ex hoc fonte duxit, per Circulum et Parabolam, et proprietatem Hyperbolae ad usum dioptricum. Calculo debetur praeclarum Hugonii inventum de Isochronismo Cycloidis, ego quoque qui primus Circulum reduxi ad progressionem  
 10 numerorum rationalium illud de me fateor, sine symbolorum usu, per tantos anfractus quod inveni ne quaesitum quidem fuisse.

Cl<sup>mo</sup> Viro Ismaeli Bullialdo illud largior, sola Cartesiana methodo ne simplicissimam quidem quadraturarum, parabolicam, deprehendi posse; et ratio est, quia Cartesius non nisi aequationum resolutiones et constructiones tradidit; problemata autem quadratura-  
 15 rum ad aequationes reducere nemo docuit. Idem tamen fatebitur, locorum analyticam, si accedant principia Archimedis aut Cavalieri ad ipsas quoque quadraturas magni usus esse.

3 refutantur. (1) Ope Analyseos Cartesius dedit praeclaram constructionem duarum mediarum proportionalium (2) Ope L 4 analyseos (1) loca (2) problemata L 5 posse (1) constat (2) infinitis L 5 f. Cartesius primum et erg. L 7 per (1) Analysin (2) Circulum L 7 f. , et proprietatem ... dioptricum erg. L 12 sola erg. L 14 resolutiones (1) sive (2) et L 14 f. qvadraturarum (1) non possunt redu (2) ad (a) aeqvationem (b) aeqvationes reducere (aa) non docuit (bb) nemo L 15 tamen (1) fateor (2) fatebitur locorum (a) doctorum (b) analyticam L

---

3 vidit: A. GIRARD, *Invention nouvelle*, 1629, D2 v<sup>o</sup>–D3 v<sup>o</sup>. — Vgl. Fr. van SCHOOTEN, *Appendix de cubicarum aequationum resolutione*, 1659, DGS I S. 345–368. 5 reduci: Vgl. R. DESCARTES, *Geometria*, 1659, DGS I S. 1–106; R.-Fr. de SLUSE, *Mesolabum*, 1668, insbesondere *Pars altera de analysi*, S. 51–95 (von Leibniz Mitte 1674 in VII, 7 N. 16 exzerpiert). Vgl. auch das im letzten Quartal 1674 verfasste Stück VII, 7 N. 40 S. 426. 6 inventionem: Vgl. R. DESCARTES, *Geometria*, 1659, DGS I S. 67–69. 7 f. proprietatem Hyperbolae: Vgl. DERS., *La dioptrique*, 1637, S. 89–121 (DO VI, S. 165 bis 196). 9 Isochronismo: Vgl. Chr. HUYGENS, *Horologium oscillatorium*, 1673 [Marg.], S. 42–58 (HO XVIII S. 158–187). 9 reduxi: Vgl. die in Band VII, 6 zusammengefassten Handschriften zur arithmetischen Kreisquadratur. 12 largior: Leibniz bezieht sich hier sehr wahrscheinlich auf das Gespräch mit Boulliau am 3. Oktober 1674 (VII, 5 N. 6 S. 31), in dem dieser bestritten hatte, dass die Resultate von Archimedes, zu denen auch die hier erwähnte Quadratur der Parabel gehört, allein mit den Mitteln der Algebra erzielt werden könnten.

Analyticen demonstrare posse non est cur dubitemus, nam doctrina est de Magnitudine in universum, qua numeris, spatiis, temporibus, motibus communia traduntur; de magnitudine autem in universum demonstrationes extare nemo credo in controversiam revocabit.

Omnis calculi ratiocinatio non nisi axiomaticum Euclideorum, si aequalibus (proportionalibus) addas (auferas) aequalia (proportionalia) fieri aequatio (proportionalia): aequalium aequimultipla esse aequalia; totum parte majus esse, aliorumque id genus catena est: non minus quam demonstrationes lineares: ita ut plerumque alterae ab alteris non magis distare videantur, quam idem sensus verbis nunc latinis nunc Gallicis redditus a se ipso. Cum addere aut subtrahere calculus jubet, tu lineas ducis, cum ille multiplicat, tu rationes componis; cum dividit, cum regulam auream exercet, quaeris tertiam quartamve proportionalem. Cum ad potestates puras aut potestatum purarum radices assurgit, tu medias proportionales investigas. Hactenus alter alterum pari passu secutus est. Sed ubi ille ad affectum gradum protulit, ubi divisores aequationum inquit, ubi per aequationes plurium incognitarum, inter se junctas ex similium comparatione natas per abrupta sibi viam facit; et rebus quodammodo vim infert; tu impar sequendi, velut inter nubes condentem caput vix oculis comitere. Nam saepe quae unius plagulae calculo exhibentur, vix justo volumine per lineas repraesentaveris: nullo profecto fructu; cum sub rerum multitudine lassa fatiscat imaginatio cujus potissimum causa linearum ductus adhibentur.

2 numeris, (1) lineis, motibus, communia traduntur figuris (2) spatiis L 4f. revocabit. (1) Qvare (a) demonstratio (b) praecepta Analytica Geometrice demonstrare velle, perinde est, (aa) ac praecepta (bb) ac (aaa) demonstrationes (bbb) theoremata Geometricas per Empiricae qvoddam genus ostendere, qvod doctissimus Geometra Joachimus Jungius in tironum usum eleganter instituerat. Qvod ut suo usu non caret, ita necessarium nunquam (aaaa) etsi (bbbb) et nisi (aaaaa) cum (bbbbb) in illis exemplis ubi peculiari elegantia praestari potest, supervacuum (2) Omnis L 6f. (proportionalia): (1) aeqvimultiplorum aequalium (2) aequalium L 7 esse, (1) etc. (2) aliorumqve L 8 plerumqve (1) Geom (2) alterae L 9 non (1) maius (2) magis L 11f. dividit, | cum ... exercet erg. | qvaeris tertiam (1) proportionalem (2) qvartamve L 12 puras erg. L 12 purarum erg. L 14f. ad (1) affectas aeqvationes (2) | affectas ändert Hrsg. | gradum protulit, | ubi ... inqvirit erg. | ubi | per erg. | aeqvationes L 16 vim (1) facit (2) infert; tu (a) e (b) longinqvo (c) non nisi (d) impar L 17 comitere. (1) Nam (a) im (b) ea saepe operationum multitudo unius plagulae calculo comprehenditur, ut lineis exhibere velle (2) Nam L 18 vix (1) integri voluminis (2) justo L 19 sub erg. L 19f. ductus (1) exhibentur (2) adhibentur L

5 axiomaticum: Vgl. die Liste der Axiome in EUKLEIDES, *Elementa*, I. 17 inter ... oculis: P. VERGILIUS Maro, *Aeneis*, IV, 177. 24 instituerat: Vgl. J. JUNGIIUS, *Geometria empirica*, 1627.

Fateor equidem saepe fieri, ut quae prolixo calculo invenimus demonstrari possint paucis linearum ductibus. Sed tunc rursus distinguendum arbitror. Compendium enim aut verum est aut apparens. Verum cum totam ratiocinationem lineis exhibemus valde contractam, apparens cum inter demonstrandum ad alias propositiones alibi demonstratas lectorem remittimus quae rursus ex aliis pendent, ut junctis in unum omnibus futura sit demonstratio linearis ipso calculo prolixior. Cum apparens est brevitās rursus distinguo nam propositiones quibus utimur inter demonstrandum aut pulchrae sunt atque elegantes ac dignae velut ad perpetuam rei memoriam condi Archivis Geometrarum; quo casu utilis est demonstratio Geometrica veritatis calculo inventae. Calculi fructus, non in praesens tantum problema, sed in perpetuum valit<sup>(uri)</sup> ut egregia ratiocinandi compendia inter calculandum inventa theorematis inclusa servantur in usum. Sin quod ego calculo inveni, tu lineis exhibes, inversa tantum calculi vestigia describentibus; operam tuam laudare non possum. Hoc enim admissio infinitis voluminibus sine ratione Geometria onerabitur. Quando autem evenit ut demonstratio linearis vere brevis sit, nec nisi pauca lemmata, aut theoremata alibi demonstrata, requirat, tum vero plerumque eveniet, ni fallor, ut eadem brevitate per calculum quoque possit absolvi. Ibi ergo eligendi libertas esto scriptori. Ego certe malim autorem mihi analysin suam quam synthesin dare; nam eadem opera et inventionis rationem patefaciet, quae inter linearum ductus non aequaliter tralucet: scriptoris autem interest aliquando lineis potius quam calculis uti; nam ita et profanos longe a scientiae mysteriis arcebit, et inventis suis plus admirationis conciliabit. Ita enim plerumque comparatum est, ut quae minus intelligimus magis suspiciamus. Eoque consilio non est dubitandum ab Archimede usum indivisibilium, ab Apollonio et Pappo calculi vestigia suppressa esse, praesertim cum artes illae non nisi paucis et magnis

1 f. possint (1) paucis verbis (a) ac (b) sed tunc (2) paucis (a) linearum ductibus; idque praesertim sagaci Analytico saepe monstrat ipse Calculi exitus; quo casu adeo non improbo (b) linearum ... tunc (aa) illud (bb) rursus L 2 Compendium (1) autem (2) enim L 3 Verum (1) si (2) cum (a) nihil extra (b) totam L 4 f. ad (1) aliam propositionem (2) alias propositiones | alibi (a) demonstrationes (b) demonstratas erg. | lectorem L 7 inter demonstrandum erg. L 8 dignae (1) memorari; (2) velut L 9 inventae. (1) Cum hic sit potissimus (2) calculi (a) non fructu (b) fructus, L 10 perpetuum (1) utilis et valit<sup>(urus)</sup> (2) valit<sup>(uri)</sup> L 13 possum. (1) Ita enim infinitis (2) Hoc L 13 sine (1) usu (2) ratione L 15 pauca (1) aliunde (2) vel (3) lemmata, aut | theoremata erg. | alibi demonstrata, (a) | adhibeat *nicht gestr.* | (b) requirat, tum (aa) maxime ea (bb) vero L 16 brevitate (1) lineis (2) per L 16 possit (1) exhiberi. (2) absolvi. Ibi (a) vero (b) ergo L 21 f. magis (1) admiremur (2) suspiciamus (a) Idque (b) Eoque L 23 calculi (1) compendia (2) vestigia L

viris notae, apud vulgus Geometrarum erroris suspitione cauturae non fuissent; quod nunc minime metuendum est, rebus in clariore luce collocatis.

Caeterum cum soleant homines suam quisque artem plus aequo admirari, mirum non est analyticos ex adverso linearium demonstrationum usum elevasse. Neque enim nisi magnis viris et ad omnia paratis competit aequae de rebus omnibus judicia ferre. 5  
Ex quibus Schotenius eo usque provectus est, ut libros theorematum inutiles pronuntiaret, cum inquit, eadem suo quisque marte per calculum investigare possit, intellectis semel *Elementis* Euclidis, et praeceptis Analyticis. Itane vero? Tu admiranda Archimedis inventa, et pulchra Apollonii theoremata, et exquisitas Pappi *Collectiones* inutiles pronuntias. Poteras eodem jure dicere, praeter Euclidem et Cartesium, et tuos in eum 10  
*Commentarios* omnes de Geometria libros supervacuos esse. Ego vero ita sentio hunc potissimum esse calculi fructum, ut propositiones, quae nihil aliud quam elegantia calculi compendia sunt, in aerarium publicum referantur, quo aliis imposterum quaerendi labor minuatur. Quare nec Cartesii consilium probo quod ipsum scio non secutum, qui duobus tantum uti suadebat Theorematis; (triangulorum similium latera proportionalia 15  
esse; et in Triangulo rectangulo quadratum hypotenusae quadratis duorum reliquorum laterum aequari). Nam expertus scio, ad ingentes saepe calculos, reductu difficiles attolli, quae per inventa theoremata nullo negotio conficiuntur. Adde quod saepe ne in mentem quidem nobis veniret, ejusmodi propositiones quaerere, quarum ubi aliis inventae sunt demonstrationem postea vel calculo vel lineis investigare plerumque non arduum est. 20

1 Geometrarum *erg.* L 4 adverso (1) linearis Geometriae usum (2) linearium L 4f. Neque  
... ferre *erg.* L 8 Itane vero? *erg.* L 10 dicere, (1) | post *nicht gestr.* | (2) praeter L 11 libros  
(1) inutiles (2) supervacuos L 12 ut (1) elegantia ca (2) propositiones L 13 referantur (1). Ita  
(2), qvo L 15 uti (1) se aiebat (2) suadebat L 15 latera (1) homologa (2) proportionalia L  
17 ad (1) immensos saepe (2) ingentes saepe calculos (a) assurgi, (b), reductu L 18–20 Adde ...  
investigare (1) saepe nec (2) plerumqve ... est *erg.* L

7 inquit: Vgl. z. B. Fr. van SCHOOTEN, *Praefatio ad lectorem*, in: R. DESCARTES, *Geometria*, 1659, DGS I Bl. 2r<sup>o</sup> („Nec enim video, quid impraesentiarum, post mediocrem in Arithmeticae et Geometriae elementis exercitationem, calculique, eadem Introductione explicati, notitiam, Lectori moram injicere possit, quo minus inoffenso pede ad hanc Geometriam accedat“), sowie Fr. van SCHOOTEN, *Commentarii*, 1659, DGS I S. 206 f. 15 duobus ... Theorematis: R. DESCARTES, *Lettres*, Bd 3, 1667, S. 461 (DO IV S. 38); bei den Theoremen handelt es sich um EUKLEIDES, *Elementa*, I, 47 u. VI, 4.

Ego igitur media sententia antecedendum arbitror; egregias propositiones in literas referri, et quod hinc sequitur, ubi res postulat adhiberi debere arbitror. Proposito problemate primum elementa experiunda, antequam ad calculum accedatur qui non nisi difficilioribus *i n v e n i e n d i s* servari debet. De demonstrationibus jam inventorum si  
 5 literalis pariter ac linearis, suas quaeque peculiares elegantias habeat, posse utramque exhiberi, quemadmodum nihil prohibet, duas ejusdem theorematis dari demonstrationes lineares; si alterutra earum elegans videatur, altera simplicem calculi tramitem sequatur praeferri debere. Si neque literae neque lineae quicquam singulare exhibeant inter demonstrandum; literales demonstrationes lectori, lineares scriptori utiliores.

10 Exemplum subjiciam unicum a me observatum: Dixerat Cartesius ex calculo sibi constare: si Circulus parabolam secet, demissarum ex punctis intersectionis in axem parabolae perpendicularium ab uno latere summam; summae perpendicularium ab altero latere aequari. Schotenius ut theorematis veritatem calculo investigaret, tres credo pa-  
 15 ginas in suis *Commentariis* complevit; hoc cum animadvertisset Jac. Gregorius Scotus, demonstrationem investigavit Geometricam sic satis elegantem. Ego vero reperi, per analysin demonstrari posse tribus verbis: eademque opera etiam detexi qua ratione Theorema tam elegans invenerit Cartesius, et qua ratione innumera alia similia in aliis curvis, sese

1 f. egregias (1) theoremata (2) propositiones in literas (a) referendae (b) referri L    2 f. postulat  
 (1) adhibendas cum fructu (2) adhiberi (a) posse (b) debere arbitror. (aa) De qvo (bb) De demonstra-  
 tionibus | (autem jam inventorum) erg. | cum ita sentio (aaa) literalem (bbb) si literalis pariter ac linearis  
 (cc) proposito (aaa) ad inveniendum (bbb) problemate L    8 neque (1) calculus (2) literae L  
 9 demonstrandum; (1) calculum (2) literas (3) literales L    11 f. secet (1) in punctis (2) demissarum  
 (a) in (b) ex ... perpendicularium (aa) summam, unius (bb) ab uno ... ab (aaa) uno (bbb) altero L  
 13 ut (1) theorema hoc (2) theorematis L    15 Geometricam (1) prolixius (2) non admodum (3) sic  
 satis L    16 ratione (1) prob (2) Theorema L    17 curvis, (1) inter se (2) sese L

10 Dixerat: Vgl. R. DESCARTES, *Geometria*, 1659, *DGS* I S. 92.    14 complevit: Vgl. Fr. van SCHOOTEN, *Commentarii*, 1659, *DGS* I S. 330–343.    15 demonstrationem: Vgl. J. GREGORY, *Geometriae pars universalis*, 1668, prop. 70, S. 130–132.    15 reperi: Ein kurzer algebraischer Beweis macht sich zunutze, dass sich die Schnittpunkte von Kreis und Parabel über eine Gleichung 4. Grades, bei welcher der kubische Term fehlt, berechnen lassen. Aus der Multiplikation der Linearfaktoren aber ergibt sich, dass der Koeffizient dieses kubischen Terms gleich der negativen Summe der vier Wurzeln dieser Gleichung ist, womit diese gleich Null sein muß. Bei seinen Überlegungen zur *constructio aequationum* stellt Leibniz eine Gleichung für die Schnittpunkte von Kreis und Kegelschnitt auf (vgl. VII, 7 N. 7 S. 43–48), von welcher die für den genannten Beweis benötigte ein viel einfacherer Spezialfall ist.

invicem aut circulum secantibus, aliis rectis in axis locum cum opus est adhibitis, concin-  
nari possint, quod neque Schotenus calculo suo, neque Gregorius linearum ductu praes-  
titerint. Quod si ergo haec propositio in aerarium theorematum referri deberet: nemo  
prudens in dubium revocabit; analyticam demonstrationem caeteris praestare: cum et  
inventi rationem detegat. Imo si mihi id negotii datum esset, ego problematis instar ita  
conciperem: Datis duabus curvis se secantibus, invenire lineam rectam in quam demissae  
ex punctis intersectionis unius lateris angulo dato, simul sumtae; sint rectis alterius la-  
teris simul sumtis aequales. Cujus problematis solutio generalis ostendet in parabola,  
rectam quaesitam esse ipsum axem; et si angulus datus sit rectus. Hoc ergo theorema,  
problematis generalis non nisi corollarium erit.

Quoniam ergo de propositionum Geometricarum Aerario, mentio semel iterumque  
hic incidit: adjiciam paucis: inter potissima Mathematicae doctrinae desiderata a me cen-  
seri, librum, omnes propositiones geometricas elegantes hactenus inventas, quanta licet  
brevitate demonstratas, ipso demonstrandi ordine continentem. Demonstrationes autem  
tales esse debere, cum licet, ut eadem opera inveniendi rationem ostendant. Usus ingens  
foret tum ad inveniendum, (theorematis praeclaris omnibus velut in conspectu positis),  
tum ad demonstrandum. Multa enim apud Archimedem et ejus commentatorem Euto-  
cium; apud Apollonium, Pappum; et alios veteres praeclare demonstrantur. Adjiciendae

1 locum (1) exhibitis, (2) exhiberi (3) cum L 2 f. ductu (1) invenissent (2) praestiterint L  
5 ego (1) theorematis (2) problematis L 6 duabus (1) curvis (2) curvis se (3) lineis (4) curvis L  
6 lineam (1) in quam ductae ex uno latere ex punctis intersectionis rectae angulo dato (2) rectam L  
9 et (1) angulum esse rectum. d (2) si angulus L 12 potissima (1) scientiae huius (2) Mathemati-  
cae | doctrina *ändert Hrsg.* | desiderata L 13 geometricas *erg.* L 14 demonstratas | continentem  
*streicht Hrsg.* |, ipso L 15 ostendant. (1) Possis Euclidis continuationem appellare (2) Usus L  
18–76,3 demonstrantur. (1) Adjecta sunt insignia quaedam theoremata (2) Adjectae sunt insignes propo-  
sitiones (3) Adjiciendae ... a (a) Galilaeo (b) Commandino, | Clavio *erg.* | ... | Stevino *erg.* | ... Gregorio  
a S. V. (aa) Robervall (bb) Cartesio (aaa) Robervallio (bbb) Fermatio ... | Pascalio *erg.* | ... | Slusio,  
Robervallio *erg.* | | Huddenio *erg.* | ... Heuratio |, Huddenio *streicht Hrsg.* |; aliis; L

17 Archimedem: Vgl. etwa ARCHIMEDES, *De sphaera et cylindro*; DERS., *Dimensio circuli*; DERS.,  
*De spiralibus*; DERS., *De planorum aequilibriis*; DERS., *De conoidibus et sphaeroidibus*; DERS., *Quadra-*  
*tura parabolae*. 17 f. Eutocium: Vgl. EUTOKIOS, *Commentarii in libros Archimedis*. 18 Apollonium:  
Vgl. APOLLONIOS, *Conica*. 18 Pappum: Vgl. PAPPOS, *Mathematicae collectiones*.



sunt insignes propositiones a Commandino, Clavio, Vieta, Stevino, Luca Valerio, Galilaeo, Guldino, Cavalerio, Gregorio a S. V., Cartesio, Fermatio, Torricellio, Pascalio, Hugenio, Slusio, Robervallio, Huddenio, Wrenno, Wallisio, Heuratio; aliis; quibus saepe lubens

---

1 Commandino: Federico Commandino besorgte eine Anzahl lateinischer Übersetzungen von mathematischen Werken der griechischen Antike, die er zum Teil auch kommentierte. 1 Clavio: Gemeint ist wohl Clavius' Euklidausgabe *Elementorum libri XV*, 4. Ausg. 1607 [Marg.]. Clavius war aber auch Autor eines eigenständigen, von Leibniz rezipierten Werkes zur Geometrie; vgl. Chr. CLAVIUS, *Geometria practica*, 1604. 1 Vieta: Vgl. Fr. VIÈTE, *Supplementum geometriae*, 1593 (VO S. 240–257); DERS., *Variorum de rebus mathematicis responsorum liber VIII*, 1593 (VO S. 347–435); DERS., *Ad Adr. Romani problema responsum*, 1595 (VO S. 305–324). 1 Stevino: Vgl. S. STEVIN, *Problematum geometricorum libri V*, 1583, sowie die von Albert Girard herausgegebene und kommentierte Werkausgabe *Les oeuvres mathematiques de Simon Stevin*, 1634, TI III, *La pratique de géometrie* (S. 341–432). 1 Luca Valerio: Vgl. L. VALERIO, *De centro gravitatis solidorum*, 1604; DERS., *Quadratura parabolae*, 1606. 1 Galilaeo: Vgl. G. GALILEI, *Discorsi e dimostrazioni matematiche*, 1638 (GO VIII S. 39–318); M. MERSENNE, *Les nouvelles pensées de Galileo*, 1639. 2 Guldino: Vgl. P. GULDIN, *Centrobaryca*, 1636–41. 2 Cavalerio: Vgl. B. CAVALIERI, *Geometria indivisibilibus promota*, 1635; DERS., *Exercitationes geometricae*, 1647. 2 Gregorio a S. V.: Vgl. Gr. de SAINT-VINCENT, *Opus geometricum*, 1647. 2 Cartesio: Vgl. R. DESCARTES, *Geometria*, 1659, DGS I. 2 Fermatio: Zu Lebzeiten veröffentlichte Pierre de Fermat selbst keine seiner mathematischen Schriften. Ohne ihn als Autor zu nennen, wurde 1660 *De linearum curvarum* publiziert. Eine Reihe seiner Manuskripte, deren Ergebnisse Pariser Mathematikern oftmals schon seit längerem bekannt waren, wurde posthum in P. de FERMAT, *Varia opera*, 1679 [Marg.], abgedruckt. Darunter waren auch solche zur Geometrie, etwa die 1657–58 entstandene Schrift *De solutione problematum geometricorum* (*Varia opera* S. 110–114, FO I S. 118–132). 2 Torricellio: Vgl. E. TORRICELLI, *Opera geometrica*, 1644 (TO I, 1 S. 1–230 u. TO I, 2 S. 101–232). 2 Pascalio: Vgl. Bl. PASCAL, *Essay pour les coniques*, 1640 (PO I S. 252–260); DERS., *Histoire de la roulette*, 1658, lat.: *Historia trochoidis*, 1658 (PO VIII S. 195–223); sowie die unter dem Pseudonym Amos Dettonville verfassten *Lettres de A. Dettonville contenant quelques-unes de ses inventions de géométrie*, 1658–59 (PO VIII S. 323–384 u. IX S. 1–149). 2 Hugenio: Vgl. etwa Chr. HUYGENS, *Theorema de quadratura hyperbolae, ellipsis et circuli*, 1651 (HO XI S. 281–337); DERS., *De circuli magnitudine inventa*, 1654 (HO XII S. 113–181); DERS., *Réduction de la rectification de la parabole*, 1657 (Ms.) (HO XIV S. 234–270); DERS., *Recherches sur les propriétés géométriques de la cycloïde*, 1658 (Ms.) (HO XIV S. 347–376); DERS., *Recherches sur la théorie des développées*, 1659 (Ms.) (HO XIV S. 387–405); DERS., *Demonstratio regulae de maximis et minimis*, 1667 (Ms.) (HO XX S. 229–241); DERS., *Regula ad inveniendas tangentes linearum curvarum*, 1667 (Ms.) (HO XX S. 243–255); DERS., *Horologium oscillatorium*, 1673 [Marg.], S. 42–58 (HO XVIII S. 158–187). 3 Slusio: Hier dürfte neben dem *Mesolabum* von 1668 insbesondere Sluses Tangentenbrief in den *Philosophical Transactions* von 1672/73 gemeint sein. 3 Robervallio: Bereits M. MERSENNE, *L'optique et la catoptrique*, 1651, S. 117, hatte Gilles Personne de Roberval als „Nostre Geometre“ bezeichnet und dabei dessen geometrische Arbeiten über die Oberflächen verschiedener Brennspiegel genannt. Leibniz erwähnt diese Bemerkung Mersennes im Oktober 1674 (vgl. VII, 5 N. 74 S. 91).

uterer inter demonstrandum compendii causa, nisi a ratione alienum videretur; lectorem unius tuae demonstrationis intelligendae causa ad tot alios autores non omnibus obvios remittere: ita cogimur saepe inviti, eadem denuo demonstrare, taedio nostro pariter et lectorum peritorum. Cui malo mederetur liber si quis producet aliquando quo continuarentur quodammodo Euclidis *Elementa*, qui versaretur in omnium manibus, et quem a doctis accurate examinatum, tuto postea allegari posse constaret. Et tale quiddam ab Academia Scientiarum Regia expectare videtur orbis, quod ad Gloriam ejus dudum florentem magnopere pertineret. Quanquam autem Euclidis exemplo doctrinam Analyticam generalem seu de rationibus, doctrinam de magnitudinum commensurabilitate aut incommensurabilitate seu de numeris, ac denique doctrinam de spatiis et de motibus quibus spatia aut eorum partes designantur, quae mere Geometrica est comprehendendo uno opere necesse sit, scientiae enim istae non nisi ab ignaris divellerentur: ausim dicere duabus artibus, scilicet novorum quorundam symbolorum ad Geometricas designationes accommodatione, et multorum casuum particularium revocatione ad propositiones generales, effici posse, ut formae quadratae mediocris (in quarto vocant) librum non exeat volumen nulli facile praestantia et fructu cessurum. Aequitatis etiam erit cuilibet propositioni adscribi autorem suum si modo extra controversiam sit quod unum saepe pretium laboribus suis postulant Viri summi, et tum inventa tum inventores ab oblivione et plagiariorum malitia vindicari; et thesaurum quendam publicum condi, qui novis quotidie eruditorum collationibus locupletetur.

7 quod (1) ut plurimum (2) ad Gloriam L 8f. Analyticam (1) geometri (2) generalem L  
 10 et de (1) spatiorum mutationibus seu motibus (2) motuus (3) motibus L 13 artibus (1) altera  
 (2) scilicet L 14 accommodatione, (1) altera (2) et (a) part (b) multorum L 17 adscribi (1)  
 inventorem (2) autorem L 17 si modo ... sit erg. L 18f. et plagiariorum malitia erg. L

76,3 Huddenio: Die Tangentenmethode von Hudde findet sich in J. HUDDE, *Epistolae duae*, 1659, *DGS* I S. 507–516. Huddes geometrische Lösung von Gleichungen 3. und 4. Grades mit sich abwechselnden Vorzeichen gibt Schooten in seinem Kommentar zu Descartes' *Geometria* wieder; vgl. Fr. van SCHOOTEN, *Commentarii*, 1659, *DGS* I, S. 325–328. 76,3 Wrenno: Vgl. Chr. WREN, *Generatio corporis cylindroidis hyperbolici*, in: *Philosophical Transactions* IV, Nr. 48 vom 21. Juni/1. Juli 1669, S. 961 f. Ergebnisse von Wren wurden auch publiziert in J. WALLIS, *Tractatus duo*, 1659, S. 70–76 (*WO* I S. 533 bis 537), sowie in DERS., *Mechanica*, 1670–71, S. 556–567 (*WO* I S. 929–938). 76,3 Wallisio: Vgl. J. WALLIS, *Tractatus duo*, 1659 [Marg.] (*WO* I S. 489–569); DERS., *Opera mathematica*, 2 Bde, 1656–57; DERS., *Mechanica*, 1670–71 (*WO* I S. 570–1063). 76,3 Heuratio: Vgl. H. van HEURAET, *Epistola de transmutatione curvarum linearum in rectas*, 1659, *DGS* I S. 517–520.



## 17. COMBINATORIA

[Oktober 1674 – Januar 1675]

**Überlieferung:** *L* Konzept: Ms IV 379a, eingelegtes Bl. ohne Zählung. Zettel, ca 24 × 5,5 cm. 4 Z. r<sup>o</sup>, 9 Z. v<sup>o</sup>. Textfolge v<sup>o</sup>, r<sup>o</sup>. Der Streifen bildete ursprünglich zusammen mit N. 18 ca 1 Bl. 2<sup>o</sup> und wurde (wohl von Leibniz) durch Schnitt abgetrennt. Über N. 17 und links neben N. 17 u. N. 18 auf v<sup>o</sup> Reste weiteren Textes, der abgeschnitten wurde. Oben Bibliotheksvermerke: „gefunden in Otho Venius, Theatre moral. Brux. 1672 fol.“ und „jetzt in Comm. epist. Collins 1712“ sowie „zu IV 379a“. Die beiden Blattfragmente wurden später wieder zusammengefügt und in Leibniz' Handexemplar des *Commercium epistolicum D. Johannis Collins et aliorum de analysi promota*, 1712, Ms IV 379a, eingelegt. Cc 2, Nr. 00

Datierungsgründe: Das Wasserzeichen des Papiers ist von Herbst 1674 bis Januar 1675 belegt. Das Gleichheitszeichen  $\pi$  verwendet Leibniz ab Juni 1674. Im Text von N. 18 (S. 83 Z. 2) erwähnt er die von ihm im Oktober 1674 gefundene Trochoide der Parabel.

## C o m b i n a t o r i a

Theoremata artis Combinatoriae sunt Generalia de formis rerum. In illis a priori demonstrare difficile; nisi profecta doctrina de qualitate, ut est illa de quantitate, ex<sup>pl</sup>o Joh. Christoph. Sturmii, multa cum per inductionem, tum etiam a posteriori, ope scientiae quantitatis, applicatione ad Calculum facta demonstrari possunt.

Calculus est subordinatus Combinatoriae, ut Arithmetica calculo; est enim calculus combinatio quorundam characterum in quaedam composita, ea lege facta, ut quantum uni adimitur vel additur omnibus, quantum uni super- vel subscribitur omnibus adimatur, addatur, super- vel subscribatur; aliisque paucis regulis observatis. Jam patet fingi posse combinationes mille aliis legibus praescriptis.

15 C o m b i n a t o r i a    erg. *L*      22 vel additur erg. *L*

17 ex<sup>pl</sup>o: J. Chr. STURM, *Universalis Euclidea*, 1661; vgl. dazu auch Leibniz' Bezugnahme in *De arte combinatoria*, 1666, S. 23–25 (VI, 1 N. 8 S. 186 f.).

Quemadmodum caecus natus scientiam opticam discere potest, imo et in ea invenire theoremata, vel instrumenta; ita nos demonstrare possumus de Deo et infinito, etsi neuter habeat ideam sui objecti.

Data formula omnes modos enumerare, quibus enuntiari potest nullo forinsecus assumto: v. g.

5

$$a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3 \sqcap a^3, +3ab \frown a + b, +b^3, \sqcap a^2, \frown a + 3b, +b^2, \frown 3a + b.$$

(unde forinsecus assumendo:  $a^2 + b^2, \frown 3a + 3b, -2a^2 - 2b^2$ ). Item  $\sqcap a + b, \frown +a + b, \frown a + b$ , vel  $a^2 + 2ab + b^2, \frown a + b$ . Assumptiones forinsecae saepe utiles ad alia accedentia, destruenda.

8 alia (1) prolata (2) accedentia L

---

1 f. Quemadmodum ... instrumenta: Leibniz spielt möglicherweise auf den Fall von Ulrich Schönberger an, der als Kleinkind erblindete und bis zu seinem Tod 1649 an der Universität Königsberg lehrte und Instrumente erfand; vgl. die spätere Erwähnung in den *Nouveaux essais* (VI, 6 S. 106).

## 18. CHARACTERISTICA ET COMBINATORIA

[Oktober 1674 – Januar 1675]

**Überlieferung:** *L* Konzept: Ms IV 379a, eingelegtes Blatt ohne Zählung. 1 Bl. ca 2°. Textfolge v<sup>o</sup>, r<sup>o</sup>. Das Blatt bildete ursprünglich zusammen mit N. 17 ca 1 Bl. 2° und wurde (wohl von Leibniz) durch Schnitt abgetrennt. Über dem Streifen N. 17 und links neben N. 17 u. N. 18 auf v<sup>o</sup> Reste weiteren Textes, der abgeschnitten wurde. Oben auf N. 17 Bibliotheksvermerke: „gefunden in Otho Venius, Theatre moral. Brux. 1672 fol.“ und „jetzt in Comm. Epist. Collins 1712“ sowie „zu IV 379a“. Die beiden Blattfragmente wurden später wieder zusammengefügt und in Leibniz' Handexemplar des *Commercium epistolicum D. Johannis Collins et aliorum de analysi promota*, 1712, Ms IV 379a, eingelegt.  
Cc 2, Nr. 00

Datierungsgründe: S. N. 17.

## C h a r a c t e r i s t i c a   e t   c o m b i n a t o r i a

Characteristica de arte formandi characteres. Novis enim opus est characteribus, quae linearum quoque ductus exprimantur, quarum ope id praestetur, et perfectius etiam quod vocabulis, ut scilicet sine visa figura omnia intelligi possint et figura si velis ex hac sola instructione duci, et ut mutari has characterum formulas idem sit, quod mutari figuram. Adjiciendi characteres, qui exprimant actionem, scilicet locum, tempus, (unde motus;) et cogitationem. Sed locus jam figuris geometricis continetur, adjiciendum tempus ergo tantum.

Separata in characteristica est doctrina Combinatoria, seu de eodem et diverso generaliter; sive de qualitate, sive de formis, ubi de similitudine loco aequalitatis, sive de identitate, loco aequationis. Nimirum calculus nihil aliud quam combinationum operatio est; synthesis quam productio alicujus formulae secundum certam combinationis legem; Analysis origo formulae secundum eandem legem investigata per comparisonem cum formulis similibus quarum nota origo est. Et hinc origo in calculo, comparandi aequationes similes, quae non nisi consequentia est artis comparandi formulas similes. Theorema nihil aliud quam calculi compendia; seu modus quo statim ab initio ex aliqua formula

14 C h a r a c t e r i s t i c a   e t   c o m b i n a t o r i a   e r g .   L      15 D a r ü b e r I l y a u n e g r o t t e d a n s  
les pirenees, de 2 heures de profondeur *gestr.* L      25 est; (1) Analysis (2) synthesis L

praevideri potest qualis futurus sit calculi finis, ipso licet non facto. Unde paret, quid sit  
 omnis scientia humana, quid demonstrationes, calculi scilicet recitatio. Definitiones vero  
 nihil aliud quam explicationes characterum quibus utimur, ut postea inter ratiocinan-  
 dum valores eas substituere possimus in locum ipsarum. Doctrina de eodem et diverso in  
 genere, manifestum est, eandem esse cum combinatoria; nam tot characteribus assumtis 5  
 quot diversae res calculum ingrediuntur videmus quid ex earum combinatione nascatur.  
 Doctrina de Harmonia est calculus quidam combinationum, seu doctrina de quantitate in  
 ipsam doctrinam de combinationibus reflexa, est enim quaedam identitatis et diversitatis  
 compensatio. Sunt in combinationibus quemadmodum in verbis, literae, vocabula, com-  
 mata, cola; periodi: quemadmodum in calculo comprehensiones. Additiones et subtractio- 10  
 nes in calculo Mathematico vocabula seu terminos faciunt; multiplicationes non mutant  
 vocabula, sed in ipsis coalescunt; quod scilicet ita compendiosissime omnia exprimi posse  
 appareret, etsi hoc non sit necessarium. Quando subtrahimus signo quod differentia id  
 dicimus; expectare nos differentiae id ipsum quod subtrahendum est addi debeat; ut tunc  
 destructione mutua additio illa subtractioni compensetur; cum pro divisione subscribimus 15  
 id velimus; expectandum esse, dum id quod subscriptum est superscribatur, ut mutua  
 compensatione tollatur sub- et superscriptio. Divisio et radicum extractio est operatio  
 analytica, sed et resolutio rei in partes ex quibus composita est; doctrinam de radicibus  
 et divisoribus hactenus Analystae tractavere, non de discerptionibus; cum tamen ejus ope  
 quoque inquiri possit in figurarum quadraturas, destructiones aliaque magni momenti; 20  
 sed haec calculo mathematico altiora longa in ipsa Combinatoria habent fontem. Imo est  
 et cum multiplicatio et additio res contrahit, cum v. g.  $\frac{y^2}{y^3 + y^2 + y + 1}$ , multiplicata per  
 $1 - y^2$ , dat  $\frac{y^2 - y^4}{1 - y^4}$ . Eodem modo fit aliquando ut additio reddat rem simpliciore, v. g.

5 combinatoria; (1) nihil dici (2) nam  $L$  6 f. nascatur. (1) Qvoniam (2) doctrina de Harmonia (a)  
 eadem est (b) qvodam (c) calculus  $L$  8 f. diversitatis (1) combinatio (2) compensatio. (a) subtractiones  
 et divisiones (b) sunt  $L$  10 qvemadmodum in calculo (1) combinationes (a) et fractiones (b) et fra  
 (c) signa sunt fractionum (2) comprehensiones  $L$  11 seu terminos *erg.*  $L$  17 radicum | attractio  
*ändert Hrsq.* | (1) | est *nicht gestr.* | analysis (2) est  $L$

22 multiplicata: Das gewünschte Ergebnis wird nicht durch eine Multiplikation mit  $1 - y^2$ , sondern  
 durch eine Multiplikation mit dem Faktor  $1 + y = \frac{1 - y^2}{1 - y}$  erzielt.

ad  $\frac{x^2}{\sqrt{2ax - x^2}}$ , adde  $\sqrt{2ax - x^2}$ , fiet summa:  $\frac{2ax}{\sqrt{2ax - x^2}}$ , quae formula priore simplicior.

Doctrina de Commatibus seu distinctionibus; etc. est combinatoriae; characteristica est quasi quaedam orthographia; formulae Etymologia quaedam; operationes quaedam syntaxis. Nimirum haec scientia est Grammatica rationis. Agendum ipsa longe rectius,  
 5 quod homines vocabulis agere quotidie conantur, sed perfunctorie; et ideo multis erroribus. Vocabula saepe novis inveniendi ratiocinandique principia sunt. Cum in ingentibus rationum ductibus, quales in calculo algebraico videmus, exempli causa cum tangentes investigantur; impossibile sit imaginationem humanam per tot combinationes ire necessariii fuere characteres. Eodem modo generali inventa characteristica, non est dubitandum mira  
 10 theoremata et problemata in omni doctrina inventum iri; quae nulla humana imaginatio alioquin detegere potuisset. In iis in quibus agit natura, saepe experimentis compendium ingentium calculorum fieri potest; prorsus quemadmodum calculi combinatorii ope numerorum; qui eum quodammodo sensibus subjectum reddunt. Ideo instrumentum meum Arithmeticum Empiricae combinatoriae generali et inductionibus serviet combinatoriis;  
 15 eodem modo ope experimenti optici statici, detegi possunt, quae alioquin nemo invenisset a priori. Sed characteristica in has quoque scientias introducta, et arte inveniendi theoremata et problemata, non est dubium innumera detecta iri, et experimentis comprobatura; quae alioquin nemo fuisset suspicatus, quaeque nunquam alias inventa fuissent. Scientia logica est quaedam combinatoriae in seipsam reflexio; seu cujus ego magni facio  
 20 inventum, cum ejus ope possint homines adigi ad fatenda quae nolunt.

Scientia inveniendi theoremata in arte combinatoria, erit a priori ex ipsis ejus visceribus, notando quibus casibus fieri per synthesin possit, pro variis legibus combinationum, ut res faciem valde mutant; et inprimis ut ex valde compositis fiant valde simplices. In omni calculo utimur comprehensionem quae multiplicationem tantum aut divisionem cer-  
 25 tae quantitatis in omnes comprehensas ducendae notant; eodem modo non est dubium alias comprehensiones intelligi posse, additionum ac subtractionum quibus intelligatur, datam omnibus addendam. Aequationes non nisi formulae sunt factae ex multiplicatione formularum in quibus semper eadem quantitas; et alia; quae alia quantitas est radix; ideo fit, ut radices semper aut sensu aut cogitatione haberi possint. Ope divisionis continui in  
 30 infinitum, spatiique et motus haberi possunt, ut quae alioquin seu si distincte haberi non licet, seu pro imaginariis habendae essent, inveniantur, ut quantitates irrationales; inte-

3 orthographia; (1) caeterae operationes (2) formulae L 6 sunt (1) sed considerandum est animum (2) Cum L

grae lineae fractis formulis aequales; ablationes eorum quae non insunt; constructiones problematum Tetragonisticorum ope motus. <Uti> de linea mea Mesolaba, qua ratio in data ratione secetur. Sunt quaedam mira, et aegre fortasse tamen tandem per combinatoriam invenienda; v. g. lineam invenire quae se describat evolutione sui: modum invenire describendi parabolam qua na<vigatio> utitur, in inflatione velorum; et item in aquarum jactibus. Lineam invenire quae se describat evolutione sui est unum ex problematibus plusquam difficilibus; cum in illis ne ulla quidem formula data sit, quae alioquin data est methodo functionum, seu tangentium inversarum. 5

Saepe fit ut res citius et facilius inveniatur vel demonstretur; per calculum Generalem; aliquando citius per domestica Geometriae principia, v. g. quod in parabola a circulo secta, summa ordinatarum in axem demissarum utrinque aequalis statim patet ex calculo, quia aequatione facta secundus terminus deest. At idem non nisi per ambages Geometrice demonstratur. Contra in plerisque simplicioribus fatendum est ea facilius inveniri Geometria quam calculo, si modo daretur ars characteristica Geometriae propria; ratio est, quia calculo separatur situs a magnitudine, unde fit ut separatim inquisitis magnitudinibus, postea et de situ sit cogitandum, unde constructiones plerumque fiunt prolixae, at in geometriae purae inquisitionibus situs a magnitudine nunquam divellitur; cujus rei illustre est exemplum quod Dn. Matthion mihi proposuit. Hinc etiam sciendum est posse Geometriam seu artem mutandi calculum analyticum in Geometricum servire ad compendia calculorum etiam in arte combinatoria generali; nam certe saepe facillime fiunt linearum ductu, quae non nisi maximis calculi ambagibus. Doctrina de formularum comparationibus vera est Analysis et omnium inventionum clavis una; altera est admiranda methodus ubi calculatis aliquot exemplis, investigatur eorum continuatio in infinitum; et hoc saepe facile est; et hac methodo infiniti calculi praeveniri possunt. Interdum vero paulo difficilius divinare originem aliquot datarum formularum; huc pertinet Gregorii inquisitio inveniendi quantitatem quae eodem modo componatur ex infinita quadam serie. Quae cum non succedat, nisi raro licebit ipsam potius invenire per quadraturas, e. g. quadratura parabolae. Et haec est doctrina Hypothesium datis aliquot 10 15 20 25

---

2 linea mea Mesolaba: Es handelt sich um die Trochoide der Parabel, vgl. VII, 3 N. 38<sub>12</sub>, S. 486. 10–13 quod ... demonstratur: Vgl. R. DESCARTES, *Geometria*, 1659, *DGS* I S. 92, Fr. van SCHOOTEN, *Commentarii*, 1659, *DGS* I S. 330–343, sowie Leibniz' Bemerkungen in N. 16 S. 74 Z. 10 – S. 75 Z. 5 und seine algebraische Lösung des Problems in VII, 7 N. 7 S. 43–48. 18 exemplum: Möglicherweise handelt es sich um das von Leibniz in VII, 1 N. 11 gelöste Problem, ein Dreieck aus zwei gegebenen Seiten und gegebener Fläche zu bestimmen. 26 inquisitio: J. GREGORY, *Vera circuli et hyperbolae quadratura*, 1667.

formulis invenire regulam quandam ipsis communem; et tunc maxime perfecta est haec regula cum reciproca est, ut non tantum in quolibet seriei termino vera reperiatur, sed et contra ubi ipsa sit, termini sint, inprimis si talis est, ut ope regulae termini etiam non dati inveniri possint; quod si una observatione seu regula praestari non potest, poterit pluribus inter se junctis.

Ecce ergo duas artes analyticas, alteram per demonstrationem alteram conjecturalem. Hac Conjecturali quoque praeclara in Geometria et numeris detegi posse, patet inductionibus Frenicli; *Arithmeticae infinitorum* Wallisii aliisque infinitis exemplis. Nota Characteribus pro Geometria inventis, fiet credo ut etiam Characteres habeantur ipsius quasi-situs spatiorum imaginariorum, aut potius dimensionum transcendentium, quales solvis altiores, sed exprimentur ope curvarum homogenearum; quemadmodum parabola pyramidem repraesentat. Et videndum an non arte quadam in parabola etiam soliditas pyramidis praesentari possit. Trilineum parabolicum pyramidem repraesentat; ipsa parabola sphaeram; Triangulum repraesentat conoeidem parabolicam, etc. Quemadmodum utile plana solidis homogenea, ita utile habere curvas spatiis homogeneas; utile quoque postea eas curvarum sectiones ope trochoeidum exprimi in plano, ope meae methodi tangentium inversae; item ope differentiarum reciproca; possunt figurae semper inveniri talibus quasi satisfaciennes, ut error negligi queat; et earum ope demonstrari et ratiocinari de istis licebit; et facile apparebit in quo possint istae demonstrationes applicari ad lineas veras indescriptibiles: ita hac arte inveniri poterunt calculo linearum analyticarum tangentes aliaque; supponendo eas per appropinquationem descriptas et calculando; et postea errores corrigendo; collatione cum iis, quae alioquin de figura vera esse constet.

Nota facilius est ars dechiffrandi, cum nobis ipsis licet invenire terminos quoslibet ut in scientiis juris examinandos; difficilius cum certus numerus ut cum ex datis experimentis

6 per (1) analysin, alter (2) comparationem aliam per in (3) demonstrationem L 15 utile (1) habere solida lineis repr(-) (2) plana L 23 f. ut ... juris erg. L 24 difficilius (1) cum (— —) ut (2) cum L

---

8 inductionibus: B. FRÉNICLE DE BESSY, *Solutio duorum problematum circa numeros cubos et quadratos*, 1657; J. WALLIS, *Arithmetica infinitorum*, 1656 (WO I S. 355–478). 13 f. Trilineum ... etc.: Leibniz bezieht sich auf die Klassifizierungen in H. FABRI, *Synopsis geometrica*, 1669, S. 60–68 u. 195 f.; vgl. seine Unterstreichungen und Randbemerkungen dazu in VII, 4 N. 1 S. 8–11 sowie im vorliegenden Band N. 67. 16 f. ope trochoeidum ... reciproca: Vgl. die einschlägigen Studien zwischen Oktober 1674 und Januar 1675 (VII, 3 N. 38–40; VII, 5 N. 7–29).

hypothesis, ex datis aliquot literis dechiffratio quaeritur. Dechiffratio serie data plerumque in eo consistit, ut inveniamus quantitatem arithmetice cum seriebus crescentem, eodem modo ex quolibet termino compositam. Gregorius rem quaerit longe difficiliorem, invenire e a n d e m quantitatem eodem modo ex quolibet seriei termino compositam. Cumque ope quadraturarum inveniri possit quod ille postulat, inveniri etiam poterit facilius quod nos postulamus ope earundem; notandum est tamen id illum postulare in seriebus quarum jam nota regula  $\langle$ sed $\rangle$  nobis ipsa regula quaeritur.

5

---

3 quaerit: s. o. Erl. zu S. 83 Z. 26.



## 19. SCHEDIASMA DE CONSTRUCTORE

Dezember 1674

**Überlieferung:** *L* Konzept: LH 35 I 17 Bl. 11–15, 17. 3 Bog. 2°. 12 S. Textfolge Bl. 11, 17 r<sup>o</sup>, 17 v<sup>o</sup> (untere zwei Drittel), 12–15. Ersetzte Vorstufen von Figuren werden nicht wiedergegeben. — Auf dem oberen Drittel von Bl. 17 v<sup>o</sup> N. 71.  
Cc 2, Nr. 827

Schediasma de c o n s t r u c t o r e. Xb. 1674.

19<sub>1</sub>. PARS PRIMA

Trochoeidis parabolicae ope credo effici potest, ut qualibet data figura alia describatur quae sit in ratione logarithmorum ejus. Idque utile erit pro figuris usitatoribus, v. g. circulo figuraque angulorum, Cycloaide, ipsaque Trochoeide parabolica, quod si pro ipsa Trochoeide parabolica fiat, fient logarithmi logarithmorum.

Figurae logarithmicae aequatio haec est  $x \propto a^y$ . Sed quoniam lex homogeneorum observari debet, videbimus quid futurum sit,  $x \propto \frac{b}{a^0}$  vel  $\frac{b^2}{a^1}$  vel  $\frac{b^3}{a^2}$  vel  $\frac{b^4}{a^3}$  etc. vel

15  $x \propto \frac{b^y}{a^{y-1}}$  vel  $xa^{y-1} \propto b^y$ .

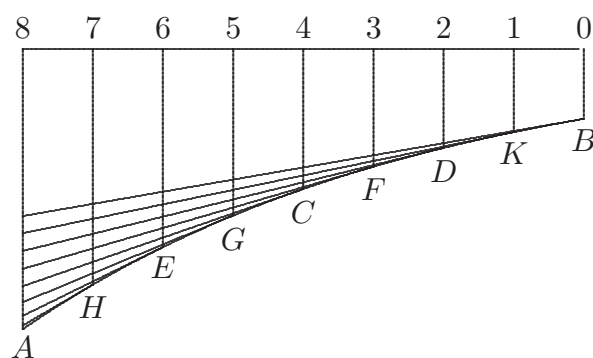
---

10 *Über* usitatoribus: utilioribus

7 Schediasma ... 1674. *erg. L* 9 (1) Figura log (2) Trochoeidis *L* 9 f. describatur (1) homogene (2) quae *L* 11 parabolica, (1) quia methodo ha (2) quod *L* 13 est (1)  $a^{y-1}x \propto a^y$   $xa^{y-1} \propto$  (2)  $x \propto a^y$  *L* 14 sit, (1) nimirum  $\frac{x}{a} \propto$  vel  $1^y$  et haec aequatio exacta est. Imo male, quia  $1^y$  seu 1 utcunque in se ducta dat 1. Itaque (2)  $x \propto \frac{b}{a^0}$  *L*

---

9 credo: Vgl. VII, 3 N. 38<sub>12</sub> S. 484 f.



[Fig. 1]

Talis figura per puncta describetur si rectae cuidam 012345678 cujus extremis duae ascriptae 0B. et 8A. inveniatur media 4C. et inter has tres inveniantur rursus mediae 2D. 6E, et inter has 5 rursus mediae 7H, 5G, 3F, 1K. Ita fiet ut continuatis in infinitum subsectionionibus ut sint abscissae velut exponentes, et applicatae velut potestates, sive ordinatae sunt in replicata ratione abscissarum, v. g. abscissa 01 est ad abscissam 02 ut 1. ad 2. Ergo 2D est ad 0B in duplicata ratione 1K ad 0B. Hinc patet et omnes figuras logarithmicas esse inter se similes, nec nisi intervallo 08 inter duas datas applicatas sumto affine.

Inquirendum est in methodum qua P. Gregorius reduxit logarithmos ad spatia hyperbolica an ejus exemplo aliae figurae transcendentes reduci possint. Tangentem figurae logarithmicae describi ex punctis B K D. Applicatae ad rectam 8A sunt logarithmi, abscissae ex AE, ut numeri naturales. Videndum quid ex duarum logarithmicarum intersectione duci possit, item ex intersectione unius cum circulo aliave figura v. g.

11f. *Dazu am Rand:* Possunt inveniri Tangentes figurae logarithmicae ope Trochoeidis.

5 sint (1), velut 12. 13. 14. 15. etc. (2) abscissae L 5 potestates, (1) | v. g. *nicht gestr.* | 1B ad 13, | ut *nicht gestr.* | 01 ad 02. ita 0B est in replicata (2) nam (3) sive L 15 possunt | invenire Tangente *ändert Hrsg.* | figurae L

10 reduxit: Vgl. Gr. de SAINT-VINCENT, *Opus geometricum*, 1647, lib. VI, prop. CXXV–CXXX, S. 594–597 sowie A. A. de SARASA, *Solutio*, 1649, insbesondere S. 7 f.

$x \sqcap \frac{b^y}{a^{y-1}} \sqcap \frac{b^y}{a} \cdot a$ . Pone jam  $x \sqcap \sqrt{a^2 - y^2}$ , junctis inter se his aequationibus, fiet:  
 $\frac{b^{2y}}{a^{2y-2}} \sqcap a^2 - y^2$  sive:  $b^{2y} \sqcap a^{2y} \overbrace{-2+2} - y^2 \frown a^{2y-2}$ , sive  $\frac{a^{2y} - b^{2y}}{y^2} \sqcap a^{2y-2}$  sive  $y^2 \sqcap$   
 $a^2, -\frac{b^y}{a} \frown b^2$  vel  $\frac{y^2}{b^2} \sqcap \frac{a^2}{b^2} - \frac{b^y}{a}$ . Id est quaeritur ratio  $\frac{y}{b}$  cujus residuum ex ratione  $\frac{a^2}{b^2}$ ,  
 aequetur reciprocae rationi datae subduplae, in ratione quaesita multiplicatae. Omnia  
 5 ergo problemata quae rationum multiplicationibus et submultiplicationibus fieri possunt,  
 solventur intersectionibus Trochoeidis parabolicae et curvae Analyticae cujusdam. Sed et  
 quemadmodum idem problema variis potest curvis Analyticis se secantibus solvi, ita et  
 si curva semianalytica et analytica jungantur, mutata analytica aliquando mutabitur et  
 semianalytica. Exempli causa hae duae fieri possent aequationes  $\frac{y^2}{b^2} \sqcap \frac{x}{b}$ , sive  $y^2 \sqcap xb$ . et  
 10  $x \sqcap \frac{a^2}{b} - \frac{b^y}{a} \frown b$ . Ergo  $x$  componitur ex duabus  $\frac{a^2}{b}$  ordinata rectanguli, et  $b \frac{b^y}{a}$  ordinata  
 Trochoeidis. Intersectione ergo parabola quoque et ejusdem Trochoeidis solvi potest  
 idem problema.

15 Quodsi ad alios casus aliasve formas alterius generis Trochoeides adhiberi possunt,  
 uti non dubito, eo ipso dum idem problema ad diversas Trochoeides revocari potest,  
 ostenditur unius curvae Trochoeidem generantis in rectum extensionem ex altera pendere.

---

1 *Nebenrechnung:*  $\frac{b^3}{a^2} \sqcap \frac{b^y}{a} \frown b$

3 quaeritur (1) quantitas eius naturae, cuius (a) residuum (b) quadrato residuum ex data aequatur  
 dato cuidam rectangulo (2) quantitas quae (3) quantitas  $\frac{y}{b}$  cuius residuum ex data quantitate  $\frac{a^2}{b^2}$ , aequatur  
 quantitati datae (4) ratio  $L$  4 in (1) ratione rationis quaesitae ad unitatem (a) multiplicatae (b) sive  
 ad rationem  $m$  (2) ratione  $L$  10  $x \sqcap \frac{a^2}{b} - \frac{b^y}{a} \frown b$  (1) idem ergo problema quod (a) solvitur (b)  
 solutum est (2) Ergo  $L$

---

2-4  $y^2 \sqcap \dots$  multiplicatae: Der Exponent des Bruchterms müsste  $2y - 2$  lauten. Leibniz rechnet  
 konsequent weiter und formuliert das fehlerhafte Ergebnis aus. Die allgemeine Überlegung bleibt davon  
 unberührt.

Duarum Trochoeidum vel idgenus curvarum, v.g. etiam Trochoeidis et Cycloeidis intersectione aequationes solventur adhuc difficiliore ubi ipsae  $y$ . intrabunt in exponentes plus semel. Porro ope Trochoeidis nostrae extrahi possunt omnes radices aequa-

---

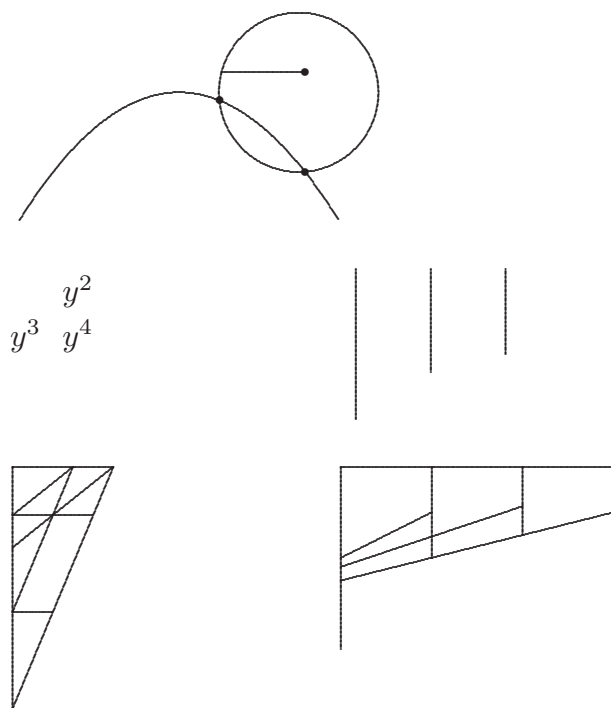
3-90,2 Nebenbetrachtungen:  $\frac{y^2}{100} \sqcap \frac{ly}{2 \wedge 10} + \frac{ab}{80} \quad y^2 \sqcap 2 \wedge y + 80$

$$y^3 \sqcap \boxed{ly^2} + \boxed{my} + ab$$

$$y^4 \sqcap \boxed{ly^3} + \boxed{my^2} + \boxed{ny} + ab$$

$$y^5 \sqcap ly^4 + my^3 + ny^2 + oy + ab$$

5

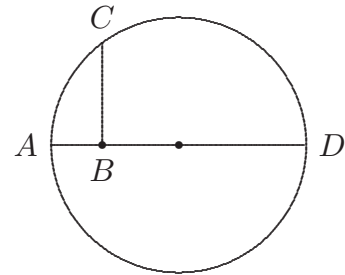
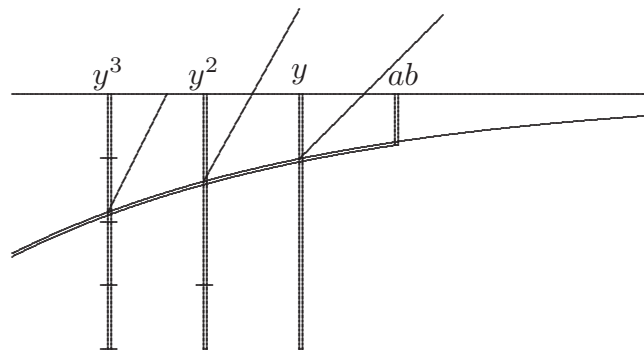


3 semel. (1) Soli (2) NB. solida (a) Geometrica (b) Analytica possunt esse homogenea figuris non analyticis, quemadmodum animadversum est a Wallisio unquam quendam Hyperbolicam esse (3) Porro  $L$

---

11 animadversum est: J. WALLIS, *Mechanica*, 1670–1671, pars 2, S. 547 f. (*WO* I S. 918 f.); vgl. N. 71.

tionum purarum, sed nondum video quomodo affectarum e.g. sit aequatio:  $y^3 \sqcap ly^2 + amy + a^2n$ .



$$y^2 \sqcap ab \quad y^3 \sqcap ab \quad y^4 \sqcap ab$$

$$\begin{array}{ccc} 2 & 4 & 8 \\ \sqrt{16} & & \\ 3 & 9 & 27 \\ \sqrt{81} & & \end{array}$$

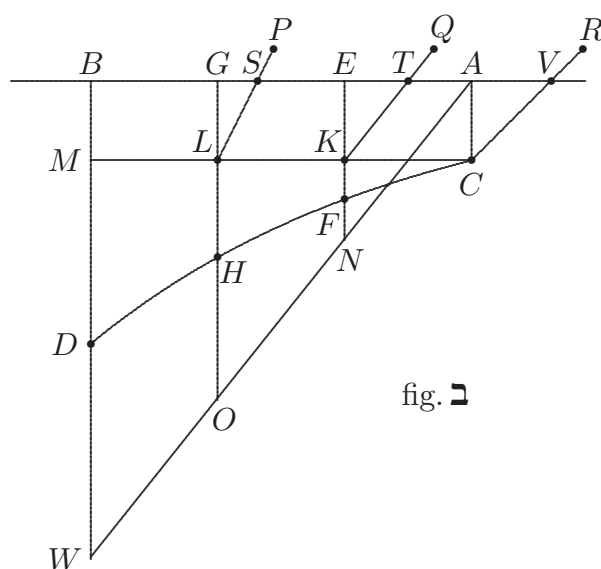
$$\begin{array}{cc} 2 & b \\ \frac{2}{4} & \frac{b}{b^2} \\ \frac{2}{8} & \frac{b}{b^3} \\ \frac{2}{16} & \frac{b}{b^4} \\ \frac{2}{32} & \frac{b}{b^5} \end{array}$$

*Nebenbetrachtungen auf Bl. 12 v<sup>o</sup>:*

$$y^3 + ly^2 + my + sm. \quad \frac{y+l}{y+s} \sqcap \frac{m}{y^2} \sqcap \frac{m}{y} \frown \frac{1}{y}. \quad \text{Trouver un nombre le quel augmenté}$$

15 par 1, soit au quotient de m, divisé par le dit nombre; comme le dit nombre augmenté de s. est à soy meme. Item facile Geometrice exhiberi potest. Haec aequatio ita in duas divelletur:  $\frac{m}{y} \frown y + s \sqcap x$  et  $y + l \frown y \sqcap x$  quarum altera ad parabolam altera

ad Hyperbolam simplicem.  $my + ms \sqcap xy. \quad y^2 + ly \sqcap x. \quad my^2 - xy^2 + msy \sqcap 0$



[Fig. 2]

seu  $y^2 \sqcap \frac{msy}{x-m} \sqcap x - ly$  sive  $y \wedge l - \frac{ms}{x-m} \sqcap x$ . Ergo  $y \sqcap \frac{x}{l - \frac{ms}{x-m}}$  et  $\sqcap \frac{ms}{x-m}$ . Fiet:

$\frac{x-m \wedge x}{lx - lm - ms} \sqcap \frac{ms}{x-m}$  et reducendo:  $x^2 - 2mx + m^2, \wedge x, \sqcap -m^2s^2, +lms \wedge x - m$ , et

$x - m$  vocando  $z$ , fiet:  $z^2 \wedge z + m \sqcap -ms^2, +lmsz$ .  $z^3 + mz^2 - lmsz + ms^2 \sqcap 0$ . Quae

aequatio cum aequivaleat datae tum  $my + ms \sqcap xy$ . Ergo  $y \sqcap \frac{ms}{x-m} \sqcap \frac{ms}{z}$  potest a. 5

sumi  $y \sqcap rz^2 + tz + v$ .

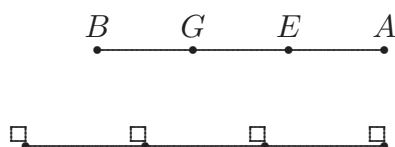
*Nebenbetrachtungen auf Bl. 13<sup>ro</sup>:*

$$\frac{\boxed{10} + 3}{\boxed{10} + 4} \sqcap \frac{\cancel{m} \frac{1300}{14}}{\cancel{100} \boxed{10 \square}}. \quad 1000 + 300 \sqcap 10m + 4m. \quad [m \sqcap] \frac{1300}{14}.$$

$$\frac{y+3}{y+4} \times \frac{1300}{y^2}. \quad y^3 + 3y^2 \sqcap \frac{\cancel{1300}}{14} y + \frac{4 \wedge \cancel{1300}}{14}. \quad y^3 \sqcap \boxed{\frac{1300}{14} y} + \frac{1300}{14} [\wedge] 4 - \boxed{3y^2}.$$

2 sive: Leibniz unterlaufen Versehen bei der Rechnung, die sich nicht grundsätzlich auswirken.

- Ut si  $AC$  sit  $a$  sive unitas et  $BD$  sit  $\frac{ly^2 + amy + a^2n}{a^2} \sqcap y^3$  quaeritur  $EF$ ,  $\sqcap y$ .  
 duarum mediarum proportionalium  $EF$  et  $GH$  prior. Ex punctis  $E$ ,  $G$ . educantur rectae  
 indefinitae  $EN$ ,  $GO$ . ipsis  $AC$ ,  $BD$ . parallelae, quas secabit in punctis  $K$ ,  $L$ , recta  $CM$ ,  
 ipsi  $AB$ , parallela et aequalis. Punctis  $L$ ,  $K$ .  $C$ . applicentur rectae indefinitae  $LP$ .  $KQ$ .  
 5  $CR$ . tali angulo, ut  $GS$ ,  $ET$ ,  $AV$  sint aequales rectis  $l$ .  $m$ .  $n$ . et ut sint mobiles in  
 rectis  $GO$ ,  $EN$ ,  $AC$ , eodem tamen semper angulo servato. Hoc facto recta  $AB$  ponatur  
 esse asymptota figurae logarithmicae, cui recta data  $AC$ , ordinatim ex curva applicata  
 intelligatur. Datur ergo punctum  $A$ . Item punctum  $C$ . Quaeritur punctum  $B$ . et  $D$ . Recta  
 ergo  $BW$  indefinita huc usque agatur, donec eveniat, ut recta  $AB$  inventa in punctis  $G$ .  
 10  $E$ . aequaliter divisa, rectae ex punctis  $H$ .  $F$ .  $C$ . ductae ipsis  $LS$ .  $KT$ .  $CV$ . parallelae  
 abscindant rectas  $GS$ ,  $ET$ ,  $AV$ , tales ut earum summa sit ipsi  $BD$  aequalis.



[Fig. 3]

- Illud primum efficiendum est, ut datis 4 punctis  $A$ .  $E$ .  $G$ .  $B$ . et  $A$ . immoto manente,  
 motoque solum  $B$ . caetera moveantur proportionaliter, seu in ratione rectarum  $AE$ .  $AG$ .  
 15  $AB$ . seu ita ut  $AB$ . moto utcunque puncto  $A$ . semper aequaliter a punctis  $E$ ,  $G$ . dividatur,  
 seu ut distantiae  $AE$ .  $EG$ .  $GB$ . semper maneant aequales.

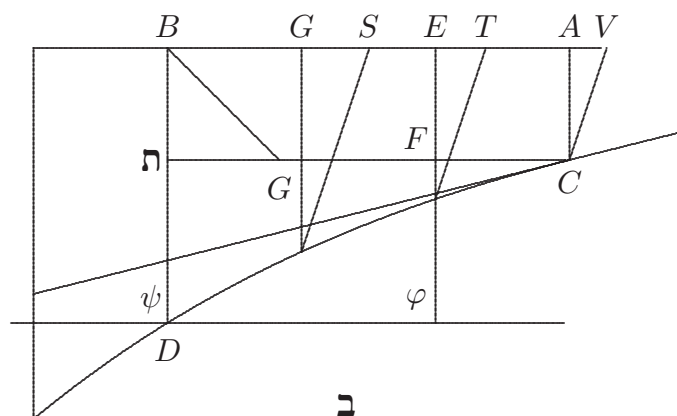
2 GH (1) prima (2) prior. (a) per C transeat ipsi AB parallela, CHLM. secans rectas AC, EF, GL, BM in punctis C, H, L, M. (aa) Cum ergo (bb) cum (cc) quae | puncta erunt data, cum *nicht gestr.* | rectae AB, AC, BM sint (dd) | puncta *nicht gestr.* | A. E. G. B. item M et C. sint data (b) per p (c) ex L 5 l. m. n. (1) et ut rectae illae LP, (2) et L 10 LS. | CT. *ändert Hrsg.* | CV. L





se rediens, neque nisi in uno puncto seu annulo unam rotam tangens. Potest remedium adhiberi forte chordarum tensioni, si elaterium in loco ubi affixae, eas tendat vel in uno latere vel utrobique, sed ad usum tutiores catenae. Nota non ut alias ita hic quoque chordae simpliciter tangere debent trochleas, sed debent esse iis infixae extremitatibus, hoc si fiat, et arte quadam efficiatur, ut semper tensa sit chorda, ope Elaterii, et evitetur eodem tempore replicatio. Quod et ad Elaterium necesse est, ita enim si absit replicatio Elaterium facile tendet chordam; cum et distantiae punctorum 3. 2. 1. semper maneant eadem, quod ope axium per centra perpendiculariter ad circulorum plana transeuntium inter se linea rigida ab utroque latere connexorum [efficiatur] quia linea rigida simul cum machina recta procedit. Hac methodo non video quid etiam sine dentibus rotis, catenisque ad summam exactitudinem desiderari possit modo id unum efficiatur, ut non possit procedere machina ne in momento quidem physico, id est plane non nisi tantundem volvatur. *Il faut empêcher que la première roue 3. ne puisse glisser ou traîner sans tourner.* Efficiendum scilicet est ut prima rota 3, non possit ita procedere ut per aliquod temporis spatium eodem puncto  $B$  planum tangat. Quod impediatur si ipsi quoque chorda (vel si vis catena) sit circumplicata affixaque (elaterio in loco affixionis tendente[]) quae deinde per rectam  $BGF$  extendatur, ita fiet, ut quantum ipsa chordae relinquit in plano, id est quantum volvitur, tantum provolvatur. Praeterea utile imo necesse est rotam 3. fortiter premi contra planum in  $B$ . Ita enim elaterium in duobus affixionis punctis, altero in plano, altero in rota 3. chordam tendens non poterit subtrahere eam puncto attactus inter tendendum; et ita tensiones illae et relaxationes a natura chordae aut humiditate aeris, vel calore vel frigore ortae; non sentientur, a gyratione trochleae sive rotae. Atque ita effecimus problema Geometricum satis elegans: Efficere, ut punctis quocunque datis in eadem recta aequidistantibus; motis omnibus praeter unum, maneant omnia aequidistantia. Quod est corollarium propositionis hujus[:]. Datis quocunque punctis in eadem recta efficere ut moto uno caetera omnia moveantur per consequentiam in data ratione celeritatis. Id enim hic evenit, modo ponamus ex planis  $\gamma$ .  $\beta$ .  $\alpha$  regulas perpendicularares  $\delta EF$ ,  $\theta GL$ ,  $BD$ . descendere, quae a punctis contactus  $\delta$ .  $\theta$ .  $B$ . continue propellentur. Puncta autem contactus procedent in ratione Circulorum, ergo et regulae, ergo et puncta  $E$ .  $G$ .  $B$ . quibus regulae rectam  $\alpha$  vel  $AB$  secant.

14 possit | ita *erg.* | procedere | ita *nicht gestr.* | ut  $L$       16 sit (1) complicata (2) circumplicata  
 | affixaque ... tendente *erg.* | quae  $L$       23 ut (1) qvatu (2) pu (3) corpora quaedam in eadem linea (4)  
 pun (5) punctis  $L$

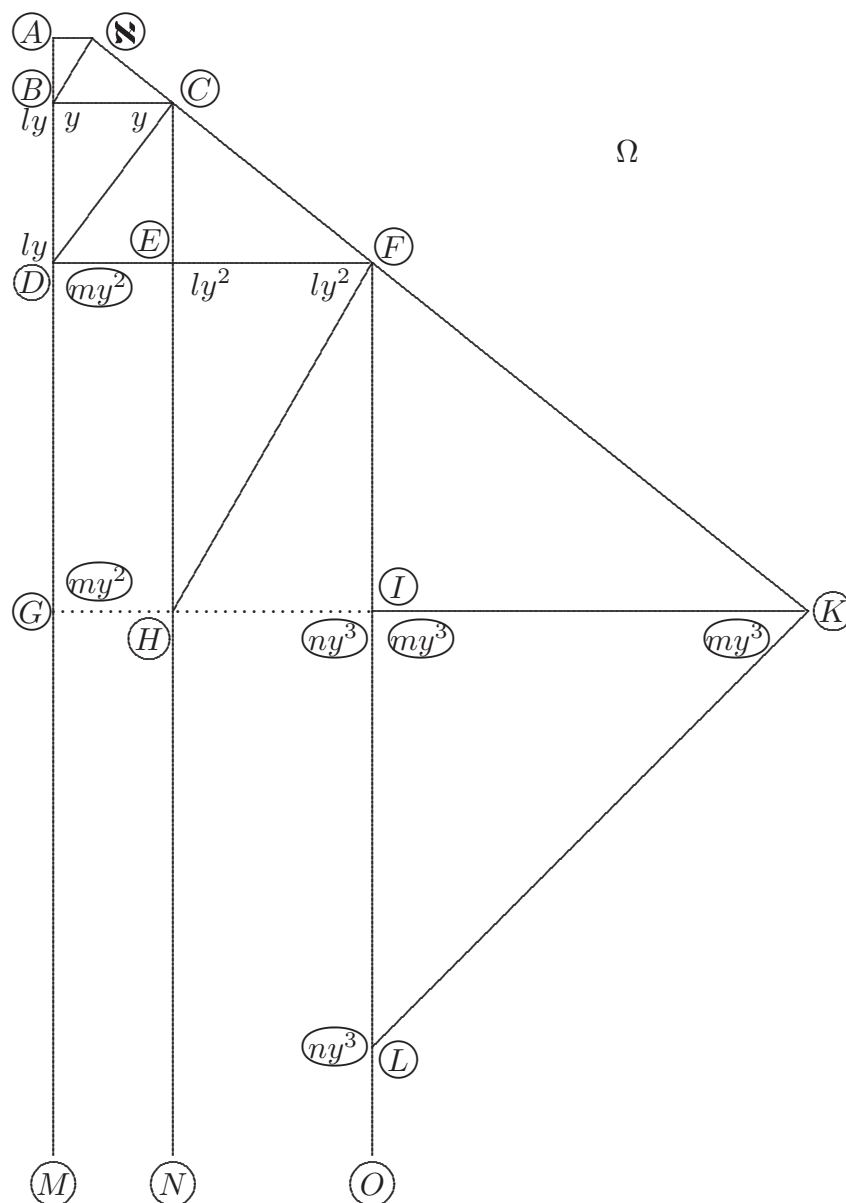


[Fig. 5]

Ut autem omnium rectarum  $AV$ ,  $ET$ ,  $GS$ . summa in unam rectam  $BD$  colligatur hoc opus hic labor est. Ego ita post multa tentata commodissimum reperi, ita ut ne regulis quidem transversalibus  $KT$ ,  $LS$ , opus sit. Nimirum recta  $AC$ . statuta, unitate, et recta  $AT$  posita  $\square b$ . cum infinitam  $BW$  promoves punctum  $E$  seu indefinita  $EN$  movebitur proportionaliter, reliquis non erit opus, ut  $GO$ , etc. Unde non tribus illis circulis 3. 2. 1. aut pluribus, sed solum duobus extremis maximo et minimo.

5

1 Fig. 5: Leibniz bezeichnet zwei verschiedene Punkte mit  $G$ .4  $KT$ ,  $LS$ : s. o. Fig. 2.



[Fig. 6]

Jam ipsam  $BD$ . pone continere figuram  $\Omega$ , quam hic adscriptam vides, ibi recta  $AM$ , ita applicata angulo quodam unitas seu  $(A)(\aleph)$  seu  $a \cap AC$  figurae prioris. Jam regula  $(\aleph)(B)$  sit eo angulo ut recta  $(A)(B)$  fiat ad rectam  $(A)(\aleph)$  ut  $b$  ad 1 seu erit  $(A)(B) \cap b$ . Inde parallela ipsi  $(A)(\aleph)$  exhibit  $(B)(C)$  aequalis ipsi  $y$ . seu  $EF$ . Quod fiet dum in fig. 2 fingis rectam  $F\Gamma$  regulam, ab  $EF$  transire in  $BD$  angulo recto, seu ipsi  $AB$  parallelam, unde rursus exeat regula  $BG$  mobilis cum regula  $BD$  in regula  $F\Gamma$ , quae facit ob angulum  $G\Gamma B$  semirectum ut  $\Gamma G$  sit  $\cap B\Gamma \cap EF$ . Jam redi ad figuram  $\Omega$ . ubi  $\Gamma G$  prioris fig. 2, est  $(B)(C)$  hujus. Per puncta  $\aleph C$  transeat recta interminata  $(\aleph)(C)(F)(K)$  in qua mobiles ipsi  $AM$  semper parallelae  $(C)(N)(F)(O)$  etc.  $(C)(N)$  propellitur a  $BC$  [: recta  $(B)(C)$  fig.  $\Omega$  eadem cum recta  $\Gamma F$  fig. 2 :]. Inde in  $AM$  ducatur recta  $(C)(D)$  angulo tali, ut  $(B)(D)$  fiat  $\cap ly$ . seu ut  $BC$  multiplicetur per  $l$ . atque ita propelletur linea  $(D)(E)(F)$  ita ut  $E$  sit in recta  $(C)(N)$ , erit  $(EF) \cap ly^2$ . Sed ob angulum  $(FH)$ , qui multiplicat  $ly^2$  per  $\frac{m}{l}$  fiet  $(EH) \cap my^2$ . Quae regula  $(FH)$  propellet  $(GHIK)$  quae secat  $(FO)$  in  $(I)$  unde  $(IK) \cap my^3$  unde regula  $(KL)$  multiplicans  $(IK)$  per  $\frac{n}{m}$  faciet  $(IL) \cap ny^3$ . et ita porro in infinitum. Sed si ultra cubum non procedat aequatio, contenti erimus linea  $(GHIK)$  quae quando in curvam nostram incidit solutum est problema. Unum oblitus sum, puncta  $(A)(B)$  esse immobilia, ideo rectam  $(\aleph K)$  esse mobilem circa centrum  $\aleph$ . quia  $y$  semper mutatur, regula ergo  $(BC)$  non propelletur, sed a recta  $(A)(\aleph) \cap$  rectae  $BG$  figurae 2 circumagetur  $(\aleph K)$ . Caeterae regulae propellantur. Restat quomodo termini negativi per regressum determinantur, et quomodo radices falsae.

1 vides, (1) ubi vides  $b \cap (A)(B)$ . portionem rectae  $(A)(M)$  pone  $BC \cap by$  seu aequalem ipsi  $EF$ , multiplicatae per 2 (2) ibi  $L$  7 figuram  $\Omega$ . (1) ubi regula  $BG$  prioris fig. 2, continuato (2) ubi  $L$  18 recta  $(AC)$  ändert Hrsg. |  $\cap$  rectae  $L$  20 radices (1) negativae (2) falsae  $L$

4 fig. 2: s. o. Fig. 5.

9f. [: ... :]: Die eckigen Klammern stammen von Leibniz.

19<sub>2</sub>. PARS SECUNDA

## Schediasmatis de c o n s t r u c t o r e , Pars II.

Si Radices semper essent verae, et termini aequationum (post transpositionem in duas) semper affirmativi, jam perfectam haberemus Machinam c o n s t r u c t r i c e m.

5 Et, certe, nihil immutando, ita tantum uti praecedenti parte descripta est, omnium ejusmodi aequationum quae omnes habent terminos negativos, praeter unum; haberi poterunt radices verae. Praeterea, si solis radicibus veris contenti esse volumus, sufficiet figuram  $\Omega$  bis adhibere, semel v. g. in ultimo, semel in alio, postquam scilicet aequatio in duas partes aequales utrobique affirmativas divisa erit, nam ubi utrobique puncta ( $I$ ) coinci-

10 dent, ibi erit  $y$  quaesita. Sed quoniam ego perfectionem Geometricam, et omnes radices aequationis quaero; ideo figuram  $\Omega$  quam superioris schediasmatis fine applicui altissimae dimensionis aequationis, rectius judico adhiberi infimae seu radici. Itaque loco ( $A$ )( $C$ ) in figura  $\Omega$  erit regula ( $\aleph$ )( $K$ ) et loco ipsius  $\Pi F$  in fig.  $\Omega$  erit  $\psi\varphi$ , seu in fig.  $\Omega$  ( $G$ )( $K$ ). Recta ergo ( $\aleph$ )( $K$ ) rectam  $GK$  adducet vel propellet, prout in motu  $y$  crescunt aut decres-

15 cunt. Nam motus eodem modo procedere potest prorsum et retrorsum. Tota difficultas est efficiendi, ut etsi termini quidam intermedii absint, nihil tamen turbetur, item ut motus prorsum et motus retrorsum possint esse mixti. Et quidem ut aliquis terminus sit nullus facile effici posset, faciendo ut ( $F$ )( $H$ ) verbi gratia sit ipsi ( $F$ )( $D$ ) parallela, ita quidem ( $E$ )( $H$ ) fiet nulla, sed quoniam ita jungetur ( $D$ )( $F$ ) et ( $G$ )( $K$ ) hinc aliud

20 malum quod ita ( $I$ )( $K$ ) fieret non  $y^3$  sed  $y^2$ . Difficile est fateor his malis mederi salva machinae simplicitate, itaque: Forte utilissimum erit aequationem propositam in aliam mutare, ejusmodi, ut omnes ejus radices sint affirmativae; quo facto termini etiam signis  $+$  et  $-$  affecti se alternatim sequentur, quod mire commodum est ad institutum nostrum. Ita enim nec machina illa circulorum sive Trochlearum proportionalium opus erit. Imo

25 quod est mirabilius poterimus resecare ipsam Trochoeidem sive curvam, tantum enim bis habebimus figuram  $\Omega$ . In una progreditur verb. gr.  $y^6 y^4 y^2 ab$  in altera  $y^5 y^3 y$ .

3f. (post ... duas) *erg. L*      7 radices (1) affirmativ (2) verae *L*      13f. ( $A$ )( $K$ ) *L ändert Hrsg. zweimal*

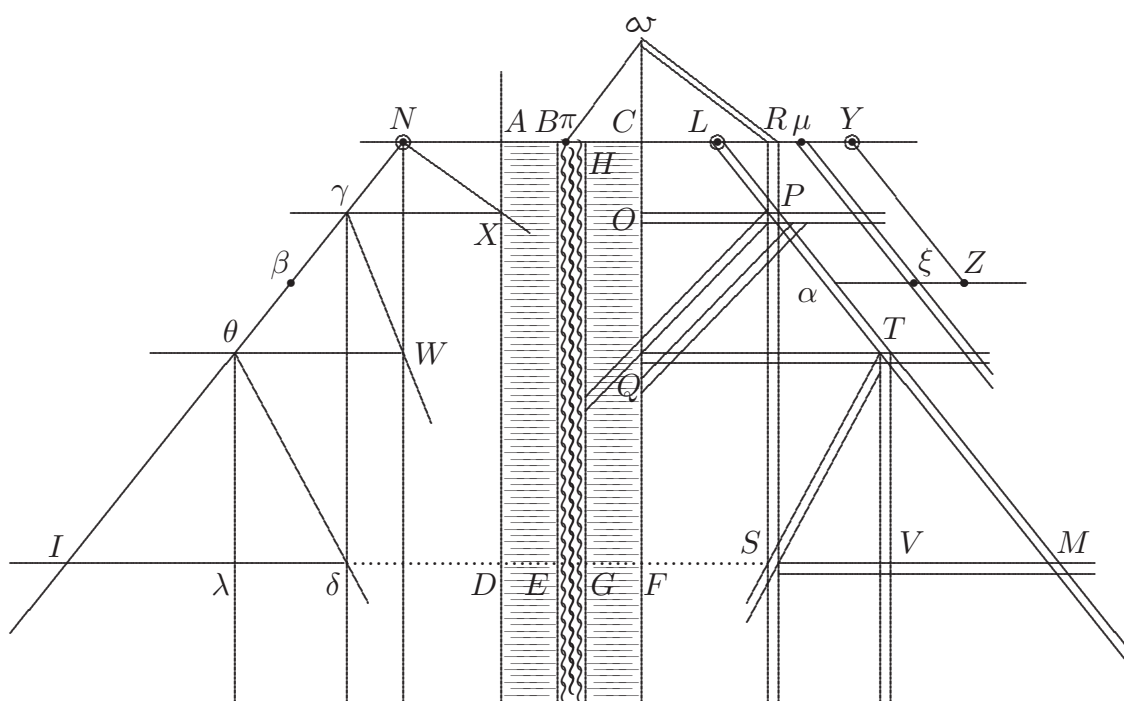
9 puncta ( $I$ ): Leibniz verwendet in der Folge bei den Punktbezeichnungen statt der Einrahmungen meist Klammern oder verzichtet ganz auf solche Hervorhebungen.

in qualibet parte affirmative. Et quando eveniet ut summae utrobique sint aequales, seu ut lineae *GK* utrobique coincidant, tunc habebitur vera *y*. Itaque tamdiu movenda est machina donec talis *y* reperiatur, quod aliquando, vel etiam aliquoties eveniet, si machina habeat radices unam pluresque reales. Nam manifestum est omnes veras habere. At inquires quid si nesciam an et quot habeat radices; continuandus erit motus sine fine, donec reperiatur *y* satisfaciens; et si nullam inveniam; nescio an quiescere debeam. Sed huic malo remedium habetur. Nam per methodum generalissimam et facillimam Huddenii, determinandi aequationes, statim earum limites habentur. Intra quos sufficit fieri motum. Praeterea eadem opera etiam veri habebuntur numeri, si qui sunt, aequationum radices; nam ex divisoribus termini ultimi in numeris dati statim patebit qui accedant inventis radicibus, et an inter se sint consentientes, ipsis enim in se multiplicatis necesse est prodire aequationem propositam, quod utique facillimum est; praeterea hac methodo non est opus, tolli fractiones ex aequatione, modo eae non ingrediantur terminum ultimum, et si veros numeros non quaeras, non est opus tolli neque surdos neque fractos ullo casu.

9 etiam (1) verae habebuntur aequationum radices si quae sunt: nam (2) veri *L* 13 f. ultimum,  
 | Imo contra utile est eas adhiberi *gestr.* | et *L*

---

7 methodum: J. HUDDE, *Epistolae duae*, 1659, *DGS* I S. 406–506.



[Fig. 7]

Servit hoc instr<sup>tum</sup> non tantum ad radices aequationum, sed et ad ordinatas curvarum in numeris habendas, condendas facile tabulas[,] examina aut tentamina facienda in opticis[,] in mechanicis. Ut machina explicari et complicari possit opus est puncturas a

5 propellentibus utrinque attingi.

Felices inquisitiones quando natura rerum ipsis, insperato consentit. Inquirendum in difficultatem motus seu detrimentum ex contactu, et utrum expediat regulas quasdam inclinate aut transverse promoveri.

Commodum quod non est in curvis se secantibus quoad scil. difficile determinare

10 puncta intersectionis, quia se valde oblique secant. Hic sectio recte determinantis semper perpendicularis nec multa puncta comprehendi possunt. Pertinent ista ad Geometriam practicam, qua examinetur quae instrumenta praxi commodiora.

Unitas semper ejusmodi eligi potest ut fit major qualibet radice quaesita.

In plano  $HGM$  sit ipsi  $HG$  parallela  $CF$ . et  $HC$  perpendicularis ad  $HG$ . Et in ipsa

15  $FC$ . supra vel infra  $C$ . sit punctum  $L$ . circa quod in eodem plano mobilis regula  $LM$ .

---

15 punctum  $L$ : Leibniz hat den Punkt  $L$  zunächst auf der Geraden  $FC$  platziert, danach auf  $HC$  (s. u. S. 101 Z. 16).

indefinite producta versus  $M$ . Et vero quaecunque dicturus sum in eodem semper plano intelligenda sunt, nisi aliud admoneatur.

Quanquam lineae hic latae sint, regulae scilicet tamen danda opera est ut certarum tantum linearum subtilissimarum in ipsis ductarum ratio in designando quaesito haberi possit.

5

Descriptio Instrumenti Algebraici cujus ope omnium aequationum  
ut cunque affectarum post facilem admodum praeparationem radices  
geometrice et si placet eadem opera in numeris quantum licet vero  
propinquis sine ullo calculo reperiuntur

Esto longitudine  $BE$  indefinita, latitudine autem certa pro arbitrio sumta  $EG$ . rec- 10  
tangulum  $BEGH$ ; circa cujus latus  $BE$  velut axem mobile sit planum  $BEID$  indefinite  
continuatum et circa oppositum latus  $GH$  mobile sit planum  $HGM$ . erigendo utrumque  
planum ita ut sit perpendiculare ad planum hujus paginae quod coincidit cum plano rec-  
tanguli intermedi  $BEGH$ . Totum instrumentum formam habebit libri complicati cujus  
dorsum sit rectangulum latera sint plana  $BEI$ ; et  $HGM$  inter se parallela et ad dorsum 15  
perpendicularia. Esto jam in recta  $HCL$ . punctum  $L$ . mobile huc illuc in dicta recta; mo-  
bilisque cum ipso pariter et circa ipsum recta seu regula  $LM$  indefinite producta versus  
 $M$ . Ipsi  $CL$  parallela sit regula  $OP$ . quae in puncto  $O$  rectae  $CF$  immobiliter affigi; vel

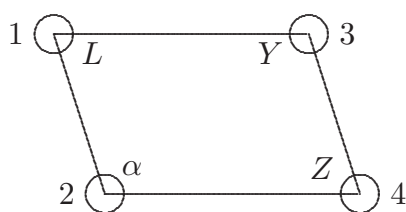
2 admoneatur | in ipsa COQF mobiles sint | perpendiculariter *erg.* | duae regulae  $OP$ ,  $QT$ . Horizonti,  
sive ipsi *gestr.* |  $L$  3 sint, | ut machina haec *erg. u. gestr.* | regulae  $L$  6 (1) Esto aequatio quaedam  
proposita, sexti exempli causa gradus; (a) ante omnia efficiendum est, ut omnes (b) ea ante omnia ita  
praeparanda est, ut omnes nanciscatur radices veras; eademque opera (aa) fieri potest (bb) fiet ut omnes  
eius termini sint alternatim affirmati et negati (2) Descriptio  $L$  7 ut cunque ... praeparationem  
*erg.*  $L$  9f. reperiuntur (1) Esto o (2) Esto (a) asser (b) planum  $ABCDE$  (c) rectangulum  $ABCFED$ .  
(aa) per (bb) secundum longitudinem in medio sectum per rectam  $BE$  ita aliud rectangulum  $BEGH$ , circa  
cuius extremum  $B$  latus ponam in longitudinem sumtum  $BE$  velut axem mobilis sit portio  $ADEB$ , et  
circa ipsum planum  $BEGH$ . mobilem circa alterum latus (aaa) longitudine sumtum (bbb) suum  $GH$ , velut  
axem in extremitate plani portionis  $HGFC$ . et circa alterum latus  $GH$  mobilis sit portio | tantum *erg.* |  
 $HGFC$ . (aaaa) qvo facto considerando planum (bbbb) jam portio (cccc) Recta portionis  $ADEB$  (dddd)  
in eodem plano habent regulas quasdam (aaaaa) vertica (bbbbb) perpendiculares (ccccc) horizontales et  
(ddddd) horizontales (eeee) In plano continuato portionis  $ADEB$  regulae quaedam mobiles comprehensae  
inter  $ANID$  et aliae in plano portionis  $HGFC$  continuato (aaaaa). Unde complica (bbbbbb) comprehensae in  
 $GLMF$  (3) Esto longitudine  $BE$  indefinita (4) Esto  $L$  13 paginae (1) Totum instrumen (2) coincidens  
(3) qvod  $L$  15 rectangulum | exiguum  $ADEB$ . *gestr.* | latera  $L$  17 seu regula *erg.*  $L$



etiam cum opus est sursum deorsum moveri possit. Secabit autem sive si mavis praeteribit rectam  $LM$  in puncto  $P$ . Ex puncto  $P$  regulae  $LM$  vel regulae  $OP$  (: nam alterutrum idem praestat :) exeant regulae duae, altera alteri affixa; transversalis  $PQ$ . praeteriens rectam immobilem  $CF$ . in puncto  $Q$ : et altera perpendicularis  $RPS$  ipsi  $CF$  parallela  
5 quae sursum producta ipsi  $CL$ . productae occurrit in  $R$ . et deorsum tendit versus  $S$ . indefinite. Hae duae regulae simul moveri possunt vestigiis suis parallelae ab  $O$ . versus  $P$ , ope cujusdam eminentiae oblongae Regulae  $PQ$  quae inseritur *m o b i l i t e r* crenae ipsius  $OP$ . ita ut eminentia cum ipsa  $OP$  in crena congruente regula  $PQ$ . (et proinde et regula ipsi affixa  $PS$ .) in regula  $OP$ , eodem semper ad eam angulo procedere possit. Id  
10 autem fiet apertura regulae  $LM$ , quae circa centrum  $L$ , gyrata, obstantem sibi regulam  $PQ$ . vel  $PS$ , vel aliquam earum portionem exeuntem propellet, ab  $O$ . versus  $P$ . seu directione  $OP$ . Eodemque tempore Regula  $PQ$ . in  $Q$ . praeteriens ipsam  $CF$ , ibi aliam regulam  $QT$  in crena ipsius  $CF$  congruenter mobilem offendet, propelletque directione  $QF$ . dum interim ipsa  $QT$  praeteriens  $LM$  in  $T$ . aliasque gerens regulas  $TS$ ,  $TV$ , ipsis  
15  $PQ$ .  $PS$ . similes incisura congruente in crena ejus mobiles; descendendo faciet eas ab ipsa magis magisque aperiente sese  $LM$ , directione  $QT$ . propelli; quo fiet veluti ante ut ab ipsa  $TS$ , ipsam  $PS$  praetereunte in  $S$ . alia ibi occurrens regula  $SM$  in ipsa  $PS$ . propellatur. Quod ita continuari potest quoad res postulat. Notandum autem durante motu sive operatione rectas  $LC$ ,  $CF$  esse immobiles;  $CL$ .  $OP$ .  $QT$ .  $SM$  parallelae inter se  
20 perpetuo in una pariter atque alia operatione quemadmodum et  $CF$ .  $RPS$ .  $TV$ . inter se. Ipsae autem  $PQ$ .  $TS$ . neque erunt parallelae inter se, neque semper eundem ad parallelas et perpendiculares angulum servabunt; sed circa centra quaedam in ipsis eminentiis in crenas  $P$ .  $T$ . etc. intransibiles fixa, mobiles erunt, ab initio scilicet operationis manuum opera, ut scilicet angulus illis detur, quem postulat exemplum propositum; qui semel  
25 dato, durante operatione ejus exempli, angulum illum servant, et vestigiis suis parallelae feruntur.

1 sive ... praeteribit *erg.*  $L$     3  $PQ$ . (1) concurrens regul (2) praeteriens  $L$     4  $CL$   $L$  ändert  
*Hrsg. zweimal*    7 cuiusdam (1) (incisurae) qva Regula  $PQ$  inseritur (2) eminentiae (a) longae (b)  
oblongae  $L$     8 ut (1) incisura, ipsa  $PQ$  congruens, et (2) eminentia  $L$     10 sibi (1) rectam (2)  
regulam  $L$     11 aliquam (1) eius (a) eminentiam propellet, (b) portionem emin (c) prop (2) earum  $L$   
11 versus  $P$ . (1) idem omnino praestaretur, et forte ob crenae obliqvitatem factus quam ante si eminentia  
regulae  $PQ$  vel  $PS$ . intraret in crenam ipsius  $LM$ , ita enim | tum *erg.* | gyratur  $LM$ , pars quaedam unius  
harum regularum cum ipsa  $LM$  propulsa et in obstantem regulam  $OP$  impingens, cedere cogetur, et ita  
regulae  $PQ$ .  $PS$  in crena ipsius  $LM$  descendent ut  $P$  directione  $PM$ . suis tamen semper vestigiis parallelae  
(2) seu  $L$

Jam ut ad alterum quoque planum priori post machinae complicationem libriformem, parallelum, *BEIN* progrediamur, supponendum est arte quadam (quam postea explicabo) effici, ut ponendo  $BA \sqcap HC$ . et directione *BA* sumendo rectam *AN*, dicta recta, in puncto *N* perpendicularis semper incedat regula *NW*, ita ut recta *AN* sit semper media proportionalis inter rectas *CL*. constantem; et *OP* motu regulae *LM* variantem. Motu ergo regulae *LM* etiam circa centrum fixum *L*. procedere supponemus (modo postea explicando) punctum *N*. Ex quo puncto *N*. exhibunt rectae vel regulae tres cum ipso puncto mobiles, *NW* ad *BN* perpendicularis; *NX* angulo quem exemplum postulat, et qui durante operatione manet, sed pro alio exemplo motu ipsius *NX* circa centrum *N* ut res postulat inclinari aut elevari potest. Tertia ex puncto *N*. exibat regula *NI* quae durante ipsa operatione non tantum ut caeterae cum puncto *N* procedet, sed et circa ipsum velut centrum, ita gyrabitur, ut semper ipsi *LM*, motus omnis principio sit parallela. Quod nullo negotio, simili fere qua instrumentum parallelis lineis ducendis accommodatum, constructione efficietur.



[Fig. 8]

15

Nam in illo instrumento ex parallelogrammo in rhomboeidem utcunque transformabili mutatis angulis semper servatur parallelismus, hic illud tantum addendum est, ut in illo instrumento quadrilatero paralleliformo *LαZY* non tantum rectae circa moveri possint, ut *LY* et *αZ* horizonti parallelis manentibus ipsae *Lα*, *YZ* mutato ad ipsas angulo parallelismum servent inter se, sed et unum latus v. g. *YZ* ab altero *Lα*. servato tamen parallelismo longius recedere possit punctis scilicet *YZ* in crenis rectorum *LY*. *αZ* incedentibus. Nam in nostro casu non tantum *CL* et *AN* horizonti parallelae manent, nec tantum *NI* et *LM* parallelae manere debent inter se; mutato ad horizontem angulo, sed et distantia ipsarum parallelarum in linea horizontali sumta, seu differentia ipsarum *CL*,

18f. possint, (1) ut mutato (2) ut *L*

$AN$  semper mutabitur durante motu. Hoc posito ergo puncto  $Y$  in recta  $LCY$  et posito puncto  $\alpha$  in recta  $L\alpha M$ : et recta  $\alpha Z$  ipsi  $LY$ , quemadmodum et  $YZ$  ipsi  $L\alpha$  aequali et parallela. Vicissim ponendo  $AN \cap CY$ . ita ut in plano  $BEIN$  recta  $\beta I$ , respondeat rectae  $YZ$  plani paralleli  $HGML$ , punctum  $L$  puncto  $Y$  et punctum  $\beta$  puncto  $Z$ ; et denique  
 5 conjungendo puncta  $Y$  et  $N$  item  $Z$  et  $\beta$ , rectis ad plana perpendicularibus  $YN$  item  $Z\beta$ . fiet ut quemadmodum incedit recta  $NI$  seu punctum  $N$  super  $AN$ , ita procedat e regione, etiam punctum  $Y$ ; et quemadmodum  $\beta$  ita  $Z$ . Sed vicissim quemadmodum  $YZ$  semper parallela est ipsi  $L\alpha M$ , ita  $N\beta I$ , ipsi  $YZ$ . et per consequens ipsi  $L\alpha M$ . Et quemadmodum ob incesum puncti  $N$  (: ut scilicet  $AN$  semper sit media proportionalis  
 10 inter  $CL$  et  $OP$  quod postea explicabimus :) ipsa  $YZ$  procedit in ipsis  $LY$ ,  $\alpha Z$  indefinite productis; ita quia  $LM$  et proinde et  $YZ$  angulum ad horizontalem  $LY$  mutat, ideo  $NI$  quae his semper parallela esse debet consimiliter agi poterit circa centrum  $N$ . Et haec ideo fusius explicui quia in ipso plano non satis repraesentari potuere. De reliquo in plano sinistro  $BEIN$ , eadem similia evenient illis quae circa regulas alias parallelas  
 15 aut perpendiculares aut transversales in priore seu dextro  $HGML$  explicui; nam regula transversalis  $NX$  ipsi  $AD$  occurrens in  $X$ . regulam  $X\gamma$  parallelam ipsi  $AN$  propellet in  $AD$  directione  $AXD$  in qua regula parallela  $X\gamma$ . Duae rursus regulae:  $\gamma\delta$  perpendicularis, et  $\gamma W$  transversalis sibi invicem affixae mobiliter incedent directione  $X\gamma$  in puncto  $\gamma$  cum recta  $NI$  communi, et  $\gamma W$ . transversalis ipsi perpendiculari  $NW$  occurrens in  $W$ .  
 20 propellet in dictae  $NW$  puncto  $W$  parallelam  $W\theta$ . directione  $NW$ . In cujus regulae parallelae (ipsi  $AN$  :) nempe  $W\theta$ . puncto  $\theta$  cum  $NI$  communi rursus duae regulae, una perpendicularis  $\theta\lambda$ , altera transversalis  $\theta\delta$  sibi invicem affixae, et vestigiis suis parallelae, (ut semper subintelligendum) movebuntur ex quibus transversalis  $\theta\delta$  ipsi perpendiculari praecedenti  $\gamma\delta$  occurrens in  $\delta$  ibi parallelam  $\delta\lambda I$  in dicta  $\gamma\delta$  incedere aptam impellet  
 25 directione  $\gamma\delta$ . Quod perinde ut in altero latere continuari potest in infinitum, prout exemplum propositum postulat.

Facile autem intelligi potest movendo circa  $L$  rectam  $LM$  motum machinae dari; eamque velut aperiri cum punctum fixum  $\alpha$  elevatur seu cum recta  $L\alpha M$  a situ perpendiculari accedit ad parallelum. Contra velut claudetur et regulae omnes parallelae

1 recta (1)  $CL$  (2) continuata directione  $CL$  cui pu (3)  $CLY$  (4)  $LYC$  (5)  $LCY$   $L$  3 f. rectae (1)  $L\alpha$  (2) | RZ ändert Hrsq. | plani  $L$  5 conjungendo (1)  $LY$  (2)  $YN$  et  $Z\beta$  prorsus ut juncta sunt (3) puncta  $L$  12 consimiliter (1) flectetur circa punct (2) agi  $L$  18 f. in ... communi erg.  $L$  20 in ... puncto  $W$  erg.  $L$  21 puncto ... communi erg.  $L$  28 cum (1)  $LM\alpha$  a situ parallelo accedit ad (2) punctum  $M$  elevatur seu cum (3) punctum  $L$

inter se ad se invicem accedent, cum punctum  $\alpha$  deprimitur, seu cum recta  $L\alpha M$  a situ parallelo redit ad perpendicularem. Efficiendum ergo est ut regulae quae sese ducunt seu propellunt cum aperitur machina, reducant cum clauditur atque adeo utrinque id contingere possint quod impellunt, libertate tamen aliqua ab eo latere quo non impellunt tunc cum non impellunt relictas, ut vides in regula  $PQ$  respectu regulae  $QT$ . Nam si 5  
*G l i s s a t o r i u m*  $Q$  (ita enim tam utilem machinae particulam appellare placet, cum latinam vocem non inveniam nisi quod probabile est, ipsam *glisser*, a latino quodam obsoleto derivatam dicamus teste glaciei vocabulo, cui Germani respondens habent, *glas*, vitro exprimendo) ab utroque in medio regulae  $PQ$  simul utrinque attingeretur; tunc angulo ipsius  $PQ$ . ad ipsam  $CQ$  magis ad rectum accedente, angustum nimis inter duo 10  
 regulae  $PQ$  latera pro dicto glissatorio continendo spatium foret. Idem est in regula  $LM$  ipsas  $PS$ .  $TV$  ducente, ubi tamen peculiaris difficultas quod ut duae habeantur parallela ipsius regulae  $LM$  velut latera.

### 19<sub>3</sub>. PARS TERTIA

#### Schediasmatis de constructore pars III.

15

Sumto quodam puncto  $\mu$  fixo in recta  $CL\mu$  et alio fixo  $\xi$  in recta  $\alpha\xi Z$ , ita ut  $L\mu$  sit  $\perp \alpha\xi$  regula  $\mu\xi$  cum ipsa  $LM$  indefinite producta eique parallela velut altera ejus portio censi poterit, et glissatoria,  $P$ ,  $T$ , inter duas  $LM$  et  $\mu\xi$  semper interjecta erunt, et dum aperitur machina ab  $LM$ , dum clauditur ab  $\mu\xi$  impellentur. Tanta autem minima laterum Regulae distantia perpendicularis esse debet, quanta est longitudo glis- 20  
 satorii quod intercipitur, nam quando evenit ut regula ad glissatorium angulum faciat rectum, (:quemadmodum facit  $LM$ , cum machina prorsus clauditur quo casu  $LM$  intelligitur parallela ipsi  $CF$ . adeoque perpendicularis parallelis ipsius  $CL$ , et glissatoriis quae in ipsis labuntur :) glissatorium quod intercipitur distantiae perpendiculari coincidit. Fateor tamen si alia commodior claudendi ratio reperitur, aut si clauso opus non 25  
 sit, has regularum duplicitates satis incommodas rescindi posse. Re recte expensa credo

1 cum (1)  $L$  velut deprimitur (2) punctum (a)  $M$  (b)  $\alpha$  deprimitur  $L$  4 impellunt (1) furcae  
 cuiusdam specie, ut in horologiis oscillatoriis (2), libertate  $L$  20 perpendicularis *erg.*  $L$

solam regulae  $LM$  duplicitatem sufficere qua perpendiculares cum transversalibus sibi affixis reducentur, nam de reliquo eversa machina, ut  $ABHC$  imum,  $DEGF$  summum teneat, parallelae seu horizontales regulae  $QT$ .  $SM$  pondere ipso suo in locum priorem relabentur. Quia transversales  $PQ$ .  $TS$ . ipsis amplius non obstabunt quippe regula  $LM$  5 machinam claudente, restitutae. Superest ut explicemus qua ratione efficiatur, ut ipsa  $AN$  seu  $CY$  semper sit media proportione inter  $CL$  et  $OP$ . Quod post multa tentata nondum alia commodius ratione efficere possum, quam quae sequitur. In recta  $LC\pi$  sumatur  $C\pi \sqcap LC$ . et producat  $FC\omega$  in  $\omega$ . Ductae regulae duae  $\pi\omega$ ,  $R\omega$ . angulos invicem perpetuo faciant rectos, quod fiet dum una in crenam alterius quodam glissatorio 10 intrat; ita enim qui semel datus est angulus semper manet. Porro punctum  $C$ . semper, punctum  $\pi$  durante hujus quidem exempli motu fixum manet, at punctum  $R$  extremitas regulae  $RPS$ . cum hac ipsa regula ab  $LM$  in  $P$ . impellente propulsa, progredietur, ac proinde et regula  $\omega R$  cum regula  $RPS$ . seu cum puncto  $R$  progredietur, servata tamen semper anguli  $R\omega\pi$  rectitudine. Sed unum praeterea desideratur ut punctum  $\omega$  quo 15 duae regulae  $\pi\omega$  et  $\omega R$ , junguntur semper maneat in recta  $FC\omega$  continuata. Quod ita obtinebitur si acus quaedam sive fibula ex Glissatorii extremo prodiens in rimam rectae  $C\omega$  intret, unde cum exire nequeat, proinde in ipsa recta  $\omega$  perpetuo labetur, et glissatorium quoque sive angulus rectarum  $\pi\omega$ .  $R\omega$ . Quod ut fieri possit, ipsumque triangulum rectangulum servatis puncto,  $C$ , et rectis  $C\omega$  et  $CLR$  angulique  $\pi\omega R$  rectitudine punctis vero  $R$  in recta  $CLR$ ,  $\omega$  in recta  $C\omega$ , rectisque  $\pi\omega$ ,  $R\omega$  continue mutatis, omnes 20 formas induere queat, necesse tantum erit regulam  $\pi\omega$  mobilem esse circa punctum  $\pi$  velut centrum. Atque ita  $C\omega$  semper erit media proportionalis inter  $C\pi \sqcap CL$ , et inter  $CR \sqcap OP$ . ponendo jam ex fibula  $\omega$  quam in rima mobilem dixi angulo semirecto  $C\omega Y$  descendere regulam indefinite productam  $\omega Y$  erit  $CY \sqcap C\omega$ . adeoque  $CY$  media 25 proportionalis quaesita, in cujus puncto  $Y$  perpendicularis rigida  $YN$ , ut supra dixi duo puncta  $Y$  et  $N$ . sibi in oppositis planis parallele sive e regione respondentia connectens,

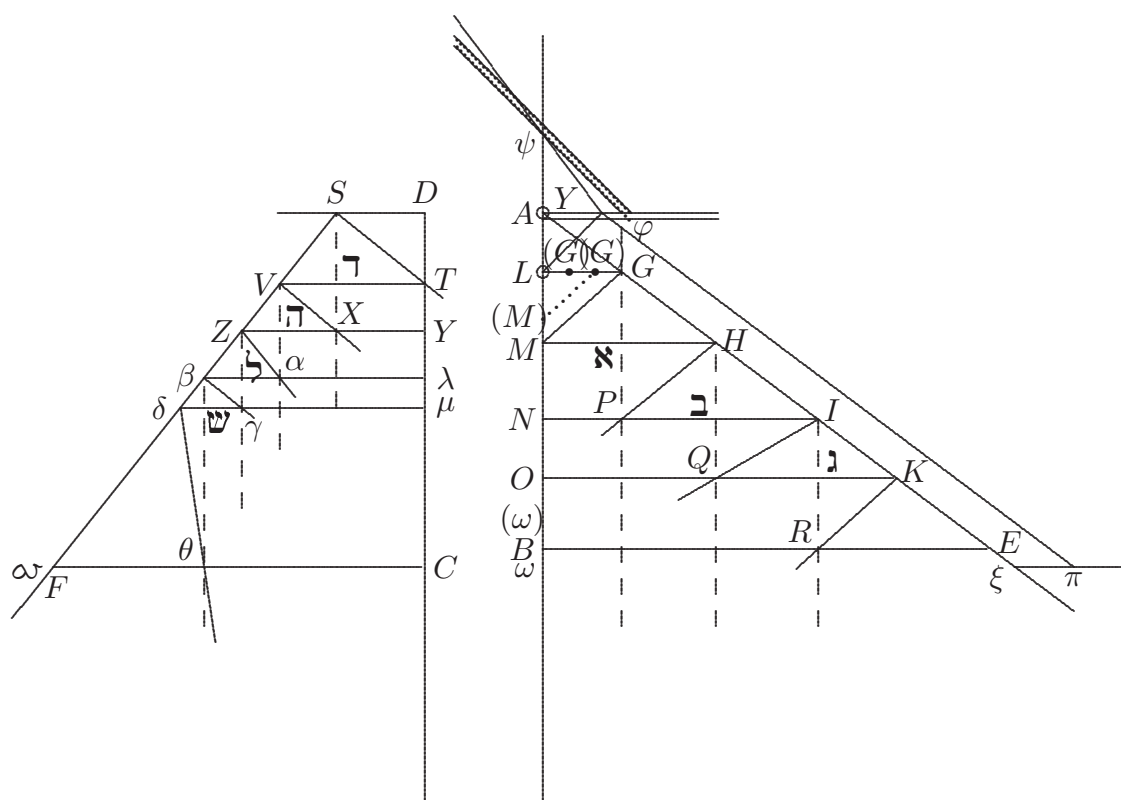
---

16 *Am Rande:* Pro glissatorio dicere possis *i n c r e n a t u r a m*.

2 ut (1)  $ABY$  (a) sit imum, (b) zenith (c) Nadir (2)  $ABHC$  imum  $L$  4f. quippe (1) motu (2) regulae  $LM$  depressione elevatae (3) regula  $LM$  (a) | se *nicht gestr.* | (b) machinam  $L$  12 impellente (1) per rectam  $OP$ . propulsa (2) propulsa  $L$  14 desideratur | quod explicare promisi *erg. u. gestr.* | ut  $L$  25 perpendicularis rigida *erg. L* 25 dixi (1) utriusque plano parallelo perp (2) duo  $L$

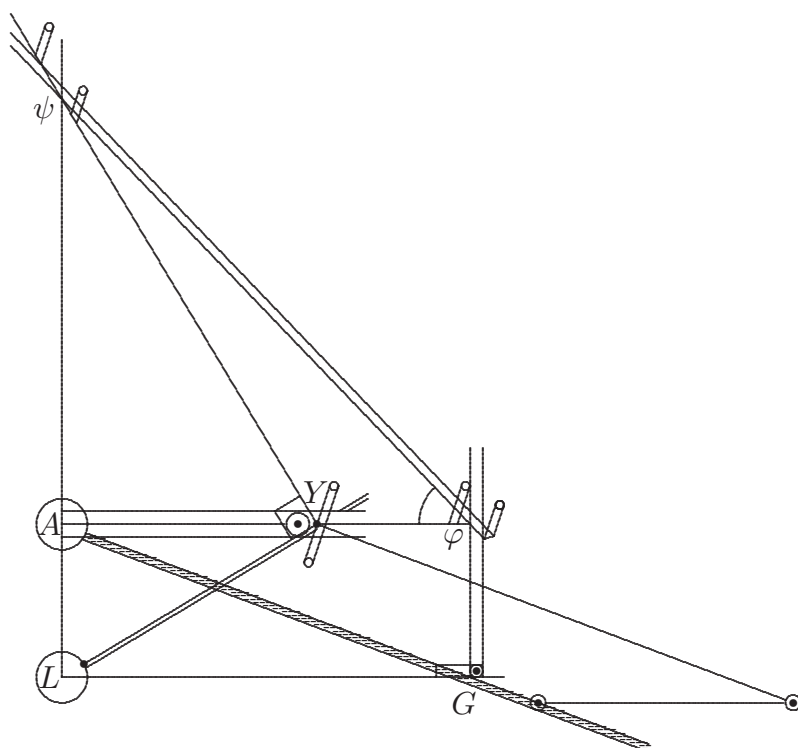
a dicta regula  $\omega Y$  continue ducetur sive propelletur, et cum ea alia regula  $YZ$  vel ei in altero plano respondens  $AN$  ipsi  $LM$ , ut supra explicui, semper parallela. Et ita quidem instrumenti hujus tradita constructio motusque intelligi potest, superest ut dicamus de ejus usu ad aequationum radices inveniendas. Quod tamen antequam faciam operae pretium erit instrumentum denuo majore cum exactitudine describere:

5

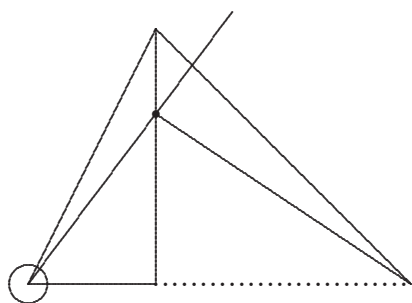


[Fig. 9]

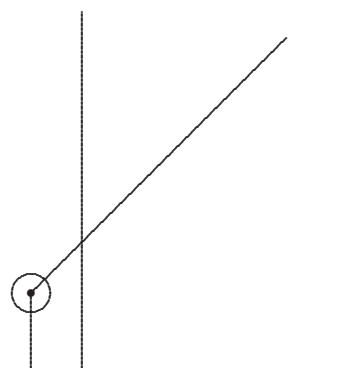
1 f. vel ... AN erg. L



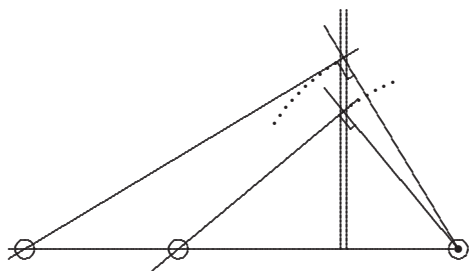
[Fig. 10]

[Figuren auf Bl. 15 v<sup>o</sup>]

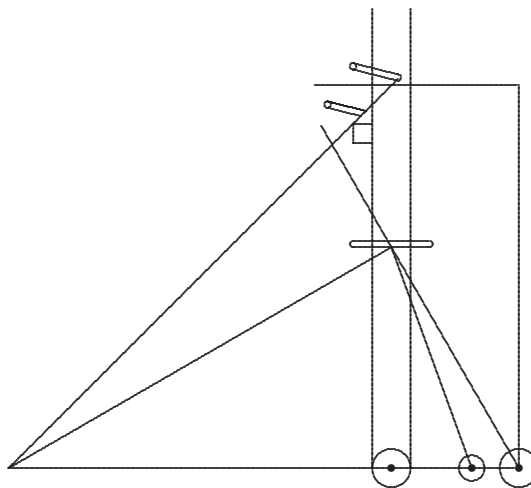
[Fig. 11]



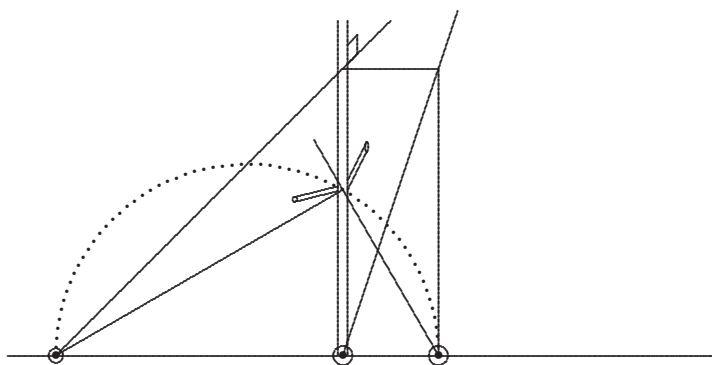
[Fig. 12]



[Fig. 13]



[Fig. 14]



[Fig. 15]



## 20. CONSTRUCTOR

Dezember 1674

**Überlieferung:** *L* Konzept: LH 35 III A 20 Bl. 1–5. Bl. 1–4 zwei Bog. 2°. Bl. 5 ein Bl. 2°, aus dem zwei dreieckige und ein rechteckiger Abschnitt entfernt wurden. 9 S. Textfolge Bl. 5 v°, Bl. 1–4. Bl. 5 r° leer.  
Cc 2, Nr. 815, 816

Inveni mense X<sup>bri</sup> 1674. Parisiis  
Godofredus Guilielmus Leibnitius

## C o n s t r u c t o r

## Instrumentum Algebraicum

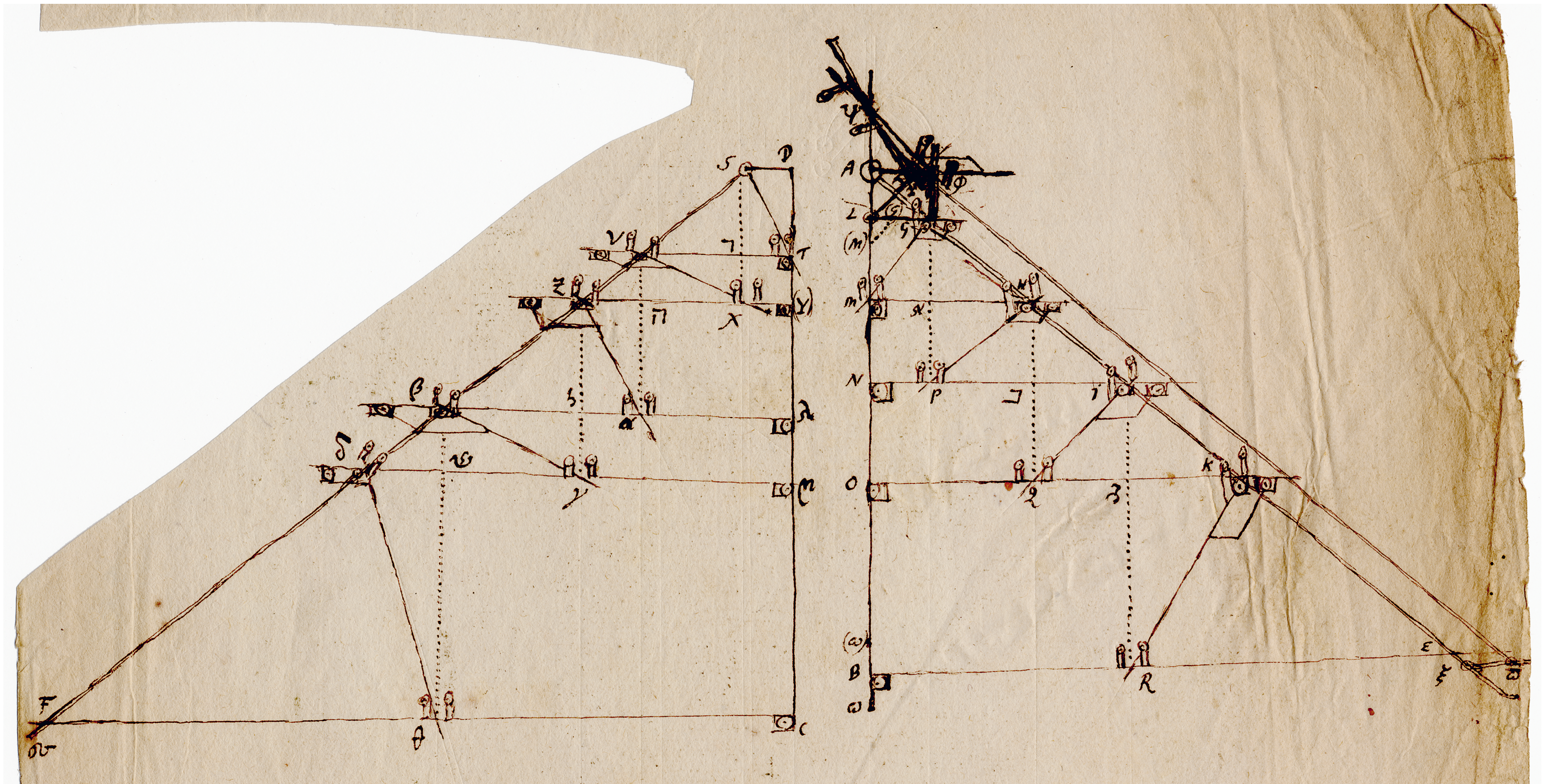
pro inveniendis omnium Aequationum Radicibus,  
geometrice pariter, et in numeris quantumlibet exactis  
sine calculo

[*Fig. 1: siehe gegenüberliegende Seite*]

8 (1) Gottfredus (2) Godofredus *L*

14 *Fig. 1:* Die Abbildung zeigt einen Ausschnitt der Handschrift LH 35 III A 20 Bl. 5 v°. Überarbeiteter Scan der GWLB (Public Domain).









## Descriptio C o n s t r u c t o r i s sive Instrumenti Algebraici

In plano hujus paginae *figurae 1* rectangulum paginae parallelum *ABCD* designatum intelligatur et super rectis *AB*, *DC*, alia perpendiculariter erecta plana, *ABE*, et *DCF*, sibi proinde parallela. Punctum *A* summum, *B* imum, *E* dextrum, *C* sinistrum.

Ex puncto *A* ducatur dextrorsum simul ac deorsum recta *AGHIKE*. secans rectas 5  
indefinite dextrorsum productas ipsi *ALMNOB* perpendiculares *LG*, *MH*, *NI*, *OK*. Sint  
indefinite deorsum productae *GP*, *HQ*, *IR* perpendiculariter secantes ipsas *NPI*, *OQK*,  
*BRE*; junctaeque transversales *GM*, *HP*, *IQ*, *KR* indefinite deorsum pariter et sinis-  
trorsum productae. Ipsae *AL*, *LM*, *MN*, *NO*, *OB* sumtae prout e re erit. Intelligantur 10  
jam rectae quidem *AB* et *LG* esse lineae rigidae impraesentiarum immobiles, sed *MH*,  
*NI*, *OK*, *BE*, sint regulae mobiles sursum ac deorsum in ipsa *AB*, et *GM*, *HP*, *IQ*, *KR*,  
dextrorsum et sinistrorsum in rectis *GL*, *HM*, *IN*, *KO*, *EB*, ita tamen ut durante motu  
tam priores quam posteriores, regulae vestigiis suis parallelae moveantur sive eosdem ad  
rectas ad quas moventur angulos servant. Quod eminentiis quibusdam oblongis rectilin-  
eis, crenae cuidam eique in qua moventur, rectae congruentibus quas *in crenaturas*, 15  
nova sed necessaria voce appellare possis praestari constat.

Qualis increnatura (fig. 2) est *L(L)* qua regula *GL* movetur super *AB* in crena *(L)B*,  
eodem semper angulo *GLA*, sive is rectus sive obliquus sit, servato. Quod si increnatura  
velut rotulis quibusdam circa sua centra mobilibus imposita intelligatur, ne crenam in  
omnibus sui[s] punctis tangat; facilius erit motus. 20

1 Descriptio ... Algebraici *erg. L* 2 paginae (1) esto recta *AB* (2) *figurae 1* rectangulum  
| paginae parallelum *erg.* | *ABCD* *L* 3 intelligatur | cuius summum *AD*, imum *BC* *erg. u. gestr.* | et  
super rectis | dextra *erg. u. gestr.* | *AB*, | sinistra *erg. u. gestr.* | *DC*, alia (1) erecta plana (2) perpendi-  
culariter *L* 4 parallela. (1) Circa punctum *A* velut centrum (*a*) in (*b*) mobilis sit in ipso plano *ABE*,  
recta *AE* secans rectam *G* (2) Punctum *A* summum, *B* imum, *E* dextrum *B* sinistrum (3) Punctum *L*  
7 indefinite | deorsum *erg.* | productae *GP*, *HQ*, *IR* | perpendiculariter *erg.* | secantes *L* 8 f. junctaeque  
| transversales *erg.* | *GM*, *HP*, *IQ*, *KR* | indefinite ... productae *erg.* | . Ipsae *L* 10 et *LG* | esse ...  
impraesentiarum *erg.* | immobiles *L* 11 ipsa *AB*, (1) servato semper angulo quem (2) et *L*  
14 f. oblongis | rectilineis *erg.* | , crenae | cuidam *erg.* | eique *L* 17 (fig. 2) *erg. L* 17 in crena *(L)B*  
*erg. L* 18 is (1) perpendicularis (2) rectus *L* 19 circa ... mobilibus *erg. L*

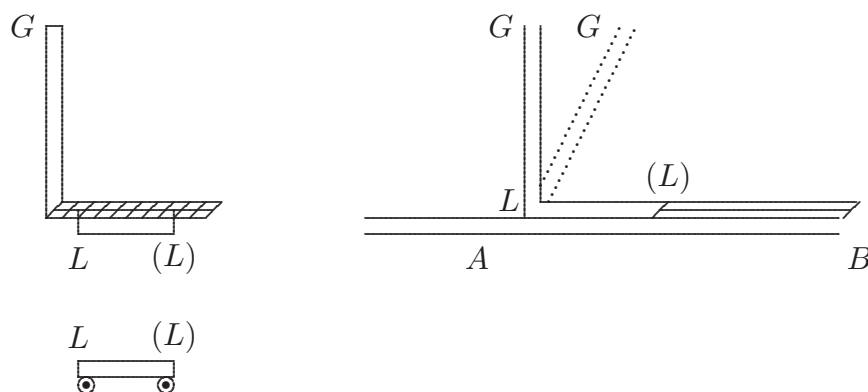


fig. 2

Ut autem aliquod motus in caetera omnia propagati principium intelligamus, co-  
 gitetur regula  $AE$ , mobilis circa  $B$ , in eodem semper plano  $ABE$ . quae elevata a situ  
 inclinato ad minus inclinatam sive horizontali propiorem, aperiet Machinam, contrario  
 5 vero motu, claudet. Quod ita intelligendum est[:] Dum  $AE$  elevabitur puncta  $G, H, I,$   
 $K$ , quibus  $LG, MH, NI, OK$ , secat, longius distabunt sive recedent, ab  $L, M, N, O$ .  
 Intelligantur jam regulae transversales  $GM, HP, IQ, KR$ , intersectionis puncta sequi,  
 et rectae  $AE$  motu per parallelas  $LG, MH, NI, OK$ , eodem semper angulo dextrorsum  
 duci, aut etiam dum  $AE$  rursus deprimetur sinistrorsum reduci: Eodem modo, motu  
 10 transversalium  $GM, HP, IQ, KR$ , per parallelas sustinentes  $G, H, I, K$ , mutabuntur  
 $M, P, Q, R$  puncta intersectionum cum aliis parallelis uno gradu semper inferioribus,  
 $MH, NPI, OQK, BRE$ . Pone jam effici, ut idem sit semper punctum intersectionis  $M,$   
 $P, Q, R$  in parallela,  $MH, NPI, OQK, BRE$ , aliud vero atque aliud transversalis,  $GM,$   
 $HP, IQ, KR$  punctum ei respondeat (: quod ut mox dicam, facile effici potest :) necesse  
 15 erit ipsas  $MH$  etc. mutatione punctorum intersectionis  $M$  etc. in transversalibus  $GM$   
 etc. sursum deorsumque secundum longitudinem ipsius  $AB$  duci ac reduci quod facile  
 intelligi potest ex fig. 3.

8 per (1)  $GM$ , (2) parallelas  $L$  8 dextrorsum *erg.*  $L$  9 deprimetur | sinistrorsum *erg.* | reduci:  
 (1) Regulas autem transversales parallelis occurrentes, eas per (2) Eodem  $L$  10 transversalium (1)  
 $GM, HI, OK$ , per parallelas sustinentes (2)  $GM$   $L$  11  $M, P, Q, R$  *erg.*  $L$  12 f. intersectionis (1)  
 in recta (2)  $M, P, Q, R$   $L$  15  $MH$  etc. (1) motu (2) mutatione  $L$

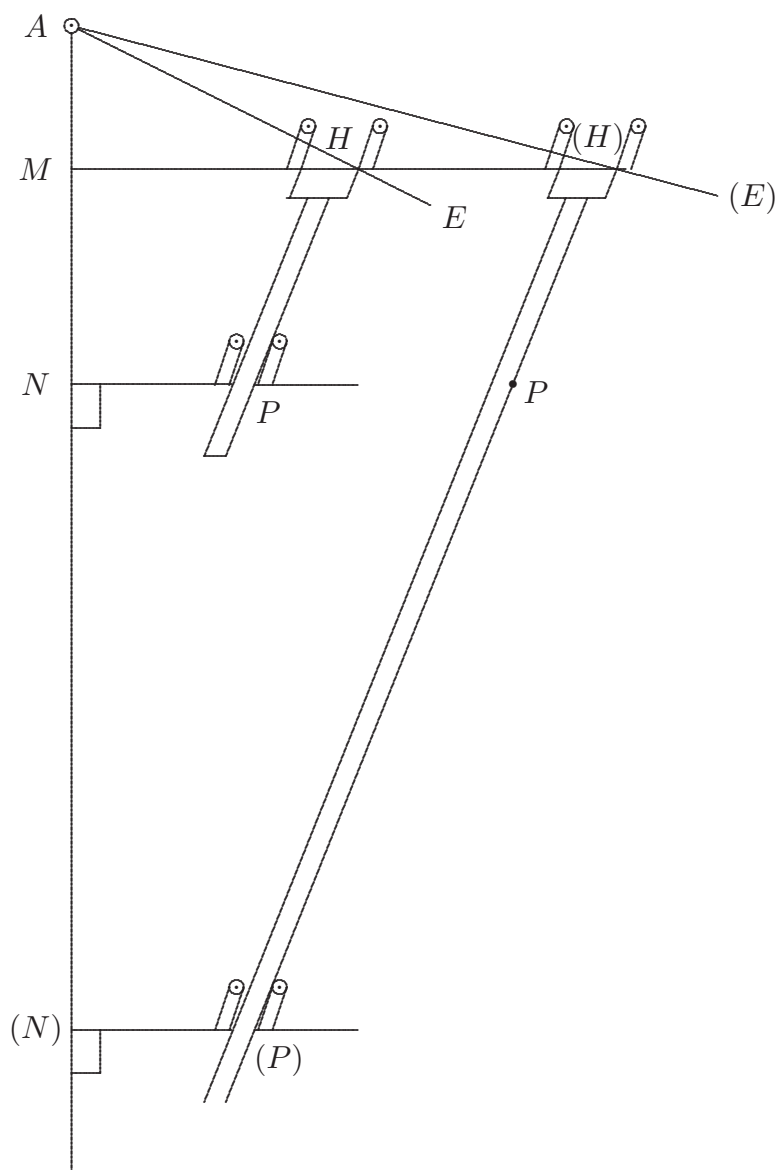


fig. 3

Pone enim in  $MH$ , ipsam  $HP$ ; vestigiis suis parallelam incedere dextrorsum ope  
 i n c r e n a t u r a e  $H$ . et  $NP$  ipsi  $MH$  parallelam esse. Manente puncto fixo  $P$ . in recta

---

1 Neben fig. 3: NB.

2 dextrorsum erg.  $L$

$NP$  necesse est ipsam  $NP$  descendere ad  $(N)(P)$ . Nam si mansisset ubi erat, a recta  $HP$  in  $(H)(P)$  promota in puncto  $P$  non amplius secaretur. Ut autem recta  $HP$  rectam  $NP$  non nisi in  $P$ . secare possit, duobus obicibus ex ipsa  $NP$ , perpendiculariter ad planum  $NMH$  exeuntibus effici potest, inter quos ipsa  $HP$  inclusa libere ludit, prorsus  
 5 ut in exiguis naviculis remi inter duos obices manu agitantur, ita utcunque recta  $HP$  inter hos duos obices sursum deorsumque agatur nunquam tamen a puncto  $P$  inter eos intercepto dimovebitur. Eodem modo efficitur ut recta  $AE$  translata in  $A(E)$  punctum  $H$  et cum eo recta  $HP$  transferatur in  $(H)$  vel  $(H)P$ . Neque vero aliud quicquam hoc loco postulavimus. Ut autem motus eo facilior pariter et exactior sit; regulae ipsae inter obices  
 10 interceptae aciebus suis obicem alterutrum motui scilicet obstantem perpetuo prement; obex autem quilibet annulo sive tubulo sive si placet cylindro circa axem in quo fixus est obex, mobili, indutus erit ut fricanti regulae facilius cedat. Alterutrum autem, aciem vel cylindrum ex chalybe durato esse fabricatum rationis est, altero ex aere fuso; quo minus motuum reciprocationibus alterantur. Apparet quoque, ut ad fig. 1. redeamus, ab obice  
 15 utrobique regulam motricem includente effici, ut quemadmodum elevatione ipsius  $AE$  aperitur machina, ita ejus depressione rursus claudatur.

Quod si quis veretur, ne vacillationibus regulae motricis intra obices punctum intersectionis velut  $H$ , aut  $P$ , instabile reddatur; is consideret quantacunque sit latitudo vel libertas regulae intra obices ludentis; punctum tamen intersectionis unum tantum  
 20 censi, verbi gratia quo acies regulae cylindrum obici circumdatum aut ut mox dicam annulum quendam obicibus interjectum tangit; quod semper durante motu, eodem in loco, aut aequipollente evenit. Fateor punctum contactus habere latitudinem quandam, et repetitis contactibus; una scilicet regula aliam ducente, latius errorem propagari; sed fieri tamen arte potest, ut posterior error priorem non augeat, sed quodammodo compen-  
 25 set; certa semper lege, quamdiu acies aut cylindros tritu non diminutos ponimus: cum etiam ipsa diminutio temporis tractu facta quae tamen ita subito non sentietur. Supra remedium non sit. At inquires punctum contactus non esse idem in reducendo quod in ducendo, quia oppositus tunc obex premitur: sed hoc nihil turbat; quia in qua operatione ductuum ratio habetur, in ea reductuum non habetur. Effici tamen etiam potest,

10 suis (1) chalybe durato (2) ferratis (3) ex aere in obices perpetuo prement (4) obicem  $L$   
 13 durato (1) factum, alterum (2) esse  $L$  19 intersectionis (1) illud demum (2) unum  $L$  20 f. aut  
 ... interjectum erg.  $L$  22 aequipollente (1) contingit; et punctum contactus physic (2) evenit  $L$   
 25 cylindros (1) nondum tritu consumi (2) tritu  $L$  29–117,1 habetur. (1) Fateor denique (2) Ut  
 increnaturae in crenis non vacillent (3) Effici | tamen erg. | etiam potest, | idque malim, erg. | ut  $L$

idque malim, ut regula obicibus intercepta sit instar prismatis Triangularis trium acierum, quarum duobus obices oppositos; una annulum quendam in  $P$  nonnihil incisum et circa centrum suum in rectave axem  $NI$  mobilem tangat, ita punctum  $P$ , semper erit idem tam in ducendo quam in reducendo praesertim cum ipsa  $HP$ , durante operatione eundem semper faciat angulum ad ipsam  $NI$ , adeoque ad incisuram in qua est annulus  $P$ , quod si pro alia operatione mutetur angulus  $HPN$ . Nihil prohibet cochlea exigua etiam annuli  $P$  inclinationem mutari, ut scilicet ad axem annuli, angulus rectae  $HP$  semper sit rectus. Idem in obicibus quoque locum habet ut in eosdem semper circellos cylindris eorum incisos acies intrent. Facile autem cavebitur ut mutatio inclinationis clausa tantum machina fieri possit, durante motu non possit. Clausa autem machina sponte sua nulla peculiari manuum opera mutatam ipsius  $HP$  inclinationem consequetur laxato tunc retinaculo quodam, quod alias durante prius motu obstabat inclinationis mutationi.

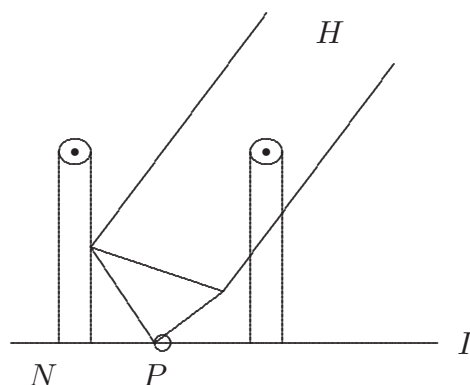


fig. 4

3 in ...  $NI$  *erg.*  $L$  8 rectus. (1) Innumera alia ab industrio artifice pro re nata ( $a$ ) excogitari possent ( $b$ ) excogitabuntur, ut appareat qvo usqve humana diligentia in elaborando tantae utilitatis instrumento | ( $aa$ ) proficere posset ( $bb$ ) profici liceat *erg.* |, qvo totius pene ( $aaa$ ) Geometriam ( $bbb$ ) Algebrae et Geometriae rectilineae eius certe ( $aaaa$ ) cuius ( $bbbb$ ) qvam Vieta et Cartesius ad analysin reducere; problemata solvuntur. et omnium curvarum a Cartesio in classes reductarum fructus | hactenus contemplationem non egressus *erg.* | continetur. Exempli praeterea causa, ut impediatur regularum (2) Idem  $L$



Praeterea ut increnaturarum aut acierum, quibus in crenis aut incisuris moventur regulae, impediatur vacillatio; faciendum est, ut eadem acies diversis incisuris sic satis invicem remotis, at perfecte parallelis et similibus, recipiatur. Nec refert quod ad exactitudinem summam omnia necesse est constructa esse, unde difficilis erit motus, nam  
 5 cum celeritas non postuletur; magna profecto impedimenta necesse est quae vectis longitudine et si velis agentis vectem cochleae tarditate non vincantur. Cumque necesse sit aliquando puncta quaedam diversarum regularum, dum praeparetur machina ad novam operationem, in eadem esse recta imaginaria, hoc exacte praestari poterit quodam dioptrae genere si perforata in punctis quaesitis utraque regula, lux per omnia puncta radiet;  
 10 aut videri possit. In elaborandis autem machinae partibus perspicilia adhibere artificem rationis erit; cum sit instrumentum hoc summae exactitudinis specimen futurum.

Innumera alia ab industrio artifice pro re nata excogitabuntur ut appareat quousque humana diligentia in elaborando tantae utilitatis instrumento proficere liceat. Quo omnes algebrae aequationes resolvuntur, et Geometriae rectilineae, ejus certe quam Vieta et  
 15 Cartesius ad analysin reduxere, problemata solvuntur; et curvarum omnium a Cartesio in classes distributarum fructus hactenus contemplationem non egressus continetur. Sed haec postea exponam. Nunc absolvenda Machinae constructio est motusque, neque enim constructio sine motu commode explicari potest. Nimirum *redeundo ad fig. 1* elevato primo mobili *AE* motu circa centrum *A* regula transversalis *GM*, procedit in  
 20 ipsa *LG* directione seu dextrorsum, quod fieri non potest, quin parallela (horizonti) *MH* moveatur in recta *ANB* directioni *NB* seu deorsum. Interea temporis transversalis *HP*, ob eandem ipsius *AE* elevationem movetur in *MH* sinistrorsum; quare parallela *NPI* cui *HP* occurrit in *P*, et ibi inter duos obices modo explicato intercipitur descendet. Eodem modo eodem tempore; transversales, *IQ*, *KR*, et si quae aliae sequuntur move-  
 25 buntur sinistrorsum, parallelae *OQK*, *BRE* etc. deorsum, quod ludi genus continuabitur, quousque postulabit necessitas, et salva exactitudine sufficient vires.

2 vacillatio; (1) effici potest, ut eadem acies diversis locis simul (2) faciendum *L* 5 quae (1) vecte adhibito (2) vectis *L* 8 poterit (1) adhibitis dioptris (2) quodam *L* 10 partibus (1) microscopium aut (a) certe (b) certe (2) perspicilia adhibere (a) intererit (b) artificem *L* 12 nata (1) excogitari possunt (2) excogitabuntur *L* 18 f. Nimirum | *redeundo ad fig. 1. erg.* | elevato (1) *AE*, circa centrum (a) *E* (b) *A*, movetur *GM*, directione sinistrorsum. Ergo *MH* deorsum; eodem tempore ob elevatam *AE*, movetur *HP* sinistrorsum; *GM* (2) reg (3) primo *L* 20 ipsa (1) *GM*, directione | *LG nicht gestr.* | seu | sinistrorsum *nicht gestr.* | (2) *LG* directione *L* 20 parallela (horizonti) *erg. L*  
 26 quousque (1) sufficient vires, et (2) postulabit *L*

Hactenus hujus plani nempe  $ABE$  explicatae partes, explicandae nunc et alterius  $DCF$ , ipsi paralleli et similiter positi, partes an plerisque similes. Praeter ea scilicet quae admonebo. Nimirum  $DS$  regula immobilis sit ipsi  $CF$ , vel  $BE$  parallela, et puncta  $A$ .  $D$ .  $S$ . sint in eadem recta. Efficiatur autem arte quadam, ut dum punctum  $G$  procedit sinistrorsum vel recedit dextrorsum, ob motum elevationis et depressionis ipsius  $AE$  5 circa centrum  $A$ ; punctum  $S$ , mobile procedat in recta  $DS$  in eundem sensum, directione scilicet  $DS$ , dextrorsum, (: etsi in pagina sive figura id sit sinistrorsum, quoniam utraque plana  $ABE$ ,  $DCF$ , non in eodem plano jacentia, ut illic repraesentantur, sed parallele erecta censenda sunt :) vel recedat, directione  $SD$ , sinistrorsum; ea tantum lege, ut  $DS$ . sit semper media proportionem inter  $AL$ , et  $LG$ . et regula quaedam  $SF$ , cum puncto  $S$  10 procedens, et tamen circa centrum  $S$ . mobilis, sit semper ipsi  $AE$  parallela. Quae duo quaratione obtineri possint, postea explicabo. Nunc eo supposito intelligatur transversalis  $ST$ , cum puncto  $S$  procedens propellere sursum deorsumque in recta  $DC$ . parallelam (horizonti)  $TV$ ; et motu ipsius  $SF$  in ipsa  $TV$ , aliam duci transversalem  $VX$  a qua rursus parallela  $(Y)Z$  in ipsa  $DC$ . sursum deorsumque ducatur. Idem intellige de transversalibus 15  $Z\alpha$ ,  $\beta\gamma$ ,  $\delta\theta$ , quae in parallelis  $(Y)Z$ ,  $\lambda\beta$ ,  $\mu\delta$ , ab ipsius  $SC$  motu huc illuc ducuntur, eodem angulo servato; et parallelas, (unaquaeque ei in qua ducitur inferiorem,)  $\lambda\alpha\beta$ ,  $\mu\gamma\delta$ ,  $C\theta F$  in recta  $DC$ . sursum deorsumque agunt. Puncta autem  $T$ .  $X$ .  $\alpha$ .  $\gamma$ .  $\theta$ . sunt in perpendicularium  $DTC$ ,  $SX$ ,  $V\alpha$ ,  $Z\gamma$ ,  $\beta\theta$  (quae omnes excepta prima imaginariae sunt,[]) et parallelarum, quae omnes reales rigidaeque sunt  $VT$ ,  $ZX(Y)$ ,  $\beta\alpha\lambda$ ,  $\delta\gamma\mu$ ,  $F\theta C$ , 20 intersectionibus.

Superest ut explicetur transitus de plano in planum, seu modus quo efficitur, ut  $DS$  sit media proportionalis inter  $AL$  et  $LG$ . et ut  $SF$  perpetuo maneat parallela ipsi  $AE$ . Porro recta  $AL$  durante motu manet situ et magnitudine eadem, at  $LG$  perpetuo

2 ipsi ... partes erg.  $L$  2 similes. (1) Nempe supponendum tantum arte quadam (:postea explicanda:) effici, (a) ut dum  $LG$  decresci (b) ipsa  $LG$  crescit decrescitve immobili, (aa) ob plani praecedentis ipsius  $AE$  (bb) ob ap (cc) ob motum elevationis et depressionis ipsius  $AE$ , crescente aut decresciente etiam  $DS$  crescere ea tamen lege, ut (2) praeter  $L$  3 regula immobilis erg.  $L$  4 quadam | (:postea explicanda:) gestr. | ut  $L$  6 in recta  $DS$  erg.  $L$  7 scilicet  $DS$  (1) sinistrorsum (2) dextrorsum  $L$  7 sit (1) sinistrorsum (2) dextrorsum (3) sinistrorsum  $L$  9 directione  $SD$ , (1) dextrorsum (2) sinistrorsum  $L$  10 et  $LG$ . (1) id qua ratione fieri possit, postea explicabo, nunc eo supposito (2) et  $L$  13 sursum deorsumque erg.  $L$  14 (horizonti) erg.  $L$  16f. ducuntur, (1) serv (2) suis semper vestigiis parallelae (3) eodem  $L$  18 recta  $DC$ . (1) propellunt (2) sursum  $L$  19 perpendicularium | imaginarium erg. u. gestr. |  $DTC$   $L$  20 omnes (1) rigidae seu solidae sunt, (2) reales  $L$  24 situ et magnitudine erg.  $L$

- mutatur magnitudine, manet situ; idemque erit de recta  $DS$ , caeterae situm pariter et magnitudinem mutant. Jam parallelismum ipsarum  $AE$ ,  $SF$  perpetuum, ita obtinebimus; ponatur  $Y$  in recta  $AY$  ipsi  $BE$  parallela punctum  $Y$  ita procedere, ut recta  $AY$  semper aequetur ipsi  $DS$ , seu ut sit media proportionem inter  $AL$  et  $LG$ . quod modo postea explicando, obtinebimus. Eo autem supposito intelligatur alicubi in recta  $AE$ , punctum quoddam fixum  $\xi$ , unde dextrorsum prodeat recta indefinita, parallela ipsi  $BE$ , inque ea sumatur  $\xi\pi$  aequalis ipsi  $AY$  jungantur puncta  $Y$  et  $\pi$  regula solida  $Y\pi$ . Patet manente  $AY$ , utcunque elevetur aut inclinetur  $AE$ , latera opposita rhomboeidis  $A\xi\pi Y$ . manere parallela; quemadmodum instrumenti quo vulgo ad parallelas ducendas utuntur, quod ab officio rectissime parallelogrammum appelles. Hic vero illud praeterea addendum est, ut latus  $Y\pi$  in rectis indefinitis  $AY$ ,  $\xi\pi$  huc illuc incedere possit. Ex punctis  $Y$ , et  $\pi$ , exhibunt duae lineae rigidae,  $YS$ ,  $\pi\omega$  duo plana  $ABE$ ,  $DCF$  perpendiculariter jungentes, et regulam  $Y\pi$  regulae  $S\omega$  connectentes, unde  $S\omega$  vel  $SF$ , ipsi  $Y\pi$ , vel  $AE$  perpetuo parallela incedet, quod faciendum erat.
- Ut autem recta  $AY$  semper media sit proportionalis inter rectam constantem  $AL$ , et continue variatam  $LG$  paulo difficilius est: quod tamen ni fallor ita consequemur; inspiciatur fig. 1 aut, quae hanc ejus partem clarius explicat, figura 5.

3 ponatur (1)  $AY \perp$  (2) ipsa  $AY$  aequalis perpetuo ipsi  $DS$  | . Nempe *erg.* | puncto  $Y$  perpetuo incedente ex adverso (3)  $Y$  in  $L$  3 ut | recta  $AY$  *erg.* | semper  $L$  5 recta (1)  $AY$  punctum quoddam (2)  $AE$   $L$  6 unde (1) recta prodeat indefinita, aequalis (a) inque ea ponatur parallela ipsi  $AY$ , (b) in qua sumatur horizonti (2) dextrorsum  $L$  8 opposita *erg.*  $L$  11 possit (1) quoniam rectam  $AY$  continue magnitudinem mutare manifestum est, quoniam et  $LG$ . eam (2) | ob mutationem ipsius  $LG$ . cum sit *nicht gestr.* |  $AY$  media propo (3) Ex  $L$  12 duae (1) perpendiculares (2) lineae rigidae, (a) ad planum  $Y\omega$  (b)  $YS$   $L$  14 parallela (1) | erit *nicht gestr.* | (2) incedet  $L$  17 inspiciatur ... explicat, | figura m ändert Hrsg. | 5 *erg.*  $L$



Triangulum rectangulum  $\psi YL$  omnes formas induere possit, necesse erit  $LY$  mobilem esse circa  $L$ . Erit ergo  $AY$  semper media proportionalis inter  $AL$  et  $A\psi$  seu inter  $AL$  et  $LG$  utcunque varietur punctum  $G$ . Quod faciendum erat. Unde jam antedicta consequuntur.

Explicata est constructio Instrumenti Algebraici, ut appareret, ex quibus partibus  
 5 compositum sit, et qua ratione partium motus alter alterum regat. Nunc superest, ut modum quoque tradamus utendi Instrumento ad Aequationum radices Geometrice, in lineis, et quod hinc sequitur Mechanice in numeris quantumlibet vero propinquis, inveniendas. Constat ex iis quae Vieta inprimis et Cartesius, tradidere, omne Problema (ordinarium, rectilineum) determinatum, reduci posse ad aequationem in qua una tantum incognita  
 10 supersit; secundum quam ordinata aequatio eo usque assurgere censebitur quo usque maxima incognitae dimensio excrevit. Praeterea tradita est a Cartesio methodus efficiendi, ut omnia aequationis loca sint repleta, et ut omnes aequationis radices sint verae, ut ille loquitur, id est affirmativae: quo facto, magno commodo nostro, feliciter evenit, ut signa  $+$  et  $-$  in aequatione sese alternis sequantur, quod quam sit instituto nostro necessarium  
 15 mox apparebit. Sumamus in exemplum aequationem ex decem terminis compositam, sive noni gradus, (: raro enim altius assurgetur :) quae ad radices affirmativas praeparata, atque ordinata, ita stabit:

$$y^9 - by^8 + acy^7 - a^2dy^6 + a^3ey^5 - a^4fy^4 + a^5gy^3 - a^6hy^2 + a^7ly - a^8m \sqcap 0$$

et transponendo, ut signa negativa amoveantur:

$$\odot \quad a^8m + a^6hy^2 + a^4fy^4 + a^2dy^6 + by^8 \sqcap a^7ly + a^5gy^3 + a^3ey^5 + acy^7 + y^9$$

Ubi patet duas haberi summas sive formulas aequales inter se, alteram omnium terminorum exponentium parium, 0. 2. 4. 6. 8. alteram imparium, 1. 3. 5. 7. 9. Nec vero necesse est terminum summum, hoc loco  $y^9$  purum esse, nullaue quantitate cognita affectum: cum contra in nostro sit arbitrio purum reddere quemlibet, posito enim  $a$  esse  
 25 unitatem, et omnia dividi per  $m$ , fiet aequatio:

$$\mathfrak{D} \quad 1 + \frac{h}{m}y^2 + \frac{f}{m}y^4 + \frac{d}{m}y^6 + \frac{b}{m}y^8 \sqcap \frac{l}{m}y + \frac{g}{m}y^3 + \frac{e}{m}y^5 + \frac{c}{m}y^7 + \frac{1}{m}y^9$$

1  $\psi YI$   $L$  ändert Hrsg. 5 regat. (1) nunc, cuius causa totum hoc negotium susceptum est, usum eius in Algebra, et quod hinc sequitur in Geometria imo et in Mechanicis, dicemus. su (2) nunc superest, (a) ut modum utendi (aa) in resolvendis (bb) ad resolvendas Aequationes adhibendi (b) ut  $L$  6 ad (1) resolvendas (2) inveniendas (3) Aequationum  $L$  7 Mechanice erg.  $L$  11 f. efficiendi, (1) ut (2) | ut ... et ut erg. | omnes  $L$  14 f. quod ... apparebit erg.  $L$

---

8 tradidere: Vgl. Fr. VIÈTE, *Opera mathematica*, 1646 (VO) und R. DESCARTES, *Geometria*, 1659 (DGS I S. 1–118). 11 tradita: a. a. O., S. 70–75.

Illud quoque constat pro Unitate assumi posse quamlibet quantitatem datam, prout commoditas operationis exigere videbitur.

His ita positis, ajo Aequationem  $\mathfrak{D}$  in machina ita perfecte repraesentari, ut satis appareat ipsam rerum naturam, ad hoc construendi genus invitare, subsidiis dudum velut consulto praeparatis, ut facilius exitum reperiret. Nam durante motu, quomodocunque linearum magnitudo varietur, attamen  $AL$  appellata 1, et  $DS$  appellata  $y$ , sive  $LG$ ,  $y^2$  semper verum erit ab uno latere esse

$$\left\{ \begin{array}{l} AL \sqcap 1 \quad LM \sqcap \frac{h}{m}y^2 \quad MN \sqcap \frac{f}{m}y^4 \quad NO \sqcap \frac{d}{m}y^6 \quad OB \sqcap \frac{b}{m}y^8 \\ \text{ab altero latere vero} \\ DT \sqcap \frac{l}{m}y \quad T(Y) \sqcap \frac{g}{m}y^3 \quad (Y)\lambda \sqcap \frac{e}{m}y^5 \quad \lambda\mu \sqcap \frac{c}{m}y^7 \quad \mu C \sqcap \frac{1}{m}y^9 \end{array} \right. \quad 10$$

Quod si ergo durante motu aliquando evenit, ut  $DT + T(Y) + (Y)\lambda + \lambda\mu + \mu C$ , id est  $DC$ , fiat aequalis ipsi  $AL + LM + MN + NO + OB$ , id est  $AB$ , sive ut punctum  $C$  plani unius e regione respondeat puncto  $B$  plani alterius, id est ut recta imaginaria  $BC$  sit utrique plano perpendicularis, quod in media operatione, etiam machina non detecta, ope styli cujusdam impingentis, facile sentiri potest; tunc manifestum est, etiam  $1 + \frac{h}{m}y^2 + \frac{f}{m}y^4 + \frac{d}{m}y^6 + \frac{b}{m}y^8$  aequari ipsi  $\frac{l}{m}y + \frac{g}{m}y^3 + \frac{e}{m}y^5 + \frac{c}{m}y^7 + \frac{1}{m}y^9$  ac proinde si machina in eo statu sistatur, quae tunc fuerit  $DS$  sive  $y$ , eam fore quaesitam, cum aequationi propositae satisfaciat.

Quod si Aequatio  $\odot$  commodior videatur ad usum, quam aequatio  $\mathfrak{D}$ , ne scilicet omnia per  $m$  dividere necesse sit; aut etiam si alium quemlibet terminum potius quam ultimum purum reddere velimus, id factu facillimum erit, si modo tunc postuletur, ut punctum  $C$  respondeat ex adverso non ipsi puncto  $B$ , sed puncto  $\omega$ , sumta recta  $B\omega$  tali, ut sit differentia inter terminum cognitum sive ultimum, et unitatem; sumta inquam recta  $B\omega$  a  $B$  versus  $A$ , cum unitas est major termino ultimo, aut in contrarias partes, producta  $AB$  ultra  $B$ , cum est minor. Quod, si ad aequationem  $\odot$ . applicetur, posito

1 quantitatem datam *erg.*  $L$  4 appareat (1), vix aliq (2) ipsam  $L$  4 subsidiis (1) in eam rem (2) dudum  $L$  5 reperiret. (1) Nam si (a) modo ipsi  $AB$  (fig. 1) adjicias rectam ( $aa$ ) a —  $m$  ( $bb$ )  $B\omega$ , cuius valor sit a —  $m$  (b) modo in recta  $AB$  (fig. 1) producta si opus est, sumas rectam  $B\omega$ , cuius valor sit a —  $m$ , directione (2) nam  $AL$  valebit (3) Nam  $L$  6  $AL \dots y^2$  *erg.*  $L$  7 erit (1) Nam ab uno latere  $AL$  valebit 1.  $LM \sqcap$  (2) ab  $L$  13 f. id ... perpendicularis *erg.*  $L$

$a$  esse unitatem, sive 1, erit terminus ultimus sive cognitus,  $m$ . cumque necesse sit  $AL$   
 $+$  vel  $- B\omega$  aequari termino cognito  $m$ , ut scilicet caeteris rectis,  $LM$ ,  $MN$  etc. reli-  
quos terminos repraesentantibus, tota aequationis  $\odot$  portio sinisterior, sive exponentium  
parium, a recta  $A\omega$  repraesentetur; ideo  $+$  vel  $-$  exprimendo per signum ambiguum  $\mp$   
5 habebimus,  $1 \mp B\omega \sqcap m$  sive  $\mp B\omega \sqcap m - 1$ , vel  $B\omega \sqcap \mp m \mp 1$  id est  $B\omega$  erit differentia  
inter  $m$  et 1. et quando  $m$  major quam 1. tunc pro  $B\omega \sqcap \mp m \mp 1$ . scribemus  $B\omega \sqcap m - 1$ .  
Eritque  $m \sqcap 1 + B\omega$  adeoque  $B\omega$  non subtrahetur ipsi  $AB$ , sed addetur, sive sumetur in  
recta  $AB$  producta ultra  $B$ . Contra quando 1 major quam  $m$ , tunc pro  $B\omega \sqcap \mp m \mp 1$ ,  
scribetur  $B\omega \sqcap 1 - m$ , adeoque erit  $m \sqcap 1 - B\omega$ . Quod significat  $B\omega$ , a recta  $AB$  subtra-  
10 hendam, sive in contrarias partes sumendam esse regrediendo a  $B$  versus  $A$ . Itaque regula  
mobilis parallela  $BE$ , ascendendo descendendove secum aget affixam sibi, et in ipsa  $AB$   
mobilem regulam  $B\omega$  et ex ejus puncto  $\omega$  exiens perpendiculariter stylus impinget in  
punctum  $C$  regulae mobilis  $FC$ , tunc cum rectae  $A\omega$ , et  $DC$ , fiant aequales, seu cum  $DS$   
est quaesita. Cumque manifestum sit quamlibet cognitam sumi posse pro unitate sive  
15  $AL$ , et terminum quoque cognitum sive ultimum aequationis cujusdam valorem quemli-  
bet pro arbitrio nostro accipere posse; sub literis quoque  $a, b, c, d, e, f, g, h, l, m$ , intelligi  
posse quantitates cognitae quaslibet; et in aequatione qualibet effici posse, ut quantitas  
cognita alicujus termini sit data, ideo imposterum formula  $\odot$  uti suffecerit cum caeteras  
omnes comprehendat.

20 Explicandum ergo nunc est, qua ratione Instrumentum aequationi cuilibet propositae  
accommodetur, sive quomodo effici possit, ut sit:

$$\begin{array}{l}
\begin{array}{l}
\text{25} \quad \wp \left\{ \begin{array}{l}
AL \sqcap 1 \quad LM \sqcap hy^2 \quad MN \sqcap fy^4 \quad NO \sqcap dy^6 \quad OB \sqcap by^8 \\
B\omega \sqcap \mp m \mp 1, \quad \text{adeoque } A\omega \sqcap m + hy^2 + fy^4 + dy^6 + by^8 \\
\text{et vicissim ut sit ex altero latere} \\
DT \sqcap ly \quad T(Y) \sqcap gy^3 \quad (Y)\lambda \sqcap ey^5 \quad \lambda\mu \sqcap cy^7 \quad \mu C \sqcap y^9 \\
\text{adeoque } DC \sqcap ly + gy^3 + ey^5 + cy^7 + y^9
\end{array} \right.
\end{array}$$

1 cognitus,  $m$  (1), et  $B\omega \sqcap \mp$  (2)  $B\omega$ , esse  $1 - m$ ; | *dazu gestr. Nebenbetrachtung am oberen Rand:*  
 $1 + B\omega \sqcap m$ . Ergo  $B\omega \sqcap m - 1$        $m - 1 + 1 \sqcap m$        $1 - m$ . | (a) ideo cum ne (b) ideo (3) cumque necesse  
 $1 - B\omega \sqcap m$ . Ergo  $B\omega \sqcap 1 - m$   
sit (a)  $AL + B\omega$  aequari termino (b)  $AL$   $L$       4 repraesentetur; (1) appellemus  $+$  vel  $- B\omega$  (2) ideo  $+$   
vel  $-$  (a)  $B\omega$  appellando (aa)  $\mp$  (bb)  $\mp B\omega$ , ut scilicet signum (b) appellando  $\mp$ , ut (c) exprimendo  $L$   
12 mobilem (1) rectam (2) regulam  $L$       13 regulae mobilis  $FC$  erg.  $L$



Ut scilicet in casu aequalitatis rectarum  $A\omega$ ,  $DC$  incognita  $y$  haberi possit. Hoc autem ita praestabitur, in fig. 1. regula  $LG$  moveatur, sursum deorsumve in recta  $AB$ , donec fiat  $AL$  aequalis ipsi  $a$ . seu unitati assumtae. Quo facto et radius  $AGE$ , tamdiu moveatur circa centrum  $A$ , donec rectam  $LG$  ita secet in puncto  $G$ , ut fiat  $LG$  aequalis ipsi  $AL$ , sive unitati. Jam regula transversalis  $GM$ , circa punctum  $G$ , in  $CM$  regulae in-  
 crenatura qua per ipsam  $LG$  incedit fixum eousque moveatur, donec ipsi  $LMB$  occurrat in puncto  $M$  tali, ut ipsa  $LM$  valeat  $h$ . Quo obtento in eo situ sive inclinationis angulo  $LGM$ , ita firmabitur regula transversalis  $GM$ , ut durante motu sive operatione exempli praesentis inde dimoveri non possit. Idemque de caeteris transversalibus intelligendum est, earum inclinationem manuum opera mutari pro lubitu posse, quando Machina ope-  
 rationi praeparatur; durante operatione mutari non posse, quod effectu facillimum esse, nemo dubitat. Itaque angulus  $LGM$ , vel distantia regularum  $LG$ ,  $MH$  sumatur talis, ut sit  $LM \sqcap h$ . Eodem modo angulus  $MHP$  vel  $NIQ$ , vel  $OKR$  talis ut distantia  $MN$  sit  $f$ ,  $NO$  sit  $d$ ,  $OB$  sit  $b$ . Quid simplicius? In altero plano similiter anguli  $DST$ ,  $TVX$ ,  $(Y)Z\alpha$ ,  $\lambda\beta\gamma$ ,  $\mu\delta\theta$ , tales sumantur, ut sint distantiae,  $DT \sqcap l$ ,  $T(Y) \sqcap g$ ,  $(Y)\lambda \sqcap e$ ,  $\lambda\mu \sqcap c$   
 et  $\mu C \sqcap AL \sqcap 1$ . Quo facto Instrumentum erit praeparatum, et ajo perpetuo eventurum, durante machinae motu, utcunque elevetur aut deprimatur radius  $AE$ , circa centrum  $A$ , ut manente  $AL \sqcap 1$  et  $DS$  continue variante appellata  $y$ , locum habeant aequationes sive valores rectarum  $LM$ ,  $MN$ , etc. item  $DT$ ,  $TY$ , etc. recensiti sub signo  $\S$ .

Quod ita demonstro, etsi Geometrae intelligenti, rem sine demonstratione ex dictis manifestam putem. Ex punctis  $G$ ,  $H$ ,  $I$ , item  $s$ .  $v$ .  $z$ .  $\beta$  in rectas  $M\aleph H$ ,  $N\beth I$ ,  $O\grave{\text{O}}K$ ,  $BRE$  item  $T\grave{\text{V}}$ ,  $(Y)X\grave{\text{H}}Z$ ,  $\lambda\alpha\grave{\text{L}}\beta$ ,  $\mu\gamma\grave{\text{W}}\delta$ ,  $C\theta F$  demittantur perpendiculares imaginariae  $G\aleph P$ ,  $H\beth Q$ ,  $I\grave{\text{O}}R$ ,  $S\grave{\text{X}}$ ,  $V\grave{\text{H}}\alpha Z\grave{\text{L}}\gamma$ ,  $\beta\grave{\text{W}}\theta$ . Jam vero cum sit  $AL \sqcap 1$ ,  $DS \sqcap y$ , erit  $LG \sqcap y^2$ , quia  $LG$  inter  $AL$  et  $DS$  proportionem media est, ex constructione. Hinc sequitur  $LM$  esse

2 regula  $LG$  (1) ita moveatur, ut fiat  $AL$  aequalis ipsi  $a$ , sive unitati (2) moveatur  $L$  12 dubitat. (1) Jam puncta in quibus rectae | imaginariae *erg.* | ipsi  $BE$  perpendiculares sive verticales,  $G\aleph P$ ,  $H\beth Q$ ,  $I\grave{\text{O}}R$ , a realibus, horizontalibus, sive regulis  $M\aleph H$ ,  $N\beth I$ ,  $O\grave{\text{O}}K$  | secantur *erg.* | appellemus  $\aleph$ ,  $\beth$ ,  $\grave{\text{O}}$ . erit ipsa  $G\aleph$  (id est  $LM$ )  $\sqcap h$ , et quoniam | ut *erg.* |  $AL$  ad  $LG$ . ita  $G\aleph$  ad  $\aleph H$ , et ex hypothesi  $AL \sqcap LG$ , erit et  $\aleph H \sqcap h$ . sumta ergo  $LM \sqcap h$ . (2) Itaque  $L$  12 distantia (1)  $LM$  sumetur talis, ut (2) regularum  $L$  14 simplicius? (1) Similiter (2) In altero plano (a), manifestum est etiam  $DS$  fore aequalem ipsi  $AL$ , vel  $LG$ , seu unitati, cum inter duas quantitates aequales  $AL$ ,  $LG$  media quoque proportionalis  $DS$  sit aequalis, de caetero (b) similiter  $L$  21 putem. (1) Cum  $AL$  est 1, et  $DS$ ,  $y$  erit  $LG \sqcap y^2$ , ex constructione, supra explicata, qua efficitur ut sit  $DS$  media proportionalis inter (a) 1 et  $y^2$  (b)  $AL$  et  $LG$ . (2) Ex  $L$  22  $BRE$  *erg.*  $L$  22  $C\theta F$  *erg.*  $L$  24 quia (1)  $\langle DS \rangle$  inter duas priores proportionem media est, (2)  $LG$  inter  $L$



$hy^2$  quoniam initio motus cum  $LG$  esset unitas  $\sqcap AL$ , puncto  $G$  in  $(G)$  existente, et puncto  $M$  in  $(M)$  erat  $L(M) \sqcap h$ . Patet ergo angulum  $GLM$ , aequalem semper angulo  $(G)L(M)$  esse talem, ut  $LM$  sit aequalis producto ex multiplicatione ipsius  $LG$  per  $f$ . Nam  $LM$  est ad  $L(M)$  seu ad  $h$  ut  $LG$  ad  $L(G)$  seu ad 1. Ergo  $LM \sqcap \frac{LG \text{ multiplicata per } h}{\text{divisa per } 1}$ . Et

5 quia  $LG \sqcap y^2$  ex dictis, erit  $LM \sqcap hy^2$ .

Eadem methodo et caetera demonstrantur, nam quia  $LM$  vel  $G\aleph$  est  $hy^2$ , ideo  $\aleph H$  erit  $hy^4$ , cum in quolibet Triangulo ipsi  $ALG$  simili, quale est  $G\aleph H$ , altitudo ut  $G\aleph$  per  $y^2$  multiplicata det basin ut  $\aleph H$ . quandoquidem  $\aleph H$  est ad  $G\aleph$ , ut  $y^2$  ad 1. seu ut  $LG$  ad  $AL$ . Adeoque  $\aleph H \sqcap \frac{G\aleph y^2}{1}$  sive  $hy^4$ . Porro cum  $y^2$  esset 1. seu  $LG \sqcap AL$  tunc  $\aleph H$  erat

10  $h$ . eodem autem tempore per praeparationem instrumenti paulo ante factam  $MN$ , sive  $\aleph P$  erat  $f$ . Idem autem semper manet angulus  $\aleph HP$ , etiam in progressu operationis, ergo ut  $\aleph P$  erat ad  $\aleph H$  tunc cum  $y$  vel  $y^2$ , esset 1, seu ut  $h$  ad  $f$ , ita nunc quoque quocunque assignabili motus momento, qualiscunque sit  $y^2$  vel  $LG$ ;  $\aleph P$  ad  $hy^4$ , sive  $\aleph H$  erit; nempe  $\frac{\aleph P}{hy^4} \sqcap \frac{f}{h}$ . ergo  $\aleph P \sqcap fy^4 \sqcap MN$ . Iisdem prope verbis ostendetur  $NO$ , vel

15  $\beth Q$  semper valere  $dy^6$ , et  $OB$ ,  $by^8$ . In altero plano, patet  $DT$  esse  $ly$ , nam tunc cum  $DS$  vel  $y$  esset 1.  $DT$  erat  $l$ , ergo tunc erat  $DT$  ad  $DS$ , ut  $l$  ad 1. At eadem perpetuo manet ratio ob eundem semper angulum  $DST$ , ergo nunc quoque cum  $DT$  valet  $y$ .  $DS$  vel  $S\daleth$  valebit  $ly$ . Hinc porro sequitur,  $\daleth V$  valere  $ly^3$  quoniam  $SF$ , parallela ipsi  $AB$ , unde Triangulum  $S\daleth V$  simile Triangulo  $ALG$ , adeoque  $\daleth V$  ad  $ly$  seu  $S\daleth$ , seu ut  $AL$  ad  $LG$  seu  $y^2$  ad 1. Unde  $T(Y)$  vel  $\daleth X \sqcap gy^3$ . Nam quando  $y$  est unitas  $\daleth V$  sive  $ly^3$ , erit  $l$ , jam ex praeparatione, quando  $y$  est 1,  $\daleth X$  aut  $T(Y)$  est  $g$ . Est ergo tunc  $\daleth X$  ad  $\daleth V$  ut  $g$  ad  $l$ . Jam eadem semper manet ratio, quoniam idem durante motu angulus  $\daleth VX$ . et

1 initio motus *erg. L* 7  $hy^4$ , (1) cum (a) angulus (aa)  $ALG$ , (bb)  $G\aleph H$ , ipsi  $ALG$  aequalis semper efficit, ut multiplicet per  $y^2$ , sive efficiat, ut  $G\aleph$  in (b) Triangulum  $G\aleph H$ , ipsi  $ALG$  simile (c) angul (d) in Triangulo, (2) qvia (3) cum  $L$  12 seu ... ad  $f$ , *erg. L* 14  $\sqcap MN$ . (1) simili methodo demonstratur (2) totidem (3) iisdem  $L$  15  $by^8$ . (1) et  $DT$ , (a)  $LY$  (b)  $ly$ , et  $TY$ ,  $gy^3$ , et  $Y\lambda$ ,  $ey^5$ , et  $\lambda\mu$ ,  $cy^7$ , et  $\mu C$ ,  $y^9$ , qvoniam ex hypothesi tunc cum  $y$  esset unitas valebant  $d$ ,  $b$ ,  $l$ ,  $g$ ,  $e$ ,  $c$ , 1, ex hypothesi factae praeparationis, (aa) Triangula autem (bb) anguli autem transversalium ad parallelas, durante motu iidem semper mansere. (2) In  $L$  18 vel  $S\daleth$  *erg. L* 18f.  $SF$ . ... unde *erg. L* 19  $S\daleth$ , (1) | ut *nicht gestr.* |  $y^2$  ad 1 (2) seu  $L$  20 Unde (1) demonstratur  $\daleth X$  vel (2)  $T(Y)$  vel  $L$  20 unitas  $\daleth V$  (1) valebit  $l$ . <et> (2) (:id est  $ly^3$  :) (3) sive  $L$  21f. ut  $l$  ad  $g$ . *L ändert Hrsq.*

proinde Triangulum  $V\Gamma X$  semper simile manet; quare semper  $\Gamma X$  ad  $ly^3$  sive ad  $\Gamma V$  ut  $g$  ad  $l$ , sive  $\frac{\Gamma X}{ly^3} \propto \frac{g}{l}$ , unde  $\Gamma X \propto gy^3 \propto TY$ . Iisdem prope verbis ostendetur  $Y\lambda$  sive  $\Pi a$  valere  $ey^5$ , et  $\lambda\mu$ ,  $cy^7$ , et  $\mu C$ ,  $y^9$ . Ac proinde veritas aequationum omnium sub signo  $\wp$  recensitarum ostensa est.

Quoniam vero eadem aequatio plures habere potest radices reales, hinc etiam toties 5  
durante machinae motu evenire debet, ut  $A\omega$  et  $BC$ , fiant aequales, ac proinde una ea-  
demque operatione invenientur radices Aequationis omnes, quod in numerosa potestatum  
resolutione qualem Vieta invenit, non procedit; hoc loco autem in numeris non minus  
quam lineis praestatur. At, inquires, ignorari quousque motus continuari debeat, ad ra-  
dices omnes inveniendas. Respondeo per doctrinam de Aequationum determinationibus 10  
sive limitibus facile praefiniri terminos, quos  $y$  inutiliter excedat: Sed et sine calculo,  
manifestum est, cum hoc loco omnes radices sint verae, maximam ex ipsis, esse termino  
cognito secundo, summae scilicet omnium, minorem. Quare inventis etiam aliquot ex ip-  
sis, facile et summa residuarum, quam maxima ex ipsis excedere non possit, cognoscitur.  
Quantitatem autem qualibet aequationis propositae radice minorem haberi necesse est, 15  
non enim perinde decrescendo, ut crescendo in infinitum iri potest; facile enim ad finem  
motus regrediendo sive claudendo machinam pervenietur; ut proinde radicem si qua est  
inferior unitate, occurrere necesse sit. Porro inventae in lineis radices, facile in numeris  
habentur, quantumlibet exactis, si circino ad scalam quandam quantum satis est sub-  
divisam transferantur. Unum desiderari dicet aliquis, ut scilicet radices in numeris veris 20  
habeantur, quando sunt rationales, quod praestat calculus Vietae. Sed quanquam ad  
usum, id necesse non sit, ausim tamen ab hac quoque machina promittere. Nam statim  
agnoscetur, si divisores ultimi termini, inventis radicibus proximi, aequationem multi-  
plicatione producere potuerunt. Idem etiam re ad numeros non reducta (: constructio  
enim per instrumenti naturam pure Geometrica est :) ad radices aequationum literalium 25  
rationales, si quae sunt, facile agnoscendas sufficit. Breviter ab hoc Instrumento unico  
tantum momento praestatur in lineis quantum prolixis et variis praeparationibus

18–20 Porro ... transferantur *erg.*  $L$  26 f. Instrumento (1) exacte elaborato (2) unico tan-  
tum | momento *erg.* | praestatur  $L$  27 quantum (1) omnium curvarum in Geometriam a Cartesio  
introductarum (2) omnibus prolixis curvarum praeparationibus (3) prolixis  $L$

8 invenit: Fr. VIÈTE, *De numerosa potestatum resolutione*, 1600 (VO S. 163–228).

curvarum omnium in Geometriam a Cartesio introductis; et in numeris quantum calculo praeclare sane sed mire anxio et impedito, a Francisco Vieta invento: ut nesciam an in eo genere aliquid ultra exactam Instrumenti elaborationem vel optari possit. F i n i s.

2 praeclare sane sed *erg. L*

## 21. DE TABULIS ANALYTICIS CONDENDIS

[24. Dezember 1674 – Anfang 1675 (?)]

**Überlieferung:** *L* Konzept: LH 35 XIII 1 Bl. 444. 1 Bl. 2°. 2 S. Textfolge Bl. 444 v°, Bl. 444 r°. Cc 2, Nr. 899

Datierungsgründe: Aus dem Bezug auf das Stück VII, 5 N. 18 vom 24. Dezember 1674 ergibt sich ein gesicherter *terminus post quem* für die Datierung des vorliegenden Stücks. Weder die Erwähnung der *Machina Combinatoria* (N. 15), die in die Zeit vom 4. September bis November 1674 datiert werden kann, noch des *Constructors* (N. 19 und 20), dessen Erfindung Leibniz mit Dezember 1674 angibt, erlauben eine weitere Eingrenzung des Datierungszeitraums. Eine zeitliche Abfolge der Entstehung des vorliegenden Stücks und von N. 22, als dessen Datierung Leibniz Januar 1675 anführt, lässt sich nicht mit Sicherheit etablieren. Die Idee, eine *Tabula analytica* anzulegen, wurde bereits zuvor in N. 14 vom 4. September 1674 formuliert. — Das Wasserzeichen ist für Dezember 1674 und Januar 1675 belegt.

## De Tabulis Analyticis condendis

Cum Calculo Analytico sive literali per instrumenta vix subveniri possit (:excepto unico meo, quod Machinam Combinatoriam appello:), danda opera est, ut Tabulae quaedam condantur, quibus habitis pleraque facile exequi liceat. Eae vero Tabulae longè alterius erunt naturae, quam Algebrista quispiam sibi persuasurus fuisset. Neque enim sufficit Aequationes unius incognitae ad aliquot usque dimensiones exhibere, earumque dare radices; item formularum recensere divisores. Sed ad aequationes etiam, imo potissimum, plurium incognitarum ascendendum est. Porro quod attinet formularum divisores rationales, non puto opus esse tabulis, nam ope artificii Huddeniani, nunc unam nunc aliam literam pro incognita sumendi, facile judicari potest, an formula quaedam sit di-

15f. qvaedam (1) oper (2) condantur *L* 17 qvispiam (1) communis (—) (2) sibi *L* 17 fuisset. (1) Neque enim id (a) est (b) magni facio (aa) aequationes ordi (bb) aequationum formulas recensere, earumque divisores recensere; (2) Neque *L* 18 incognitae (1) exhi (2) ad *L* 19 divisores. (1) Nam quod ad radices attinet, eae si sunt irrationales, (a) nunc qvide (b) separatae sunt tractationis, (2) sed *L* 20 est. (1) Primum (2) Porro *L* 21 esse (1) mul (2) tabulis *L* 22 an (1) ae (2) formula *L* 22–130,1 divisibilis. (1) In (a) numeris (b) numericis qvoque aequationibus qvoniam radix in numeris (2) Sed *L*

15 Machinam Combinatoriam: Vgl. N. 15. 21 ope artificii Huddeniani: Vgl. J. HUDDE, *Epistolae duae*, 1659, *DGS* I S. 406–506, insbesondere Regel 21, S. 496 f.

visibilis. Sed et in aequationibus tam literalibus quam numericis, divisores rationales si qui sunt, momento exhibet instrumentum meum Algebraicum, quoniam exhibitis reapse radicibus statim ostendit, quinam termini ultimi divisores ei proxime accedant. Idem instrumentum meum ad calculorum comprobationes more servit, ipsum enim errori nullo  
 5 subjectum est, saltem non magno; etsi minus exacte Elaboratum poneretur. Sed quod attinet ad divisores irrationales, eorum velim tabulam condi, ut appareat, an formula quaedam proposita dividi possit per irrationalem, minoris dimensionis quam quae est ipsius formulae. Nam si ipsi formulae dimensione est aequalis: comprehendetur in Ta-  
 10 bula generali radicum irrationalium omnium aequationum, quam inveniri posse non despero. Velim ergo primo dari Aequationum omnium unius incognitae generalissime expressarum radices irrationales, dimensione aequales, ad 10<sup>mum</sup> v.g. gradum usque, aut 100<sup>mum</sup> si velis; credo enim habitis aliquot, in caeteris progressionem apparituram. Deinde velim exhiberi earum certo modo affecta-  
 15 rum radices irrationales dimensione inferiores si qui sunt. Inde velim exhiberi formularum quarundam nobiliorum divisores rationales; a divisoribus progrediendum erit ad componentes; nempe eadem formula in multas alias resolvi potest infinitis fere modis, ex quibus quaedam etiam irrationales; ibi vero sufficiet formularum nobiliorum exhiberi componentes. Cumque etiam Aequatio turbari possit; seu ex Aequatione converti in Analogiam; spe-  
 20 cimina elegantiorum exemplorum dari intererit sed haec de componentibus et analogiis pro parergis habenda. Primarium enim est, ut data aequatione, inveniamus incognitae valorem. Itaque primum aequationum unius incognitae, utcunque affectarum recensendae radices; sive incognitarum valores puri. Inde ascendendum ad aequationes duarum incognitarum, ubi

2 quoniam (1) statim e (2) exhibitis L 6 irrationales, (1) eos velim (2) eorum L 10 dari (1) Aequationum omnium unius incognitae Radices (2) Tabulam Aequationum omnium unius incognitae (3) Aequationum L 11 irrationales, (1) quales ad 20<sup>mum</sup> (2) dimensione L 13 exhiberi (1) earum di (2) memorabiliores ex ipsis divisores (3) earum divisores irrationales (4) earum L 13f. affectarum, (1) ration (2) radices L 17 infinitis fere modis *erg.* L 19f. Analogiam; (1) exemplo (2) specimina L 21 habenda. | Itaque *gestr.* | primarium L 24–131,1 ubi (1) explicanda erunt prima loca (2) primum L

---

2 instrumentum meum Algebraicum: Vgl. N. 19, N. 20 und N. 27.

primum equationes duarum incognitarum, quae sunt ad eundem locum, recensendae; ut  
 scilicet aliae oblatae ad eas reducantur; et hic erit catalogus *C u r v a r u m A n a l y t i -*  
*c a r u m i n p l a n o d e s c r i p t i b i l i u m*. Loca autem intelligenda sunt, rectarum  
 ad curvarum terminatarum, quae omnes vel parallelae inter se, vel in uno puncto con- 5  
 currentes; et si parallelae vel angulos ad directricem facientes rectos, vel obliquos. Post  
 curvarum catalogum, quales Huddenius proximo supra Conicas gradu ait esse circiter 50.  
 Nimirum primo exhibebuntur aequationes secundi gradus duarum incognitarum; inde  
 tertii gradus duarum incognitarum; inde quarti, etc. et ita catalogus omnium curvarum  
 Geometricarum ad gradum usque decimum aut ultra. Adjici poterunt earum tangentium,  
 centrorum, focorum, dimensionum aliarumque functionum calculi sive Tabulae, descri- 10  
 bendi quoque modi illustriores; et theoremata insignia. Recensitis aequationibus duarum  
 incognitarum, et ad certa loca sive curvas reductis; veniendum est ad combinationem  
 duarum aequationum duarum incognitarum. Et exhibitis aequationum catalogis, posi-  
 tis scilicet duabus aequationibus duarum incognitarum inter se combinatis, e regione  
 ponendus est cujuslibet incognitae valor absolutus. Jam progrediendum ad aequationes 15  
 trium incognitarum, seu ad loca ad superficiem, et exhibendus primum Catalogus om-  
 nium superficierum Analyticarum ad certum usque gradum, ut appareat determinatus  
 earum numerus; adjiciendae earum tangentes, functiones; centra, foci, etc. et theoremata  
 nobiliora ex calculi natura pendentia. Post catalogum locorum trium incognitarum veni-  
 endum ad combinationes duarum aequationum trium incognitarum ut appareat quomodo 20  
 reduci possint, ad aequationes duarum incognitarum scilicet nunc hac nunc illa incognita  
 elisa, unde quaelibet regulariter combinatio aequationum 2 incognitarum poterit revocari  
 tribus modis diversis ad duas aequationes duarum incognitarum. V. g. si duae aequationes

2 catalogus (1) plana (2) *C u r v a r u m L* 3 sunt, (1) para (2) ductarum ex a (3) rectarum *L*  
 6 f. catalogum, (1) exhi (2) qvales Huddenius |proximo *erg.*| supra ... 50. (a) ipsae aequationes erunt  
 recensendae. explicandumqve. Forte (b) Nimirum *L* 10 dimensionum *erg. L* 10 functionum  
 |et describendi modi *erg. L*, *streicht Hrsg.*| calculi *L* 10 f. describendi ... insignia *erg. L*  
 16 superficiem, (1) qvarum exhibendus (2) et *L* 20 f. appareat (1) qvot (2) |qvod modis *ändert*  
*Hrsg.*| reduci *L* 22 regulariter (1) aeqvatio trium c (2) combinatio *L* 23 ad (1) aeqvatio (2)  
 duas *L* 23 incognitarum. (1) Inde veniendum (2) V. g. *L*

---

6 Huddenius ... ait: Eine Methode Huddes zur sukzessiven Generierung von Kurven höherer Ord-  
 nung stellt Schooten im Abschnitt *De lineis curvis superiorum generum* in Fr. van SCHOOTEN, *Exerci-*  
*tationum mathematicarum libri quinque*, 1657, S. 475–480 vor.

- et tres incognitae, v. g.  $x$ .  $y$ .  $z$ . potest elidi  $z$ , et restabunt duae aequationes in quibus non nisi  $x$ . et  $y$ . Eodem modo elidi potest  $x$ , vel  $y$ . Ubi rursus considerandum est fieri posse, ut inter illas tres aequationes jam sint, in quibus non sunt omnes incognitae. Tandem veniendum est ad con3nationes aequationum trium incognitarum, et singularum dandus
- 5 valor purus. Eodem modo ad altiores praecedendum v. g. ad decimum usque gradum, et in singulis procedendum ordine, v. g. aequatio 6 dimensionum primum 6 terminorum, deinde 5 terminorum etc. et si 5 terminorum decent vel secundus, vel tertius, vel quartus etc. Quando autem loquor de aequationum formulis loquor de plane absolutis seu generalibus, v. g.  $y^3 + ly^2 + amy + a^2n \sqcap 0$ . ut omnibus accommodari possint. Itaque ego meam
- 10 aequationem eodem tractans modo novas habeo aequationes collatitias, nam v. g. si sint aequationes duae (: vide schediasmata Xb. 1674. *De trochoeidibus* :)

$$\begin{aligned} x^3 + 2ax^2 + 4afx + 2af^2 \sqcap 0. \quad \text{et} \quad x^2 - 2f x + f^2 \sqcap 0 \\ + 2f \quad + \quad f^2 \quad \quad \quad - 2\frac{y^2}{a} \dots - y^2 \\ - 4z^2 \end{aligned}$$

- 15 quaero in Tabula harum duarum aequationum combinationes:

2 y. (1) vel aliter (2) Eodem  $L$  2 vel |y. ändert Hrsg. | (1) potest etiam fi (2) Ubi  $L$  4 ad (1) conternationes (2) con3nationes  $L$  5 praecedendum (1) Hoc (2) v. g.  $L$  6 v. g. (1) primum aeqv (2) aeqvatio 6 (a) incognita (b) dimensionum  $L$  9 ut |postea gestr. | omnibus  $L$  12–15  $\sqcap 0$  (1) suppono pro priore (2) qvaero  $L$  15 Tabula (1) has (2) harum  $L$

---

11 *De trochoeidibus*: VII, 5 N. 18. 15–133,5 quaero ...  $\frac{f^2 - y^2}{a}$ : Ein eigenständiges Werk von Leibniz mit Kombinationen zweier Gleichungen konnte nicht gefunden werden. Den Lösungsansatz des allgemeinen Problems, bestehend aus den Gleichungen und der Beziehung, die sich aus der durch Vorzeichenfehler beeinträchtigten Elimination von  $x$  ergibt, übernahm Leibniz aus VII, 5 N. 18 S. 166 Z. 18 bis S. 167 Z. 7. Dabei wurde nachträglich, wie am Rand vermerkt (Z. 14),  $2af^2$  durch  $a^2h$  ersetzt. Richtig müsste die linke Seite der Gleichung von S. 133 Z. 3 lauten:  $\frac{-a^2mp + a^2p^2 + lnap - n^2ap}{-ha^2 + lap - 2nap + nam - ln^2 + n^3}$ . —

Hier und in den folgenden Gleichungen (S. 133 Z. 1–5) bezeichnet  $a$  sowohl einen der Koeffizienten des zu lösenden Problems aus Z. 12–14 als auch denjenigen des generellen Problems in S. 133 Z. 1 und seines Lösungsansatzes.

$$x^3 + lx^2 + amx + a^2h \sqcap 0 \quad \text{et} \quad x^2 + nx + ap \sqcap 0$$

Elidendo  $x$ , invenietur in Tabula aequatio haec:

$$\frac{-a^2mp + a^2p^2 + lnap + n^2ap}{ha^2 - lap + nam - ln^2 + n^3} \sqcap \frac{-ha^2 + lap - nap}{am - ap - ln + n^2}$$

Quae aequatio jungatur novis assumtis aequationibus:

$$l \sqcap 2a + 2f. \mid am \sqcap 4af + f^2 - 4z^2. \mid a^2h \sqcap 2af^2. \mid n \sqcap -2f - \frac{2y^2}{a}. \mid p \sqcap \frac{f^2 - y^2}{a}. \quad 5$$

Habemus ergo aequationes 6. incognitas 7. ex quibus elisis caeteris retinendae, seu pro cognitissumendae  $y$ . et  $z$ . Atque ita rursus in tabula sub 6 aequationum conjunctione, invenies statim sine calculo valorem. Ubi maximus apparet usus dispersionis in minuta seu multas aequationes particulares, ut sine calculo inveniatur valor. Video jam, non videri necessarium, ut separatim exhibeantur conternationes et combinationes 4 aequationum; 10 semper enim eas quas elidere non vis cognitas finges, et res semper reducetur ad casum problematis determinati. Sufficit ergo tantum in Tabulis exhiberi omnium incognitarum valores datis totidem aequationibus.

---

1 Dazu am Rand: NB. pro  $2af^2$ , pone  $a^2h$ .

1 amx+ (1)  $2af^2$  (2)  $a^2h$  L      2 elidendo (1) fiet (2) x, (a) fiet aeqvatio hoc (b) invenietur L  
 2 f. haec (1)  $\frac{-a^2mp + a^2p^2 + lnap + n^2ap}{2af^2 - lap + nam - ln^2 + n^3} \sqcap \frac{-2af^2 + lap - nap}{am - ap - ln + n^2}$  (2)  $\frac{-a^2mp + a^2p^2 + lnap + n^2ap}{ha^2 - lap + nam - ln^2 + n^3} \sqcap$   
 $\frac{-ha^2 + lap - nap}{am - ap - ln + n^2}$  L      4 aeqvatio (1) conferatur novis (a): (b) assu (2) jungatur L      5  $f^2 \mid +$  ändert  
 Hrsg.  $\mid 4z^2$  L      7 z. (1) Et huc jam illud video non esse. (2) Atque L      10 exhibeantur (1) redu (2)  
 conternationes L      10 f. aequationum; (1) quoniam (2) semper L

---

6–9 Habemus ... valor: In den Überlegungen zur Lösung des benannten Gleichungsproblems in Z. 3–5 wirkt sich die doppelte Verwendung des Koeffizienten  $a$  aus. Zudem ordnet Leibniz hier die Koeffizienten des ursprünglichen Problems von S. 132 Z. 12–15 den Unbekannten zu.



## 22. DE CONDENDIS TABULIS ANALYTICIS

Januar 1675

**Überlieferung:** *L* Konzept: LH 35 XIII 1 Bl. 440. 1 Bl. 2°.  $\frac{2}{3}$  S. auf Bl. 440 r°. Rückseite  
 leer. — Gedr.: *LDK*, 1980, S. 146 f.  
 Cc 2, Nr. 898

5

Januar. 1675.

## De Condendis Tabulis Analyticis

Tabulas habemus Numerorum, Tabulas literarum, sive Combinationum dedit nemo.  
 Quaerenda ergo ratio est condendi Tabulas ejusmodi, ut earum usus quam latissime  
 pateat.

10

Pars I<sup>ma</sup> de aequationum unius incognitae radicibus indefinitis

Hic recensebuntur ordine omnes aequationes unius incognitae ad gradum usque vicesi-  
 mum si placet, et quidem generaliter atque indefinite; v. g. pro gradu tertio  $x^3 + bx^2 +$   
 $a^2cx + a^2d \neq 0$  cujus radices irrationales generaliter, et una formula (ope signorum am-  
 biguorum) exhiberi potest; idem fiat in caeteris aequationibus omnibus, si modo id fieri  
 potest.

15

## Pars II. de aequationum tractationibus

Methodus investigandi aequationum divisores rationales atque irrationales gradu infe-  
 riores Tabulaeque quales Huddenianae. Methodus tollendi ex aequatione terminos quot

8 Numerorum, (1) restant Tabulae (2) Tabulas *L* 9 ejusmodi, (1) quo (2) ut *L* 9–11 latissime  
 (1) fundatur (2) pateat. (a) Pars I<sup>ma</sup> de Formulis | sive Aequationibus *erg.* | unius incognitae (aa) ibi (bb)  
 Praemittatur omnibus Methodus investigandi divisores Rationales pariter  
 atque irrationales, | sed dimensione inferiores; aequationum unius incognitae  
*nicht gestr.* | (b) Pars I<sup>ma</sup>: de (aa) Aequationibus (bb) Aequationum unius incognitae, (cc) Aequationum *L*  
 11 f. radicibus | indefinitis *erg.* | (1) In (2) Hic *L* 13 indefinite; | Earumque *gestr.* | v. g. *L* 13 f. tertio  
 (1)  $x^3 + a$  (2)  $a^4 + a^3bx + a^4$  (3)  $x^4$  (4)  $x^3 + (a)ba^2$  (b)  $abx^2$  (c)  $bx^2 + (aa)a^2cx$  (bb)  $acx + a^2d$  *erg.* |  $\neq 0$  *L*  
 15 omnibus, (1) Sed quoniam in altioribus inprimis aequationibus (a) incognitae (b) aequationes mult  
 (c) radices irrationales multis exprimi possunt modis, suppositis (2) si *L* 17 aequationum (1) form  
 (2) tractationibus *L* 19 Tabulaeque quales Huddenianae *erg.* *L* 19 Methodus (1) transformandi  
 (2) tollendi *L*

---

19 tabulaeque ... Huddenianae: J. HUDDE, *Epistolae duae*, Regel XI, *DGS* I S. 439–458.

licet, praescriptis in eam rem formulis generalibus ut res sine calculo fiat. Methodus reducendi aequationes locorum parium ad proxime inferiores locorum imparium. Methodus efficiendi ut omnium aequationum radices fiant verae; Methodus reducendi aequationes ad alias inferiores ope quarundam intervenientium.

Regulae de aequationum limitibus; de resolutionibus aequationum in Analogias et formularum in portiones, sed hoc ope calculorum qui sequuntur seu ope formularum plurium incognitarum. Huc alia id genus. 5

Pars III. de Aequationibus plurium incognitarum reducendis ad aequationes unius

Sit aequatio ascendens ad solidum incognitum; jungatur p r i m u m cum alia quae non ascendit nisi ad lineam incognitam, d e i n d e cum ea in qua linea et planum inco- 10 gnita, t e r t i o cum pari.

Totum ejusmodi Tabulae condendae artificium in eo consistet, ut sequentia praecedentibus perpetuo juventur; itaque primum simplicibus admodum utendum est aequationibus, sed multis.

2 locorum (1) parium (2) imparium *L* 3 verae; | item, *gestr.* | Methodus *L* 5 in (1) Analy  
(2) Analogias *L* 6 ope (1) Relat (2) formularum *L* 9 ad (1) cubum; (2) quadratum incogni (3)  
solidum *L* 10 ad (1) rect (2) lineam *L* 10 qva | non nisi *gestr.* | linea *L*

---

8 De ... unius: Vgl. z. B. die Studie *De aequationibus pluribus ad unam reducendis* (VII, 2 N. 77) vom 7. Februar 1676.

## 23. DE FORMULIS OMNIUM DIMENSIONUM

23<sub>1</sub>. DE FORMULIS OMNIUM DIMENSIONUM, PARTES PRIMA ET SECUNDA

Januar 1675

- 5           **Überlieferung:** *L* Konzept: LH 35 III A 34 Bl. 1–4. 2 Bg. 2°. 8 S. — Gedr.: *LKK* 2, 1976, S. 16–36.  
Cc 2, Nr. 900.

Januar. 1675.

- De formulis omnium dimensionum:  
10       novo analyseos et characterum genere ex artis combinatoriae principiis.  
Et calculus explicationis per binomium  
De intercalatione numerorum combinatoriorum

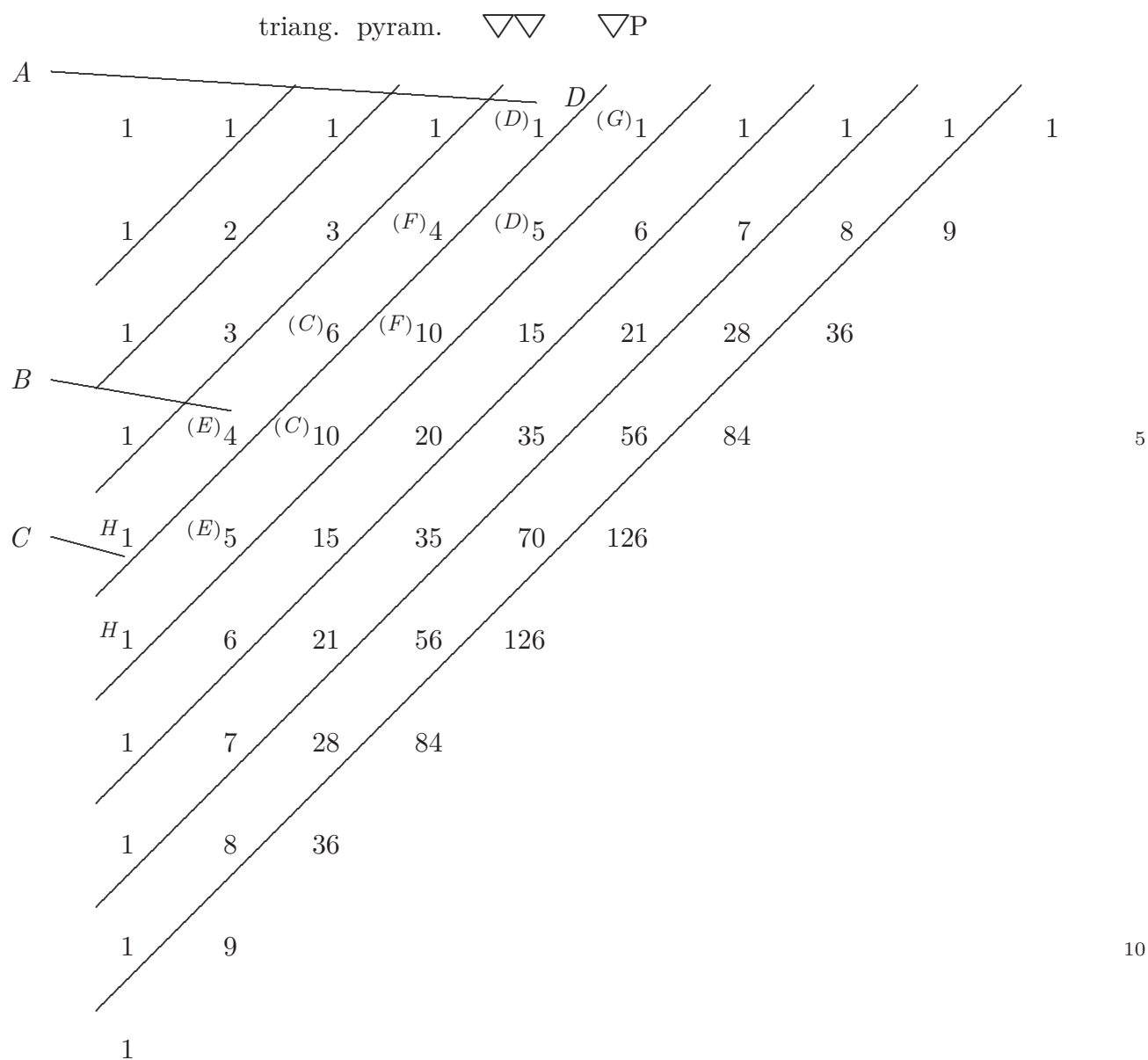
- Tentandum est, an Analysis promoveri possit longius adhibitis formulis, quae sint simul omnium dimensionum. Ut pro  $by^4 + acy^3 + a^2dy^2 + a^3ey + a^4f$ , scribemus:  $by^z +$   
15    $acy^{z-1} + a^2dy^{z-2} + a^3ey^{z-3} + a^4fy^{z-4}$ . etc. Quod si ponamus  $z \sqcap 4$ . seu  $z - 4 \sqcap 0$ . patet  $y$  in ultimo termino omitti posse: et etc. quoque omitti debere. Sin minus continuari poterit, donec fiat exponens ipsius  $y$  ipsi 0. aequalis. Quemadmodum autem hic incepti a summo, ita incipi potuisset ab imo, hoc modo:

$$a^z f + a^{z-1}ey^{+1} + a^{z-2}dy^2 + a^{z-3}cy^3 + a^{z-4}by^4 \text{ etc.}$$

- 20       Ponamus jam quantitatem  $y$  exponente  $z$  affectam esse explicandam sive esse  $y \sqcap x + b$ . quo modo generaliter explicabimus:  $y^z$ ? Jam repertum est dudum a edoctissimis Geometris, numeros quos vocant Figuratos, 1. 2. 1.   1. 3. 3. 1 etc.

10f. novo ... binomium *erg. L*   12 De ... combinatorium *erg. L*   13 est, (1) ad (2) an *L*   18f. modo: (1)  $a^4f + a^3ey^{+1}$  (2)  $a^zf + a^{z-1}ey^{+1} + a^{z-2}dy^2 + (a) a^{z-3}dy^3 + a^{z-4}cy^4$  (b)  $a^{z-3}cy^3 + a^{z-4}by^4$  *L*   20f.  $y \sqcap (1) a + b$  (2)  $x + b$  *L*

21f. edoctissimis Geometris: Welche Ereignisse Leibniz als Entdeckungen der figurierten Zahlen ansieht, konnte nicht ermittelt werden. Die im Folgenden genannten Personen führt Leibniz zum Verweis auf weitere Eigenschaften der figurierten Zahlen und des arithmetischen Dreiecks auf.



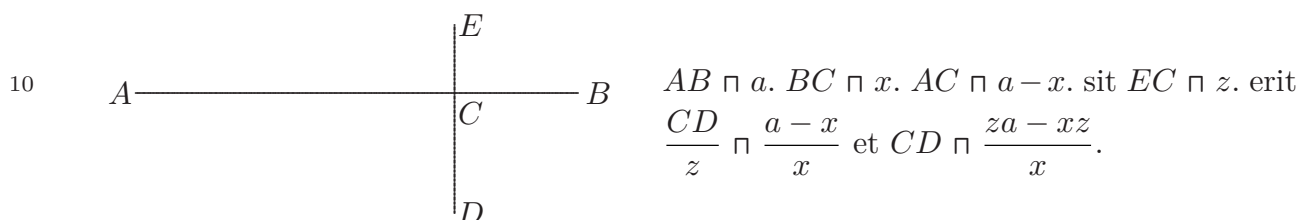
136,22–137,2 Figuratos, (1) 1. 1. (2) 1. 2. 1. 1. 3. 3. | 4 ändert Hrsg. | (a) itaqve (b) etc. | triang. ...  $\nabla P$  verschiebt Hrsg. um eine Spalte nach rechts | A 1 (aa) 2 (bb) 1 L    3 (F)4 (1) (C)5 (2) (D)5 L  
7 f. 126 (1)  $H_1$  (2) 1 L    10–138,1 9 | 45 gestr. | 1 | 10 55 gestr. | (1) itaqve  $x + b$ ,  $^4 \square 1x^4 + (a) x (b) 4x^3 + 6$  (2) itaqve L

Itaque

$$x + b,^4 \sqcap 1x^4 + 4x^3b^1 + 6x^2b^2 + 4x^1b^3 + 1b^4.$$

Jam si dimensionis exponens non sit 4, sed universalis exempli causa  $z$ . explicanda ratio est, per quam ex data  $z$  exhibeantur caeteri numeri transversales, nempe quomodo  
 5 ex data 8, invenientur 28, 56, 70, et ex data 9 invenientur 36, 84, 126. et ita in caeteris. Hoc vero fieri poterit, non quidem per unam quandam aequationem, attamen per unam quandam regulam; nam per Theorema a Maurolyco, Fermatio, Pascaliis aliisque observatum. In progressionem naturali ab unitate incipiente numerus quilibet ductus in proxime

1 *Am Rand:*



3 si (1) non dimensionum (2) dimensionis  $L$       5 70 (1) 56, et ex data 9, 36 (2) et  $L$   
 8 proxime (1) minorem (2) majorem  $L$       10 f.  $a - x$  (1) erit (2) sit  $EC \sqcap z$ . erit (a)  $\frac{EC}{CD}$  (b)  $EC$  (c)  
 $\frac{ED}{z}$  (d)  $\frac{CD}{z} L$

7 Maurolyco: vgl. F. MAUROLICO, *Arithmeticon libri duo*, 1575, S. 5, Buch 1, Propositio 7.  
 7 Fermatio, Pascaliis: Fermats Beobachtung wurde veröffentlicht als *Observatio D. P. F.*, in: DIOPHANTOS, *De multangulis numeris liber unus*, 1670, S. 16 (FO I S. 341). Zuvor hatte Fermat seinen Befund Mersenne in einem Brief von Anfang Juni 1638 (FO II S. 70; MERSENNE, *Correspondance* VII S. 279) mitgeteilt. Im Anschluss an seine eigene Formulierung als Proposition 11 in Bl. PASCAL, *Traité des ordres numériques*, 1665, S. 5 [Marg.] (PO III S. 509–510) verweist Pascal auf Fermats ihm aus der Korrespondenz bekannte Fassung und gibt diese in französischer Übersetzung wieder. Diese Version von Fermats Beobachtung ist die Grundlage für Leibniz' Übersetzung in Z. 8 – S. 139 Z. 3.      10 Die Figur zeigt Spuren der Überarbeitung: Leibniz ersetzt eine etwas weiter links ausgeführte und wieder getilgte vertikale Linie, die in ihrem oberen Abschnitt von Text unterbrochen ist, durch  $DE$ . Das obere Ende der getilgten Linie wurde ebenfalls mit  $E$  gekennzeichnet. Leibniz wählt Lage und Länge der Strecken derart, dass die in der begleitenden Rechnung auftretenden Verhältnisse im Diagramm eingehalten werden. Insbesondere gilt  $CD : AC = CE : CB$ . Die Endpunkte der getilgten Linie liegen mit  $B$  und  $E$  bzw.  $A$  und  $D$  jeweils auf gedachten Geraden, die gemäß den im Diagramm auftretenden Streckenverhältnissen zueinander parallel sind. Oberer und unterer Abschnitt der getilgten Senkrechten stehen somit im gleichen Verhältnis zum rechts bzw. links vom gemeinsamen Schnittpunkt befindlichen Abschnitt von  $AB$  wie die entsprechenden Abschnitte  $DE$ .

maiores producit duplum sui trianguli; idem numerus ductus in  $\nabla^{\text{lum}}$  proxime majoris, producit triplum pyramidis; idem numerus ductus in pyramidem proxime majoris producit quadruplum Triangulo-Triangularis etc. Sed jam video offerri propius theorema ad usum nostrum; nempe consequentiam 12<sup>mam</sup> tractatus Pascalii de Triangulo Arithmetico, nempe observat ille, in linea quadam transversa (ipse vocat basin) numerum quendam  $E$ , ut 4, esse ad proxime superiorem  $C$ , ut 6. ut numerus unitatum  $CB$  ad numerum  $BA$  sive ut numerus cellarum inferiorum quarum summa  $E$ , ad numerum cellarum superiorum quarum infima  $C$ . 5

Itaque sit dimensionis numerus,  $z$ , v. g.  $E$ . seu 4. numerus unitatum  $AC$  seu numerus numerorum transversalium lineae  $CD$  est  $z + 1$ . Unde si auferatur  $BC$  seu  $\gamma$ , nempe 2 vel 10

3. vel 4, fiet  $z + 1 - \gamma$ , et erit  $\frac{\text{Numerus datus}}{\text{ad proxime sequentem in eadem transversali}} \cap \frac{\gamma}{z + 1 - \gamma}$ .

Unde si  $E \cap z$ . et quaeratur  $C$ , fiet  $\frac{C}{z} \cap \frac{z + 1 - \gamma}{\gamma}$  et  $C \cap \frac{z^2 + z - \gamma z}{\gamma}$ , ubi  $\gamma \cap 2$ .

et fiet:  $C \cap \frac{z^2 + z - 2z}{2} \cap \frac{z^2 - z}{2}$ , et rursus  $\frac{F}{C}$  seu  $\frac{F}{z^2 - z \cup 2} \cap \frac{z + 1 - 3}{3}$ , sive  $F \cap$

$\left. \begin{array}{l} z^3 - 1z^2 \\ - 2.. + 2z \end{array} \right\} \cup 2, 3. \text{ porro } \frac{D}{F} \text{ sive } \frac{D, 2, 3}{.....} \cap \frac{z - 3}{4} \text{ et fiet } D \cap \left. \begin{array}{l} z^4 - 1z^3 \\ - 2... + 2z^2 \\ - 3... + 3.. \\ + 6.. - 6z \end{array} \right\} \cup$

2, 3, 4 quam formulam si rursus multiplices per  $\frac{z - 4}{5}$  fiet: 15

1 proxime (1) minoris (2) majoris  $L$  3 f. ad | idem *gestr.* | usum  $L$  6 numerus (1)  $BC$  ad  
 numer (2) | unitatum *erg.* |  $CB$   $L$  9 sit (1) Numerus  $AC \cap z$ . (2) dimensionis (a)  $z$  numerus, 4 (b)  
 numerus,  $L$  9  $AC$  (1) est  $z$  (2) seu  $L$  10 f. 2 | vel *erg.* | 3  $L$  11 fiet (1)  $z - \gamma$  (2)  $z + 1 - \gamma$   $L$   
 11 erit (1)  $\frac{E}{C} \cap$  (2)  $\frac{\text{Numerus datus}}{\text{ad ... transversali}}$  (a) ut  $\gamma$  ad (b)  $\cap \frac{\gamma}{z + 1 - \gamma}$ .  $L$

4 consequentiam 12<sup>mam</sup>: Vgl. die *Consequence douziesme* in Bl. PASCAL, *Traité du triangle arithmetique*, 1665, S. 7–8 (PO III S. 455–457).

$$\begin{array}{rcl}
 z^5 & - & 1z^4 \\
 \sim & - & 2.... + 2z^3 \\
 & - & 3.... + 3... \\
 & & + 6... - 6z^2 \\
 \sim & - & 4.... + 4... \\
 & & + 8... - 8.. \\
 & & + 12... - 12.. \\
 & & - 24.. + 24z
 \end{array} \left. \vphantom{\begin{array}{rcl} z^5 \\ \sim \\ \\ \sim \\ \\ \end{array}} \right\} \sim 2, 3, 4, 5 \sqcap G.$$

Hinc patet semper fieri summam  $\sqcap 0$ . si sit  $z \sqcap 1$ .

$$\begin{array}{lcl}
 10 \quad \text{Nimirum,} & E & \sqcap z \\
 & C & \sqcap z \sim \frac{z-1}{1} \\
 & F & \sqcap \frac{z}{1}, \frac{z-1}{2}, \frac{z-2}{3} \\
 & D & \sqcap \frac{z}{1}, \frac{z-1}{2}, \frac{z-2}{3}, \frac{z-3}{4} \\
 & G & \sqcap \frac{z}{1}, \frac{z-1}{2}, \frac{z-2}{3}, \frac{z-3}{4}, \frac{z-4}{5}.
 \end{array}$$

15 Unde patet hos numeros, ut 1, 5, 10, 10, 5, 1. esse productos continuorum, seu fractionum, quarum numerator decrescit, nominator crescit arithmetice. Unde pendet praxis notabilis Ganierii apud Pascaliū pag. 32. tractatus de combinationibus. Observavit Huddenius hoc sane memorabile, si haec series 1 -2 +1 multiplicetur per progressionem Arithmeticam quamcunque, productum semper fieri aequale nihilo. Videamus an  
20 propositio sit universalior, sive an sequens

$$\begin{array}{cccc}
 & 1 & -3 & +3 & -1. \\
 \text{ducta in} & 1 & 3 & 6 & 10 \\
 \text{faciat productum:} & +1 & -9 & +18 & -10
 \end{array} \quad \text{nihilo aequale, idque}$$

verum est. Hinc illud sequitur memorabile. Si qua sit aequatio quae tres habeat Radices

9 1. (1) z (2) | I nicht gestr. | 1 (3) | Nimirum, erg. | E  $\sqcap$  z L 15 1 | 3, ändert Hrsg. | (1) 30, (2) 10, L 17 notabilis | Domini gestr. | Ganierii L 18 si (1) propositio (2) haec L

17 Ganierii: A. de Gagnières; vgl. Bl. PASCAL, *Combinationes*, 1665, S. 32f. (PO III S. 586–593).  
18 Huddenius: Vgl. J. HUDDE, *Epistolae duae*, 1659, DGS I S. 508.

aequales eam multiplicari posse per numeros triangulares, sive earum generator sit unitas, sive alius quilibet, et nihilominus aequationem manere. Porro aequationes trium radicum aequalium serviunt tum ad inventiones Tangentium parallelarum, et perpendicularium, seu maximas et minimas ordinatas; exemplo eorum quae de Conchoeidis puncto flexus apud Schotenium dixit Heuradius. Eodem modo de caeteris sive numeris sive seriebus sive potestatibus facilis est, et sane memorabilis demonstratio.

$$\begin{array}{cccc} 1 & -3 & 3 & -1 \\ 0 & 1 & 3 & 6 \\ \hline 0 & -3 & +9 & -6 \end{array} \qquad \begin{array}{ccccc} 1 & -4 & +6 & -4 & +1 \\ 20 & 10 & 4 & 1 & 0 \\ \hline +20 & -40 & 24 & -4 & 0 \end{array} \quad \square \quad 0$$

Nota quoniam series transversalis semper finita, perpendicularis infinita, ideo satius 10  
multiplicare infinitam per finitam demonstrandi theorematis causa.

Caeterum si multiplicatio instituatur alio modo alia orietur productorum repraesentatio, nempe:

$$\begin{aligned}
z \wedge z-1 &\sqcap z^2 - z. \\
z \wedge z-1 \wedge z-2 &\sqcap z^2 - z \wedge z-2 \sqcap z^3 - 2z^2 \\
&- z^2 + 2z \\
z \wedge z-1 \wedge z-2 \wedge z-3 &\sqcap z-3 \qquad \qquad \qquad \wedge \qquad \qquad \qquad \sqcap z^4 - 3z^3 \\
&- 2z^3 + 6z^2 \\
&- z^3 + 3.. \\
&+ 2.. - 6z
\end{aligned}$$

et hoc rursus multiplicando per  $z - 4$  fiet:

$$\begin{aligned}
& z^5 - 4z^4 \\
& - 3\dots + 12z^3 \\
& - 2\dots + 8\dots \\
& - 1\dots + 4\dots \\
& \quad + 6\dots - 24z^2 \\
& \quad + 3\dots - 12z^2 \\
& \quad + 2\dots - 8z^2 \\
& \quad \quad - 6z^2 + 24z
\end{aligned}
\tag{25}$$

4 maximas | ad *ändert Hrsq.* | minimas  $L$       10 finita, (1) altera (2) perpendicularis  $L$

5 apud ...Heuradius: Vgl. Fr. van SCHOOTEN, *Commentarii*, 1659, *DGS* I S. 259–262.



Multa in hoc dispositione memoranda, sed quae omnia ex hoc capite pendent, quod nimirum terminus cujuslibet lineae multiplicatus per 2. vel 3, vel 4, dat sequentem, non ergo considerandi nisi qui lineas incipiunt, hi enim per 1 + 2 vel 1 + 3, vel 1 + 4, etc. multiplicati dant reliquos, sunt autem:

$$\begin{array}{rccccccc}
 5 & 1. & \text{vel } 1 & & \text{vel } 1 & & \text{vel } 1 & & \text{nempe } 1 \\
 & & -1 & & -2 & & . & -3 & & 1. & 2. & 3. \\
 & & & & -1 & & & -2 & & & 2 & 3 & 6 \\
 & & & & +2 & & & -1 & & & & & 6 \\
 & & & & & & & . & +6 & & & & \\
 10 & & & & & & & +3 & & & & & \\
 & & & & & & & +2 & & & & & \\
 & & & & & & & . & -6 & & & & 
 \end{array}$$

Piget adhuc unum calculare, etsi res forte mereatur. Caeterum inspiciendo apparet hoc calculandi modo non in summa tantum, sed et per partes idem quod ante provenisse.

15 Caeterum summis initis fiunt aequationes:

$$1z. \quad 1z^2 - 1z \quad 1z^3 - 3z^2 + 2z \quad 1z^4 - 6z^3 + 11z^2 - 6z$$

et denique:  $1z^5 - 10z^4 + 35z^3 - 50z^2 + 24z$ . Porro semper numeri cujuslibet termini inter se juncti sunt aequales nihilo, multiplicetur haec formula, per  $z - 5$ ,

$$\begin{array}{rcl}
 16 & \text{Am Rand:} & 8 \quad \sqcap \quad 8 \\
 20 & & 8 \quad \sqcap \quad 4 + 4 \\
 & & 7 \quad \sqcap \quad 4 + 3 \\
 & & 3 + 4
 \end{array}$$

3 per (1) 1 + 3 (a) multiplica (b) vel 1 + 2, (2) 1 + 2 L 5 1. vel (1) 1 - 1. vel (a) 1 - 2 + (b) 1 - 2 (2) 1 L 13 calculare, (1) credo vero (2) etsi L 18 per (1) z - 4, fiet: - 1 +

$$\begin{array}{rcccccccc}
 z^6 & - & 10z^5 & + & 35z^4 & - & 50z^3 & + & 24z^2 \\
 & & - & 4 \dots & + & 40 \dots & - & 140 \dots & + & 200 \dots & - & 96z \\
 \hline
 \text{seu } 1z^6 & - & 14z^5 & + & 75z^4 & - & 190z^3 & + & 224z^2 & - & 96z. \\
 \mathcal{X} & & \mathcal{A} & & \mathcal{Z} & & \mathcal{Z} & & \mathcal{Z} & & \mathcal{Z}
 \end{array}$$

Ubi notandum omnes (a) te (b) numeros simul sumtos semper aeqvari nihilo. (2) z - 5, L 19 8  $\sqcap$  (1) 2  $\wedge$  4 (2) 8 L

$$\begin{array}{rcll}
 \text{fiet} \left\{ \begin{array}{cccccc} 1z^6 & - & 10z^5 & + & 35z^4 & - & 50z^3 & + & 24z^2 \\ & & - & 5\dots\dots & + & 50\dots\dots & - & 175\dots & + & 250 & - & 120z \end{array} \right. \\
 \text{seu} \quad \begin{array}{cccccc} 1z^6 & - & 15z^5 & + & 85z^4 & - & 225z^3 & + & 274z^2 & - & 120z \\ \mathfrak{X} & & \mathfrak{Z} & & \mathfrak{A} & & 0 & & \mathfrak{A} & & \emptyset \end{array}
 \end{array}$$

Ubi notandum inductione apparere, quod semper crescent cognitae terminorum, usque ad penultimum, qui est omnium maximus; at ultimus rursus decrescit. Termini secundi sunt numeri triangulares, 0. 1. 3. 6. [10.] 15. Termini ultimi, 1. 2. 6. 24. 120. sunt producti numerorum continui deinceps ab unitate, nempe 1. (1, 2) 2. (1, 2, 3) 6. (1, 2, 3, 4) 24. (1, 2, 3, 4, 5) 120.

Sed reliquorum difficilior determinatio, v. g. tertiorum: 2. 11. 35. 85 etc. Patet tamen eos esse quodammodo sumtos ex pyramidalibus, 1. 4. 10. 20. 35. 56. 84. Quarti sunt 6. 2. 11. 35. 85. 50. 225. etc. qui quomodo ex Triangulo-Triangularibus deriventur non ita facile judicatur; et opus est prolixis inductionibus ad ista indaganda.

Si in qualibet formula in seriem ipsarum cognitarum seu numerorum inquiremus, omisso ultimo, ut,

$$\begin{array}{cccccccccccccccc}
 1. & 1. & 3. & 1. & 6. & 11 & 1. & 10. & 35. & 50. & 1. & 15. & 85. & 225. & 274 \\
 & & 2 & & 5. & 6 & & 9 & 25 & 25 & & 14. & 70 & 140 & 49 \\
 & & & & 1 & & & 16 & 0 & & & 56 & 70 & 91
 \end{array}$$

15 *Am linken Rand:*

$$\begin{array}{r}
 7 \\
 7 \\
 \hline
 49 \\
 7 \\
 \hline
 343 \\
 7 \\
 \hline
 2401
 \end{array}$$

15 *Am rechten Rand:*  $5^0 \wedge 3 \sqcap 3$ . NB.

14 in (1) qvolibet termino (2) qvalibet  $L$

17f. 5. 6 ... 16 0: Einzelne Differenzen sind fehlerhaft. Die Fehler setzen sich in den nachfolgenden Zeilen fort.

Sed his nunc quidem missis redeamus ad nostras formulas generales:

Esto formula quaelibet:

$$\frac{by^z + ca^1y^{z-1} + da^2y^{z-2} + ea^3y^{z-3} + fa^4y^{z-4}}{gy^z + hay^{z-1} + ka^2y^{z-2} + la^3y^{z-3} + ma^4y^{z-4}}$$

Quaeratur ejus differentia a formula quae hoc solo ab ista differat, quod pro  $y$  ponatur  $y + \beta$ : ut autem res in numeris habeatur et vitetur error calculi, scribemus:

$$\frac{\begin{array}{cccccc} 2b & 625y^{4z} & + & 7ca125y^{4z-1} & + & 5da^225y^{4z-2} & + & 4ea^35y^{4z-3} & + & 8fa^45^0y^{4z-4} \\ 4 & 2401 & & 5 & 343 & & 8 \dots 49 & & + 2 \dots 7 & & + 10 & 7^0 \end{array}}{\begin{array}{cccccc} 10g5^4y^{4z} & + & 11ha5^3y^{4z-1} & + & 13ka^25^2y^{4z-2} & + & 14la^35y^{4z-3} & + & 16ma^45^0y^{4z-4} \\ 11 & 7 & & + 13 & 7 & & + 14 & 7 & & + 16 & 7 & & + 17 & 7^0 \end{array}}$$

Numerator Termini proxime majoris ejusdem seriei, in qua  $y + 4\beta$  ponatur in locum ipsius  $y$ , erit:

[siehe Tab. 1 auf der gegenüberliegenden Seite]

Differentia harum duarum fractionum quaerenda esset multiplicatione per crucem, sed cum illa futura sit prolixissima, sufficiet singulos terminos cum aliis de quibus mox loquar, conferendos excerpti.

6 2b 625y<sup>4z</sup> + (1) 5 (2) 7ca125y<sup>4z-1</sup> + (a) 4 (b) 5 L      6 343 (1) 7 (2) 8 L      6 13ka<sup>2</sup>5<sup>2</sup> | y<sup>z-2</sup>  
 ändert Hrsg. | + L      7 Numerator erg. L      11 prolixissima, (1) utile erit ea (2) eo (3) sufficiet L

$$\begin{aligned}
& 2b^5 y^{4z} + 2b^4 z 4\beta^1 5^3 y^{4z-1} + 2b^4 4\beta^2 6 \llbracket \frac{z, z-1}{1, 2} \rrbracket 5^2 y^{4z-2} + 2b^4 4\beta^3 4 \llbracket \frac{z, z-1, z-2}{1, 2, 3} \rrbracket 5^1 y^{4z-3} + 2b^4 4\beta^4 1 \llbracket \frac{z, \dots, z-3}{1, 2, 3, 4} \rrbracket 5^0 y^{4z-4} \\
& + 7ca \frac{4}{7} \dots + 7ca \frac{4\beta^3}{4} \llbracket z-1 \rrbracket \dots + 7ca \frac{4\beta^2 3}{4} \llbracket \frac{z-1, z-2}{1, 2} \rrbracket \dots + 7ca \frac{4\beta^3 1}{4} \llbracket \frac{z-1, \dots, z-3}{6} \rrbracket \dots \\
& + 5 \dots + 5da^2 \frac{5}{8} \dots + 5da^2 \frac{4\beta^2}{8} \llbracket \frac{z-2}{1} \rrbracket \dots + 5da^2 \frac{4\beta^2 1}{8} \llbracket \frac{z-2, z-3}{2} \rrbracket \dots \\
& + 4ea^3 \frac{4}{2} \dots + 4ea^3 \frac{4\beta^1}{2} \llbracket \frac{z-3}{1} \rrbracket \dots + 8fa^4 \frac{8}{10} \dots
\end{aligned}$$

Nominator ejusdem manet idem, mutatis tantum quibusdam literis, nempe cognitis, scilicet

|     |   |       |      |   |   |   |   |                    |       |   |   |   |                    |                 |       |     |     |   |   |
|-----|---|-------|------|---|---|---|---|--------------------|-------|---|---|---|--------------------|-----------------|-------|-----|-----|---|---|
| 10g | • | ..    | +10g | • | . | . | • | +10g               | ...   | . | • | • | +10                | g               | ...   | ... | •   | • |   |
| 11  |   |       | 11   |   |   |   |   | 11                 |       |   |   |   | 11                 |                 |       |     |     |   |   |
|     |   | +11ha |      | . | • |   |   | +11ha              | .     | . | . | • | •                  | +11             | ha    | ... | ... | • | • |
|     |   | +13.. |      |   |   |   |   | 13                 |       |   |   |   | 13                 |                 |       |     |     |   |   |
|     |   |       |      |   |   |   |   | +13ka <sup>2</sup> | _____ |   | • | • | +13ka <sup>2</sup> | ...             |       | .   | •   | • |   |
|     |   |       |      |   |   |   |   | 14                 |       |   |   |   | 14                 |                 |       |     |     |   |   |
|     |   |       |      |   |   |   |   |                    |       |   |   |   | +14                | la <sup>3</sup> | _____ |     | •   | • |   |
|     |   |       |      |   |   |   |   | 16                 |       |   |   |   | 16                 |                 |       |     |     |   |   |
|     |   |       |      |   |   |   |   |                    |       |   |   |   | +16ma <sup>4</sup> | _____           |       |     | •   | • |   |
|     |   |       |      |   |   |   |   |                    |       |   |   |   | 17                 |                 |       |     |     |   |   |

[Tab. 1]

1 *Am Rand:*  $z, \dots, z-3 \sqcap z, z-1, z-2, z-3$ .

$$1 \quad 2b5^4y^{4z} \quad (1) + 2b4z5^3y^{4z-1} + 2b6u \frac{z, z-1}{1, 2} u 5^2y^{4z-2} + 2b4u \frac{z, z-1, z-2}{1, 2, 3} u 5^1y^{z-3} + 2b1u \frac{z, \dots, z-3}{1, 2, 3, 4} u 5^0y^{4z-4} 4.7.4.7.4.7.4. \dots 74. \dots 7 + 7ca3u^z - 1u. \dots \quad (2)$$

$$2b4z4\beta^15^3y^{4z-1} \quad L \quad 5 \quad 5da^24\beta^21 \mid u \frac{z-2, \dots, z-4}{2} u \quad \text{ändert Hrsg.} \mid \dots L \quad 7 \quad 4ea^34\beta 1 \mid u \frac{z-3, z-4}{1} u \quad \text{ändert Hrsg.} \mid \dots L$$



Terminus summus I     $\dagger 2b \ 10g \ 5y^{(2)4z}$  }  
 Numeratoris         $4 \bullet 11 \bullet 7 \bullet$  }  $\cap 0$   
                           $\dagger \dots \dots \dots \bullet \bullet \bullet$  }  
 Term. II             $\dagger 2b \begin{array}{|c|} \hline 10g \ 4z4\beta \\ \hline 11 \\ \hline \end{array} \begin{array}{|c|} \hline 11ha \\ \hline 13 \\ \hline \end{array} \begin{array}{|c|} \hline 7ca \ 10g \\ \hline 5 \ 11 \\ \hline \end{array}$  }  $\dagger 10g \begin{array}{|c|} \hline 2b \ 4z4\beta \\ \hline 11 \\ \hline \end{array} \begin{array}{|c|} \hline 7ca \\ \hline 5 \\ \hline \end{array} \begin{array}{|c|} \hline 11ha \ 2b \\ \hline 13 \ 4 \\ \hline \end{array}$  }  $\cap 0$  } Unde habemus

5

demonstrationem Theorematis, de evanescentibus semper duobus Terminis maximis Numeratoris differentiae. 10

Sed antequam pergamus, tentemus rescindere laborem calculi inutilem, inde ab initio: ad hoc enim praestandum generales ejusmodi formulae sunt in primis utiles, cum

3 Am linken Rand: I  $\dagger z. \dagger z$   $5y^{(2)4z-1}$   $\dagger z, +z-1. \dagger z-1, z.$   
 7

1-3 summus (1) Nominatoris (2) Numeratoris (a)  $+2b10g5y^{(2)4z} \cap 20n5y^{(2)4z}$  idemqve (aa)  $-4.11.7.$  44 7  
 $+2b \cap 20n$  (bb)  $10g$  (b)  $\dagger 2b10g5$  (c) I  $\dagger 2b10g5y^{(2)4z}$  (aa)  $\cap$  I  $20n5y^{(2)4z}$  idemqve (bb) } L  
 $+4.$  44. 11. 4 11 4.11.7. 44 7 }  $\cap 0$   
 $\dagger \dots \dots \dots \bullet \bullet \bullet$   $\cap$  I  $10n5y^{(2)4z}$ : ergo  $n \cap 0$   
 44 7

4  $\dagger 2b \begin{array}{|c|} \hline 10g \ 4z4\beta \\ \hline 11 \\ \hline \end{array} \begin{array}{|c|} \hline 11ha \\ \hline 13 \\ \hline \end{array} \begin{array}{|c|} \hline 7ca \ 10g \\ \hline 5 \ 11 \\ \hline \end{array}$  |  $5y^{(2)4z-1}$  7  $\dots \dots \dots$  |  $\dagger 10g \begin{array}{|c|} \hline 2b \ 4z4\beta \\ \hline 11 \\ \hline \end{array} \begin{array}{|c|} \hline 7ca \\ \hline 5 \\ \hline \end{array} \begin{array}{|c|} \hline 11ha \ 2b \\ \hline 13 \ 4 \\ \hline \end{array}$  | 11 f. differentiae. | Exponentes Term I. (1)

$\dagger, zSA+zIP, \dagger, zIP+zSA \cap 0$  T  $(2)^{(2)4z-1} \cap \dagger, zSA+zIP, \dagger, zIP+zSA \cap 0$  Term II.  $(2)^{4z-2} \cap \dagger$   
 erg. u. gestr. | Sed L 14 (1) 4, 1, 1, 4  $y^{(2)4z-1}$  3, 2, 2, 1  $y^{(2)4z-2}$  (2) II (3) I  $\dagger z, | +z$  gestr. |  
 $\dagger | z, gestr. | z$   $5y^{(2)4z-1}$   $\dagger z, +z-1. \dagger z-1, z.$  | III  $5y^{(2)4z-2}$   $\dagger z, z-2. z-1, z-1$  gestr. | L  
 7 7

ea ratione plerumque etiam theoremata memorabilia offerantur; nam exempli causa, Methodus Huddeniana de Maximis et Minimis ejusmodi *r e s c i s s i o n u m* consecrarium est, ut Hugenius quoque ex Fermatiana Methodo ostendit.

Itaque formulam Anteriorem, sive sumtam, appellabimus A. Posteriorem seu in qua pro  $y$  substituimus  $y + \beta$ . appellemus P. Numeratorem quia Superior in qualibet formula appellemus  $S$ , Nominatorem quia inferior vocemus  $I$ . Termini autem qui reperiuntur in  $AS$ , vel  $AI$ , vel  $PS$ , vel  $PI$ . nominabuntur ab exponentibus nempe  $zAS$ .  $z - 1, AI$ .  $z - 2, PS$  etc. Jam primum hos terminos inter se comparabimus: nempe Terminos ipsius  $P$ , operae pretium erit explicare per terminos ipsius  $A$ . nempe

10 [siehe Tab. 2 auf der gegenüberliegenden Seite]

Atque ita habemus formulam quae una est ex utilissimis totis Analyseos, continuata enim exhibet generaliter *E x p l i c a t i o n e m f o r m u l a e c u j u s c u n q u e* per binomium. Unde facile habetur et explicatio trinomii, scilicet explicando rursus ipsam  $\beta$ . per binomium; et per consequens habetur explicatio formulae cujuscunque per polynomium quodcunque. Progressiones hic occurrunt et harmoniae quocunque te vertas, et sufficiet inspexisse Tabulam, ad eas advertendas. Quot autem harmoniae, tot deteguntur theoremata generalia omnibus formulis communia, quae manifestum est, ex ipsa combinationum natura suam originem habere.

Illud praeterea notandum est videri posse in hac Tabula sive formula generali vel  
 20 literas  $\begin{smallmatrix} b & c & d \\ g & h & k \end{smallmatrix}$  vel exponentes terminorum, ut  $ASz$ .  $ASz - 1$ .  $ASz - 2$ . superfluas, cum una alterae indigentur: verum usum hunc habet earum conjunctio, ut ex ipsa statim Tabula appareant exponentes pariter et literae. Literae quidem, ut reliquus calculus literarum absolvi possit, exponentes, ut generalia de exponentibus theoremata facilius condantur.

11 f. Analyseos, (1) exhibet enim (2) | continuata enim *erg.* | exhibet generaliter (a) Potestatem binomii cuiuscunque (b) *E x p l i c a t i o n e m* L 15 quodcunque (1) progressio hic occurrit (2) Progressiones L 16 et (1) loco (2) sufficiet L 19 est (1) tametsi (2) videri posse (a) vel literas (b) in L 20 vel (1) series (2) exponentes L 22 appareant (1) series (2) exponentes L 22 literae. (1) Expo (2) Literae L 22 literarum *erg.* L 23 ut (1) reliquus calcul (2) generalia L

---

1 f. Methodus: J. HUDDE, *Epistolae duae*, 1659, *DGS* I S. 507–516. 3 Hugenius ... ostendit: Chr. HUYGENS, *Demonstratio regulae de maximis et minimis*, 1667 (Ms., gedr. in *Ouvrages*, 1693, S. 326 bis 330; *HO* XX S. 228–241).

$$\begin{aligned}
& PS_{\bar{y}}z \quad \cap bASz \\
& . I . \quad g . I . \\
& PS_{\bar{y}}z - 1 \cap bASz \quad \left( \frac{z}{1} \right) \quad \beta + caASz - 1 \\
& . I . \quad . g . I . \quad . \quad . + ha . I . - . \\
& PS_{\bar{y}}z - 2 \cap bASz \quad \left( \frac{z, z-1}{1, 2} \right) \quad \beta^2 + caASz - 1 \quad \left( \frac{z-1}{1} \right) \quad \beta + da^2ASz - 2 \\
& . I . \quad . g . I . \quad . \quad + ha . I . \quad . \quad . \quad + ka^2 . I . \quad . \\
& PS_{\bar{y}}z - 3 \cap bASz \quad \left( \frac{z, ., z-2}{1, 2, 3} \right) \quad \beta^3 + caASz - 1 \quad \left( \frac{z-1, z-2}{1, 2} \right) \quad \beta^2 + da^2ASz - 2 \quad \left( \frac{z-2}{1} \right) \quad \beta + ea^3ASz - 3 \\
& I \quad g \quad I \quad ha \quad I \quad ka^2 \quad I \quad la^3 \quad I \\
& PS_{\bar{y}}z - 4 \cap bASz \quad \left( \frac{z, ., ., z-3}{1, 2, 3, 4} \right) \quad \beta^4 + caASz - 1 \quad \left( \frac{z-1, ., z-3}{1, 2, 3} \right) \quad \beta^3 + da^2ASz - 2 \quad \left( \frac{z-2, z-3}{1, 2} \right) \quad \beta^2 + ea^3ASz - 3 \quad \left( \frac{z-3}{1} \right) \quad \beta + fa^4ASz - 4 \\
& I \quad g \quad I \quad + ha \quad I \quad ka^2 \quad I \quad la^3 \quad I \quad ma^4 \quad I
\end{aligned}$$

5

10

[Tab. 2]

$$\begin{aligned}
& 148,9-149,8 \text{ nempe } (1) \quad PSz \quad \cap \quad ASz \quad | \quad PSz - 1 \quad \cap \quad ASz \quad \left( \frac{z}{1} \right) \beta + ASz - 1 \quad (a) \quad PSz - 2 \quad (b) \quad yPSz - 2 \quad (2) \quad PS_{\bar{y}}z \quad \cap \quad ASz \quad | \quad PS_{\bar{y}}z - 1 \quad \cap \quad ASz \quad \left( \frac{z}{1} \right) \beta + ASz - 1 \\
& . I . \quad . I . \quad . I . \quad . \quad . I . \quad . . + . I . \quad . . \quad . I . \quad . . \quad . I . \quad . . \quad . I . \quad . I . \quad . I . \quad . \quad . I . \quad . . + . I . \quad . .
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& PS_{\bar{y}}z - 2 \quad \cap \quad ASz \quad \left( \frac{z, z-1}{1, 2} \right) \quad \beta^2 + ASz - 1 \quad \left( \frac{z-1}{1} \right) \quad \beta + ASz - 2 \quad (3) \quad PS_{\bar{y}}z \quad L \\
& . I . \quad . . \quad . I . \quad . \quad + . I . \quad . \quad + . I . \quad . \\
& PS_{\bar{y}}z - 3 \quad \cap \quad ASz \quad \left( \frac{z, ., z-2}{1, 2, 3} \right) \quad \beta^3 + ASz - 1 \quad \left( \frac{z-1, z-2}{1, 2} \right) \quad \beta^2 + ASz - 2 \quad \left( \frac{z-2}{1} \right) \beta \\
& . I \quad I \quad I \quad I
\end{aligned}$$



$$\begin{array}{l}
P \left\{ \begin{array}{l} S \bar{y}^z \\ I \end{array} \right. \cap \left\{ \begin{array}{l} b A \\ g \end{array} \right. \left\{ \begin{array}{l} S z \textcircled{1} \\ I \end{array} \right. \beta^0 \\
5 \quad P \left\{ \begin{array}{l} S \bar{y}^{z-1} \\ I \end{array} \right. \cap \left\{ \begin{array}{l} b A \\ g \end{array} \right. \left\{ \begin{array}{l} S z \textcircled{2} \\ I \end{array} \right. \beta^1 + \left\{ \begin{array}{l} ca A \\ ha \end{array} \right. \left\{ \begin{array}{l} S z - 1 \textcircled{1} \\ I \end{array} \right. \beta^0 \\
\cdot \quad \cdot \quad \cdot^{z-2} \cap \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \left( \frac{z, z-1}{1, 2} \right) \beta^2 + \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \left( \frac{z-1}{1} \right) \beta^1 + \left\{ \begin{array}{l} da^2 A \\ ka^2 \end{array} \right. \left\{ \begin{array}{l} S z - 2 \textcircled{1} \\ I \end{array} \right. \beta^0 \\
\cdot \quad \cdot \quad \cdot^{z-3} \cap \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \left( \frac{z, \cdot, z-2}{1, 2, 3} \right) \beta^3 + \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \left( \frac{z-1, z-2}{1, 2} \right) \beta^2 + \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \left( \frac{z-2}{1} \right) \beta^1 + ea^3 A S z - 3 \textcircled{1} \beta^0 \\
10 \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot^{z-4} \cap \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \left( \frac{z, \cdot, \cdot, z-3}{1, 2, 3, 4} \right) \beta^4 + \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \left( \frac{z-1, \cdot, z-3}{1, 2, 3} \right) \beta^3 + \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \left( \frac{z-2, z-3}{1, 2} \right) \beta^2 + \left\{ \begin{array}{l} la^3 \\ ma^4 \end{array} \right. \left\{ \begin{array}{l} I \\ I \end{array} \right. \left( \frac{z-3}{1} \right) \beta^1 + fa^4 A S z - 4 \textcircled{1} \beta^0
\end{array}$$

Leibniz-Akademie-Ausgabe, Band VII, 8

Omisi autem numeros probatorios hoc loco, ne formulam plane novam, et per se multiplicem adhuc magis onerarem; praesertim cum in his formulis ipsis numeris probatoriis careri possit; nam ipsae series non interruptae neque dissimiles sibi probationis sunt loco. Operae pretium autem est formulam hanc inventam scribere paulo distinctius, ut ejus constitutio magis oculis objiciatur:

5

[siehe Tab. 3 auf der gegenüberliegenden Seite]

Ubi considerandum est simplicissimum constructionis Tabulae fundamentum sumendum esse non tam in perpendiculari aut horizontali etsi hic quoque non desunt harmoniae, sed transversali, ita enim transversaliter habetur:  $z$ .  $z - 1$ .  $z - 2$ .  $z - 3$ .

$z - 4$ . et  $\textcircled{1} \textcircled{1} \textcircled{1} \textcircled{1} \textcircled{1}$ . || et  $\textcircled{\frac{z}{1}}$ .  $\textcircled{\frac{z-1}{1}}$   $\textcircled{\frac{z-2}{1}}$   $\textcircled{\frac{z-3}{1}}$  ||  $\textcircled{\frac{z, z-1}{1, 2}}$ .  $\textcircled{\frac{z-1, z-2}{1, 2}}$ . 10

$\textcircled{\frac{z-2, z-3}{1, 2}}$  ||  $\textcircled{\frac{z, \dots, z-2}{1, 2, 3}}$ .  $\textcircled{\frac{z-1, \dots, z-3}{1, 2, 3}}$  ||  $\textcircled{\frac{z, \dots, z-3}{1, 2, 3, 4}}$  |. Eodem modo crescunt decrescuntve transversaliter potentiae ipsarum  $\beta$  et  $a$ . Sed et notandum  $z$  parenthe-

ticum semper tot esse dimensionum, quot  $\beta$  ascriptum, v. g. in  $\textcircled{\frac{z, \dots, z-2}{1, 2, 3} \beta^3}$ , id est

$\textcircled{\frac{z, z-1, z-2}{1, 2, 3} \beta^3}$  ductis his in se invicem assurgitur ad  $\textcircled{z^3}$ . ubi notandum est, maxi-

15 mum numerum dividendum, ex his, 1, 2, 3. esse 3. Innumerae id genus observari possent

harmoniae sed ut ad rem denique nostram veniamus, examinandum jam est, si formula

explicatrix ducatur per crucem in explicatam quid inde proveniat: Nimirum Numerator

producti erit † Aggregatum Combinationum omnium Terminorum  $AS$  cum omnibus

Terminis  $PI$ , singulorum unius cum omnibus alterius; † aggregatum Combinationum

omnium Terminorum  $AI$ , cum omnibus Terminis  $PS$ . Nominator vero: combinationes 20

omnium terminorum  $AI$ , cum omnibus  $PI$ . Ex his combinationibus eas in unum colligemus,

quae ad unum assurgunt ipsius  $y$  exponentem  $z$ . Et quidem maximus omnium

2z. Nam combinationibus fiunt multiplicationes quantitatum, et additiones exponentium.

7 Tabulae erg. L 10  $\textcircled{\frac{z-3}{1}}$  (1)  $\frac{z-4}{1}$  (2) ||  $\textcircled{\frac{z, z-1}{1, 2}}$  L 11  $\textcircled{\frac{z-1, \dots, z-3}{1, 2, 3}}$  ||  $\textcircled{z, \dots, z-3}$

ändert Hrsg. | |. Eodem L 17f. proveniat: (1) Nimirum faciendae sunt omnes Terminorum  $AS$ ,

cum omnibus terminis  $PI$ , et contra om (2) Nimirum (a) Nominator (b) Numerator producti erit (aa)

Combinat (bb) † L 20 Terminorum (1)  $PI$  (2)  $AI$  L 21 terminorum (1)  $AS$  (2)  $AI$  L

21 omnibus (1)  $A$  (2)  $PI$ . L 23–152,1 exponentium. (1) Combi (2) habebimus L



$$\begin{array}{l}
DS, 2z - 2 \sqcap \left\{ \begin{array}{l} \dagger b \quad A \\ \dagger g \quad . \end{array} \right\} \left\{ \begin{array}{l} S, z \\ I. \end{array} \right\} \left\{ \begin{array}{l} + P \left\{ \begin{array}{l} I, z - 2 \\ S. \end{array} \right\} \\ . \end{array} \right\} \\
\begin{array}{l} : \frac{ca}{ha} . : z - 1 \\ : \frac{da^2}{ka^2} . : z - 2 \end{array} \left\{ \begin{array}{l} + . : z - 1 \\ + . : z - 0 \end{array} \right\} \\
\end{array}
\begin{array}{l}
\left\{ \begin{array}{l} gAIz \left( \frac{z, z-1}{1, 2} \right) \beta^2 \\ b \quad S \end{array} \right\} + \begin{array}{l} \begin{array}{c} \text{III} \\ \circ \end{array} \begin{array}{l} haAIz-1 \left( \frac{z-1}{1} \right) \beta^1 \\ ca \quad S \end{array} + ka^2 AIz \quad \text{I} \quad \beta^0 \\
\begin{array}{l} \dots \left( \frac{z}{1} \right) \beta^1 \\ \dots \text{I} \quad \text{I} \quad \beta^0 \end{array} + \begin{array}{l} \dots \text{II} \quad \text{I} \quad \beta^0 \end{array} \\
\begin{array}{l} \dots \left( \frac{z}{1} \right) \beta^1 \\ \dots \text{I} \quad \text{I} \quad \beta^0 \end{array}
\end{array}
\begin{array}{l}
DS, 2z - 3 \sqcap \begin{array}{l} : \frac{b}{g} . : z \\ : \frac{ca}{ha} . : z - 1 \\ : \frac{da^2}{ka^2} . : z - 2 \\ : \frac{ea^3}{la^3} . : z - 3 \end{array} \left\{ \begin{array}{l} + . : z - 3 \\ + . : z - 2 \\ + . : z - 1 \\ + . : z - 0 \end{array} \right\} \\
\begin{array}{l} \dots \left( \frac{z, ., z-2}{1, 2, 3} \right) \beta^3 + \dots \begin{array}{c} \text{V} \\ \circ \end{array} \left( \frac{z-1, z-2}{1, 2} \right) \beta^2 + \dots \begin{array}{c} \text{III} \\ \circ \end{array} \left( \frac{z-2}{1} \right) \beta^1 + \frac{la^3}{ea^3} A_S^I \left[ z \right] - 3 \quad \text{I} \quad \beta^0 \\
\begin{array}{l} \dots \left( \frac{z, z-1}{1, 2} \right) \beta^2 \\ \dots \left( \frac{z}{1} \right) \beta^1 \end{array} + \begin{array}{l} \dots \left( \frac{z-1}{1} \right) \beta^1 \\ \dots \text{II} \quad \text{I} \quad \beta^0 \end{array} \\
\begin{array}{l} \dots \left( \frac{z, ., z-2}{1, 2, 3} \right) \beta^3 \\ \dots \text{I} \quad \text{I} \quad \beta^0 \end{array}
\end{array}
\begin{array}{l}
DS, 2z - 4 \sqcap \begin{array}{l} : \frac{b}{g} . : z \\ : \frac{ca}{ha} . : z - 1 \\ : \frac{da^2}{ka^2} . : z - 2 \\ : \frac{ea^3}{la^3} . : z - 3 \\ : \frac{fa^4}{ma^4} . : z - 4 \end{array} \left\{ \begin{array}{l} + . : z - 4 \\ + . : z - 3 \\ + . : z - 2 \\ + . : z - 1 \\ + . : z - 0 \end{array} \right\} \\
\begin{array}{l} \dots \left( \frac{z, ., ., z-3}{1, 2, 3, 4} \right) \beta^4 + \dots \begin{array}{c} \text{III} \\ \circ \end{array} \left( \frac{z-1, ., z-3}{1, 2, 3} \right) \beta^3 + \dots \begin{array}{c} \text{VII} \\ \circ \end{array} \left( \frac{z-2, z-3}{1, 2} \right) \beta^2 + \dots \begin{array}{c} \text{III} \\ \circ \end{array} \left( \frac{z-3}{1} \right) \beta^1 + \frac{ma^4}{fa^4} A_S^I \left[ z \right] - 4 \text{I} \beta^0 \\
\begin{array}{l} \dots \left( \frac{z, ., z-2}{1, 2, 3} \right) \beta^3 \\ \dots \left( \frac{z, z-1}{1, 2} \right) \beta^2 \end{array} + \begin{array}{l} \dots \left( \frac{z-1, z-2}{1, 2} \right) \beta^2 \\ \dots \begin{array}{c} \text{VII} \\ \circ \end{array} \left( \frac{z-2}{1} \right) \beta^1 \end{array} + \begin{array}{l} \dots \left( \frac{z-2}{1} \right) \beta^1 \\ \dots \begin{array}{c} \text{II} \\ \circ \end{array} \text{I} \quad \beta^0 \end{array} \\
\begin{array}{l} \dots \left( \frac{z, z-1}{1, 2} \right) \beta^2 \\ \dots \left( \frac{z-1}{1} \right) \beta^1 \end{array} + \begin{array}{l} \dots \left( \frac{z-1}{1} \right) \beta^1 \\ \dots \text{III} \quad \text{I} \quad \beta^0 \end{array} \\
\begin{array}{l} \dots \left( \frac{z}{1} \right) \beta^1 \\ \dots \text{I} \quad \text{I} \quad \beta^0 \end{array}
\end{array}
\end{array}$$

5

10



|                     |  |    |
|---------------------|--|----|
| $DS, 2z - 5 \sqcap$ | $\begin{array}{l} \frac{b}{g} \quad : z - 5 \\ : ca \quad : z - 1 + \cdot \quad : z - 4 \\ : ha \quad : z - 2 + \cdot \quad : z - 3 \\ : da^2 \quad : z - 3 + \cdot \quad : z - 2 \\ : ka^2 \quad : z - 4 + \cdot \quad : z - 1 \\ : ea^3 \quad : z - 5 + \cdot \quad : z - 0 \\ : la^3 \end{array}$ | 5  |
| $DS, 2z - 6 \sqcap$ | $\begin{array}{l} \frac{b}{g} \quad : z - 6 \\ : ca \quad : z - 1 + \cdot \quad : z - 5 \\ : ha \quad : z - 2 + \cdot \quad : z - 4 \\ : da^2 \quad : z - 3 + \cdot \quad : z - 3 \\ : ka^2 \quad : z - 4 + \cdot \quad : z - 2 \\ : ea^3 \quad : z - 5 + \cdot \quad : z - 1 \\ : la^3 \end{array}$ | 10 |
| $DS, 2z - 7 \sqcap$ | $\begin{array}{l} \frac{b}{g} \quad : z - 7 \\ : ca \quad : z - 1 + \cdot \quad : z - 6 \\ : ha \quad : z - 2 + \cdot \quad : z - 5 \\ : da^2 \quad : z - 3 + \cdot \quad : z - 4 \\ : ka^2 \quad : z - 4 + \cdot \quad : z - 3 \\ : ea^3 \quad : z - 5 + \cdot \quad : z - 2 \\ : la^3 \end{array}$ | 15 |
|                     | $\begin{array}{l} \frac{b}{g} \quad : z - 7 \\ : ca \quad : z - 1 + \cdot \quad : z - 6 \\ : ha \quad : z - 2 + \cdot \quad : z - 5 \\ : da^2 \quad : z - 3 + \cdot \quad : z - 4 \\ : ka^2 \quad : z - 4 + \cdot \quad : z - 3 \\ : ea^3 \quad : z - 5 + \cdot \quad : z - 2 \\ : la^3 \end{array}$ | 20 |

14 *Darüber:* Plag. 2. Schediasmatis de formulis omnium Dimensionum

|  |  |   |                                       |                                       |                                       |
|--|--|---|---------------------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|
| 1 $\frac{b}{g} \text{ erg. } L$        | 2 $\frac{ca}{ha} \text{ erg. } L$      | 3 $\frac{da^2}{ka^2} \text{ erg. } L$   | 4 $\frac{ea^3}{la^3} \text{ erg. } L$ | 5 $\frac{fa^4}{ma^4} \text{ erg. } L$ | 9 $\frac{da^2}{ka^2} \text{ erg. } L$ |
| 10 $\frac{ea^3}{la^3} \text{ erg. } L$ | 11 $\frac{fa^4}{ma^4} \text{ erg. } L$ | 13 f. <del><math>z - 6 + \cdot : z - 0</math></del>   vide seq plag <i>gestr.</i>   $DS, 2z - 7 \text{ } L$ |                                       |                                       |                                       |
| 18 $\frac{ea^3}{la^3} \text{ erg. } L$ | 19 $\frac{fa^4}{ma^4} \text{ erg. } L$ |   |                                       |                                       |                                       |

$$\begin{array}{rcll}
 & : & \cdot & : z-6 + \cdot : z-1 \\
 & : & \cdot & : z-7 + \cdot : z-0 \\
 DS, 2z-8 \sqcap & : & \cdot & : z-1 + \cdot : z-8 \\
 & : & \cdot & : z-2 + \cdot : z-7 \\
 5 & : & \cdot & : z-3 + \cdot : z-6 \\
 & : & \cdot & : z-4 + \cdot : z-5 \\
 & : & \cdot & : z-5 + \cdot : z-4 \\
 & : & \cdot & : z-6 + \cdot : z-3 \\
 & : & \cdot & : z-7 + \cdot : z-2 \\
 10 & : & \cdot & : z-8 + \cdot : z-1 \\
 & : & \cdot & : z-9 + \cdot : z-0
 \end{array}$$

Ista assumptio ipsius  $z$ . hunc habet usum, ut ipse exponens dimensionis pro arbitrio sumi, et ita problemata alioquin insolubilia forte solvi possint. Hac enim ratione efficitur, ut exponens dimensionis ingrediatur ipsas quantitates. Efficere praeterea possumus, ut cessent omnes destructiones, si scilicet in Nominatore seu  $I$  exponens non sit  $z$  ut in Numeratore seu  $S$ . verum alius, v. g.  $\mu$ . Ita enim etsi aliquae eveniant destructiones, operae pretium tamen erit eas dissimulare, et sine destructione relinquere; cum duae ita in cujuslibet differentiae Termini quantitate cognita habeantur series, una pendens a  $z$ . altera ab  $\mu$ . et una quaeque valde regularis et simplex, pendens a numeris combinatoriis.

Nota si sit exponens, e. g.  $\sqrt{3} \cdot z$  v. g.  $y^{\sqrt{3}}$ . et pro  $y$  velis ponere  $x + \beta$  videamus quomodo  $x + \beta$  multiplicari possit in se secundum exponentem  $\sqrt{3}$  sane si secundum regulam quandam generalem binomiorum scribas, ut supra; continuanda erit in infinitum operatio. Nam faciendo  $z-1 \cdot z-2 \cdot z-3$ . etc. patet jam 2 esse  $\sqcap$  quam  $z$  adeoque exponentes fieri nihilo minores; exponentes autem nihilo minores significant divisiones loco multiplicationum; poterit ergo in infinitum continuari progressio; et vicissim seriei hujus infinitae summa erit binomii potentia secundum exponentem  $z$ . Itaque si  $z$  non sit

7  $\frac{fa^4}{ma^4}$  erg.  $L$  12 ut (1)  $\langle - \rangle$  (2) ipse (a) pro (b) exponens (aa) aeqvationis (bb) dimensionis  $L$   
 14 quantitates. (1) Ingrediamur (2) Inquiramus itaque in (a) quanti (b) formulam, cuius differentia (aa)  
 sit  $\frac{1}{y^2 + \frac{\beta}{2}y}$  (bb) sit ea (aaa)  $y^z + (bbb) \frac{by^z + cay^{z-1}}{y^2 + \frac{\beta}{2}y}$  (3) Efficere  $L$  18 in (1) qvalibet (2)  
 cuiuslibet differentiae (a) Cogni (b) Termini  $L$  23 jam (1)  $z-2$  (2)  $z-0$  (3)  $2 \cdot L$

numerus rationalis, explicatio, subtrahendo ab exponente, unitates fiet semper infinita. Et ecce novam accessionem ad doctrinam de summa serierum infinitarum. Sed quid si ipsam  $z$  hoc loco  $\sqrt{3}$  dividas in partes aequales pro arbitrario, v. g.  $\frac{z}{3}$ , aut si numerum partium aequalium definire nolis initio:  $\frac{z}{\mu}$ . fiet enim  $z - \frac{z}{\mu}$ .  $z - \frac{2z}{\mu}$  etc. et  $\mu$  erit numerus rationalis.

5

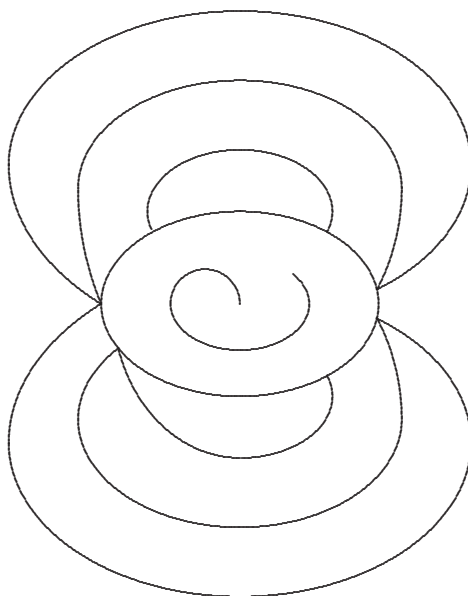
Quid si  $\mu$  sit numerus irrationalis non video commodum exprimendi modum, quemadmodum et nondum video rationem explicandi binomium, ope exponentis secti in partes inaequales. Illud primo in numeris experiundum, et inde ad caetera traducendum foret: Caeterum ex his in mentem venit, etiam rationalium exponentium potestates explicari posse binomiis infinitis, nempe si sit:  $y^{z-\mu}$   $y^{z-2\mu}$   $y^{z-3\mu}$ . pone  $z$ . et  $\mu$ . sive rationales sive 10  
irrationales esse inter se incommensurabiles aut certe multiplicatos per numeros naturales uno  $\mu$ , nunquam productum alteri  $z$ . coincidere; tunc certe in infinitum producetur explicatio. Ut autem finita sit explicatio non est necesse ipsam  $\mu$  esse unitatem, sed tantum ipsi  $z$ . commensurabilem per numerum naturalem. Sed quidsi jam longius adhuc 15  
progrediamur, et loco  $-\mu - 2\mu - 3\mu$ , adhibeamus:  $-2\mu - 4\mu - 6\mu$ ,  $-8\mu$ . vel etiam incipiendo aliter.  $-\mu - 3\mu - 5\mu - 7\mu$ . ubi quaeritur an semper incipiendum sit necessario ab unitate, et an intervallum sumi possit quodlibet.

Nimirum Tabula numerorum combinatoriorum condi potest, non tantum etsi generator non sit unitas, sed etiam etsi sit numerus irrationalis. Finge jam aliud: in Tabula quadam numerorum combinatoriorum quaeri medios, aut bimedios, aut trimedios etc. 20  
Sed et finge continua ejusmodi mediarum interpositione describi lineas combinatorias, quibus repraesentantur numerorum figuratorum progressiones. Videndum an secundo has lineas in partes inaequales, sed invicem respondentes binomiorum tamen potestates exprimi queant. Tantum sumendum est Triangulum Arithmeticum et in partes inaequales secandum, etc. Ut autem ista universaliter demonstrentur; dividenda quaelibet potestas 25  
in infinitas ratiunculas; et ostendendum ista coincidere cum lineis istis combinatoriis.

3  $\frac{z}{3}$ , (1) seu  $\frac{\sqrt{3}}{3}$  item quid si (2) aut  $L$  8 f. foret: (1) nempe  $y^4$  (2) Caeterum  $L$  10 pone  
(1)  $\mu$  esse numerum vel (2)  $z$   $L$  11 incommensurabiles (1) usus aut certe multiplicatione (2) aut  $L$   
11 f. numeros (1) num (2) naturales (a) nunqva (b) uno  $L$  22 quibus |repraesentur ändert Hrsg. |  
(1) numeris figuratis (2) numerorum  $L$  26 cum (1) numeris (2) lineis (a) figurarum (b) istis  $L$

26 ratiunculas: Vgl. N. MERCATOR: *Logarithmotechnia*, 1668, S. 3 [Marg.]. Zum generellen Ansatz vgl. auch REMAKI, *L'art combinatoire*, S. 402–404.





[Fig. 1]

|    |               |               |               |   |   |   |
|----|---------------|---------------|---------------|---|---|---|
|    |               | $\frac{1}{2}$ | $\frac{1}{2}$ |   |   |   |
|    | $\frac{1}{2}$ | 1             | 1             | 1 | 1 | 1 |
| 5  |               | $\frac{1}{2}$ | $\frac{3}{2}$ |   |   |   |
|    | $\frac{1}{2}$ | 1             | 2             | 3 | 4 |   |
|    |               | $\frac{1}{2}$ | $\frac{5}{2}$ |   |   |   |
|    | $\frac{1}{2}$ | 1             | 3             | 6 |   |   |
|    |               | $\frac{1}{2}$ | $\frac{7}{2}$ |   |   |   |
|    | $\frac{1}{2}$ | 1             | 4             |   |   |   |
| 10 |               | $\frac{1}{2}$ |               |   |   |   |
|    | $\frac{1}{2}$ | 1             |               |   |   |   |

Nimirum manifestum est, si generator non sit unitas sed  $\frac{1}{2}$  et ita porro subdividendo in infinitum. Adeoque intelligi potest sumto quolibet generatore, si modo unus coincidat coincidere omnes.

$$3 \quad \frac{1}{2} \quad (1) \quad 0 \quad (2) \quad 1 \quad L \quad 5 \quad \frac{1}{2} \quad (1) \quad 0 \quad (2) \quad 1 \quad L \quad 7 \quad \frac{1}{2} \quad (1) \quad 0 \quad (2) \quad 1 \quad L \quad 9 \quad \frac{1}{2} \quad (1) \quad 0 \quad 6 \quad (2) \quad 1 \quad L$$

2–11  $\frac{1}{2} \dots 4 \quad \frac{1}{2} \quad \frac{1}{2} \quad 1$ : Leibniz versucht, durch Interpolation ein Pascalsches Dreieck mit Basis  $\frac{1}{2}$  aus einem Dreieck zur Basis 1 zu erzeugen. Dafür müsste er eigentlich wie in S. 164 Z. 1–5 bei allen Einträgen des Dreiecks mit Basis 1 den Nenner  $\frac{1}{2}$  ergänzen.

Esto ergo Theorema: Figura combinatoria quaelibet coincidit cuilibet, quicumque sit generator, modo unitas sit eadem: Hinc etsi diversa sit unitas omnia tamen proportionalia sunt, sive, diversae Figurae Combinatoriae sunt similes inter se. Figuram autem Combinatoriam voco, cujus curva transit per extremitates omnium rectarum numeros combinatorios, secundum ordines numericos repraesentantium, *a d h i b i t a* interpolatione indefinite continuata. Si interpolatio in infinitum absolvi intelligatur, et Figurae Combinatoriae reddantur Geometricae (: hactenus enim non nisi Arithmeticae sunt, desinent: Triangulares in parabolam; pyramidales in paraboloeidem cubicam simplicem; et caetera in paraboloeides simplices altiores [:]).

In transversali Tabulae Combinatoriae, ut *H. E. C. F. D. G.* terminus quilibet, ut *E* est ad proxime superiorem, ut numerus inferiorum cum ipsa *E*, ad numerum superiorum cum ipsa *C.* sive ut numerus ordinis ipsius inferioris *E*, ad exponentem ordinis ipsius superioris *C.* nempe ut numerus ipsarum *H. E*, nempe 2, ad numerum ipsarum *C. F. D. G.* nempe 4. Summa ergo semper numerus terminorum lineae transversalis hoc loco 6.

Itaque si omnes sequentes, ab aliqua praecedente vel superiore vel inferiore deriventur, et intervallum ordinis primi, quod hoc loco per unitatem repraesentatur appelletur  $\beta$ , et numerus omnium terminorum lineae transversalis vocetur  $q$ , tunc uno ex terminis cujus ope scilicet alii investigandi sunt, appellato  $z$ , fiet Terminus sequens ad hunc  $h$ , ut

1 quaelibet | concidit *ändert Hrsg.* | cuilibet, *L* 4 f. numeros (1) Triangul (2) combinatorios *L*  
 5 f. interpolatione (1) in infinitum continuata (2) indefinite *L* 7 f. sunt, (1) | degenerabunt in *nicht*  
*gestr.* | (2) desinent *L* 8 cubicam | (1) puram (2) simplicem *erg.* |; et *L* 9 paraboloeides (1)  
 altiores (2) simplices *L* 10 In (1) basi (2) transversali *L* 10 G. (1) num (2) terminus *L*  
 11 proxime (1) sequentem, ut (2) superiorem, (a) | ut *nicht gestr.* | (aa) G (bb) C (b) ut *L* 12 ut (1)  
 exponens ordinis (2) numerus ordinis (a) demto ⟨un⟩ (b) pri (c) inferioris (d) ipsius *L* 19 fiet (1)  $z$

(2) ut (a) terminus sequens, ad hunc; ut  $z$ , sive hic ipse ad  $q - z$  adeoque: Terminus sequens  $\pi \frac{z^2}{q - z}$ ,

et terminus tertius seu sequens sequentem, ad sequentem  $z^2 \cup q - z$ , ut ipse sequens  $z^2 \cup q - z$ , ad

$q, -, z^2 \cup q - z$ , sive sequens sequentem  $\pi \frac{z^4}{q^2 - 2qz + z^2} \cup \frac{q^2 - qz - z^2}{q - z} \pi (aa) z^4 \cup q - z \cup qz (bb)$

$z^4 \cup q - z \cup q^2 - qz - z^2 \pi z^4 \cup q^3 - q^2z \left( \begin{array}{c} - qz^2 \\ + \dots \end{array} \right) - z^3 \pi z^4 \cup q^3 - 2q^2z - z^3$  et ita porro. tamque

(aaa) harum (bbb) intelligi (aaaa) posset (bbbb) possit a termino | quodam in medio sumto vel descendi vel ascendi tunc judicari potest duplicem semper esse valorem harum Quantitatum. *Dazu, nicht gestr.* Imo, video me committere errorem hoc de quolibet termino enuntiando, (aaaaa) cum sit verum, (bbbb) falsum est enim (ccccc) sic ergo redinchoandum: | (b) Terminus *L*

$p$  ad  $q - p$  adeoque terminus sequens  $\sqcap hp \smile q - p$ . et sequens sequentem, ad sequentem  $hp \smile q - p$ , ut  $p \mp \beta$  ad  $q - p \mp \beta$  adeoque sequens sequentem erit  $\sqcap hp^2 \mp hp\beta \smile q - p \smile q - p \mp \beta$ . Ascenditur autem vel descenditur, prout  $q - p$ , vel  $p$  inferior aut superior, et prout  $\mp$ . significat  $+$  aut  $-$ . Si  $h$  sit  $\sqcap z$ . seu primi ordinis tunc  $h$  et  $q$  differunt unitate ipsius  $\beta$ .

5 Itaque  $z$  adhibere utilius; itaque notandum priora resumí posse, modo pro 1, ponamus  $1\beta$ , unde fiet v. g.  $E \sqcap \frac{z}{1}$ .  $C \sqcap \frac{z, \wedge z - 1\beta}{1, 2}$ ,  $D \sqcap \frac{z, z - 1\beta, z - 2\beta}{1, 2, 3}$  etc. Itaque si sit

potestas:  $y^z$ . possumus  $z$  resolvere in quotcunque  $\beta$  inter se aequales, vel in numeros, vel in alias quantitates rationales vel surdas, vel fractas, ut si  $z$  sit 2, seu  $y^z \sqcap y^2$ , ponendo  $y \sqcap x + \gamma$  binomium hoc quadraticè in se multiplicatum erit, etiamsi non scribatur:

10  $x^2 + 2\gamma x + \gamma^2$ , sed v. g. pro 1. sumatur  $\frac{1}{2} \sqcap \beta$  unde binomii hujus quadratum erit

compositum ex quatuor terminis, nempe fiet:  $y^2 \sqcap \frac{1}{2}x^{\frac{4}{2}} + \frac{4}{2}\gamma^{\frac{1}{2}}x^{\frac{3}{2}} + \frac{6}{2}\gamma^{\frac{2}{2}}x^{\frac{2}{2}} + \frac{4}{2}\gamma^{\frac{3}{2}}x^{\frac{1}{2}} + \frac{1}{2}\gamma^{\frac{4}{2}}$ .

Unde facile intelligi potest, eodem modo etiam explicari posse per binomia, potestatem cujus exponens est irrationalis, v. g.  $\sqrt{2}$ . dividendo eam in partes quotcunque aequales.

15 Horum omnium veritas tum numeris tum calculo explicari debet. Prioris et calculo et in numeris, posterioris non nisi in numeris. Notandum vero hanc formulam in qua exponens fractus, semper reduci posse ad formulam exponentium integrorum, ope aequationis; sed si exponentes sint irrationales, non videre me modum reducendi ad ordinarios, utcunque formetur aequatio.

20 Illud tantum superest excutiendum, an aliqua ratione sive arte possint ipsae  $\beta$ . esse inaequales, ut scilicet necesse non sit exponentes crescere vel decrescere aequaliter.

Caeterum valor ipsius  $y^2$ , ita more Communi expressus, daret:  $y^2 \sqcap \frac{1}{2}x^2 + 2\sqrt{x^3\gamma} + 3\gamma x + 2\sqrt{\gamma^3x} + \frac{1}{2}\gamma^2$ . quod facile in numeris experiri licebit, modo  $x$  et  $\gamma$  intelligantur

1 sequens (1)  $\sqcap p \smile q - p$  (2)  $\sqcap hp \smile q - p$  L 8 rationales | sive fra *erg. u. gestr.* | vel L  
8f.  $y^z \sqcap y^2$ , (1)  $\mu$  (2) ponendo (a)  $y \sqcap x + \beta$  (b)  $y \sqcap x + \gamma$  L 9 hoc (1) cubice (2) quadraticè L  
9f. scribatur: (1)  $y^2$  (2)  $x^2 +$  (a)  $2\beta$  (b)  $2\gamma x + \gamma^2$  L 10 pro 1. (1) compon (2) sumatur L  
10 unde (1) binomium (2) binomii | huius qvadratum *erg.* | erit L 11 fiet: (1)  $y^2 \sqcap \frac{1}{2}\beta x^{\frac{4}{2}} + \frac{6}{2}\beta^{\frac{1}{2}}x^{\frac{3}{2}} + \frac{4}{2}\beta^{\frac{4}{2}}x^{\frac{4}{2}}$  (2)  $y^2 \sqcap \frac{1}{2}\beta x^{\frac{4}{2}} + \frac{4}{2}\beta^{\frac{1}{2}}x^{\frac{3}{2}} + \frac{6}{2}\beta^{\frac{4}{2}}x^{\frac{4}{2}} + \frac{4}{2}\beta^{\frac{2}{2}}x^{\frac{1}{2}} + \frac{1}{2}\beta^{\frac{4}{2}}$  (3)  $y^2 \sqcap \frac{1}{2}\gamma x^{\frac{4}{2}}$  (4)  $y^2 \sqcap \frac{1}{2}x^{\frac{4}{2}} + \frac{4}{2}\gamma^{\frac{1}{2}}x^{\frac{3}{2}} + \frac{6}{2}\gamma^{\frac{2}{2}}x^{\frac{2}{2}} + \frac{4}{2}\gamma^{\frac{3}{2}}x^{\frac{1}{2}} + \frac{1}{2}\gamma^{\frac{4}{2}}$  L 13 partes | quodcunque *ändert Hrsg.* | aequales L  
21 daret: (1)  $1\gamma$  (2)  $\frac{1}{2}x^2 +$  (a)  $2x^3$  (b)  $2x\sqrt{x\gamma} + 3\gamma x + 2y^2\sqrt{x\gamma}$  (3)  $y^2 \sqcap L$

esse numeri quadrati, nempe sit  $x \sqcap 9$ . et  $\gamma \sqcap 4$ , fiet:  $y \sqcap x + \gamma \sqcap 9 + 4 \sqcap 13$ . Jam  $13 \wedge 13 \sqcap 39$ . Unde

$$\frac{13}{169} \\ y^2 \sqcap \frac{1}{2}x^2 + 2x\sqrt{x\gamma} + 3\gamma x + 2\gamma\sqrt{\gamma x} + \frac{1}{2}\gamma^2 \\ 169 \quad \frac{81}{2} \sqcap 40\frac{1}{2} + 2 \wedge 9\sqrt{36} \sqcap 108 + 108 + 2 \wedge 4 \wedge 6 \sqcap 48 + 8. \quad \text{Sed}$$

hic calculus non consentit.

5

Ideoque rei investigandae causa scribamus:  $bx^2 + cx\sqrt{x\gamma} + d\gamma x + e\gamma\sqrt{\gamma x} + f\gamma^2 \sqcap ax^2 + 2a\gamma x + a\gamma^2$ . et junctis in unum irrationalibus caeterisque ordinatis:

$$B \left\{ \begin{array}{l} + b x^2 \\ - a \dots \end{array} \right. D \left\{ \begin{array}{l} + d \gamma x \\ - 2a \dots \end{array} \right. F \left\{ \begin{array}{l} + f \gamma^2 \\ - a \dots \end{array} \right. \sqcap - c x \sqrt{x\gamma} - e \gamma \sqrt{\gamma x} \dots$$

et quadrando,

10

$$B^2 x^4 + 2BD x^3\gamma + 2BF x^2\gamma^2 + D^2 \dots + 2DF x\gamma^3 + F^2 \gamma^4 \sqcap 0. \\ - c^2 \dots - 2ce \dots - e^2 \dots$$

Jam ponatur  $b \sqcap f$ . adeoque  $B \sqcap F$ . item  $c \sqcap e$ . quod ex ipsa calculi natura pendet, cum enim  $x$  et  $\gamma$ . sint indefinita, altera pro altera sumi potest, neque ulla diversitatis ratio intelligi potest, cum non nisi situ sive ordine varient, idem enim est  $x + \gamma$ . et  $\gamma + x$ . quare et quadrata eorum eadem, aequatio ergo et pro  $F$  ponendo  $B$ , et pro  $e$  ponendo  $c$ , ita stabit

15

---

4 *Am Rand:*

$$\begin{array}{ccc} & 2 & \\ & 9 & 18 \quad 36 \\ \hline & 6 & 6 \quad 3 \\ & 108 & 108 \end{array}$$

20

1 fiet: (1)  $y \sqcap x + 9$  (2)  $y \sqcap x + \gamma$ . L 4 169 (1)  $\frac{96}{2} \sqcap 48$  (2)  $\frac{81}{2} \sqcap 40\frac{1}{2}$  L 14 ponatur (1)

B  $\sqcap$  F. (2) b  $\sqcap$  f. L 17 ergo (1) per B<sup>2</sup> sive F<sup>2</sup> divisa, (2)  $\langle$  eas  $\rangle$  ponendo (3) et pro (a) f b (b) F L

$$B^2 x^4 \left\{ \begin{array}{l} + 2BD x^3 \gamma + 2B^2 x^2 \gamma^2 + 2BD x \gamma^3 + B^2 \gamma^4 \\ \quad \quad \quad + D^2 \\ - c^2 \quad \dots - c^2 \quad \quad - c^2 \end{array} \right. \quad \odot$$

Jam haec aequatio cum alia simili ejusdem valoris conferatur, scilicet:  $x^2 + 2x\gamma + \gamma^2$ ,

5 ducatur in  $x^2 + \frac{h}{a}x\gamma + \gamma^2$ . productum ducatur in  $B^2$ , fiet:

$$\begin{aligned} B^2 x^4 + 2B^2 x^3 \gamma + B^2 x^2 \gamma^2 \\ + B^2 \frac{h}{a} \dots + 2 \frac{B^2 h}{a} \dots + \frac{B^2 h}{a} x \gamma^3 \\ + B^2 \dots + 2B^2 \dots + B^2 \gamma^4 \end{aligned} \quad \mathbb{D}.$$

Hanc formulam priori non similem tantum sed et coincidentem esse, intelligi potest,  
10 si fingamus formulam  $bx^2 + cx\sqrt{x\gamma}$  etc. esse aequationem duarum radicum aequalium  
potius, quam formulam quadrati binomii. Unde suffecerit eam potius aequalem poni  
nihilo quam alteri  $ax^2 + 2ax\gamma + a\gamma^2$  adeoque omitta a. ponemus  $B$  et  $b$ , vel  $D$  vel  $d$ ,  
et  $F$  vel  $f$ . aequales. Aequationes ergo collatitiae oriuntur duae, una, per quam  $D \sqcap$   
 $\frac{2B^2a + B^2h - c^2a}{2Ba}$ . adeoque

$$\begin{aligned} 15 \quad D^2 \sqcap + 4a^2 B^4 \boxed{- 4a^2 \frac{B^2 c^2}{\cancel{a}}} + a^2 c^4 \sim 4B^2 a^2 \\ \boxed{+ 4ah} \quad \quad - 2ah \\ \quad \quad \quad + h^2 \end{aligned}$$

quem valorem inserendo alteri collatitiae, fiet:

$$\begin{aligned} 20 \quad \boxed{8B^4 a^2} \boxed{+ 4a^2 \frac{B^2 c^2}{\cancel{a}}} \boxed{- 4B^4 ha} \dots \sqcap 0. \\ \boxed{- 8 \dots} \end{aligned}$$

4 scilicet: (1)  $ax^2 + 2ax\gamma + a\gamma^2$ , (2)  $x^2 + 2x\gamma + \gamma^2$  L      5 in |h gestr. |  $x^2 + \frac{h}{a}x\gamma + \gamma^2$ . (1) fiet:  
(2) productum L      9 priori (1) et (2) non L      13 collatitiae erg. L

3  $-c^2 \dots - c^2 - c^2$ : Hier und im Folgenden bis S. 163 Z. 2 treten einzelne Verschreibungen und kleinere Versehen bei den Umformungen auf, die sich auf die Bestimmung der Gleichungen von S. 163 Z. 10–12 auswirken.

Habemus ergo inventas aequationes duas, unam  $D \sqcap 2aB^2 - ac, \sqcup 2aB$ , alteram:  
 $+ h$

$h^2 - \frac{2c^2a}{B^2}h + \frac{a^2c^2 + 4a^2B^4}{B^2} \sqcap 0$ . Unde duae habebuntur arbitrariae, nempe  $B$ . et  $c$ . quas

determinare licebit, si cogitemus si velimus habere qualitatem numerorum combinato-  
 riorum, ut scilicet, ex duobus primo  $\beta$ , ut alias pro Tabula combinatoria appellavimus,  
 sive ut hoc loco vocabimus  $b$ ; et secundo antea appellato  $z$ , hoc loco vero  $c$ , caeteri se-  
 quantur, proxime scilicet sequentem nempe  $D$  (quem supra appellaveramus  $c$ ) faciendo  
 $\frac{z, z - \beta}{1, 2}$ . Imo praeterea necesse est hoc loco  $c$  (supra  $D$ ) seu  $\frac{z, z - 1\beta, z - 2\beta}{1, 2, 3}$  aequari

ipsi  $c$  hoc loco  $z$ , ut scilicet numerorum combinatoriorum natura servetur, Denique ne-  
 cesse est ipsam  $b$  (supra  $\beta$ ) aequari ipsi  $f$  sive per numerorum combinatoriorum naturam,  
 ipsi  $\frac{z, z - 1\beta, z - 2\beta, z - 3\beta}{1, 2, 3, 4}$ . Habemus ergo aequationes:  $D \sqcap 2aB^2 - ac \sqcup 2aB$ , et  
 $+ h$ . .

$h^2 - \frac{2c^2a}{B^2}h + \frac{a^2c^4 + 4a^2B^4}{B^2} \sqcap 0$  et  $D \sqcap \frac{c, c - B}{1, 2}$  et  $c \sqcap \frac{c, c - B, c - 2B}{1, 2, 3}$ , et denique

$B \sqcap \frac{c, c - B, c - 2B, c - 3B}{1, 2, 3, 4}$ . Quae aequationes cum sint numero quinque, incognitae

autem sint  $D$ ,  $h$ ,  $c$ ,  $B$  adeoque quatuor tantum, hinc praesumendum est calculum esse  
 impossibilem, nisi theorema subsit, cujus subtilitate ipsa rerum natura calculo consu-  
 luisse putanda sit. Itaque si nihil aliud hoc scilicet ex ejusmodi inquisitione discemus, an  
 scilicet Numerorum Combinatoriorum Tabulam interpolatam potestatibus exponentium  
 factorum accommodare possibile sit, nam si de fractis impossibilitas detegatur, non erit  
 cur de surdis laboremus.

4 f. appellavimus, (1) hoc (2) hoc loco vero b. (3) sive  $L$  6 f. faciendo (1)  $z -$  (2)  $\frac{z, z - \beta}{1, 2}$  (a)

incognitas ergo habemus  $D$  (supra  $c$ )  $B$  (supra  $\beta$ )  $c$  (supra  $z$ ) (b) Imo  $L$  7 loco (1)  $e \sqcap c$  (2)  $c \sqcap$   
*nicht gestr.* | (supra (a)  $z$  (b)  $D$ ) (aa) aequari (bb) seu  $L$  9 ipsi  $f$  (1) hoc loco (2) sive  $L$  11  $C \sqcap$   
 (1)  $z, z - 1$  (2)  $\frac{C, C - B, C - 2B}{1, 2, 3}$ ,  $L$  14 subsit, (1) in qvo ipsa na (2) cuius  $L$  16 Tabulam (1)

Subsectione (2) interpolatam  $L$  17 fractis (1) spes non (2) impossibilitas  $L$

5

|               |               |               |               |               |
|---------------|---------------|---------------|---------------|---------------|
| $\frac{1}{2}$ | $\frac{1}{2}$ | $\frac{1}{2}$ | $\frac{1}{2}$ | $\frac{1}{2}$ |
| $\frac{1}{2}$ | $\frac{2}{2}$ | $\frac{3}{2}$ | $\frac{4}{2}$ |               |
| $\frac{1}{2}$ | $\frac{3}{2}$ | $\frac{6}{2}$ |               |               |
| $\frac{1}{2}$ | $\frac{4}{2}$ |               |               |               |
| $\frac{1}{2}$ |               |               |               |               |

Si  $y \sqcap x + \gamma$ . deberet esse

$$y^{\frac{4}{2}} \sqcap + \frac{1}{2}x^{\frac{4}{2}} + \frac{4}{2}x^{\frac{3}{2}}\gamma^{\frac{1}{2}} + \frac{6}{2}x^{\frac{2}{2}}\gamma^{\frac{2}{2}} + \frac{4}{2}x^{\frac{1}{2}}\gamma^{\frac{3}{2}} + \frac{1}{2}\gamma^{\frac{4}{2}}$$

Sed hoc esse absurdum facile judicari potest, quia ponendo  $x$ . et  $\gamma$  numeros esse quadratos, et  $x$  imparem et  $\gamma$  parem vel contra; patet non posse non summam esse  
 10 numerum fractum, cum tamen  $y^{\frac{4}{2}}$  sit numerus integer, nisi velis aequationem esse inter  $\frac{1}{2}y^{\frac{4}{2}}$  et  $\frac{1}{2}x^{\frac{4}{2}} + \frac{4}{2}x^{\frac{3}{2}}\gamma^{\frac{1}{2}}$  etc. quemadmodum  $1y^2 \sqcap 1x^2 + 2x\gamma + 1\gamma^2$ . Sed nec sic res procedet, fiet enim binomium istud nimis magnum; itaque haec Tabulae Combinatoriae interpolatio locum non habet, per  $\frac{1}{2}$ .

Generaliter quaestio eo redit, magnitudinis datae potentiam datam, datis magnitu-  
 15 dinis et potentiae partibus exprimere. Quod si res per numeros combinatorios exitum reperire non potest, quaerendi sunt alii ope methodi supra praescriptae, per aequationes similes, et inductione aliquot casuum facta. Construatur Tabulae species, quae forte et ad irrationalia poterit extendi.

$2 \frac{1}{2} (1) \frac{1}{2} (2) \frac{2}{2} L$      $3 \frac{1}{2} (1) \frac{3}{4} (2) \frac{3}{2} L$     5f.  $\frac{1}{2} (1) \frac{5}{2} \frac{1}{2} (2)$  Si  $L$     8 hoc (1) imposs (2) esse  
 (a) ge (b) absurdum  $L$     14 redit, (1) datam potentiam cuiusdam literae, aliarum literarum potentia exprimere, (a) da (b) magnitudine | et *nicht gestr.* | (aa) ratione in partes sectis, (b) potentia | datis *erg.* |  
 in partes sectis, (c) magnitudini (2) magnitudinis  $L$     18–165,1 extendi. (1)  $y^{\frac{4}{2}}$  seu (2)  $y^{\frac{4}{2}}$  seu  $\sqrt{y^4}$   
 (3)  $y^{\frac{3}{2}}$  seu  $\sqrt{y^3} \sqcap \beta x^{\frac{1}{2}} + 1x^{\frac{2}{2}}\gamma^{\frac{1}{2}} + 2x^{\frac{1}{2}}\gamma^{\frac{2}{2}} + \beta$  | x *gestr.* |  $\gamma^{\frac{3}{2}}$  (c)  $\sqrt{y^3} \sqcap \beta x^{\frac{1}{2}} + zx^{\frac{2}{2}}\gamma^{\frac{1}{2}} + zx^{\frac{1}{2}}\gamma^{\frac{2}{2}} + \beta\gamma^{\frac{3}{2}}$   
 (4) Qvoniam  $L$

Quoniam necesse non est, numeros illos esse combinatorios, et quoniam semper erunt arbitrariae literae, hinc eae ita explicentur semper constante modo, ut inde Tabula numerorum ejusmodi condi possit, etsi plane diversa a combinatoria vel combinatoria interpolata, modo constans. Denique quaerendum est quod inveniri possint expressiones pro exponentibus surdis. Malum est quod tunc ista reductio institui non potest. Sed videtur alia institui posse reductio per appropinquationes perpetuas, pro surdis sumendo factorum seriem simul appropinquantem more meo, at videndum an ita res reduci possit ad analysin, seu an harum appropinquationum Termini reperiri possint. 5

Sequitur Schediasma *de Exponentibus Fractis et Surdis*.

23<sub>2</sub>. DE FORMULIS OMNIUM DIMENSIONUM, PARTES TERTIA ET QUARTA 10  
Februar 1675

**Überlieferung:** L Konzept: LH 35 III A 34 Bl. 5. 1 Bl. 4<sup>o</sup>. 1 S. auf Bl. 5r<sup>o</sup>. Rückseite leer.  
Cc 2, Nr. 909

Feb. 1675 15

De formulis omnium dimensionum  
De Exponentibus Fractis et Surdis  
De infiniti et indefiniti differentia

Vide Schediasma Januarii 1675. *de formulis omnium dimensionum* constans duabus partibus. 20

Constat si exponentes sint integri aut rationales, numeris combinatoriis valores binomiorum exprimi. At vero si sint fracti, aut irrationales nullam video rationem inter-

1 combinatorios, (1) hinc procedendo per omnes series eligatur nova (2) et L 16 De ...  
dimensionum *erg.* L 18 De infiniti ... differentia *erg.* L 19 Vide (1) pro (2)  
Schediasma L 21 rationales, (1) eos exprimi numeris combinat(-) valores (2) numeris L

7 more meo: Vgl. VII, 3 N. 33. 9 *de Exponentibus*: Vgl. N. 23<sub>2</sub>. 19 *de formulis*: Vgl. N. 23<sub>1</sub>.



polandi numeros combinatorios, praeter inquisitionem analyticam, non nisi pro fractis tamen tentabilem. Hoc loco vero venit in mentem rationis, quae hoc nititur fundamento, quod omnis numerus irrationalis repraesentari potest infinita serie rationalium; et omnis numerus fractus infinita serie integrorum; quare videamus an numerorum quoque  
 5 combinat[or]iorum seriebus infinitis uti liceat.

Experiamur primum in finitis, sit  $y \sqcap x + b$ , videamus quid sit  $y^{z-\omega}$ , fiet

$$1y^{z-\omega} [ + ] \frac{z-\omega}{1} y^{z-\omega-1} [ + ] \frac{z-\omega, z-\omega-1}{1, 2} y^{z-\omega-2} \text{ etc.}$$

Cumque  $z$  et  $\omega$  sint integri, et posito eorum numero finito etiam  $z - \omega$ , sit integer, patet modo series numerorum  $z - \omega$  etc. sit finita, succedere hunc numerorum combina-  
 10 toriorum usum.

$$\frac{1}{1+b} \sqcap 1 \left( \frac{-b}{1+b} \right) - b \left( \frac{+b^2}{1+b} \right) + b^2 - b^3 \quad \frac{+b^4}{1+b}.$$

$b$  autem est integer ideo  $b^3 \sqcap b^2$ . Sed et  $-b + b^2 \sqcap -b^3 + b^4$ . Itaque non potest demonstrari quod de finitis quotcunque verum est, de infinitorum quoque serie verum esse. Quoniam scilicet posteriora non decrescunt; ideoque nec locum habet ratiocinatio  
 15 Archimedeae, per deductionem ad absurdum; unde sequitur fallacem esse Methodum infinitorum, neque admittendam, nisi quando deductione ad absurdum demonstrari potest;

1 numeros (1) combinat(-) (2) combinatorios, (a) nisi qvam nunc (b) praeter  $L$  1 f. fractis  
 | illic *gestr.* | tamen  $L$  5 f. liceat. (1) Sit  $y^{4-1}$  (2) Experiamur ... sit (a)  $y^{4-1}$  et (aa)  $y \sqcap x + a$  (bb)  
 $y \sqcap x + b$ . fiet:  $y^{4-1} \sqcap 1x^{4-1} + (b) y^{z-\omega} \sqcap (c) y \sqcap x + b$   $L$  10 f. usum (1)  $\frac{a}{a+b} \sqcap (a) 1 + \frac{-b}{a+b}$  (b)  
 $a \left( \frac{-b}{a+b} \right)$  (2)  $\frac{1}{1+b} L$  12  $b^3 \sqcap b^2$ . (1) Videndum an sit  $1 - b \sqcap b^2 - b^3$  (2) Sed et (a)  $b^2 - b^3$  (b)  
 $-b^2 + b$  (c)  $-b + b^2 L$  12 f. potest (1) effici (2) demonstrari  $L$

6 fiet: Anstatt wie angekündigt  $y$  durch  $x + b$  zu ersetzen, substituiert Leibniz  $y$  mit  $y + 1$ . Dies beeinträchtigt die grundsätzliche Überlegung nicht. 11  $\frac{1}{1+b}$ : Auf der rechten Seite der Gleichung wendet Leibniz sukzessive die ersten Schritte einer Entwicklung einer Reihendarstellung durch fortgesetzte Division auf  $\frac{1}{1+b}$  an. Den Term  $\frac{-b}{1+b}$  der ersten Zerlegung von  $\frac{1}{1+b}$  stellt Leibniz im darauffolgenden Schritt als  $-b + \frac{b^2}{1+b}$  dar,  $\frac{b^2}{1+b}$  im Anschluss als  $b^2 - b^3 + \frac{b^4}{1+b}$ . Die Streichung der ersetzten Terme kennzeichnet Leibniz, indem er diese einklammert. Die rechte Seite ist somit als  $1 - b + b^2 - b^3 + \frac{b^4}{1+b}$  zu lesen. 14 ratiocinatio: Vgl. ARCHIMEDES, *Quadratura parabolae*, prop. XXIII u. XXIV.

alioqui enim demonstrari posse, ex eo quod in finitorum numero quantocunque res suc-  
 cedit, idem succedere etiam in infinito. Unde sequitur illustri exemplo quantum intersit  
 inter infinitum, et indefinitum. Quod enim de indefinito terminorum numero verum est,  
 non est de infinito. Et certe: indefinitus terminorum numerus est finitus; non ergo infini- 5  
 tus. Indefinitum ergo non est infinitum. Sed si fractio resolvi posset in integros infinitos  
 in infinitum decrescentes; verum foret, quod scilicet numerorum Combinatoriorum adhi-  
 beri posset interpolatio; ad numeros potestatum exprimendos; deductione ad absurdum;  
 assumpta differentia, si scilicet error adsit et continuata serie ad terminos usque differen-  
 tia majores; quin etiam etsi termini crescant, si tamen differentiae terminorum  $-b^3 + b^4$ ,  
 etc. concrevissent, idem potuisset demonstrari. Hinc sequitur si qua methodus demons- 10  
 tretur de fractis, eandem demonstrari posse de *s u r d i s*, hac ad absurdum deductione,  
 quia omnes surdae quantitates possunt resolvi in fractas rationales, ita ut termini con-  
 tinue decrescant. Methodus autem pro fractis videtur indagari posse, ea quam coepi  
 ratione in schediasmate *de formulis omnium dimensionum* parte 2<sup>da</sup>, nempe per arbi- 15  
 trarias ascriptas, reducta postea aequatione, cum enim sint literae arbitrariae, videtur  
 methodus quaedam generalis ipsius  $z$  ope caeteras inveniendi literas haberi posse. Quo  
 semel facto, omnium figurarum quadraturae analyticae poterunt haberi; et laborandum  
 erit postea de reductione expressionum transcendentium, quando id fieri potest.

7 exprimendos; (1) demon (2) s(um) (3) deductione  $L$       8 error (1) absit (2) adsit  $L$   
 11 *s u r d i s*, (1) qvia mutato (2) hac  $L$       12 rationales, (1) qvare si qvi possu (2) Tantum ergo (3)  
 ita  $L$       18 reductione (1) figura (2) expressionum  $L$

14 parte 2<sup>da</sup>: Vgl. N. 23<sub>1</sub> ab S. 157 Z. 18.

## 24. DE AEQUATIONIBUS PER LOGARITHMOS RESOLUTIS

Juni 1675

**Überlieferung:** *L* Konzept: LH 35 XIV 1 Bl. 94–97. 2 Bog. 2°. 8 S.

Cc 2, Nr. 985

5 24<sub>1</sub>. DE AEQUATIONIBUS PER LOGARITHMOS RESOLUTIS (NUM. 1)

Junii 1675

De Aequationibus per Logarithmos resolutis (num. 1)

169,1–11 *Nebenbetrachtung:*

|    |  |              |    |    |              |   |
|----|--|--------------|----|----|--------------|---|
|    |  | 1            | 1  | 1  | <del>1</del> |   |
| 10 |  | 2            | 3  | 4  | 5            | 6 |
|    |  | 3            | 6  | 10 | 15           |   |
|    |  | <del>4</del> | 10 | 20 | 35           |   |
|    |  | <del>5</del> | 15 | 35 | 70           |   |
|    |  | <del>6</del> | 21 | 56 |              |   |
| 15 |  | <del>7</del> | 28 | 84 |              |   |
|    |  | <del>8</del> | 36 |    |              |   |
|    |  | <del>9</del> | 45 |    |              |   |
|    |  | 10           | 55 |    |              |   |

6f. Junii 1675 | De Aequationibus ... (num 1) *erg.* || Hac Schemata sub finem continetur Resolutio omnium aequationum per logarithmos: et inventio geometrica logarithmi binomii propositi ex datis logarithmis nominum; et quantitatibus; et logarithmis ac (1) nominibus (2) quantitatibus nominum alterius binomii unum cum proposito nomen commune habentis, cuius (a) logarithm (b) binomii logarithmus datur. *erg. u. gestr.* | *Dazu, nicht gestr.:* appropinquando concedo. *L*

Si sit  $z \sqcap m + n$

fiet ..  $z^2 \sqcap m^2 + n^2 + 2mn \hat{=} 1$

$$z^3 \sqcap m^3 + n^3 + 3mn \hat{=} m + n \quad \textcircled{z}$$

$$z^4 \sqcap m^4 + n^4 + 4mn \hat{=} m + n \quad \textcircled{z^2} - \frac{1}{2}mn, \text{ Nempe } m^4 + 4m^3n + 6m^2n^2 + 4mn^3 + n^4$$

$$4mn \hat{=} m^2 + \frac{6}{4}mn + n^2$$

5

$$z^5 \sqcap m^5 + n^5 + 5mn \hat{=} m + n \quad \textcircled{z^3} \text{ fere } m^5 + 5m^4n + 10m^3n^2 + 10m^2n^3 + 5mn^4 + n^5$$

$$5mn \hat{=} m^3 + \frac{10}{5}m^2n + \frac{10}{5}mn^2 + n^3$$

$$z^6 \sqcap m^6 + n^6 + 6mnz^4 \text{ fere } m^6 + 6m^5n + 15m^4n^2 + 20m^3n^3 + 15m^2n^4 + 6mn^5 + n^6$$

$$6mn \hat{=} m^4 + \frac{15}{6}m^3n + \frac{20}{6}m^2n^2 + \frac{15}{6}mn^3 + n^4$$

10

$$z^7 \sqcap m^7 + n^7 + 7mnz^5 \text{ fere}$$

$$z^8 \sqcap m^8 + n^8 + 8mnz^6 \text{ fere}$$

Nota  $+ 1m^3 \frac{2mn \wedge m + n}{+2m^2n + 2mn^2} + 1n^3$  debet esse cubus, conferatur cum  $p^3 + 3pq \wedge$   
 $+ c \dots$   $c$   
 $p + q, + p^3$  erit  $p \sqcap m\sqrt{\textcircled{3}1 + c}$  et  $3mn\sqrt{\textcircled{3}1 + 2c + c^2} \sqcap 2mn$ . Ergo  $1 + 2c + c^2 \sqcap \frac{8}{27}$  et  
 $q \sqcap n \dots\dots\dots$

$c \sqcap 1 \mp \sqrt{\frac{8}{27}}$ . Ergo dici potest:

$$z^5 \sqcap + m^3 + n^4 + 5mnz^3 - 5mn \wedge -c \wedge m^3.$$

5

$$z^3 \sqcap -3mnz$$

$$+ m^2 + mn + n^2 \wedge z$$

$$z^3 \sqcap m^2z - 2mnm$$

$$+ 2mnn$$

10

$$+ n^2 \wedge m - n$$

$$z^5 \sqcap * + qz^3 * - rz + s \sqcap 0. \text{ Erit } m \sqcap \frac{q}{5n} \text{ et } m^5 \sqcap \frac{q^5}{5n^5}. \text{ Erit } \frac{q^5}{3125n^5} + n^5 \sqcap s.$$

11 *Nebenrechnung:*

5

5

 $\frac{25}{5}$ 

15

5

 $\frac{125}{125}$ 

25

 $\frac{625}{625}$ 

20

250

 $\frac{3125}{3125}$ 

1-11 Nota  $\dots + n^5 \sqcap s$  erg. L

1-11 Nota  $\dots + n^5 \sqcap s$ : Vgl. S. 195 Z. 11-16.  $2 \ 3mn\sqrt{\textcircled{3}1 + 2c + c^2} \sqcap 2mn$ : Leibniz ver-  
 gisst auf der linken Seite der Gleichung einen Faktor  $\sqrt[3]{1+c}$  und verfehlt so das Ergebnis  $c = -\frac{1}{3}$ .

Das Versehen wirkt sich nicht weiter aus.  $3 \ c \sqcap 1 \mp \sqrt{\frac{8}{27}}$ : Folgerichtig gerechnet ergibt sich

$c = \mp \sqrt{\frac{8}{27}} - 1$ .  $5 \ z^5 \sqcap$ : Auf der rechten Seite der Gleichung müssten die ersten Terme  $+m^5 + n^5$   
 lauten.  $6-10 \ z^3 \dots + n^2 \wedge m - n$ : Leibniz versucht den Ansatz  $z = m - n$ .





Sit Trinomium:  $z \sqcap m + n + p$ . Cubus erit:  $m^3 + 3m^2n + 3mn^2 + n^3$ .  
 $+ 3m^2p \quad \cdot 2np + 3n^2p$   
 $\quad \cdot p^2 + 3np^2$   
 $\quad + p^3$

Videamus an disserari possit haec propositio in multiplum ipsius  $m + n + p$ . et in 5  
 multiplum  $m^2 + 2mn + 2mp, + n^2 + 2np + p^2$ . Scilicet excerpemus:  $\mathbf{2}mn + \mathbf{2}mp \hat{=} m + n + p \sqcap$   
 $\mathbf{2}m^2n + \mathbf{2}mn^2 + \left(\frac{2}{4}\right)mnp, + \mathbf{2}m^2p + \boxed{2mnp} + \mathbf{2}mp^2$ , et restat:

1–174,9 *Nebenbetrachtung auf Bl. 97 r<sup>o</sup>:*

$$\begin{array}{rcccl} m^3 + 3m^2n + 3mn^2 & n^3 & m + n, \boxed{3} & -m^3 + 3mnp & \\ p & 2np & m + p, \boxed{3} & & \\ & p^2 & & & \\ & 3np^2 & & & \\ & p^3 & & & \end{array} \quad 10$$

$$\begin{array}{l} 6mnp \quad 3n^2p + 3np^2 \\ \text{seu} \dots \quad 3np \hat{=} n + p \\ \text{seu } 3np \hat{=} \underbrace{n + p + m}_y \end{array} \quad 15$$

$$\begin{array}{l} m^3 + n^3 + \frac{q^3a^3}{27n^3} \sqcap a^2l \\ \odot m^3 + 3m^2n + 3mn^2 \quad n^3 \\ \quad 3mnp \quad \sqcap a^2l \\ 3m^2p \quad 3mp^2 \quad p^3 \\ \frac{aq}{3} + 3nm + 3n^2 + \frac{3qam}{3n} + \frac{3q^2a^2}{9n^2} \sqcap 0 \\ 3mn \hat{=} m + n \quad + \frac{aq}{3}m \quad p \sqcap \frac{qa}{3n} \\ 3mp \hat{=} m + p \\ \quad \wedge \quad \wedge \\ \quad + \frac{qa}{3n} \quad + \frac{qa}{3n} \end{array} \quad 20$$

$\frac{aqm}{3} [ + ] 3nm + 3n^2 + \frac{3q^2a^2}{9n^2} + \frac{3q^2a^2}{9n^2} \sqcap a^2l$ . Separetur aequatio  $\odot$  in duas, unam,  $m + n \sqcap 0$

alteram:  $\frac{aqm}{3} + \frac{q^3a^3}{27m^3} + \frac{3q^2a^2}{9m^2} + \frac{3q^2a^2}{9m^2} \sqcap a^2l$  et rursus faciendo  $\frac{q^3\mathbf{N}^9}{a^927m^3} \sqcap \frac{a^2l\mathbf{N}^3}{a^3}$ . sive

$m \sqcap \frac{\mathbf{N}^2}{v}$ . fiet  $\frac{aq\mathbf{N}^4}{v} + \frac{3q^2a^2}{9v^2} + 3$  [bricht ab]



$$\begin{array}{r} m^3 + 2m^2n + 2mn^2 + n^3 \\ p \quad 2np \quad 3n^2p \\ p^2 \quad 3np^2 \\ p^3 \end{array}$$

5 Videamus jam an quadrati ab  $m + n + p$  multipulum invenire possimus. Excerpendo:  
 $m^3 + 2m^2n + 2m^2p + mn^2 + 2mnp + mp^2$  restabit:  $mn^2 + 2mnp + mp^2 + n^3 + 3n^2p + 3np^2 + p^3$ . sive restabit  $n + p$ , [2],  $\wedge m$ . et  $n + p$ , [3].

Ergo erit  $z^3 \sqcap mz^2 + m \wedge n + p, z + m \wedge n + p$  [2].  
 $+ n + p$  [3]

10 Conferatur aequationi. Sit jam aequatio:

$y^3 * ahy + a^2l \sqcap 0$ . Pro  $y$  pone  $z + c$  fiet  $z^3 + 3cz^2 + 3c^2z + c^3$  erit  $m \sqcap 3c$ . et  
 $+ ah \cdot + ahc$   
 $+ a^2l$

$cn + cp \sqcap 3c^2 + ah$ , sive  $n + p \sqcap \frac{3c^2 + ah}{c}$ . Unde denique:

$$15 \quad \frac{9c^4 + 6c^2ah + a^2h^2}{\frac{c}{3}} + \frac{27c^6 + 27ahc^4 + 9a^2h^2c^2 + a^3h^3}{c^3} \sqcap c^3 + ahc + a^2l.$$

Fiet:  $53c^6 * + 44ahc^4 - a^2lc^3 + a^2h^2c^2 * + a^3h^3 \sqcap 0$ . quae reapse cubica est.

Quod etsi nihil dederit quod desideravimus, haec tamen binomiorum expressio memorabile exhibet theorema.

Invenio hinc quaedam memorabilia duci circa logarithmos.

20 Aequationes omnes potestatum reducimus ad aequationes inter logarithmos binomiorum, ut  $\log \overline{y + f}$ .  $\log \overline{y + g} \sqcap \log \overline{y + h} + \log \overline{y + l}$ .

Jam logarithmus alicujus numeri velut  $b$ . est ad logarithmum a 10 cognitum, quem vocabo  $\aleph$  aliumve certi numeri constantis, qui etiam est cognitus, ut  $10 - \frac{100}{2} + \frac{1000}{3} -$

$$25 \quad \begin{array}{lll} 8f. \text{ Daneben:} & y^3 \ d\aleph y^2 \ \aleph^2 qy \ \aleph^3 \sqcap 0 & 27 \\ & m \sqcap d\aleph \quad d\aleph \wedge n + p \sqcap \aleph^2 q & \frac{18}{45} \end{array}$$

10–16 Conferatur ... cubica est: Beim Koeffizientenvergleich unterlaufen Leibniz mehrere Versehen.  
 22 logarithmus alicujus numeri: Leibniz verwendet im Folgenden irrtümlich die Reihenentwicklung für  $\ln(1+x)$  zur Darstellung von  $\ln(x)$ . Das Versehen beeinträchtigt die weiteren Überlegungen.

$$\frac{10000}{4} \text{ etc. est ad } \frac{b}{1} - \frac{b^2}{2} + \frac{b^3}{3} - \frac{b^4}{4} \text{ etc. seu } \log \bar{b} \sqcap \frac{\frac{b}{1} - \frac{b^2}{2} + \frac{b^3}{3} - \frac{b^4}{4} \text{ etc.} \hat{\curvearrowright} \mathfrak{N}}{\frac{10}{1} - \frac{100}{2} + \frac{1000}{3} - \frac{10000}{4} \text{ etc.}}$$

Ideoque in aequatione omnia poterunt dividi per  $\frac{\mathfrak{N}}{\frac{10}{1} - \frac{100}{2} + \frac{1000}{3} \text{ etc.}}$  adeoque perinde

erit evanescenti illo multiplicatore et divisore perpetuo ac si dicas  $\log b \sqcap \frac{b}{1} - \frac{b^2}{2} + \frac{b^3}{3} - \frac{b^4}{4}$  etc. Notandum est tamen, ipsum  $b$ . esse numerum minorem unitate seu fractionem. Ergo si sit  $b$  vel  $z \sqcap a m + n$ . binomium, tunc erit logarithmus a  $m + n$  aequalis a:

5

$$\begin{array}{l|l} +\frac{z}{1} & +\frac{m+n}{1} \\ -\frac{z^2}{2} & -\frac{m^2}{2} + \frac{n^2}{2} + \frac{2mn}{2} \hat{\curvearrowright} 1 \\ +\frac{z^3}{3} & +\frac{m^3}{3} + \frac{n^3}{3} + \frac{3mn}{3} \hat{\curvearrowright} m+n \\ -\frac{z^4}{4} & -\frac{m^4}{4} + \frac{n^4}{4} + \frac{4mn}{4} \hat{\curvearrowright} \ll m+n, \boxed{2}, -\frac{1}{3}\frac{m^2n^2}{4} \gg \\ \text{etc.} & \text{etc.} \end{array}$$

10

Jam  $\frac{m}{1} - \frac{m^2}{2} + \frac{m^3}{3} - \frac{m^4}{4}$  [etc.] est logarithmus a  $m$ ; et  $\frac{n}{1} - \frac{n^2}{2} + \frac{n^3}{3} - \frac{n^4}{4}$  etc.

logarithmus a  $n$ . Et quoniam in serie infinita  $-\frac{2mn}{2} \hat{\curvearrowright} 1 + \frac{3mn}{3} \hat{\curvearrowright} m+n - \frac{4mn}{4} \hat{\curvearrowright}$

$m+n, \boxed{2}$  etc. evenit feliciter ut qui termini multiplicantur per 2 vel 3 etc. iidem per eosdem numeros dividuntur, hinc fit divisa tota serie per  $mn$  ut series fiat progressionis geometricae, atque ideo omisso primo termino,  $-mn \hat{\curvearrowright} 1$ , reliqui summa erit:  $\frac{m+n}{1+m+n}$ . 15

Supersunt termini qui supra in  $\odot$  qui non sunt nisi binomia facta ex  $mn$ , vel  $m^2n$  etc., ita tamen ut semper solida sibi respondentia jungantur, in terminos unius seriei descendentes. Prima series descendens est  $\odot \mathfrak{D}$ . ubi primus terminus  $mn$  quia nihil in eo variabile, secundus  $m^2n$ . et  $mn^2$ , tertius  $m^3n$  et  $mn^3$  etc. Ubi rursus hoc commodum habemus, quod numeri divisores, qui sunt progressionis arithmeticae evanescent ob respondentes 20

16 supra in  $\odot$ : s. o. S. 171 Z. 4–9.

eosdem multiplicatores ex natura binomii. Praeterea etiam totum  $\odot$  dividi potest per  $mn$ . Restat ergo ut reliquarum illarum serierum in infinitum procedentium, quarum prima  $\mathfrak{D}$  incipit ab  $mn$  secunda  $\mathfrak{F}$  incipit ab  $m^2n^2$ . sequens  $m^3n^3$  ab aliis inciperet, et quarum quaelibet resolvi potest in duas progressionis ex Geometricis deformatas, multiplicando

5 quemlibet terminum per numerum respondentem progressionis Geometricae. Exempli causa series  $\odot \mathfrak{D}$ . multiplicata prius per 2. (: quemadmodum sequens  $\mathfrak{F}$  multiplicanda est per 3. et alia quae crescit ab  $m^3n^3$  per 4, ut scilicet fractiones evanescant) resolvetur in has duas:

unam  $+ mn - 2m^2n + 3m^3n - 4m^4n + 5m^5n$  etc.

10 et alteram  $- 2mn^2 + 3mn^3 - 4mn^4 + 5mn^5$  etc.

Quarum quaelibet si numeri arithmetici auferantur est Geometrica continua multiplicatione per  $mn$  producta.

Nimirum prima series divisa per  $n$ , dat:  $+ m - 2m^2 + 3m^3 - 4m^4 + 5m^5$  etc.

secunda per  $m$  dabit  $- 2n^2 + 3n^3 - 4n^4 + 5n^5$  etc.

15 Quales series necesse est ratione quadam ad Logarithmorum valores contraria reperiri. Nam Logarithmus est  $m - \frac{m^2}{2} + \frac{m^3}{3} - \frac{m^4}{4} + \frac{m^5}{5}$  etc. Si esset:  $\frac{m}{1} - \frac{m^2}{2} + \frac{m^3}{3} - \frac{m^4}{4}$

$+ \frac{m^5}{5} - \frac{m^6}{6}$  etc. Pone esse ordinatam  $z \sqcap 1 \wedge 1 - 2 \wedge 2y + 3 \wedge 3y^2 - 4 \wedge 4y^3 + 5 \wedge 5y^4$  etc.

Summa omnium  $z$ , posito ultimam esse  $m$ , erit:  $\sqcap \frac{1 \wedge 1m}{1} - \frac{\mathfrak{Z} \wedge 2m^2}{\mathfrak{Z}} + \frac{\mathfrak{Z} \wedge 3m^3}{\mathfrak{Z}} + \frac{\mathfrak{A} \wedge 4m^4}{\mathfrak{A}}$  etc. Quaerenda est ergo figura cujus ordinata  $z$ , eo quo dixi, modo exprimi possit.

20 Et potest rursus fingi ipsam  $-z$  auferendo inde  $1 \wedge 1$  et postea signa mutando aequari summae omnium  $1 \wedge 1 \wedge 1 - 2 \wedge 2 \wedge 2v + 3 \wedge 3 \wedge 3v^{[2]}$  etc. Sed haec ad majores potius quam minores difficultates ducunt, id ergo agendum est, ut quaeratur figura quaedam, cujus ordinata aequetur a,  $1m - 2m^2 + 3m^3 - 4m^4 + 5m^5$  etc. ponendo  $m$ . esse abscissam. Sed haec per ordinatam fieri non potest, itaque quaerendum per summam aliarum

25 ordinarum, nempe quaerenda exempli causa summa omnium ordinarum quarum una  $\sqcap 1 - \frac{1}{y} + \frac{1}{y^2} - \frac{1}{y^3} + \frac{1}{y^4}$ . Jam talium serierum:  $\frac{1}{y^2}$  aut  $\frac{1}{y^3}$  aut  $\frac{1}{y^4}$  summas secundum

17  $-\frac{m^5}{5} + \frac{m^6}{6}$  *L ändert Hrsg.* 20 ipsam | - *erg.* |  $z$  | auferendo ... mutando *erg.* | aequari  $L$

*Arithmeticam infinitorum* Wallisii quaerere operae pretium erit. Nempe figura quaelibet simplex seu quae aequatione binomia exprimitur, est ad Rectangulum Circumscriptum, ut 1 ad  $\mathfrak{n} + 1$  ponendo  $\mathfrak{n}$ . esse seriei indicem. Jam reciprocarum indices sunt negativi, unde pro  $\mathfrak{n}$  ponemus  $-\mathfrak{w}$ . et fiet  $\frac{\text{omn. } y \text{ seu summa ordinarum}}{\text{ad } mv. \text{ Rectang. Circumscriptum}} \sqcap \frac{1}{-\mathfrak{w} + 1}$  seu omn. ponendo  $m$  esse ultimam abscissam  $v$ . ultimam ordinatam

$y \sqcap \frac{mv}{-\mathfrak{w} + 1}$ . vel summa omnium  $-y \sqcap \frac{mv}{\mathfrak{w} - 1}$ . Quod faciendum tunc cum  $\mathfrak{w}$  major 5

quam 1. Sed cum  $\mathfrak{w}$  fractio est, seu cum valor ordinatae  $y$  est  $\sqcap \sqrt{ax}$ . vel  $\sqrt{ax^3}$  etc. ponendo  $x$ . abscissam, pone jam  $\mathfrak{w} \sqcap \frac{1}{2}$ . vel  $\frac{2}{3}$  vel  $\frac{3}{4}$  vel  $\frac{4}{5}$  etc. et generaliter expo-

ponentem esse fractionem, in qua numerator a nominatore differt unitate tunc eveniet ut habituri simus expressionem spatii, vel summae ordinarum non per fractionem sed per

integrum v. g. sit aequatio  $y \sqcap \frac{1}{\sqrt{\textcircled{3}x^2}}$  quae est reciproca Heuratianae parabolae, cujus 10

parabolae curvam dimensus est Heuratius (idemque locum habet in omnibus aliis Reciprocis figurarum quarum curvas dimensus est Heuratius,) erit  $\mathfrak{w} \sqcap \frac{2}{3}$ . adeoque omn.

$y \sqcap \frac{mv}{-\frac{2}{3} + 1} \sqcap \frac{mv}{-\frac{2}{3} + \frac{3}{3}} \sqcap \frac{3mv}{1}$ . Idemque in caeteris habet locum, itaque ut quaera-

tur summa hujus seriei  $1m - 2m^2 + [\text{etc.}]$  quaerenda ergo figura; est autem  $v \sqcap \frac{1}{\sqrt{\textcircled{3}m^2}}$

adeoque  $3mv \sqcap \frac{3m \smile \sqrt{\textcircled{3}m^2}}{1}$ . Ergo summae figurarum numero fracto carentes sunt: 15

1f. quaelibet (1) circumscripta est ad (2) simplex (a) est ad Rectangulum circumscriptum ut (b) seu quae aequatione (aa) pura ex (bb) binomia  $L \quad 4 \sqcap \frac{1}{-\mathfrak{w} + 1}$  (1) Qvod si jam ponamus (2) seu  $L$  8 unitate | (1) qvalis (2) qvalium scilicet curvas definivit Heuratius *erg. u. gestr.* | tunc  $L \quad 10$  aequatio (1)  $y \sqcap (a) \sqrt{a}$  (b)  $\sqrt{\textcircled{3}y^2}$  (c)  $\sqrt{\textcircled{3}x^2}$  qvalis est illius parabolae Heuratianae primi gradus, eius index erit (2)  $y \sqcap \frac{1}{\sqrt{\textcircled{3}x^2}} L$

11 dimensus: H. van HEURAET, *Epistola de transmutatione curvarum in lineas rectas*, 1659, DGS I S. 517–520.

|                   |                                 |   |   |   |
|-------------------|---------------------------------|---|---|---|
|                   | $\frac{2m \smile \sqrt{2m}}{1}$ | $\frac{3m \smile \sqrt{\textcircled{3}}m^2}{1}$ | $\frac{4m \smile \sqrt{\textcircled{4}}m^3}{1}$ | $\frac{5m \smile \sqrt{\textcircled{5}}m^4}{1}$ |
| a figura:         | $y^2 \sqcap 2ax$                | $y^3 \sqcap ax^2$                               | $y^4 \sqcap ax^3$                               | $y^5 \sqcap ax^4$                               |
| sed deberet esse: | $\frac{2M \frown M}{1}$         | $\frac{3M \frown M^2}{1}$                       | $\frac{4M \frown M^3}{1}$                       | $\frac{5M \frown M^4}{1}$                       |

5 Sed patet facile ex his istam seriem esse cum inventa inconciliabilem nec proinde per ordinatas paraboloeidum aut hyperboloeidum seriei:  $1m - 2m^2 + 3m^3 - 4m^4$  etc. iniri posse summam.

$$\begin{aligned} \text{Generaliter in numeris} \quad & \frac{1}{m} - \frac{2}{m^2} + \frac{3}{m^3} - \frac{4}{m^4} \text{ etc.} \\ \text{summae sunt:} \quad & \frac{1}{m} - \frac{m-2}{m^2} + \frac{m^2-2m+3}{m^3} + \frac{m^3-2m^2+3m-4}{m^4} \end{aligned}$$

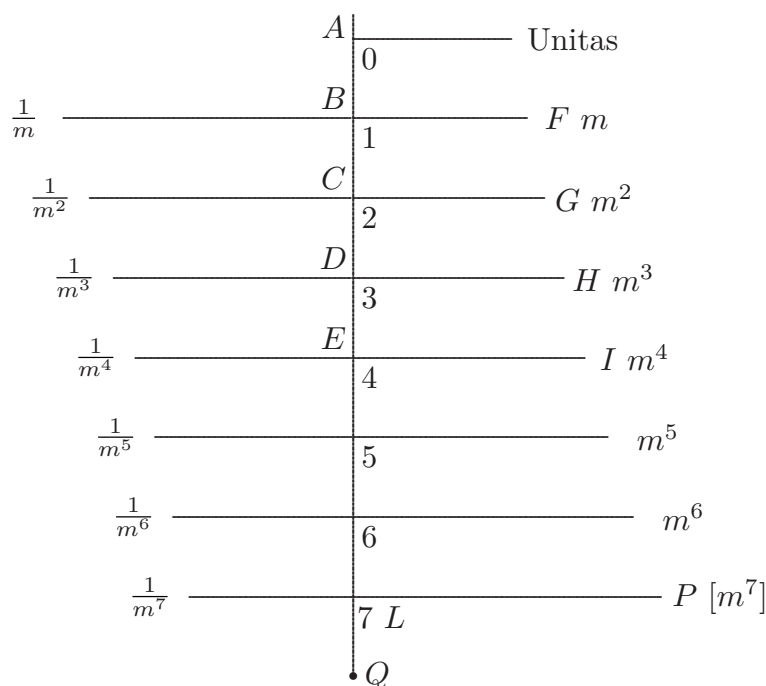
10 Unde patet summam seriei in qua numeri progressionis Geometricae directae multiplicantur per numeros progressionis arithmeticae ordine ad ordinem exponentium inverso,

---

9-179,2 *Nebenbetrachtungen u. Nebenrechnungen:*

|    |                          |                 |  |           |            |          |          |
|----|--------------------------|-----------------|--|-----------|------------|----------|----------|
|    | $2 \frown 1$             | 1               | $\left. \begin{array}{l} \\ \\ \\ \\ \\ \end{array} \right\} \sqcap$ | $0 [+ 1]$ | 9          | 32       | 64       |
|    | $4 \frown 2$             | 9               |  | $8 + 1$   | <u>24</u>  | <u>5</u> | <u>6</u> |
|    | $8 \frown 3$             | 33              |  | $32 + 1$  | 33         | 160      | 384      |
| 15 | $16 \frown 4$            | 97              |  | $96 + 1$  | <u>64</u>  |          |          |
|    | $32 \frown 5$            | 257             |  | $256 + 1$ | 97         |          |          |
|    | $64 \frown 6$            | 641             |  | $640 + 1$ | <u>160</u> |          |          |
|    |                          |                 |  |           | 257        |          |          |
|    | $+\frac{1}{2} \frown 1$  | $\frac{1}{2}$   |  |           | <u>384</u> |          |          |
|    |                          |                 |  |           | 641        |          |          |
|    | $-\frac{1}{4} \frown 2$  | +0              |  |           |            |          |          |
| 20 | $+\frac{1}{8} \frown 3$  | $\frac{3}{8}$   |  |           |            |          |          |
|    | $-\frac{1}{16} \frown 4$ | $\frac{2}{16}$  |  |           |            |          |          |
|    | $+\frac{1}{32} \frown 5$ | $\frac{9}{32}$  |  |           |            |          |          |
|    | $-\frac{1}{64} \frown 6$ | $\frac{12}{64}$ |  |           |            |          |          |

reduci ad summam seriei progressionis geometricae multiplicatae per numeros arithmeticos ordine exponentium directo. Videntur autem utique directae esse inversis naturaliores ac tractabiliores. Ecce theorema valde memorabile.



[Fig. 1]

Sit Axis  $ABCDE$  etc. Applicentur aequali[bu]s intervallis ordine, termini  $m$ .  $m^2$ .  $m^3$ .  $m^4$ . Ducantur in distantias a basi quadam  $LP$  seu a puncto  $Q$  proximo ultra  $L$  cui omnium ultima v. g.  $LP$  seu  $m^7$  applicata est, fiet:

$$7m. \quad 6m^2 \quad 5m^3 + 4m^4 + 3m^5 + 2m^6 + 1m^7.$$

Applicentur reciprocae ex opposito latere, quae ducantur in distantias ab  $A$ , fiet  $\frac{1}{m} \cdot \frac{2}{m^2} \cdot \frac{3}{m^3}$  etc. Summa eorum rectangulorum ponatur  $y$ . Haec summa erit ad summam rectangulorum sub directis et distant[i]s a vertice, ut una directa est ad unam reciprocam, seu ut  $\frac{1}{m}$  ad  $m$ . seu ut 1 ad  $m^2$ ; qui una est ad unam ut alia ad aliam respondentem.

6 quadam (1) EG sumta seu a puncto 7F | (a) ultra (b) proximo (aa) post (bb) ultra (cc) ultra F erg. | cui omnium ultima, v. g. (aaa) FG (bbb) LP (2) M (3) LP seu ... ultra | F ändert Hrsg. | cui L

Summa ergo rectangulorum ex directis et a vertice distantis erit  $m^2y$ . at  $y$  etiam  
aequatur summae rectangulorum ex directis in a basi distantias, aut potius a puncto  
 $Q$  ultra basin unitate remoto, excepto tantum ultimo, ob unitatem, breviter, differentia  
saltem inter eas duas summas nota est, quam vocabimus  $\mathfrak{A}$  vel  $-\mathfrak{A}$ . Erit  $y + \mathfrak{A}$  aequa-  
5 lis summae horum rectangulorum sub terminis directis et distantis a basi, vel puncto  
ultra basin, etc. Jam summa harum duarum summarum rectangulorum sub directis et  
distantis a basi et sub directis et distantis a vertice, simul sumta aequatur summae  
omnium horum terminorum, in rectam constantem  $AL$  vel si mavis  $AQ$  ductorum, vel  
saltem differentia nota est, quam vocabimus  $\Delta$  vel  $-\Delta$ . Datur autem haec summa quam  
10 vocabimus  $S$ . et fiet:  $m^2y + y + \mathfrak{A} \sqcap S + \Delta$  eritque  $y \sqcap \frac{S + \Delta - \mathfrak{A}}{m^2 + 1}$ . Ergo inventa est summa  
numerationum progressionis geometricae finitorum, per arithmetice ordine directo vel in-  
verso multiplicatorum, nec refert termini se sequantur per  $+$  et  $+$  an quomodocunque,  
dummodo constanti regula interrumpantur.

Ausim dicere hoc problema inter subtilissima et utilissima, et addo difficillima eorum  
15 quae novi censendum esse.

Hinc enim habetur jam ratio admirabilis profecto, per quam summa facilitate calcu-  
lari possit logarithmus binomii ex logarithmo partium sine ullo calculo; qua ratione longe  
melius habebimus logarithmos altiorum terminorum, quam quod in tabulis esse possint.

---

1–4 *Nebenbetrachtung*: In aequatione 4. dimensionum hoc modo 15 habebuntur  
20 arbitrariae scribendo non  $y + b$ . sed  $\frac{1}{a}y + b$ . ex quibus quatuor insumuntur in compara-  
tionem analogiae in aequationem, tres aut quatuor in destructionem fractionum  $\frac{1}{y + e}$ .  
reliquae in  $\frac{1}{1 + y}$ . vel  $\frac{1}{1 - y^2}$  destruendas quousque licet.

2 in a (1) vertice (2) basi  $L$  4 vel  $-\mathfrak{A}$  erg.  $L$  4f. aequalis | summae erg. | horum  $L$   
6 summa (1) horum rectangulorum (2) harum  $L$  8 ductorum (1) datur autem haec summa (2),  
vel  $L$  9 vel  $-\Delta$  erg.  $L$  17 partium, (1) et quod est majoris longe momenti hinc haberi poterit  
resolutio omnium aequationum facillima, per logarithmos. In numeris quantum libet vero propinquis sine  
calculo prorsus nullo. Qvod ne sperare quidem audebam. (2) sine  $L$

Quod attinet ad aequationes, primum si sumamus  $\frac{y+a, \wedge y+c}{y+b, \wedge y+d} \sqcap \frac{y+e \wedge y+f}{y+g \wedge y+h}$ .

$$\boxed{\frac{y^2 + dy + bd}{+ b.}}$$

Unde  $\log. \overline{y+a} + \log \overline{y+c} - \log \overline{y+b} - \log \overline{y+d} \sqcap \log \overline{y+e} + \log \overline{y+f} - \log \overline{y+g} - \log \overline{y+h}$ .

Unde patet quando aequalis est logarithmorum affirmativorum et negativorum numerus, tunc tolli logarithmum incognitae ex aequatione, si scilicet logarithmos quaeramus binomiorum. 5

Nimirum  $\log. \overline{y+e} \sqcap \log. y. \log. e., +ye \wedge \frac{1}{y+e} + \odot$ . Vicissim si cognita sit  $y$ .

hinc inveniemus accurate summam infinitae progressionis  $\odot$  ope hujus aequationis et quantitas  $\odot$  quam volumus propinque inveniri potest tum  $\odot \mathfrak{D}$ , tum  $\odot \mathfrak{F}$  et sequentes; 10

miscendo tamen valorem,  $y$ . ita scilicet, ut habeamus  $\frac{1}{1-y}$ . vel similia et  $\frac{1}{1-y^2}$ . etc.

neque aliter reperietur  $y$ . in valore ipsius  $\odot$ . nisi quatenus contingit etiam aliquando

$\frac{y}{\text{cognita}}$  et  $y^2$  cognita scilicet  $\frac{y}{\text{cognita}}$  et  $\frac{1}{1-y^2}$  ob  $\odot \mathfrak{D}$  et  $\frac{y^2}{\text{cognita}}$  et  $\frac{1}{1-y^2}$  ob  $\odot \mathfrak{F}$  et ita

de caeteris et raro opus erit ire ultra  $y^2$ . Poterunt  $\odot$  sequentia post  $\odot \mathfrak{F}$  negligi plerumque.

Porro  $\frac{1}{1-y}$  et  $\frac{1}{1-y^2}$  occurrentes in logarithmo unius binomii occurrent eodem modo 15

in logarithmo alterius binomii eo solo discrimine, ut in uno sit v.g.  $\frac{1}{1-y}$  in altero erit

---

8 *Dazu am Rand:* Correxī  $\frac{1}{y-e}$ . cum debent reddi  $\frac{1}{y+e}$  item  $\frac{1}{1-y^2}$ .

8  $+ye \wedge (1) \frac{1}{y-e} (2) \frac{1}{y+e} (3) \frac{1}{y+e} L$  8f. Vicissim ... aequationis *erg.*  $L$  12 qvatenus

(1) tota  $\odot$  multiplicetur (2) contingit  $L$

---

8 Nimirum: Entsprechend der Zerlegung der Potenzen des Binoms im Schema S. 171 Z. 2–10 würde die Reihenentwicklung des Logarithmus zu folgender Formel führen:  $\ln(1 + (y + e)) = \ln(1 + y) + \ln(1 + e) - ey \left( \frac{1}{1 + (e + y)} + \odot \right)$ .



v. g.  $\frac{f}{1-y}$  quod non auget difficultatem. Quod si jam efficiamus ut summa omnium logarithmorum cognitarum binomia ingredientium sit nihilo aequalis, quod fieri poterit, quia sine dubio ex tot literis aliqua erit arbitraria, quam sumamus talem affirmativam vel negativam, prout e re erit, ut ejus logarithmus aliorum omnium logarithmos destruat. Si  
 5 velimus aliter sumere arbitrariam ut non logarithmi, sed ipsae literae cognitae binomia ingredientibus se destruant, tolletur  $\frac{1}{1-y}$ . Si faciamus ut eorum quadrata se destruant destruetur  $\frac{1}{1-y^2}$ , et ita porro.

Corollarium autem quod hinc sequitur potissimum est, quod hac methodo aequatio gradus altioris non est difficilior quam aequatio gradus inferioris. Et res eodem redit,  
 10 nam an progredi necesse sit ad  $\frac{1}{1-y^3}$ , non dependet ab altitudine dimensionum aequationis sed a numeris cognitis, prout scilicet judicari potest accurrationis appropinquationis causa, longius eundum esse, quo serviet methodus Schotenii multiplicandi radices aequationis, quo fit, ut non sit opus longe ire appropinquando.

Unde an  $\mathfrak{X}$  [*bricht ab*]

---

15 14 *Darunter*: Imo error. Quia non tantum habetur  $\frac{1}{y+e}$ . sed et  $\frac{1}{y+f}$  etc. Itaque invenienda est methodus destruendi summam harum fractionum, fit autem ex illis reductis aequatio duplo altior data. Sed nil refert, nam quoniam tot in ea arbitrarie, ob analogiam, etiam post quasdam ob comparisonem reductas, poterit aequatio illa altior, v. g. octo dimensionum dividi per aequationem 7 dimensionum; Restabit aequatio unius  
 20 dimensionis, cujus termini duo nihilo aequales ponantur, opus est non nisi duabus adhuc explicationibus, et habebimus quaesitum, ope ut patet trium arbitrariarum hactenus supernumerariorum.

2 logarithmorum (1) terminorum cogni (2) cognitarum  $L$  4 destruat (1), imo eodem possumus faciendo ope alterius arbitrarie et ita po (2) si  $L$  19 aequationem 7 | dimensionem *ändert Hrsg.* |; Restabit  $L$  22 supernumerariorum. | sed hic malum quod similiter tribus aliis impensis arbitrariis tolli deberet *gestr.* |  $L$

---

12 methodus: Vgl. Fr. van SCHOOTEN, *Commentarii*, 1659, *DGS* I S. 294 f. 14 Unde an  $\mathfrak{X}$ : S. o. S. 181 Z. 8.

Hic aliquid obiter tentandum[:]

$$\frac{y+b, \wedge \frac{c}{a}y+d}{\frac{e}{a}y+f \wedge \frac{g}{a}y+h} \sqcap \frac{y+b \wedge y+m}{\frac{n}{a}y+p \wedge \frac{q}{a}y+r} \text{ sive:}$$

$$\frac{\frac{c}{a}y^2 + \frac{d}{a}y + bd + \frac{bc}{a}}{\frac{eg}{a^2}y^2 + \frac{eh}{a}y + fh + \frac{fg}{a}} \sqcap \frac{\boxed{\begin{array}{c} y^2 + my + bm \\ + b \end{array}}}{y+p} \frac{y+b}{y+p}$$

et multiplicando per crucem:

2–184,9 *Nebenbetrachtung*: Videamus in aequatione adhuc uno gradu inferiore.

5

$$\frac{y+b}{y+b} \sqcap \frac{y+c}{\frac{d}{a}y+e} \sqcap \frac{\boxed{\begin{array}{c} \frac{d}{a}y^2 + \frac{d}{a}by \\ + ea. + bea \\ -1y^2 - ca. \\ - ba. - bca \end{array}}}{d-a}$$

10

conferenda cum  $y^2 + fy + ag \sqcap 0$  erit  $\frac{df - af + ca - ea}{d-a} \sqcap b \sqcap f + \frac{ca - ea}{d-a}$  adeoque

$$\frac{fe\cancel{a}}{c\cancel{a}} \frac{-c^2a\cancel{a}^2 + 2cea\cancel{a}^2 - e^2a\cancel{a}^2}{d-a} \sqcap ag. \text{ Ergo } c - e \text{ pro una quantitate habenda.}$$

---

11 adeoque: Richtig wäre  $\frac{\frac{fe\cancel{a}}{c\cancel{a}}}{d-a} + \frac{-c^2a\cancel{a}^2 + 2cea\cancel{a}^2 - e^2a\cancel{a}^2}{(d-a)^2} \sqcap ag.$

5

$$\left. \begin{array}{l}
 \frac{c}{a} y^3 + d y^2 + bdy \\
 + \frac{bc}{a} .. \\
 + \frac{pc}{a} .. + pd. + pbd \\
 + \frac{pbc}{a} . \\
 - \frac{eg}{a^2} ... - \frac{eh}{a} .. - fh. \\
 - \frac{fg}{a} .. \\
 - \frac{beg}{a^2} .. - \frac{beh}{a} . - bfh \\
 - \frac{bfg}{a} .
 \end{array} \right\} \sqcap 0.$$


---


$$\frac{ac - eg}{a^2}$$

10 Aequationem productam comparemus cum aliqua cubica data, ut  $y^3a + aly + m \sqcap 0$ .

Ut ergo  $da^2 + bca + pca - eha - fga - beg \sqcap 0$ . fiet:  $d \sqcap \frac{beg + fga + eha - pca - bca}{a^2}$

et  $d \sqcap \frac{acm\cancel{a^2} - egm\cancel{a^2} + bfha\cancel{a^2}}{pb\cancel{a^2}}$  fiet:

$b^2egp + fgapb + ehapb - p^2cab - b^2cap \sqcap a^3cm - a^2egm + bfha^2$  et erit

$$f \sqcap \frac{\overset{eg}{\swarrow} p^2ca\cancel{b} \left( +b^2cap - b^2egp \right) \overset{eghp}{\swarrow} -ehap\cancel{b} \left( -a^3cm - a^2egm \right)}{gap\cancel{b} - bha^2} \sqcap \frac{epg}{a} \frown \frac{p+h}{gp-ha} \sqcap f \text{ ponendo } ca$$

15  $\sqcap eg$ .

Tertius valor  $d \sqcap \frac{fha^2l + behal + bfgal - pbc\cancel{al}, + a^2cl - aegl}{a^2b + a^2p}$ .

12  $d \sqcap \frac{acm\cancel{a^2} - egm\cancel{a^2} + bfha\cancel{a^2}}{pb\cancel{a^2}}$ : Richtig wäre  $d = \frac{acm - egm + bfha^2}{pba^2}$ .

ersetzt im Zähler des folgenden Bruches irrtümlich  $ea$  durch den Wert  $eg$  für  $ca$ .

Die Erweiterung der ersten vier Terme im Zähler mit  $\frac{l}{a}$  ist unbegründet.

14  $f \sqcap$ : Leibniz

16 Tertius valor:

Unde conferendo valores ipsius  $d$ . primum et tertium fiet:

$$b^2 eg + b f g a + b e h a - b p c a - b^2 c a + p b e g + p f g a + p e h a - p^2 c a - p b c a$$

adeoque

$$f \sqcap \frac{\overbrace{b^2 eg}^{eg} + b e h a - \overbrace{b p c a}^{eg} - \overbrace{b^2 c a}^{eg} + \overbrace{p b e g}^{eg} + p f g a + p e h a - \overbrace{p^2 c a}^{eg} - \overbrace{p b c a}^{eg} - b e h l + \overbrace{p b c l}^{eg} - a^2 c l + a e g l}{\begin{array}{cc} \boxed{b g a + p g a} & \boxed{- h a l - b g l} \\ + b \wedge g a & h a \wedge - l \\ + p & b g \end{array}}$$

$$[\sqcap] \left\{ \begin{array}{cc} e h a \wedge p + b & p g \wedge p a \\ p b e g \wedge - 1 & f a \\ & + \frac{l}{a} \end{array} \right. \frac{- b e h l}{\begin{array}{cc} b \wedge g a + h a \wedge - l \\ p & b g \end{array}} \sqcap \frac{e p g}{a} \wedge \frac{p + h}{g p - h a}.$$

5

$$\text{Unde } b \sqcap \frac{p e h a + p g \wedge p a, \frac{p g a - h a l}{g p - h a} \wedge p + h}{e h a - p e g + \frac{p e g l}{a} - e h l \frac{\begin{array}{c} - g a \wedge \frac{e p g}{a} \\ + g l \end{array}}{\frac{p + h}{g p + h a}}}$$

Ubi certe nisi  $b$  fiat magnitudinis infinitae aut infinite parvae, non video quid exitum vetet. Ponendo  $p \sqcap 0$  fuisset et  $f \sqcap 0$  et fieret  $b \sqcap \frac{\cancel{h^2 a l} \sim \cancel{h a}}{e h a - e h l} \sqcap \frac{\cancel{h} l a^2}{e \cancel{h} a - e \cancel{h} l}$ . Sed hoc est

1 Unde conferendo: Beim folgenden Koeffizientenvergleich unterläuft Leibniz eine Reihe von Versehen. Er zweifelt schließlich das Ergebnis an.

absurdum, valorem ipsius  $b$ . haberi per solam  $l$ . sine  $g$ . Suspectus ergo hic calculus esse debet, memorabilis interim haec inquisitio est de origine aequationum ex analogiis.

$$\frac{y^2 + by + ca}{y + d} \sqcap \frac{\frac{f}{a}y^2 + gy + ha}{y + d}. \text{ Reducendo fiet:}$$

5

$$\begin{aligned} & y^3 + by^2 + cay \\ & + d.. + db. + dca \\ & - \frac{f}{a}y^3 - gy^2 - ha. \\ & - \frac{df}{a}.. - dg. - dha \end{aligned}$$

Ubi patet jam evitatio prolixitatis inutilis. Primum ducantur in se quae debent, (omisso multiplicatore vel divisore communi) et quia plures literae simul reperiuntur fiet

10 ex una  $y^2 + by + ca$  item  $\frac{f}{a}y^2 + gy + ha$ , reducendo multitudinem literarum ad paucas.

Jam fac rursus quantitati  $1 - \frac{f}{a}$ , item  $b - g$ , item  $c - h$  attribue unum nomen, fiet formula

qualis  $y^2 + ky + aw$ . Nam  $1 - \frac{f}{a}$  habenda pro unitate. Quae formula multiplicanda per

$y + d$ . Itaque res reducitur ad investigationem aequationum, comparando cum excitata ex radicibus. Ubi nihil novi, eadem methodo procedendum pro investigandis analogiis,

15 nisi quod  $y + d$  non occurret bis. Res eadem in diversis analogiae terminis.

$$\begin{aligned} \text{Sit } \frac{1}{y+n} \mp \frac{1}{y+p} (\mp) \frac{1}{y+q} \sqcap 0. \text{ Fiet:} \\ y^2 + py + pq, \mp \quad y^2 + ny + nq \quad (\mp) \quad y^2 + ny + np \sqcap 0. \\ q. \qquad \qquad \qquad q. \qquad \qquad \qquad p. \end{aligned}$$

---

1 f. Dazu am Rand:  $\frac{\odot}{(\odot)} [\sqcap] \frac{h}{e}$ . Ergo  $\odot \sqcap (\odot) \frac{h}{e}$ . Error commissus est ingens. Falsum

20 enim  $\odot$  et  $(\odot)$  habere rationem constantem.

8 jam (1) ratio errori (2) evitatio  $L$  15 f. bis (1) in multiplicatore simul et divisore (2) in diversis terminis (3). Res eadem (a) in (aa) multiplicato (bb) Numeratoribus oppositis aut in (b) in ... terminis. (aa) Elegantior paulo inquisitio est (bb) sit  $L$  20 et  $|\odot \text{ ändert Hrsg.}|$  habere  $L$

Imo opus est dici non  $\frac{1}{y+n}$  sed  $\frac{1}{\frac{h}{a}y+n}$  et ita in caeteris excepto uno. Et ita faciendum

erat ab initio in analogiis nostris ad logarithmos reducendis. Unde in tanta multitudine  
arbitrariarum cum sint hic numero 5 explicandae sunt tres hoc loco, ut destrui pos-  
sit haec formula non attingendo ipsam  $y$ . Sed tunc non satis habebimus arbitrariarum  
ad ipsas analogias. Quod si in qualibet aequatione haec possent fieri nihilo aequalia, 5  
et tamen reliquae arbitrariae ad analogiam sufficerent, tunc omnis aequatio esset reso-  
lubilis per quadraticam. Primum enim ponendo terminos analogiae dividentes aequales  
numero multiplicantibus, seu logarithmos negatos affirmatis tolletur logarithmus inco-  
gnitae: Porro ponendo aequationem ex fractionibus incognitam continentibus productam  
destructis singulis terminis sublatam; tunc tollentur omnia  $\frac{1}{2}$  simul, cujuslibet binomii 10  
logarithmici, et restabit aequatio inter logarithmos cognitos, et plures  $\odot$ ; in  $\odot$  autem est  
 $m$ . incognita, et  $n$  cognita, pro  $n$  substituatur summa omnium cognitarum binomium lo-  
garithmicum ingredientium. Imo video hoc fieri non posse. Sed ita videtur procedendum,  
unum  $\odot$  haberi potest. Sumatur aliud pro  $n$  ponendo aliam literam, ut  $f$  patet singulos  
terminos unius esse ad terminos respondentem, alterius ut  $f$  ad  $n$  ergo et summae seu 15  
totae  $\odot$  ita erunt inter se. Ex aequatione ergo logarithmica:

$$\log y + l + \log y + f \sqcap \log y + g + \log y + h + \log y + e$$

fieri poterit aequatio haec:

$$\log \overline{y+e} \left[ \begin{array}{c} + \log y \\ + \dots \\ - \dots \\ - \dots \end{array} \right] + \log h \left[ \begin{array}{c} - yh \wedge \frac{1}{y+h} \\ - yg \wedge \frac{1}{y+g} \\ + yl \wedge \frac{1}{y+l} \\ + yf \wedge \frac{1}{y+f} \end{array} \right] + yh \wedge \frac{\odot h}{e} \sqcap 0. \quad 20$$

Destruendo ergo omnia inter  $\left| \begin{array}{c} \dots \\ \dots \\ \dots \end{array} \right|$  duas lineas comprehensa, quod fit reducendo fractiones  
et aequationem inde ortam per aliquam uno gradu inferiorem, aut duobus divisibilem

7 analogiae (1) aequales, et affirmatos (2) dividentes  $L$  12 pro  $n$  (1) ponatur (2) subintelligatur  
suum (3) substituatur  $L$  14 potest (1) est autem unum a  $l$  (2) sumatur  $L$  23 comprehensa, (1)  
dum scilicet reducitur aequatio (2) quod (a) in (b) fit  $L$  24 aliquam (1) arbitrari (2) uno  $L$

faciendo, et quotientis singulos terminos qui non nisi duo aut tres sunt destruendo, explicatione totidem arbitrariarum. Est autem

$$\odot \sqcap \log \overline{y+e} - \log y - \log e - ye \frown \frac{1}{y+e}$$

Ergo tota aequatio quotcunque graduum, reducitur ad eandem formam, in quam ingredi-  
 5 untur tantum haec:  $y. \log y. \log \overline{y+e}$ . Et patet nihil referre quantus sit numerus ipsarum  
 quantitatum:  $h. g. f. l.$  seu dimensionum; et una reducta nempe quadratica, reducuntur  
 aequationes aliae omnes; sed radices habentur non nisi duae. Videtur hoc esse ultimus  
 subtilitatis humanae gradus in his rebus.

Et hinc patet etiam mirabilis ratio, inveniendi logarithmos binomiorum, datis loga-  
 10 rithmis nominum, et datis nominum quantitativibus, et dato logarithmo alterius binomii  
 unum nomen commune habentis, cujus etiam nominum quantitates et logarithmi dantur.  
 Quoniam semper deest  $\odot$  tantum quod dicto modo facile invenitur, quia rationem habet  
 notam ad alterius binomii  $\odot$  cognitam.

## 24<sub>2</sub>. DE AEQUATIONE PER LOGARITHMOS (NUM. 2)

15 Jun. 1675

### De Aequatione per Logarithmos (num. 2)

Sit Analogia  $\frac{y+b \frown \frac{c}{a}y+d}{\frac{e}{a}y+f, \frown \frac{g}{a}y+h} \sqcap \frac{y+l}{m}$  in quam aequatio cubica resoluta intelligi

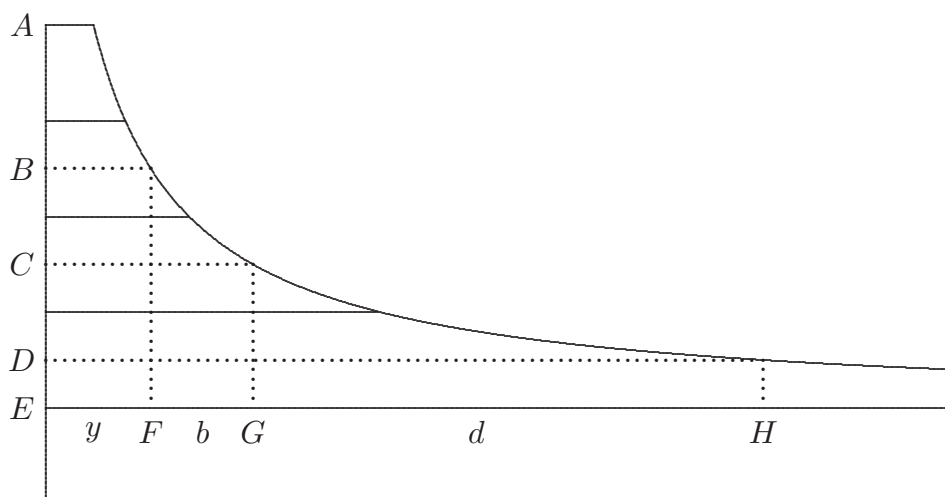
possit. Erit aequatio Logarithmica talis:

$$-L \overline{y+b} - L \overline{\frac{c}{a}y+d} - L \overline{m} + L \overline{y+l} + L \overline{\frac{e}{a}y+f} + L \overline{\frac{g}{a}y+h} \sqcap 0.$$

2 arbitrariarum. (1) Est autem  $\odot \sqcap \log y + \log e + ye \frown \frac{1}{y+e}$  (2) Est  $L$  9 binomiorum, (1) uno  
 dato semper enim datos logarithmos alterius bin (2) datis  $L$  10 alterius (1) nomini (2) binomii  $L$   
 16 De ... Logarithmos | resoluta *erg. u. gestr.* | (num. 2) *erg. L*

---

3  $\odot \sqcap$ : S. o. die Erl. zu S. 181 Z. 8.



[Fig. 2]

Unus Logarithmorum, v. g.  $L \overline{y+l}$  consideretur nunc in exemplum. Constat, et sequitur ex demonstratis a Gregorio a S. Vincentio et Nic. Mercatore, Logarithmum alicujus quantitatis ut  $z$ , esse  $\square \frac{z}{1} - \frac{z^2}{2} + \frac{z^3}{3} - \frac{z^4}{4} + \frac{z^5}{5} - \frac{z^6}{6}$  etc. Aliquando est  $\frac{z}{1} + \frac{z^2}{2} + \frac{z^3}{3} + \frac{z^4}{4}$  etc. aliquando:  $\frac{1}{1z} \mp \frac{1}{2z^2} + \frac{1}{3z^3} \mp \frac{1}{4z^4}$  etc. prout scilicet  $z$ . est major minorve unitate, sed quicquid sit semper caetera exempla ad instar hujus tractari possunt quod proponam.

$$\text{Est ergo logarithmus } y+l \square \left\{ \frac{+y}{+l} \mp \frac{1}{1} \left\{ \frac{+y^2}{+2yl} + \frac{+l^2}{3yl^2} \right\} \mp \frac{1}{2} \left\{ \frac{y^3}{3y^2l} + \frac{l^3}{4yl^3} \right\} \mp \frac{1}{3} \left\{ \frac{y^4}{4y^3l} + \frac{l^4}{6y^2l^2} \right\} \right\} \text{ etc.}$$

id est componitur ex  $\frac{y}{1} \mp \frac{y^2}{2} + \frac{y^3}{3} \mp \frac{y^4}{4}$  etc. seu logarithmo ab  $y$ . itemque ex

$$5 \mp \frac{1}{4z^4} \text{ etc. (1) | sed nicht gestr. | hi om (2) prout } L$$

3 ex demonstratis: Vgl. Gr. de SAINT-VINCENT, *Opus geometricum*, 1647, lib. VI; A. A. de SARASA, *Solutio*, 1649; N. MERCATOR, *Logarithmotechnia*, 1668, S. 28–30 [Marg.]. Leibniz verwendet in der Folge wieder irrtümlich die Reihenentwicklung für  $\ln(1+z)$ .



$\frac{l}{1} \mp \frac{l^2}{2} + \frac{l^3}{3} \mp \frac{l^4}{4}$  etc. logarithmo ab  $l$  ac praeterea ex quantitatibus ex ipsarum  $y$ . et  $l$ . aut potestatum ab ipsis in se invicem ductu factis, nempe  $\mp \frac{2yl}{2} + \frac{3y^2l + 3yl^2}{3} \mp \frac{4y^3l + 6y^2l^2 + 4ly^3}{4}$  etc. Quam quantitatem appellabimus  $\oplus$ . Ergo ita dicere licebit:

$$L \overline{y+l} \sqcap L \overline{y} + L \overline{l} + \oplus.$$

- 5 Si sumatur jam alius Logarithmus ut  $L \overline{\frac{e}{a}y + f}$ . isque eodem tractetur modo, comperietur similiter resolvi posse in tres partes, Logarithmum scilicet ab  $\frac{e}{a}y$ . Logarithmum ab  $f$ . et tertiam partem, quae respondet ipsi  $\oplus$ , et quae ita procedet:  $\mp \frac{\frac{2e}{a}yf}{2} + \frac{\frac{3e^2}{a^2}y^2f + \frac{3e}{a}yf^2}{3} \mp \frac{\frac{4e^3}{a^3}y^3f + \frac{6e^2}{a^2}y^2f^2 + \frac{4e}{a}yf^3}{4}$  etc. Porro pars  $\oplus$  superiore plagula resoluta in duas  $\mathfrak{h}$  et  $\odot$ . et quidem seriei  $\mathfrak{h}$ . haberi potest summa quae est  $-mn \frown \frac{1}{1+n}$ . Pars  $\odot$  dividetur
- 10 in partes  $\mathfrak{D}$ .  $\mathfrak{F}$ . etc. quarum summa haberi non quidem exacte potest, attamen per appropinquationem, quia methodum reperi dandi summam terminorum progressionis geometricae per arithmeticos multiplicatorum numero finitorum.

Notabile est  $\frac{ey}{1} \mp \frac{e^2y^2}{2} + \frac{e^3y^3}{3} \mp \frac{e^4y^4}{4}$  etc.  $\sqcap \frac{e}{1} \mp \frac{e^2}{2} + \frac{e^3}{3} \mp \frac{e^4}{4}$  etc. „  $+$   $\frac{y}{1} \mp \frac{y^2}{2} + \frac{y^3}{3} \mp \frac{y^4}{4}$  [etc.]

- 15 Inquiramus in summam finitorum Terminorum progressionis Geometricae multiplicatorum per terminos progressionis harmonicae: v. g.

|         |     |                   |                                |   |   |
|---------|-----|-------------------|--------------------------------|---|---|
| Termini | $1$ | $\frac{1}{1e}$    | $\frac{1}{2e^2}$               | $\frac{1}{3e^3}$                            | $\frac{1}{4e^4}$  |
| Summae: | $1$ | $\frac{1e+1}{1e}$ | $\frac{2, 1e^2+2e+1}{1, 2e^2}$ | $\frac{3, 2, 1e^3+3, 2e^2+1}{3, 2, 1, e^3}$ | $\frac{4, 3, 2, 1, e^4+4, 3, 2e^3+4, 3e^2+4e+1}{4, 3, 2, 1, e^4}$ |

3f. Ergo ... +  $\oplus$  erg.  $L$       16f. v. g. (1)  $\frac{e}{1} + \frac{e^2}{2} + \frac{e^3}{3} + \frac{e^4}{4}$  etc. (2)  $\frac{1}{e} + \frac{1}{2e^2} + \frac{1}{3e^3} + \frac{1}{4e^4}$  summae erunt (3) Termini  $L$

8 superiore plagula: S. 171 Z. 2–10.      18 Summae: Der Zähler des vierten Terms müsste  $3, 2, 1e^3 + 3, 2e^2 + 3e + 2$  lauten, der Zähler des fünften Terms  $4, 3, 2, 1e^4 + 4, 3, 2e^3 + 4, 3e^2 + 8e + 6$ .

Unde patet summam ejusmodi seriei

$$4, 3, 2, 1e^4 + 4, 3, 2e^3 + 4, 3e^2 + 4e + 1$$

redire ad priorem, quod patet dividendo totam per  $4, 3, 2, 1 e^4$ .

$$\text{Differentiae} \quad \frac{1e-1}{1e} \quad \frac{2e-1}{1, 2e^2} \quad \frac{3e-2}{2, 3e^3} \quad \frac{4e-3}{3, 4e^4} \text{ etc. Cujus seriei haberi}$$

potest summa. Sed haec satis manifesta de seipsis. Tamen pro  $e$  ponendo  $f + 1$ . Posset sic dici: Haberi summam seriei:

$$\frac{f}{f+1} + \frac{2f+1}{1, 2, f^2 + 2f + 1,} \quad \frac{3f+2}{2, 3, f^3 + 3f^2 + 3f + 1,} \quad \frac{4f+3}{3, 4, f^4 + 4f^3 + 6f^2 + 4f + 1}$$

etc. Quae series separari potest in duas, quarum una data daretur etiam altera:

$$\text{Prior} \quad \frac{f}{f+1} \quad \frac{f}{1, f+1, [2],} \quad \frac{f}{2, f+1, [3],} \text{ etc. Multiplicetur ea per } f+1. \text{ divi-}$$

daturque per  $f$ . Conferendo unitatem quae est ab initio habebitur logarithmus ipsius

$$\frac{1}{f+1}.$$

$$\text{Posterior portio est } \frac{1}{2, f+1, [2],} \quad \frac{1}{3, f+1, [3],} \text{ etc. Quae etiam facit logarithmum}$$

ab  $\frac{1}{f+1}$  demto tantum aliquo et signis forte mutatis.

Et haec addita priori (scilicet reductae seu divisae et minutae ut dixi) faciet logarithmum quadrati  $\frac{1}{f+1}$ . Logarithmus enim numeri duplicatus est logarithmus quadrati.

Sint ergo duae quantitates  $A$ . portio prior et  $B$ . portio posterior. Datur  $A + B \sqcap$  cognito

$\gamma$ . et  $A$  divisa per cognitum  $\frac{f}{f+1}$  et minuta unitate dabit  $\frac{A \wedge f+1}{f} - 1 \sqcap B + 1 \sqcap$

Log  $\frac{1}{f+1}$  sive  $\frac{A \wedge f+1}{f} \sqcap \bigwedge_{\gamma-A} B + 2$  et  $Af + A1 \sqcap \gamma f - Af + 2f$ . Unde haberetur valor

13f. mutatis. (1) Una partium (2) sint (a) part (b) ergo duae series, non (3) Et  $L$

7  $\frac{f}{f+1}$ : Die Zähler der folgenden Terme müssten  $2f + 1, 3f + 1, 4f + 1$  lauten. Der Fehler beein-

trächtigt die abschließende Zerlegung, so dass die Folgerungen unbegründet bleiben. Leibniz rechnet nicht konsequent weiter und zweifelt schließlich das Ergebnis an.

ipsius  $A$ , nempe ipsius logarithmi absolutus, quod non est verisimile. Crediderim ergo potius ipsam  $A$ . reducendo destrui.

Alibi demonstratum est a me momentum differentiarum dare summam figurae; unde omittendo  $\frac{1e-1}{1e}$  et reliquos terminos multiplicando per 1. 2. 3. etc. fiet:  $\frac{2e-1}{2e^2} \quad \frac{3e-2}{3e^3}$

5 etc. Sed optime sic faciemus: Differentias partiemur in duas portiones. Prior  $\frac{1e}{1e} \cdot \frac{2e}{1, 2e^2} \cdot$

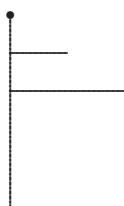
$\frac{3e}{2, 3e^3} \cdot \frac{4e}{3, 4e^4}$  etc. ubi omittendo  $\frac{1e}{1e} \cap 1$ . reliquos terminos  $\frac{2e}{1, 2e^2} \quad \frac{3e}{2, 3e^3}$  multiplicando

per 1. 2. 3. etc. fiet  $\frac{2e}{2e^2} \quad \frac{3e}{3e^3}$  etc. sive  $\frac{1}{e} \cdot \frac{1}{e^2}$  etc. termini scilicet progressionis Geome-

tricae, quorum haberi potest summa. Altera portio est:  $\frac{-1}{1e} \quad \frac{-1}{1, 2e^2} \quad \frac{-2}{2, 3e^3} \quad \frac{-3}{3, 4e^4}$  etc.

quam multiplicando per 1. 2. 3. 4. fiet  $\frac{-1}{e} \quad \frac{-1}{1e^2} \quad \frac{-2}{2e^3} \quad \frac{-3}{3e^4}$  etc. quae est itidem pro-

10 gressio Geometrica adeoque summabilis. Habetur ergo summa omnium rectangulorum ex differentiis in distantias ductis. Adeoque et supplementum summae ordinatarum. Sed hoc mihi suspectum. Daret enim rursus expressionem logarithmi. Et credo in eo esse errorem quod non ducuntur in distantias uti jacent sed una pars sic alia aliter.



[Fig. 3]

15 Methodus interim ista qua quaeruntur summae serierum ducendo earum differentias in numeros arithmeticos magnos habet usus. Nam sic etiam videtur inveniri posse summa

3 differentiarum (1) aeqvari summae (2) dare  $L$  8f. est (1)  $-\frac{1}{1e} - \frac{1}{1, 2e^2} - 1$  (2):  $\frac{-1}{1e} \dots \frac{-3}{3, 4e^4}$   
 etc. (a) ubi rursus omittendo  $\frac{-1}{1e}$  et reliqua multiplicando per (b) quam  $L$

---

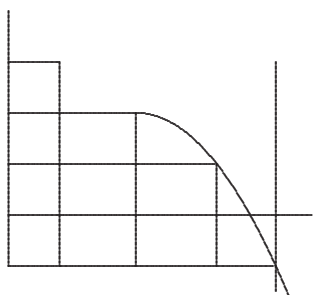
3 Alibi: Vgl. VII, 4 N. 40<sub>4</sub> S. 705 u. VII, 3 N. 40.

hujus seriei:  $1m$   $2m^2$   $3m^3$  etc. Ejus enim summa est supplementum summae figurae, cujus differentiae sunt  $m$ .  $m^2$ .  $m^3$ . At summa figurae cujus differentiae sunt  $m$ .  $m^2$ .  $m^3$ . etc. haberi potest. Est enim progressionis Geometricae (cum differentiae sint progressionis Geometricae), ergo et ejus supplementum haberi potest, id est summa figurae,  $1m$ .  $2m^2$   $3m^3$  etc. Idemque locum habet turbatis etiam numeris arithmeticiis.

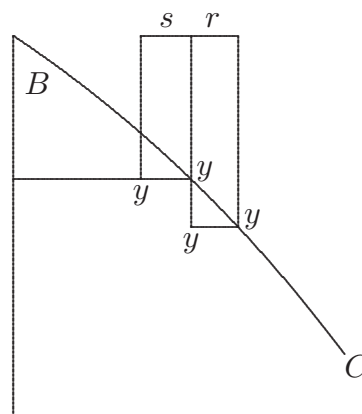
5

Hinc si  $\overbrace{\frac{m}{1} \frac{m^2}{2} \frac{m^3}{3} \frac{m^4}{4}}^A$  etc. ducatur in distantias, fiet  $\overbrace{m \cdot m^2 \cdot m^3 \cdot m^4}^B$  Geometrica.

Ergo momentum differentiarum Figurae summatricis, seriei Harmonicogeometricae, id est supplementum ipsius figurae summatricis haberi potest. Ergo et ipsa summatricis figurae summatricis. Ergo quanquam non semper ipsa figura summatricis. Nam quando figurae alicujus tangens haberi non potest tunc ex data summatrice non datur figura. Sed hic 10 videtur subesse error, ut:



[Fig. 4]



[Fig. 5]

$\frac{1}{y}$  ductae in distantias dant parallelogrammum. Sint  $y$ . lineolae Applicatis Hyperbolae proportionales<sup>[,]</sup>  $BC$  linea logarithmica. Rectangula omnia erecta  $ry$ .  $sy$ . inter

7 Ergo (1) si A harmonico-geom (2) summatricis (3) supplementum summae (a) summatricis harmonico-geometricarum (b) summarum harmonico-geometricae (4) Ergo summatric (5) id (6) | id est nicht gestr. | (7) differentia (8) momentum  $L$  9 quanqvam non semper erg.  $L$  9f. summatric. (1) Unde videtur seqvi (2) | Nam ... figura erg. | Sed  $L$

se aequalia erunt. Hinc tamen jam video non ideo haberi supplementi summam, quia ipsa basis vel altitudo geometricae non habetur. Et ratio hic particularis, quia omnino destruitur incognita.

$$z \sqcap m - n. \text{ Ergo } z^5 \sqcap m^5 - n^5 - 5mn \frown m - n \boxed{3} + m^2 n^2 \frown m - n.$$

$$5 \quad \text{Aliter } z^5 \sqcap -5mn \frown m - n \boxed{3} + m^4 + m^3 n + m^2 n^2 + mn^3 + n^4.$$

$$\begin{aligned} \text{Unde } z^5 \sqcap -5mn \frown m - n \boxed{3} + m^4 + mn \frown m^2 \frown m - n. \\ + n^4 \qquad \qquad n^2 \\ + m^2 n^2 \end{aligned}$$

Itaque si aequatio surdesolida quaevis nullum alium habeat terminum, quam primum  
10 et alterutrum ex duobus mediis reddi potest quadrato-quadratica.

Sit enim aequatio surdesolida:  $z^5 \sqcap ahz^3 + a^4 r$ .

$$\begin{aligned} z^6 * 2apz^3 + a^2 p^2 \sqcap h^2 z^4 + aqz^3 + a^3 r z^2 + a^4 sz + a^5 t \\ + 2ap \cdot \qquad \qquad \qquad a^2 p^2 \\ \hline hz^2 \quad \frac{aq + 2ap}{2h} z \quad \frac{a^3 r}{2h} - \frac{a^2 q^2 + 4aqp^2 + 4a^2 p^2}{8h^3} \\ \hline 2hz^2 \quad + \frac{aq + 2ap}{2h} z \quad \Bigg| \\ \hline - \frac{a^2 q^2 + 4a^2 qp + 4a^2 p^2}{4h^2} z^2 \\ \boxed{2hz^2 \quad - \frac{aq + 2ap}{h} z} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} z^6 - p^3 \sqcap ahz^5 + lz^3 + mz^2 * p^3 \\ z + p \qquad \qquad n \end{aligned}$$

20 10 Darunter: Error

$$15 \quad 2hz^2 + \left| \frac{ap + 2ap}{2h} \right| \text{ ändert Hrsg. } | L$$

4 Ergo: Bei den folgenden Umformungen unterlaufen Leibniz Fehler, die seine Schlussfolgerung beeinträchtigen. Er erkennt den Irrtum und markiert ihn.

$$z^4 - a^2 p^4 \sqcap h^2 z^2 + a^2 qz + a^3 r \f h^2 z + a^2 q$$

$$\qquad\qquad\qquad - a^2 p^2 \qquad\qquad - h^2 p$$

$$\frac{z + p}{\phantom{z + p}}$$

$$- h^2 p .$$

$$\boxed{z + p}$$

$$- a^2 qp$$

$$+ h^2 p^3$$

5

$$z^9 - a^4 p^2 \sqcap z^7$$

$$z^5 \sqcap m^5 + \underbrace{5m^4 n + 10m^3 n^2 + 10m^2 n^3 + 5mn^4}_{5mn \f m^3 + \frac{10}{5}m^2 n + \frac{10}{5}mn^2 + n^3} + n^5$$

$$5mn \f m^3 + \frac{10}{5}m^2 n + \frac{10}{5}mn^2 + n^3$$

$$\text{sive } 5mn \f \underbrace{m^3 + 2m^2 n + 2mn^2 + n^3}_{z \boxed{3} - mn \f z}$$

10

Aliter inde faciamus cubum, nempe faciamus  $+1 \frac{m^3 + 2m^2 n + 2mn^3 + 1n^3}{c}$ . Quaeritur qualis sit quantitas  $c$ , ut totum fiat cubus, comparetur cum  $p^3 + 3pq \f p + q + q^3$ , fiet  $p \sqcap m\sqrt{\textcircled{3}} 1 + c$ . et  $q \sqcap n\sqrt{\textcircled{3}} 1 + c$ . et erit:  $3pq \f p + q$ , id est  $3 \boxed{mn \f m + n}$ ,  $\f 1 + c \sqcap 2 \boxed{mn \f m + n}$  et  $c \sqcap \frac{2}{3} - 1$ . sive  $c \sqcap -\frac{1}{3}$  et erit

$$z^5 \sqcap m^5 \quad 5mn \f \frac{2}{3}z^3 + \frac{1}{3}m^3 \f mn$$

$$\qquad\qquad\qquad n^5 \qquad\qquad\qquad .. n^3$$

15

Sit jam aequatio:  $z^5 \sqcap * aqz^3 + a^4 t$ . erit  $m \sqcap \frac{3aq}{10n}$  et  $m^5 \sqcap \frac{243a^5 q^5}{100,000n^5}$  et  $\frac{1}{3}m^3 \sqcap$

$$\frac{27a^3 q^3}{1000, n^3} \text{ et } \frac{243a^5 q^5}{100,000n^5} + n^5 + \frac{3aq}{2} \f \frac{1}{3}n^3 + \frac{27a^3 q^3 \f \frac{3aq}{2}}{1000n^3} \sqcap a^4 t. \text{ Ubi ponendo radices}$$

aequationis datae multiplicatas per  $n$ , aequatio proposita fieret plana, si nullus in calculo error, videamus in Cubo: Nec video quomodo aliquis existere possit dividi enim poterunt omnia:

20

---

15  $\f mn$ : Richtig wäre  $\f 5mn$ . Der falsche Wert wird in S. 196 Z. 4 übernommen.

5

$$\frac{z^5 * aqz^3 * z^2 * z + \frac{n^5 t}{a} \quad \sqcap 0}{\left. \begin{array}{l} z^5 * \frac{10mn}{3} z^3 * * + m^5 \\ + n^5 \\ + mn \wedge \frac{1}{3} m^3 \\ + \frac{1}{3} n^3 \end{array} \right\} \sqcap 0}$$

Conferantur hae duae aequationes; fiet:  $m \sqcap \frac{3q}{10}$  adeoque  $\frac{m^3}{3} \sqcap \frac{27q^3}{3,1000}$  et  $m^5 \sqcap \frac{243q^5}{100000}$  et fiet: *[bricht ab]*

10

$$\frac{z^y \quad lz^{y-1} \quad mz^{y-2} \quad nz^{y-3} + p \quad f \quad z^{y-1} + lz^{y-2}}{q \quad - p}$$

$$\frac{\boxed{z + p}}{- pz^{y-1}}$$

$$\frac{\boxed{z + p}}{- lpz^{y-2} + p^2}$$

15

2 Darunter Koeffizientenvergleich der kubischen Terme:  $5mn \sqcap \frac{3aq}{2}$

6  $m \sqcap (1) \frac{3nq}{10a}$ . adeoque  $\frac{m^3}{3} \sqcap \frac{27n^3q^3}{3,1000,a^3}$ . et  $m^5 \sqcap \frac{243n^5q^5}{10000,a^5}$  (2)  $\frac{3q}{10} L$  7 fiet:  $\frac{243n^5q^5}{100,000a^5} + n^5$   
 $+ \frac{27n^3q^3 \wedge 3}{3,1000,a^3} + \frac{1}{3} n \sqcap ta^4$  *gestr.* | *Dazu, nicht gestr. nugae L*





Unde fient ex divisione aequationes duae, una:  $b^2l - b^2r \sqcap +nb + mrb + q + pr$ . Altera erit:  $qr - b^3 \sqcap -pb - nrb + mb^2 + lrb^2$ . Quae duae aequationes conjunctae restituunt aequationem surdesolidam. Haec ergo inutilia.

An rectius ita:

$$\begin{array}{r} 5 \qquad \qquad \qquad z^2 + cz + b \\ \text{per } \underline{z^4 \quad dz^3 \quad ez^2 + f. + g} \end{array}$$

Productum hujus multiplicationis ponatur ab utroque aequationis latere, et tentetur an utrobique dividi possit per  $z^2 + cz + b$ .

Tentemus in quadratoquadratica:

$$\begin{array}{r} 10 \qquad \qquad \qquad z^2 + bz + ac \\ \qquad \qquad \qquad z^2 + dz + ae \\ \hline \qquad \qquad \qquad z^4 + bz^3 + acz^2 \\ \qquad \qquad \qquad + d... + db.. + dacz \\ \qquad \qquad \qquad + ae.. + aeb. + a^2ce \end{array}$$

15      Aequatio:

$$\begin{array}{r} z^4 + bz^3 + acz^2 + dacz + a^2ce \sqcap + bz^3 \quad acz^2 + dacz + a^2ce \\ d. \quad db.. + aeb. \qquad \qquad + d. \quad db \quad aeb \\ ae.. \qquad \qquad \qquad \qquad \qquad \qquad ae \\ \qquad \qquad \qquad \qquad \qquad \qquad + l. \quad am \quad a^2n \quad a^3p \end{array}$$

20      Una pars aequationis divi[di] potest per  $z^2 + bz + ac$ .  
Videndum est an altera quoque dividi  
possit per eandem, ideo mult. per

$$\begin{array}{r} \qquad \qquad \qquad z \quad f \\ \hline z^3 + bz^2 + acz + fac \\ + f.. + fb. \end{array}$$

25      Conferendo erit:  $b \sqcap a - d - l$ . et ex secundis:  $ac + ad - d^2 - ld + ae + am \sqcap a^2 - ad - al + af$  eritque  $af \sqcap ac + ad - d^2 - ld + ae + am - a^2 + ad + al$ . Ex tertiis:  $dac + a^2e - aed - ael + a^2n \sqcap a^2c + [a]fb$ . Multiplicando autem  $f$  per  $b$ . assurget  $d$  ad

1 duae, (1) | una, *nicht gestr.* |  $+b^2l \sqcap \cancel{b}n$       sive  $bl \sqcap +br + n + mr$  altera: (2) una  $L$   
 $-b^2r \quad \cancel{b}mr$

6 f. +g (1)  $\sqcap z^6 + b^6$ . dividi poterit utique aeqvatio (2) productum  $L$       25 erit: (1)  $f \sqcap d$  et  $e \sqcap \langle a \rangle$   
(2)  $b \sqcap a - d - l \quad L$



$$\begin{array}{rcccl}
 & N & P & Q & R & S \\
 & nz^4 & pz^3 & + qz^2 & + rz & + s \quad \sqcap \quad 0. \\
 & & \textcircled{n} & \textcircled{p} & \textcircled{q} & \textcircled{r} & \textcircled{s} \\
 \text{Sit } & z^5 & \sqcap & \text{---} & + & 5y^4b & + & 10y^3b^2 & + & 10y^2b^3 & + & 5yb^4 & + & b^5 \\
 & Nz^4 & \sqcap & \text{---} & + & 4y^3b & + & 6y^2b^2 & + & 4yb^3 & + & b^4 \\
 & Pz^3 & \sqcap & \text{---} & + & 3y^2b & + & 3yb^2 & + & b^3 \\
 & Qz^2 & \sqcap & \text{---} & + & y^2 & + & 2yb & + & b^2 \\
 & Rz & \sqcap & \text{---} & + & y & + & b \\
 & S & \sqcap & S
 \end{array}$$

10 Ergo  $n + 5b \sqcap 0$ .  $b \sqcap -\frac{n}{5}$ . Quod si possit esse etiam:  $q + 3pb + 6nb^2 + 10b^3 \sqcap 0$ .

$$\text{Nempe } q - \frac{3n}{5p} + \frac{6n^3}{25} - \frac{\frac{10}{125}n^3}{25} \sqcap 0 \text{ seu } q - \frac{3np}{5} + \frac{4n^3}{25} \sqcap 0.$$

Itaque  $N + 5B - \frac{3}{5}N + 5B, P + N4B + 10B^2, + \frac{4}{3}\boxed{3}N + 5B, \sqcap 0$ . Quae res per aequationem Cubicam effici potest praeformando; quaerendo scilicet valorem ipsius  $b$ . primae explicationis, quae ejusmodi relationem, dabit  $q - \frac{3np}{5} + \frac{4n^3}{25} \sqcap 0$ . sumendo

3  $\textcircled{n} \dots \textcircled{s}$  erg.  $L$  4 sit (1)  $y^2 \sqcap bz^2 + cy + dx + ea$  (2)  $z^5 L$  5 (1)  $n$  (2)  $Nz^4 \sqcap |n^\wedge$  erg.  $u.$  gestr.  $|y^4 L$  6 (1)  $p$  (2)  $Pz^3 \sqcap |p^\wedge$  erg.  $u.$  gestr.  $|y^3 L$  7 (1)  $q$  (2)  $Qz^2 \sqcap |q^\wedge$  erg.  $u.$  gestr.  $|y^2 L$  8 (1)  $r$  (2)  $Rz^2 \sqcap |r^\wedge$  erg.  $u.$  gestr.  $|y L$  10  $q + 3|p$  erg.  $|b + 6|n$  erg.  $|b^2 L$  13 praeformando; (1) qvo effectos habebimus (2) qvaerendo  $L$  14  $\sqcap 0$ . (1) qva obtenta (2) sumendo  $L$

10 Ergo: Leibniz rechnet mit den im Schema Z. 3–9 ergänzten und wieder gestrichenen Faktoren  $n, p, q$ .

scilicet  $N. P. Q. R. S.$  pro cognitis aequationis ut initio posita est, et  $n. p. q. r. s.$  pro productae aequationis cognitis[,] literam  $B$  pro arbitraria prima, literam  $b$  pro secunda. His positis non video quid impediat hos terminos simul tolli:

$$\begin{array}{rcl} z^3 & y^3 + 3by^2 + 3b^2y + b^3 & \\ pz^2 & p.. + 2pb . + pb^2 & \\ qz & q . & qb \\ r & & r \end{array} \quad 5$$

Ut duo termini secundus et tertius simul tollantur, erit:  $b \sqcap -\frac{p}{3}$  et  $b^2 \sqcap \frac{p^2}{9}$  et  $b^2 \sqcap \frac{-2pb - q}{3} \sqcap \frac{p^2}{9} \cdot \frac{p^2}{3} \sqcap +\frac{2p^3}{9} - q \cdot -6pb - 3q \sqcap p^2$  et  $b \sqcap \frac{p^2 + 3q}{-6p} \sqcap \frac{p^2}{9}$ . sive  $6p^3 - 3p^2 - 9q$ .

Denuo: Suppono semper a nobis effici posse ut terminus  $q$  sit affirmativus, pone enim negativum esse ab initio, ergo adjectis  $3b^2 + 2pb$  affirmativis (nam  $p$  semper potest esse affirmativa) reddi potest quantuscunque cum  $b$ . sit tantae magnitudinis quantum volumus. Hoc posito cum velimus nunc facere ut duo termini secundus et tertius simul absint, habebimus aequationes duas,  $3b + p \sqcap 0$ . et  $3b^2 + 2pb + q \sqcap 0$ . Ex prima aequatione

$b \sqcap -\frac{p}{3}$ . Ergo  $b^2 \sqcap \frac{p^2}{9}$ . Inserantur hi valores in secunda, fiet:  $\boxed{\frac{3p^2}{9}} - \frac{\textcircled{2}p^2}{3} + q \sqcap 0$ . et

erit  $q \sqcap \frac{p^2}{3}$  adeoque  $3b^2 + 2pb + q \sqcap \frac{9b^2 + 6pb + p^2}{3}$ . Ubi destructis omnibus redit prior

aequatio:  $\frac{p^2}{3} \sqcap q$ . Ad hanc ergo praeformationem obtinendam alia opus est methodo, et adhibenda est explicatio major. Videndum aute(m). Contra sit:

8-10  $b^2 \sqcap \frac{-2pb - q}{3} \sqcap \frac{p^2}{9}$ . (1) et (2) eritqve: (3)  $\mid \frac{p^2}{3} \sqcap +\frac{2p^3}{9} - q \text{ erg.} \mid -6pb \dots \sqcap +\frac{p^2}{9}$ .  $\mid$  sive  $\dots -9q \text{ erg.} \mid$  (a) id est:  $-6B^2 - 18B^2 - 6PB - 9B^2 - 2PB - Q \sqcap 9B^2 + 6PB + P^2$  (b) Denuo  $L$

---

9  $\frac{p^2}{3} \sqcap$ : Leibniz unterlaufen in der Rechnung einige Flüchtigkeitsfehler. Er setzt danach neu an.

$$\frac{3b^2 + 2pb + q}{b^3 + pb^2 + qb + r} \boxed{2} \quad \sqcap \quad \frac{9b + 3p}{b^3 + pb^2 + qb + r} \quad \text{sive}$$

$$\boxed{\cancel{9b^4}} \boxed{\cancel{+12b^3p}} \boxed{\cancel{+6b^2q}} + \boxed{\cancel{4}} p^2 b^2 \boxed{\cancel{+2pbq}} + q^2 \quad \sqcap$$

$$\boxed{\cancel{9b^4}} \boxed{\cancel{+9b^3p}} + \boxed{\cancel{9}} q b^2 + 9br \boxed{\cancel{+3p^2b^2}} + \boxed{\cancel{3}} pbq + 3pr$$

5 Unde  $p^2b^2 + q^2 \sqcap 3qb^2 + 9br + pbq + 3pr$ . Suppono non esse  $3qb^2 \sqcap p^2b^2$ , quia nondum  $3q \sqcap p^2$ .

Ideo  $b^2 \left\{ \begin{array}{l} -9rb \\ -pq \\ \hline p^2 - 3q \end{array} \right\} \left\{ \begin{array}{l} +81r^2 \\ +18rpq \\ +p^2q^2 \end{array} \right\} \sqcap \left\{ \begin{array}{l} 81r^2 \\ 18rpq \\ p^2q^2 \\ \hline 4p^4 - 24p^2q + 36q^2 \end{array} \right\} \left\{ \begin{array}{l} -q^2 \\ +3pr \end{array} \right\}$

10  $\bullet \mp 9r^2 \bullet \mp p^2q \sqcap \bullet \mp 2p^2 \bullet \mp 6q \wedge \sqrt{+q^2 + 3rp}$ . Pone  $\boxed{q^2} + 3rp \sqcap \boxed{q^2} + 2qg + g^2$  erit  $q \sqcap$

$\frac{3rp - g^2}{2g}$ . et fiet  $\bullet \mp 9r^2 \bullet \mp p^2 \wedge \frac{3rp - g^2}{2g} \sqcap (\bullet \mp) 2p^2 (\bullet \mp) 6 \wedge \frac{3rp - g^2}{2g} \text{ „ } \frac{3rp \overset{+}{\boxed{-}} g^2}{2g} \boxed{+g}$ .

11 (1) | debet esse *nicht gestr.* |  $81r^2 + 18rpq + p^2q^2 \sqcap 8p^4q^2 - 12p^5r$  (2)  $\bullet \mp 9r^2 L$

2  $\boxed{\cancel{+2pbq}}$ : Richtig wäre  $+4pbq$ . Der Fehler beeinträchtigt die weitere Abschätzung.

7 f.  $-q^2$ : Die beiden Terme müssten durch  $p^2 - 3q$  geteilt werden, nicht durch  $4p^4 - 24p^2q + 36q^2 + 3pr$

11  $\bullet \mp 9r^2$ : Der folgende Ansatz ergibt sich nicht konsequent aus den vorhergehenden Rechnungen.

## 25. PASCALII FRAGMENTUM

[4. Juni 1675 – Januar 1676]

**Überlieferung:**

- L* Abschrift nach einer nicht mehr vorhandenen Vorlage: LH 35 XV 1 Bl. 2. 1 Bl. 2<sup>o</sup>. 1  $\frac{1}{4}$  S. (Unsere Druckvorlage.) 5  
Cc 2, Nr. 1500 A
- A* Abschrift in der Hand von P. Guerrier nach nicht mehr vorhandenen Vorlagen: Premier Recueil Guerrier, n<sup>o</sup> 66, S. 232–234 (Privatbesitz). — Gedr.: 1. PASCAL, *Oeuvres complètes* (Bossut), Bd IV, 1779, S. 408–411. 10  
Cc 2, Nr. 1500 B
- Weitere Drucke nach *A*: 2. PASCAL, *Oeuvres. Nouvelle Édition* (Lefèvre), Bd IV, 1819, S. 356–359; 3. PASCAL, *Oeuvres complètes* (Hachette), Bd III, 1864 u. ö., S. 219 f. — Drucke nach *L* und 1.: 4. PASCAL, *PO* III, 1908, S. 305–308; 5. (mit franz. Übers.) PASCAL, *Oeuvres complètes* (Chevalier), 1954, S. 71–74, S. 1402–1404; 6. (mit franz. Übers.) PASCAL, *Oeuvres complètes* (Lafuma), 1963, S. 101–103. — Druck nach *L* und *A*: 7. (mit franz. Übers.) PASCAL, *Oeuvres complètes* (Mesnard), Bd II, 1970, S. 1031–1035. — Weitere Drucke: 8. (mit franz. Übers.) PASCAL, *Oeuvres complètes* (Le Guern), Bd I, 1998, S. 169 bis 173; 9. (mit dt. Übers.) *Pascal im Kontext*, 2006; 10. (mit ital. Übers.) PASCAL, *Opere Complete* (Romeo), 2020, S. 344–347. 15

Datierungsgründe: Leibniz bestätigt am 4. Juni 1675 den Erhalt von Pascal-Handschriften (vgl. III, 1 N. 53 S. 253). In diesem Konvolut befand sich auch die Vorlage für unser Stück, wie aus Leibniz' Brief an H. Oldenburg vom 12. Juni 1675 hervorgeht (vgl. III, 1 N. 55 S. 255 f.). Leibniz erwähnt an dieser Stelle auch, dass er nach Rückgabe dieser Handschriften Manuskripte Pascals zu den Kegelschnitten erhalten werde. Am 28. Dezember 1675 schreibt Leibniz an Oldenburg, dass er demnächst weitere Handschriften von Pascal bekommen werde (III, 1 N. 70 S. 329). Aus der Datierung der Gesprächsaufzeichnung *Hexagrammum Pascalianum* (VII, 7 N. 61 S. 576) geht hervor, dass Leibniz die Manuskripte zu den Kegelschnitten spätestens im Januar 1676 zur Verfügung hatte. Die vorliegende Abschrift müsste folglich zwischen dem 4. Juni 1675 und Januar 1676 verfasst worden sein. — Eine detaillierte Untersuchung der Schrift von Pascal findet sich bei TATON, *L'oeuvre*, 1964; vgl. ebenso den ausführlichen Kommentar in PASCAL, *Oeuvres complètes* (Mesnard), II, 1970, S. 1021–1031. 20 25 30

P a s c a l i i   f r a g m e n t u m  
C e l e b e r r i m i s   M a t h e s e o s   p r o f e s s o r i b u s :

Haec vobis, doctissimi ac celeberrimi viri, aut dono, aut reddo; vestra enim esse fateor, quae non nisi inter vos educatus mea fecissem, propria autem agnosco, quae adeo  
5 praecellentibus Geometris indigna video. Vobis enim non nisi magna et egregie demonstrata placent. Paucis vero genium audax inventionis; paucioribus (uti reor) genium elegans demonstrationis; paucissimis utrumque. Silerem itaque nihil vobis congruum habens nisi ea benignitas quae me a junioribus annis in erudito Lyceo sustinuit, et haec oblata qualiacunque sint exciperet.

10 Horum opusculorum primum magna ex parte agit de ambitibus, seu peripheriis numerorum quadratorum, cuborum, quadrato-quadratorum et in quocunque gradu constitutorum; et ideo d e n u m e r i c a r u m p o t e s t a t u m a m b i t i b u s inscribitur.

Secundum circa n u m e r o s a l i o r u m m u l t i p l i c e s versatur, et ut ex sola additione characterum agnoscantur, methodum tradit.

15 Deinceps autem si juvat Deus prodibunt et alii tractatus, quos omnino paratos habemus, et quorum sequuntur tituli:

De n u m e r i s m a g i c o - m a g i c i s seu methodus ordinandi numeros omnes in quadrato-numero contentos, ita ut non solum quadratus totus sit magicus, sed et quod  
20 difficilius sane est, ut ablatis singulis ambitibus reliquum semper magicum remaneat, idque omnibus modis possibilibus, nullo omisso.

1 P a s c a l i i   f r a g m e n t u m   e r g . L

---

2 M a t h e s e o s   p r o f e s s o r i b u s : Nach den Recherchen von J. Mesnard dürfte damit der Kreis von Mathematikern gemeint sein, der sich bis 1654 regelmäßig bei J. Le Pailleur versammelte (vgl. PASCAL, *Oeuvres complètes* (Mesnard), II, 1970, S. 1022 f.). 10 primum: Vgl. Bl. PASCAL, *Potestatum numericarum summa*, 1665, sowie die Marginalie in N. 35. 13 Secundum: Vgl. DERS., *De numeris multiplicibus*, 1665, sowie die Marginalie in N. 36. 17 De n u m e r i s m a g i c o - m a g i c i s : Zum Druck der Bl. Pascal zugeschriebenen Schrift *Solution d'un des plus célèbres et de plus difficiles problèmes d'arithmétique, appelé communément les quarrez magiques* vgl. [A. ARNAULD], *Nouveaux éléments de géométrie*, 1667, S. 327–340 (PASCAL, *Oeuvres complètes* (Mesnard), IV, 1992, S. 1586–1600).

P r o m o t u s A p o l l o n i u s G a l l u s id est Tactiones Circulares, non solum quales veteribus notae et a Vieta restitutae, sed et adeo ulterius promotae, ut vix eundem patiantur titulum.

T a c t i o n e s s p h a e r i c a e pari amplitudine dilatae quippe eadem methodo tractatae. Utrarumque autem methodus singula earum problemata per plana resolvens, 5  
ex singulari Conicarum sectionum proprietate oritur, quae aliis multis difficillimis problematis succurrit, et vix unam adimplet paginam.

T a c t i o n e s e t i a m c o n i c a e, ubi ex quinque punctis et quinque rectis datis quinque quibuslibet  $\langle - \rangle$  Conisection  $\langle - \rangle$  quae data  $\langle - \rangle$

L o c i s o l i d i cum omnibus casibus et omni ex parte absolutissimi. 10

L o c i p l a n i, non solum illi quos a veteribus tempus abripuit, nec solum illi quos his reitutis perillustris hujus aevi geometra subjunxit sed et alii huc usque non noti, utrosque complectentes, et multo latius exuberantes, methodo ut conjicere est omnino nova, quippe nova praestante, via tamen longe breviori.

C o n i c o r u m opus completum, et Conica Apollonii et alia innumera unica fere 15  
propositione amplectens, quod quidem nondum sedecimum aetatis annum assecutus excogitavi et deinde in ordinem congeffi.

P e r s p e c t i v a e Methodus qua nec inter inventas, nec inter inventu possibiles ulla compendiosior esse videtur, quippe quae puncta ichnographica per duarum solummodo reftarum intersectionem praestet, quo sane nihil brevius esse potest. 20

---

1–8 P r o m o t u s ... c o n i c a e: Zur Auseinandersetzung von Pascal mit den bei PAPPOS, *Mathematicae collectiones*, Buch II, überlieferten Hinweisen auf APOLLONIOS, *Tactiones*, und die erweiterte Behandlung in Fr. VIÈTE, *Apollonius Gallus*, 1600 (VO S. 325–346), sowie mit den in der Folge genannten Problemen vgl. den Brief von Pascal an P. de Fermat vom 29. Juli 1654 (PO III, S. 375–393).

8–10 T a c t i o n e s ... absolutissimi: Zu Leibniz' Nennung der Schriften von Pascal vgl. seinen Brief an É. Périer vom 30. August 1676 (III, 1 N. 90). 9 quibuslibet: Leibniz hat im folgenden Text drei Lücken gelassen, die auch in der Abschrift von Guerrier dokumentiert sind; vgl. PASCAL, *Oeuvres complètes* (Mesnard), Bd II, S. 1035. 11 L o c i p l a n i: Vgl. die Hinweise auf Pascals Methode im Brief von R.-Fr. de Sluse an C. Brunetti vom Oktober 1657 (PO VII, S. 243–245). 12 perillustris ... geometra: Gemeint ist P. de Fermat. 15 C o n i c o r u m ... completum: Vgl. VII, 7 N. 60–64 u. N. 72 sowie den bereits erwähnten Brief von Leibniz an É. Périer vom 30. August 1676 (III, 1 N. 90). 15 Conica Apollonii: APOLLONIOS, *Conica*.



Novissima autem ac penitus intentatae materiae tractatio scilicet de compositione  
aleae in ludis ipsi subjectis, quod Gallico nostro idiomate dicitur (*faire les partys des*  
*jeux*) ubi anceps fortuna aequitate rationis ita reprimatur, ut utrique lusorum quod jure  
competit, exacte semper assignetur. Quod quidem eo fortius ratiocinando quaerendum  
5 est quo minus tentando investigari possit. Ambiguae enim sortis eventus fortuitae con-  
tingentiae potius quam naturali necessitati merito tribuuntur. Ideo res hactenus erravit  
incerta, nunc autem quae experimento rebellis fuit, rationis dominium effugere non po-  
tuit. Eam quippe tanta securitate in artem per Geometriam reduximus, ut certitudinis  
ejus particeps facta jam audacter prodeat, et sic matheseos demonstrationes cum aleae  
10 incertitudine jungendo, et quae contraria videntur conciliando ab utraque nominationem  
suam accipiens, stupendum hunc titulum jure sibi arrogat aleae Geometria.

Non de Gnomonica loquor nec de innumeris miscellaneis, quae satis in promptu habeo,  
verum nec parata nec parari digna.

De Vacuo quoque subiteo, quippe brevi typis mandandum, et non tantum vobis  
15 ut ista, sed et cunctis proditum, non tamen sine nutu vestro, quem si mereatur nihil  
metuendum; quod equidem aliquando alias expertus sum, maximo in instrumento illo  
Arithmetico, quod timidus inveneram, et vobis hortantibus exponens, agnovi approba-  
tionis vestrae pondus.

---

14 Über vobis: NB.

1 penitus (1) intractatae (2) intentatae L    4 exacte (1) ubique (2) semper L    7 incerta, (1)  
ideo quae (2) nunc L    15 mereatur gestr. L, erg. Hrsq.

---

1–3 compositione ... *jeux*: Vgl. hierzu Pascal an P. de Fermat vom 29. Juli 1654, vom 24. August 1654 und vom 27. Oktober 1654 (PO III, S. 375–393, S. 399–412, S. 429) sowie die posthum erschienene Abhandlung *Usage du triangle arithmétique pour déterminer les partis qu'on doit faire entre deux joueurs qui jouent en plusieurs parties*, 1665 (PO III, S. 478–498).    2 partys: Mit dieser Frage befasst sich Leibniz in N. 32, abgefasst am 7. Januar 1676.    14 De Vacuo ... mandandum: Eine wohl bereits 1651 fertig gestellte Abhandlung über das Vakuum (*Traité du vide*) ist in dieser Form nicht gedruckt worden. Seine einschlägigen Forschungen sind posthum erschienen in Bl. PASCAL, *Traité de l'équilibre des liqueurs et de la pesanteur de la masse de l'air*, 1663 (PO III, S. 143–292).    16 instrumento: Das erste Exemplar einer von Pascal entworfenen Zweispezies-Rechenmaschine stammt von 1642, vgl. hierzu ausführlich TATON, *Sur l'invention de la machine arithmétique*.

Illi sunt Geometriae nostrae maturi fructus, felices et immane lucrum facturi, si hos impertiendo quosdam ex vestris reportemus.

Datum Parisiis, 1654.

B. Pascal.

3 1654. (1) B. Pascalius (2) B. Pascal. *L*

## 26. RÈGLE POUR TROUVER LES FÉRIES

[Oktober – Dezember 1675 (?)]

**Überlieferung:** *L* Konzept: LH 35 XII 1 Bl. 182–183. 2 Bl. 8°, die ursprünglich 1 Bl. 4° bildeten. 1 S. auf Bl. 182r°, 2 S. auf Bl. 183. Bl. 182v° leer.

5 Cc 2, Nr. 1502 B, A

Datierungsgründe: Eine Datierung auf das Jahr 1675 wird durch den Umstand nahegelegt, dass Leibniz, als er sich mit dem Beispiel 1. Mai 1615 befasst, zunächst versehentlich 1675 schreibt; möglicherweise ist dies also die aktuelle Jahreszahl. Einen konkreten *terminus ante quem* liefert das Stück, indem es den 1. Januar 1676 in der Zukunftsform behandelt. Der 15. August 1676 wird in einer verworfenen Variante allerdings in der Vergangenheitsform behandelt. Vgl. auch die Datierungsgründe zu VII, 3 N. 49. — Das Wasserzeichen des Papiers ist bislang nur von zwei anderen Trägern bekannt. Auf diesen finden sich VII, 3 N. 49<sub>1</sub>, eine gemeinsame Gesprächsaufzeichnung von Leibniz und Tschirnhaus, und VII, 3 N. 49<sub>2</sub>, eine Aufzeichnung von Tschirnhaus. Möglicherweise stammt die bei Leibniz seltene Papiersorte also aus Tschirnhausens Besitz. Da Tschirnhaus erst Ende September 1675 in Paris ankommt, können die erwähnten beiden Teilstücke nicht früher entstanden sein. Falls das Papier tatsächlich aus Tschirnhausens Besitz stammt, gilt dies auch für unser Stück, falls nicht, legt die Übereinstimmung der Wasserzeichen zumindest eine Entstehung in derselben Zeit nahe.

[*Erster Ansatz*]

Le cycle solaire peut servir à obtenir la lettre dominicale, et à connoître ainsi le jour de la semaine qui sera par exemple le premier de mars, ou quelque autre d'un mois donné. Mais on peut l'obtenir plus aisément par la voye suivante: Au nombre 2 soit adjouté le nombre de l'année proposée de l'Epoque vulgaire, et encor le quart du dit nombre de la dite année proposée; negligant le residu. Divisez la somme de ces trois nombres,  $2 + b + \frac{b}{4}$

19 obtenir *erg. L*      22 proposée *erg. L*

---

19 cycle solaire: Die Nummer eines Jahres im 28-jährigen Sonnenzirkel setzt Leibniz offenbar als bekannt voraus, sie kann aber auch mühelos berechnet werden (sie entspricht dem Rest, der bei Division der um 9 vergrößerten Jahreszahl durch 28 bleibt). Der dieser Zahl des Sonnenzirkels zugeordnete Sonntagsbuchstabe und der sich aus diesem ergebende Wochentag eines gesuchten Datums lassen sich dann geeigneten Tabellen entnehmen.

par 7, et le residu sera le nombre du jour de la semaine au quel se rencontre le premier de mars, contant le dimanche pour le premier jour de la semaine, lundi pour le second, etc. Quand il ne restera 0 le premier de Mars sera un samedi.

Si l'on demande la même chose de quelque année avant la naissance de nostre seigneur; alors il faut se servir de la regle suivante.

5

[*Zweiter Ansatz*]

Regle pour trouver les feries ou le jour de la semaine au quel se rencontre  
un certain jour du mois donné dans l'année donnée

Adjoutons ensemble,

|  |   |    |
|--|---|----|
| le nombre de l'année donnée                  | 1676  | 10 |
| son quart (negligeant le residu s'il y en a) | 419   |    |
| et le nombre constant                        | 2 si c'est un bissexté ou 3 si c'est un autre |    |
| La Somme                                     | <u>2097</u>                                   |    |
| divisée par 7 laissera                       | 4   |    |

|          |       |       |          |       |          |        |                    |    |
|----------|-------|-------|----------|-------|----------|--------|--------------------|----|
| Dimanche | Lundi | Mardi | Mercredi | Jeudi | Vendredi | Samedi |                    | 15 |
| 1        | 2     | 3     | 4        | 5     | 6        | 0      | Nombres des feries |    |

Donc le premier janvier de l'an 1676 sera un Mercredi.

---

3 *Über die 0 gesetzt:* rien

7 les feries ou *erg. L* 8 f. donnée (1) Par exemple le 15 d'Aoust de l'année 1676 estoit un samedi, tachons de le trouuer par nostre regle, qvi est telle: au nombre 2 (*a*) (si c'est un bissexté) (*b*) ou (2) Adjoutons *L* 12 constant 2 (1) ou 3. au lieux de 2. si l'an est un bissexté. (2) si *L*

---

1 f. premier de mars: Die im ersten Ansatz festgehaltene Regel zur Bestimmung des Wochentages des 1. März eines beliebigen Jahres ist für den julianischen Kalender gültig, jedoch nicht für den in Paris geltenden gregorianischen. 5 regle suivante: Anstatt eine solche Regel zur Bestimmung des Wochentags von Daten, die vor Beginn der christlichen Zeitrechnung liegen, auszuführen, schneidet Leibniz das Blatt unterhalb der letzten Zeile des ersten Ansatzes durch und notiert den zweiten und dritten auf Vorder- und Rückseite des verbleibenden Papierstückes.

Maintenant s'il s'agit de trouver la ferie du 15 d'Aoust de l'an 1676, on n'a qu'à prendre le nombre des jours qui sont depuis le 1. janvier inclusivement jusqu'au 15 d'Aoust exclusivement sçavoir 227, et y ajouter 4, nombre de la ferie du premier janvier, et il proviendra 231, le quel divisé par 7 laisse 0, donc le 15 d'Aoust 1676 est un Samedi.

---

5            3    *Hilfsaufstellung zu den beiden Beispielen:*

|    |         |             |           |            |
|----|---------|-------------|-----------|------------|
|    | Janvier | 31 •        | 31        | 31         |
|    | Fevrier | 28 ou 29    | 29        | 28         |
|    | Mars    | 31 •        | 31        | 31         |
|    | Avril   | 30          | 30        | 30         |
| 10 | May     | 31 •        | 31        | <u>120</u> |
|    | Juin    | 31 •        | 31        |            |
|    | Juill.  | 30          | 30        |            |
|    | Aoust   | <u>31 •</u> | <u>14</u> |            |
|    | Sept.   | 30          | 227       |            |
| 15 | Oct.    | 31 •        |           |            |
|    | Nov.    | 30          |           |            |
|    | Dec.    | 31 •        |           |            |

4    *Nebenrechnungen zum Beispiel 15. August 1676:*

|    |            |  |
|----|------------|--|
| 20 | 1676       |  |
|    | 419        | <del>21</del>  |
|    | <u>227</u> | <del>2324</del> f 332, reste, 0. Nombre de la ferie du Samedy. |
|    | <u>2</u>   | <del>777</del>   |
|    | 2324       |  |

1 trouuer (1) le 15 d'A (2) la ferie L      2 janvier (1) exclusivement jusqv'au 15 d'Aoust (2) inclusivement L      3 227. (1) et les diviser par 7 le residu (a) 7 (b) 3 adjouté à 4 (2) et y ajouter L

---

1 15 d'Aoust: Bereits C. SCHOTT, *Organum mathematicum*, 1648, *regula* XI, S. 412–415, dient ein 15. August (der des Jahres 1665) als Beispiel für seine Regel zur Berechnung des Wochentages. 11 Juin: Leibniz verwechselt die Länge der Monate Juni und Juli, was sich auf die Berechnung aber nicht auswirkt.

La regle se proposera plustost ainsi. Il faut adjouter ensemble le nombre 1676, son quart 419, negligant le residu, le nombre des jours de l'année qui precedent celui dont on cherche la ferie; et enfin le nombre constant 2 si c'est un bissextre, ou 3 si c'est une autre année; le residu de la somme divisée par 7 donnera le nombre de la ferie du jour qu'on cherche.

5

[Dritter Ansatz]

„Regle pour trouver la ferie ou jour de la semaine au quel se rencontre un certain „jour du mois donné dans l'année donnée de la periode julienne.

5 *Berechnung eines weiteren Beispiels für die Regel aus dem zweiten Ansatz:*

1 Maii 1615. Lundi.

10

1615  
403  
1  
120  

---

2139

6  
~~2141~~ ÷ 305  

---

777

4  
~~2139~~ ÷ 305  

---

777

15

|    |                            |       |            |            |
|----|----------------------------|-------|------------|------------|
| 10 | 1 Maii (1) 1675 (2) 1615 L | 11–15 | (1) 1615   | (2) 1615 L |
|    |                            |       | 403        | 403        |
|    |                            |       | 3          | 1          |
|    |                            |       | 120        | 120        |
|    |                            |       | <hr/> 2141 | <hr/> 2139 |

1 regle: Diese Regel ist, da sie ausfallende Schaltjahre wie 1700 unberücksichtigt lässt, nicht auf den gesamten gregorianischen Kalender seit seiner Einführung 1582 anwendbar, sondern gilt so nur für das 16. und 17. Jahrhundert. Ab 1701 müsste sie angepasst werden, indem man vor der Division durch 7 die Anzahl der ausfallenden Schalttage subtrahiert. 10 1 Maii 1615: Dass der 1. Mai 1615 ein Montag gewesen sei, führt S. MORLAND, *Arithmetick Instruments*, 1673 [Marg.], Abschnitt *An Explanation of the Perpetual Almanack*, auf S. 3 als Beispiel zur Benutzung seines Ewigen Kalenders an. Leibniz prüft an diesem Beispiel die im zweiten Ansatz stipulierte Regel: Er addiert die Zahl 3 für Gemeinjahre und führt die Division durch 7 schriftlich aus (Mitte). Da das Ergebnis den Rest 6 aufweist und somit nicht wie von ihm erwartet ausfällt, ändert er den zu addierenden Wert, indem er statt einen Tag mehr als 2 einen weniger addiert. Die korrigierte Summe dividiert er erneut schriftlich (rechts). Doch auch diese Division liefert nicht das gewünschte Ergebnis. Tatsächlich ist das erste Ergebnis richtig: Der Rest 6 besagt, dass es sich beim 1. Mai 1615 des gregorianischen Kalenders um einen Freitag handelte. Dementsprechend war der 1. Mai 1615 des julianischen Kalenders — und eben diesen berechnet der Engländer Morland — ein Montag.

Au nombre de l'année julienne ajoutez sa quatrieme partie, ou si le residu passe l'unité, le nombre entier prochainement plus grand, negligeant tousjours la fraction. La somme augmentée de 5, soit divisée par 7; et ce qui restera sera le nombre de la ferie du premier janvier nouveau style de l'année proposée. Lequel estant connu, il est aisé d'avoir  
 5 la ferie de tel autre jour que l'on voudra, en adjoutant au nombre de la ferie du premier de janvier le nombre de tous les jours de cette année qui precedent le jour proposé. Cette somme divisée par 7 laissera la ferie demandée. Il est aisé de sçavoir le nombre de tous les jours precedans, parce qu'on sçait le nombre des jours de chaque mois qui est tousjours le même excepté que le fevrier au lieu de 28 en a 29, l'an estant bissexté. Or le bissexté  
 10 de la Periode Julienne se reconnoist, lors qu'en divisant son nombre par 4, il reste 1.

## Exemple

|                                    |      |  |
|------------------------------------|------|--|
| 1676 est de la periode julienne    | 6389 |  |
| son quart (negligeant la fraction) | 1597 | $\overline{34}$                                |
| Nombre constant                    | 5    | $\overline{7991} \div 1141. \text{ Reste } 4.$ |
| 15                                 | 7991 | $\overline{7777}$                              |

Donc le premier janvier de cette année est la quatrieme ferie ou un mercredi.

Si vous voulez la ferie du 15 d'Aoust de la meme année, ajoutez à 4 le nombre 227 qui est celuy des jours de cette année bissextile qui precedent le 15 d'Aoust, et la somme 231 divisée par 7 laisse [0] donc le 15 d'Aoust est la septieme ferie ou un samedi.

---

1 l'année julienne: Gemeint ist die Jahreszahl nach der von J. J. SCALIGER, *De emendatione temporum*, 1583, S.198 eingeführten Zeitrechnung. Ihre Epoche ist Montag, der 1. Januar 4713 v. Chr., gerechnet nach dem julianischen Kalender. 2 prochainement plus grand: Richtig müsste die Anweisung lauten, das Viertel der julianischen Jahreszahl auf *le nombre entier le plus proche*, auf die nächste ganze Zahl, zu runden. Dabei sind Viertel abzurunden, so wie es Leibniz es im folgenden Beispiel ja auch selbst durchführt, Halbe und Dreiviertel dagegen aufzurunden. — Auch diese Regel ist nur bis 1700 gültig, für spätere Daten ist die *nombre constant* 5 um die Zahl der ausgefallenen Schalttage zu reduzieren.

## 27. INSTRUMENTUM AD CONSTRUCTIONEM AEQUATIONUM

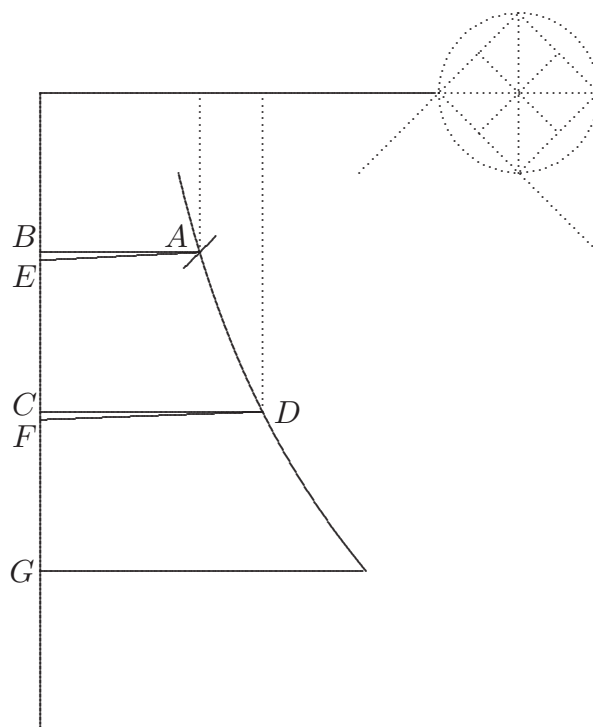
[Mitte bis Ende Oktober 1675]

**Überlieferung:** *L* Konzept: LH 35 XIII 1 Bl. 408–409. Rest eines Bog. 2°: Von Bl. 408 fehlt oben ein Ausschnitt von ca  $20 \times 18,5$  cm, im unteren Drittel ein Streifen von ca  $17,5 \times 1,5$  cm; von Bl. 409 fehlt unten ein Streifen von ca  $19,5 \times 4$  cm. 7 Z. auf Bl. 408 r°. —  
 Auf dem Rest des Trägers die Aufzeichnung zur Gleichungslösung N. 60 sowie VII, 5 N. 33; VII, 6 N. 10; VII, 7 N. 55.  
 Cc 2, Nr. 1069

5

Datierungsgründe: Bei dem vorliegenden Stück handelt es sich um Notizen, die Leibniz nach den in N. 60 und in VII, 6 N. 10 gedruckten Aufzeichnungen und vermutlich kurz nach der auf den 11. Oktober 1675 datierten Studie VII, 5 N. 33 verfasste. Sie ist vor VII, 7 N. 55 geschrieben.

10



[Fig. 1]

---

12 Über der Figur:  $x^3 - px^2 \sqcap qx + r$



Ope catenularum delicatarum, et lineae logarithmicae in materia solida descriptae in qua assurgere aliquid ac descendere possit, possunt construi omnes aequationes, catenulae ibunt *BAECDFG*. Sed pro exactioribus operationibus adhibendae essent regulae. Credo tamen catenulas bene elaboratas satis aptas tolerabilibus operationibus, imo in magno  
5 instrumento etiam exactis.

Forte hoc instrumento solvi poterunt etiam aequationes plurium incognitarum, ut:  
 $x^2 + y^2 \sqcap c_{[,] + cy + bx^2 + dx \sqcap e. \mathfrak{A}.$

$$7 \sqcap e. (1) x^2 - c (2) x \sqcap \frac{c - y^2}{x}. \text{ et } x \sqcap \frac{e - cy}{bx + d} (3) \mathfrak{A} L$$

## 28. FORMAE COMBINATORIAE

28. Oktober 1675

**Überlieferung:** *L* Konzept: LH 35 XII 1 Bl. 16. Der Länge nach ungefähr halbiertes Bl. 2°, ca 13 × 35 cm, rechts relativ glatte, links unregelmäßige Schnittkante. 1 S. auf Bl. 16r°. Auf Bl. 16v° VII, 7 N. 56. — Gedr.: *LKK* 2, 1976, S. 48–51.  
Cc 2, Nr. 1079

5

2⟨8⟩. Octob. 1675

## F o r m a e C o m b i n a t o r i a e

In Omni combinatione sunt characteres. Ex characteribus existunt formae. Formae sunt perfectae aut imperfectae. Imperfectae reducuntur ad perfectas, addendo aut adimendo et in plures resolvendo. Characteres sunt Capitales aut incidentes. Characteres in Combinatoria generali non aliud habent discrimen, quam ut intelligantur diversa, nec opus est, ut diversitatis speciem excutiamus. Formae perfectae Elementares sunt aut Compositae. Elementares sunt ut  $m \mid m^2 \mid mn \mid m^2n \mid mnv$  etc. vel  $m^2 \mid m^2n$ , ubi  $n \mid \cdot v \mid bn^2 \mid dm^2v$  in posteriori  $b$  et  $d$ . sunt incidentes. Cum eadem incidentes afficiunt Capitales similes

7 f. 2⟨8⟩ Octob. ... C o m b i n a t o r i a e erg. *L* 9 Ex (1) characteris (2) characteribus (a) Elementa existunt Combinandi, (b) existunt *L* 11 resolvendo. (1) Formarum perfectarum sunt gradus. Sunt | enim *nicht gestr.* | (2) Characteres *L* 13 excutiamus. (1) | Si *nicht gestr.* | (a) cha (b) in form (2) Formae *L* 14  $m \mid \left| \begin{array}{c} \text{erg. Hrsq.} \\ n \end{array} \right| (1) m^2 (2) m^2 \mid \left| \begin{array}{c} (a) mn (b) mn \\ v \end{array} \right| L 14 m^2 (1) m^2v (2) bn^2 dm^2n$   
 $m^2n, L$   
 $dm^2v$

9 characteres: Vgl. N. 18.

tunc formas Elementares appello concordantes ut  $m^2n$ , vel quod coincidit  $mnm$  (ubi u t

$$\begin{array}{cc} \cdot v & \cdot n \\ n^2 m & mvm \\ \cdot v & \cdot v \\ v^2 m & nv n \\ \cdot n & \cdot v \end{array}$$

o b i t e r dicam has duas formas coincidere est t h e o r e m a demonstrabile et quod alias in infinitum formas extenditur, et tamen quivis videt esse identicam propositionem, re resoluta usque ad characteres simplicissimos. Ut hinc appareat theoremata nihil aliud

5 dare quam modum contrahendi cogitationes per characteres ut facilius reddatur ratio- cinatio. Sed hoc obiter.[]] Discordantes essent si quilibet terminus haberet peculiarem

affectorem, ut si esset  $\frac{1}{b}m^2n$ . S e m i c o n c o r d a n t e s sunt, si concordant quaedam  
 $c m^2v$   
 etc.

partes formae, ut  $bm^2n$ . et harum sunt varii gradus. Nam fieri potest, ut non sit hoc in

$$\begin{array}{c} v \\ cn^2 m \\ v \end{array}$$

---

1 f. *Über* ut obiter: NB.

1 formas | Elementales *ändert Hrsg.* | appello (1) consonas (2) concordantes (a). Sin mi (b) ut  $m^2n$ ,

$$\begin{array}{c} \cdot v \\ n^2 m \\ \cdot v \\ v^2 m \\ \cdot n \end{array}$$

(aa) Sin (bb) vel | quod coincidit *erg.* |  $mnm$  L 6 obiter |, *ändert Hrsg.* | (1) praetere (2) discordantes L

$$\begin{array}{c} \cdot n \\ mvm \\ \cdot v \\ nv n \\ \cdot v \end{array}$$

6 f. peculiarem (1) multiplicatorem, (2) affectorem, L 7 f. quaedam (1) formae, quae ipsae per se perfectae intelligi possent, aliis scilicet literis (2) partes L 8 ut (1) m (2)  $bm^2n$ . L

$$\begin{array}{c} v \\ cn^2 m \\ v \end{array}$$

singulis partibus ut si his addatur adhuc  $dv^2m$ . *P a r t i a l e s f o r m a e* sunt, quae-  
e . . n

cunque enuntiandi aliquod compendium constans accipere possunt, ut  $m^2n$ . Totum enim  
v

affectionem habet communem. Rectius appelles Membrum, etc. Potest fieri semiconcor-  
dantia, si forma aliqua concordet quae ipsa per se constituit perfectam formam, ut  $mnm$ .

est perfecta per se, si non accedat litera  $v$ . Unde melior est dispositio haec:  $mm$  etc. quam  
n

$m^2n$  etc. quia praecedens distinguit formas per se perfectas. Haec de formis Elementa-  
v

ribus. Sequuntur Formae Graduum, quae scilicet gradum integrum complent, ut: si in  
unam surgas,  $m^2 + mn$   $m$  item  $m^3$   $mnm$  |  $m^2$   $mn$   $m$ . Eaeque rursus sunt aut repetunt  
n<sup>2</sup> n n<sup>3</sup> n | n<sup>2</sup> n  
A B

formas graduum priorum, aut omnes aut quasdam ut  $A$ .  $B$ . simul, aut non repetunt  
ut  $A$ . tantum. Hae jam formae continent apicem Combinatoriae artis, et ipsius Calculi  
generalis in universum. 10

Condantur jam Tabulae, ubi statim si inceperimus nonnihil Caetera se ipsis pate-  
bunt, ac scribi poterunt prima pro formis illis Elementaribus Concordantibus, quae du-  
cantur in se invicem, prodibunt aliae graduum superiorum, et hinc jam apparet resolutio  
aliarum similium. Et modus formam datam investigandi, sitne divisibilis an indivisibilis 15  
etc. et quonam addito vel adempto fiat resolubilis. Hoc elegantissima theoremata dabit pro  
concordantibus, et forte modum resolvendi omnes aequationes etc. Pro discordantibus,  
eodem procedendum modo, et habebitur etiam progressio ac tabula, ut imposterum talia  
nullo negotio scribi possint. Condita discordantium Tabula, sequetur major illa Tabula,  
qua continetur apex combinatoriae. Nimirum Tabula tollens literas, ob plures aequa- 20  
tiones. Nimirum formulae graduum cogitentur esse aequationes, sive nihilo aequales, et

1 adhuc (1) m (2)  $dv^2m$ . L 3 appelles (1) Coef (2) coaffectas (3) Membrum, L 4 constituit  
e . . n  
(1) gradum (2) perfectam L 5 haec: (1)  $m^2$  (2)  $mm$  L 7 Seqvuntur (1) formae perfectae (2)  
n  
Formae L 8 item (1)  $m^2$   $v^3$  (2)  $m^3$   $mnm$  | (a)  $m^2$   $mn$  (b)  $m^2$   $mn$  m. L 16 elegantissima (1)  
n<sup>3</sup> n | n<sup>2</sup> n n<sup>2</sup> n  
A aut B  
dabit (2) theoremata | dabit *erg.* | (a) qvo (b) pro L

ope tabularum superiorum facilius calculabitur, admirabilis illa Tabula, qua semel data  
 et ad gradus satis altos continuata, restabit calculus omnis et omnes multiplicationes, di-  
 visiones, radicum extractiones, fient imo saepe et formularum additiones et subtractiones  
 fient transscribendo tantum ex tabula, et quasdam in ea literas supponendo nihilo aequa-  
 5 les. Hac Tabula continetur omnis comparatio formarum, cum enim quaedam coincidere  
 dicimus aequationem dicimus. Comparatio autem formarum combinatoria est. Hactenus  
 omnis consideratio fuit non nisi rationalium, at ex iisdem jam oriuntur irrationalium in-  
 ventiones omnes. Nimirum cum comparando obtinetur pura quaedam potestas coincidens  
 cuidam dato. At affecta quaelibet potestas secundi gradus reddi potest pura. Et Cubica  
 10 reddi potest pura ex data secundi gradus affecta. Et ita porro in infinitum. Id est pro cubo  
 resolvendo habetur aequatio  $x^6 \cdot x^3 \cdot x^0 \sqcap 0$ . pro quadrato-quadrato:  $x^{12} \cdot x^8 \cdot x^4 \cdot x^0 \sqcap 0$ .  
 pro surdesolido  $x^{20} \cdot x^{15} \cdot x^{10} \cdot x^5 \cdot x^0 \sqcap 0$ . Quaelibet autem aequatio data surdesolida  
 v. g.  $y^5 \cdot y^4 \cdot y^3 \cdot y^2 \cdot y^0 \sqcap 0$ . reduci potest ad ejusmodi aequationem 20<sup>mi</sup> gradus per ar-  
 tem infallibilem analyticam; quod ope Tabulae superioris jam conditae, nullo negotio fiet.  
 15 Hinc jam progrediemur ad resolutiones per irrationales aequationum plurium incognita-  
 rum, quando scilicet fieri potest, ut nulla ex pluribus incognitis in irrationali contineatur,  
 vel una non, vel duae non, etc. Sed et hic explicabitur quando aequatio aliqua dividi  
 potest per aliam rationalem vel irrationalem; ut simplicissimae obtineantur reductiones.

Omni theoremate compendioso oblato quaerendus est modus quo commode inveniri  
 20 potuisset, quod semper fiet per certos quosdam novos characteres, ipsam relationem sive  
 progressionem indicantes combinationum. Quando calculando redimus ad aequationem  
 similem datae, et quasi per Circulum, signum est tamen quibusdam sublatis vel destruc-  
 tis, potuisse nos hoc praevenire. In Geometria jam situs addendus, cujus ope plurima  
 compendiose habentur, quaerendus semper modus demonstrandi per analysin compen-  
 25 diosam, theorema Geometricum, et contra per ductum linearum theorema analyticum.  
 Hunc enim velut lapidem lydium nobis natura dedit, et originem inventionum. Memini

1 superiorum (1) facillime cal (2) facilius L 4f. aeqvales. (1) Haec Tabula comparetu (2) Hac L  
 8 obtinetur (1) qvantitas qvaedam (2) pura L 10 est (1) cubus reducitur (2) pro L 13 v. g. (1)  
 $x^5 \cdot x^4$  (2)  $y^5 \cdot y^4 \cdot y^3 \cdot y^2 \cdot y^0 \sqcap 0$ . L 14 analyticam; (1) si scilicet (2) | qv od erg. | ope L

quae calcularam de meae curvae anonymae ad cissoeidem relatione facile ostendi per  $\nabla^{\text{la}}$   
 similia. Praeclarum illud Vietae de Supplemento Geometriae. Quaerendae constructiones  
 simplicissimae ex ipsa Geometria: Novis opus ad eam rem characteribus. Geometria sine  
 figuris demonstrari potest imo demonstratur reapse. Nam non magis figurae necessariae  
 ad demonstrationes Geometricas quam moduli ad Mechanicas. Itaque falsum est Geome- 5  
 triam servire ad imaginationem nam et ipsa contrahit ideas, adhuc magis quam Algebra,  
 quemadmodum doctrina de motu adhuc magis quam utraque. Nam ejus characteres plus  
 essentiae involvunt, nam Geometria per magnitudinem etiam situm seu locum; Motus  
 praeterea et ordinem sive tempus. Data descriptione Logarithmicae et Quadratricis uno  
 tractu, sive sectrice anguli et sectrice rationis, constructiones omnes Geometricae eo re- 10  
 duci debent, unde videndum quomodo sine analysi ex ipsis ducantur irrationales per  
 ductum tantum linearum.

2 de (1) situ (2) Supplemento *L*      4 figuris (1) demonstratur (2) demonstrari *L*      10 sive (1)  
 sectione (2) sectrice *L*

---

1 f. quae . . . similia: Gemeint sind die Berechnungen in VII, 6 N. 8 S. 94–106, die Leibniz in der auf  
 dieser Vorlage basierenden französischsprachigen Fassung III, 1 N. 39<sub>2</sub> wohl im Oktober 1674 an Huygens  
 gesendet hatte. In beiden Stücken wählt er für die von ihm erstmals in VII, 6 N. 8 S. 94 Z. 11 – S. 95 Z. 12  
 eingeführte Kurve die auch hier genannte Bezeichnung. Auf die Verwendung der Kurve in J. GREGORY,  
*Exercitationes geometricae*, 1668, prop. VI, S. 23 f. hatte Huygens Leibniz allerdings bereits in seinem  
 Antwortschreiben III, 1 N. 40 vom 6. November 1674 hingewiesen. Vgl. VII, 6 N. 8 Erl. zu S. 95 Z. 2 und  
 III, 1 N. 39<sub>2</sub> Erl. zu S. 155 Z. 9 – S. 156 Z. 12 sowie N. 40 Erl. zu S. 170 Z. 7 – S. 171 Z. 16.      2 Vietae:  
 Fr. VIÈTE, *Supplementum geometriae*, 1593 (VO S. 240–257).

## 29. CALCULUS PER DIVISIONES

29. Oktober 1675

**Überlieferung:** *L* Konzept: LH 35 IV 13 Bl. 19. Ca.  $\frac{1}{3}$  Bl. 2<sup>o</sup>. 1 S.

Cc 2, Nr. 1093

5 29. Octob. 1675.

Calculus per divisiones loco multiplicationum  $\frac{a}{b}$  loco  $\frac{ac}{b}$   
 $\frac{c}{c}$

Observatio venit in mentem, qua possint omnia reduci ad meros terminos simplices continuarum divisionum, cum contra reducere soleamus omnia ad terminos continuarum multiplicationum.

10 Sit:  $\frac{a}{b} + \frac{d}{f} + \frac{g}{h} \sqcap x$ . Reducamus. Multiplicentur omnes termini per *cfl*. fiet:  $\frac{afl}{b} + \frac{cdl}{e} + \frac{cgl}{h} \sqcap cflx$ .

Rursus multiplicetur producta aequatio per *beh*. fiet:  $aeflh + bcdhl + bcegl \sqcap bcefhlx$ . Prior autem expressio aptior ad constructiones lineares.

15 Sed video id ineptum esse, si hoc modo explicetur, in  $\frac{a}{b}$ . ipsam *c*. dividere ipsam  $\frac{a}{b}$ . Tunc enim  $\frac{a}{b} \sqcap \frac{a}{bc}$ . Itaque sic explicabimus quasi esset:  $\frac{a}{b}$ . Nam et continuari posset  $\frac{a}{b}$ .

hoc modo  $\left( \frac{a}{b} \right)$ . Sed sufficet nos uti his tribus, nam in rei veritate  $\frac{a}{b} \sqcap \frac{ca}{b}$ . et vero statim  $\frac{c}{c}$

6 Calculus ... loco  $\frac{ac}{b}$  erg. *L* 10 Sit: (1)  $\frac{b}{c} + \frac{e}{f}$  (2)  $\left| \frac{a}{b} + \frac{d}{e} + \frac{g}{h} \right|$  ändert Hrsg.  $\sqcap x$  *L*

10 per  $\left| \text{dfl. ändert Hrsg.} \right|$  fiet *L* 13 prior ... lineares erg. *L*

11  $+\frac{cgl}{h}$ : Richtig wäre  $+\frac{cfg}{h}$  und in der folgenden Zeile  $+bcefg$  statt  $+bcegl$ . Das Versehen wirkt sich nicht weiter aus.

reduci potest ut  $\frac{\frac{a}{b}}{\frac{c}{d}}$  idem est quod  $\frac{ac}{bd}$ . Interim hoc modo exprimendo evitarem omnes

multiplicationes, sive sic diceremus  $\frac{\frac{a}{b}}{\frac{c}{d}}$  sive sic  $\frac{\frac{a}{b}}{\frac{c}{d}}$ . Quorum illud  $\frac{ac}{b}$ , hoc  $\frac{a}{bc}$ .

Verum jam hinc ostendit natura rerum non divisionem sed multiplicationem esse naturalionem et aptiorem, quia in ipsa nullae lineoleae necessariae ad exprimendam varietatem. Interim leges calculi hujusmodi tradi possent nempe si  $\frac{ac}{b}$  velimus reducere ad 5

meras divisiones, non poterimus aliter quam scribendo sic:  $\frac{\frac{a}{b}}{\frac{c}{d}}$  et  $\frac{a}{bc}$  sic:  $\frac{\frac{a}{b}}{\frac{c}{d}}$ .

Sed videndum quid in compositis sive comprehensionibus, ut  $b+c \wedge b-c \sqcap a^2$ . Tunc vero apparet incommoditas divisionis fiet enim  $b+c \sqcap \frac{a^2}{b-c}$ . Sed non potest  $\frac{a^2}{b-c}$  reduci ad terminos simplices, nisi infinitos; nec potest fieri nominator simplex, quemadmodum numerator.

10

3 f. esse (1) rectam, qvia (2) naturaliorem | et erg. Hrsg. | aptiorem L



## 30. DE TABULA COMBINATORIA PERFECTA

[31. Oktober – November 1675]

**Überlieferung:** *L* Konzept: LH 35 VIII 11 Bl. 4. 1 Bl. 2°. 10 Zeilen auf Bl. 4r° unten. Auf dem übrigen Blatt VII, 1 N. 17 sowie VII, 5 N. 41. — Gedr.: *LKK* 1, 1973, S. 71 (tlw. = Z. 10–12).  
Cc 2, Nr. 1097 tlw.

Datierungsgründe: Das auf demselben Blatt geschriebene VII, 1 N. 17 ist auf den 31. Oktober 1675 datiert.

Pro Tabula combinatoria perfecta desiderantur: ut formae perfectae quaelibet tum  
10 inter se, tum cum inferioribus jungantur. Primum pro duabus literisque adeoque et dua-  
bus aequationibus ad  $10^{\text{mum}}$  gradum, erunt combinationes formarum 10. numero 1024.  
Quod si contenti simus octo incognitis uti, non erunt nisi 256. Quae ab aliquot personis  
facile anni spatio elaborabuntur; praesertim si Tabula multiplicationum formularum per-  
fectarum (diverse affectarum) adhibeatur; et praeterea progressiones observentur; quae  
15 ordine sine dubio progredientur.

Si ad octo usque gradus procedemus poterimus etiam Aequationes ad nonum usque  
gradum reddere puras. Difficultas quod oblitus sum, nam una combinatur cum pluri-  
bus inferioribus similibus. Hoc enim in calculo meo oblitus sum. Nota duae ejusmodi  
similes inferiores reductae ad unam ascenderent longe altius quam proxime major, et ita  
20 idem erit figuram v. g.  $10^{\text{mi}}$  gradus conjungere cum duabus perfectis noni gradus, quam  
conjungere cum una  $18^{\text{mi}}$ . Calculus instituat generalis de reductione figurarum perfec-  
tarum similium ad se invicem, ut progressionem seu regulam generales mox inveniantur.  
Ideo sumamus exponentes ipsos indeterminatos, incipiendo non a primo seu infimo, sed  
a summo. Conferatur hoc calculus cum ordinario ubi incipitur ab imo.

10 duabus | curvis *gestr.* | literisque *L* 11 ad (1)  $15^{\text{mum}}$  (2)  $10^{\text{mum}}$  *L* 11 combinationes (1)  
aequationum (2) formarum *L* 13 f. multiplicationum (1) formulas per (2) formularum perfectarum (  
(a) hanc (b) diverse *L* 14 f. quae | mox *gestr.* | ordine *L* 16 Aequationes (1) adeo (2) ad *L*  
19 ascenderent (1) forte (2) longe *L* 21 una (1)  $8^{\text{vi}}$  (2)  $18^{\text{mi}}$  *L* 23 indeterminatos, (1) sive a (2)  
incipiendo non a primo (a) sed ab (b) seu *L*

---

9 Tabula combinatoria perfecta: Vgl. S. 217 Z. 12 – S. 218 Z. 6.

## 31. ÜBERWÄRTSDIVISIONEN UND RECHENPROBEN

[Dezember 1675]

**Überlieferung:** *L* Konzept: LH 35 XII 1 Bl. 250. An drei Seiten zum Teil unregelmäßig beschnittenes Blatt, ca  $18,5 \times 16$  cm. 1 S. auf Bl. 250 v<sup>o</sup>. Die Schnittkanten trennen Teile der Rechnungen ab. Am unteren Rand findet sich rechts zudem, durch eine Linie von den Rechnungen isoliert und der Schreibrichtung folgend durchgeschnitten, das unleserliche Fragment einer Bemerkung. — Auf Bl. 250 r<sup>o</sup> VII, 3 N. 53<sub>1</sub>.  
Cc 2, Nr. 1180 tlw.

5

Datierungsgründe: Das Stück *Progressio harmonica* (VII, 3 N. 53<sub>1</sub>) auf der Vorderseite des Blattes trägt das Datum *Decemb. 1675*.

10

|   |                              |       |    |
|---|------------------------------|-------|----|
|   | $\langle XX \rangle$         |       |    |
|   | $\langle 28X \rangle$        |       |    |
|   | $\langle 2878 \rangle$       |       |    |
|   | $\langle 378XX \rangle$      |       |    |
|   | $\langle 8X887 \rangle$      |       |    |
| $\langle \quad - \quad \rangle \quad f - \rangle$ | $1434018 \quad f \quad 4926$ | $143$ | 15 |
| $18888888$  | $288888$                     |       |    |
| $188888$  | $2888$                       |       |    |
| $111$   | $22$                         |       |    |

|  |                    |               |    |
|--|--------------------|---------------|----|
|  | 6                  |               | 20 |
|  | $\overline{11}$    |               |    |
|  | $712$              |               |    |
|  | $\overline{1888}$  |               |    |
|  | $\overline{1111}0$ |               |    |
|  | $8888X$            | $f \quad 593$ | 25 |
|  | $\overline{1888}9$ |               |    |
|  | $\overline{188}5$  |               |    |
|  | 16                 |               |    |

16  $f \quad 4926$ : Der obere Teil der beiden ersten Rechnungen ist abgeschnitten. Von einem dritten Ansatz sind nach Zuschneiden des Blattes lediglich die drei Ziffern 143 übrig geblieben.



|                                      |                                      |                           |
|--------------------------------------|--------------------------------------|---------------------------|
| 4                                    |                                      | X                         |
| <del>8</del>                         |                                      | <del>28</del>             |
| XZ7                                  | 26                                   | <del>287</del>            |
| <del>888</del>                       | <del>84</del>                        | <del>8785</del>           |
| <del>8873</del>                      | <del>887</del>                       | <del>8878</del>           |
| X <del>8884</del> 4 f 49 [bricht ab] | X <del>8884</del> 4 f 49 [bricht ab] | X <del>8884</del> 4 f 496 |
| <del>2889</del>                      | <del>2889</del>                      | <del>28889</del>          |
| <del>(28)</del>                      | <del>(28)</del>                      | <del>288</del>            |
|                                      |                                      | <del>(2)</del>            |

5

---

1 Weitere Rechnungen in der Ecke unten links, die letzte gestrichen:

10

|            |            |           |
|------------|------------|-----------|
| 79         | 79         | 97        |
| <u>26</u>  | <u>36</u>  | <u>16</u> |
| 474        | 474        | 582       |
| <u>158</u> | <u>237</u> | <u>97</u> |
| 2064       | 2844       | 1552      |
| 79         |            |           |

15

---

7 f 49: Leibniz notiert im linken Ansatz im ersten Durchgang 307 als Ergebnis der Rechnung  $313 - 4 \cdot 9$  und bricht nach dem zweiten Durchgang ab. 7 f 49: Im mittleren Ansatz rechnet Leibniz im ersten Durchgang irrtümlich  $313 - 4 \cdot 9 = 247$  und bricht einen Schritt später ab. 15 2064: Korrekt wäre 2054.

## 32. SUR LE CALCUL DES PARTIS

7. Januar 1676

**Überlieferung:** *L* Konzept: LH 35 III B 14 Bl. 5–8. 2 Bl. 4° u. 1 Bog. 2°. 7 S. Bl. 8 v° leer bis auf 1 Z. — Gedr.: 1. PARMENTIER, *L'estime*, 1995, S. 113–145; 2. (span. Übers.) LEIBNIZ, *Obras filosóficas y científicas*, Bd 7 B, 2015, S. 669–687.  
Cc 2, Nr. 1259

7. Janvier 1676

Le Chevalier de Meslé fut le premier qui donna l'ouverture pour le calcul des partis, que Messieurs Pascal et Huguens ont entrepris par apres. On croyoit que s'il y avoit par exemple trois partis à gagner, pour gagner l'argent, qui estoit mis, ou trois partis à gagner, pour gagner le jeu, et si l'un avoit gagné deux partis et l'autre un; que  $\frac{2}{3}$  du jeu

11 partis; (1) que  $\frac{2}{3}$  du jeu luy appartenoint (2) et l'autre *L*

---

8 Meslé: Gemeint ist Antoine Gombaud (1607–1684), genannt Chevalier de Méré. 8 partis: Das *problème des partis*, zu deutsch Teilungsproblem, besteht darin, eine „gerechte“ Aufteilung des Einsatzes bei einem in mehreren Runden auszutragenden Spiel zu finden, wenn dieses abgebrochen werden muss, bevor einer der Spieler die für den Gesamtsieg vereinbarte Anzahl Runden gewonnen hat. Es gilt als klassisches Problem der Wahrscheinlichkeitstheorie. 9 Pascal: Nachdem Méré das Problem an Pascal herangetragen hat, erörtert dieser es 1654 in seinem Briefwechsel mit Fermat. Eine Abhandlung Pascals, die die Lösung des Problems präsentiert, wird nach seinem Tod abgedruckt: Bl. PASCAL, *Usage du triangle arithmetique, pour determiner les partys qu'on doit faire entre deux Joueurs qui jouent en plusieurs parties*, in: DERS., *Traité du triangle arithmetique*, 1665, separate Paginierung [Marg.] (PO III, S. 478–498). Leibniz besitzt wohl schon seit 1672 ein Exemplar dieses Buches (vgl. N. 3) und bezieht sich hier offensichtlich auf diese Abhandlung. Ihre Ergebnisse hat er jedoch nicht zur Kenntnis genommen. Die Briefe von Pascal an Fermat — der Brief vom 29. Juli 1654 präsentiert seine eigene Problemlösung, der vom 24. August 1654 referiert jene Fermats — werden drei Jahre nach Entstehung des vorliegenden Stückes in P. de FERMAT, *Varia opera*, 1679 [Marg.], S. 179–188, veröffentlicht. Im Juni 1675 und wohl ab Januar 1676 kann Leibniz verschiedene Stücke aus Pascals Nachlass einsehen (vgl. N. 25 sowie III, 1 N. 53, 54 u. 74), gewinnt jedoch auch dabei keine nähere Kenntnis von der Behandlung des Problems durch Pascal und Fermat. 9 Huguens: Vgl. Chr. HUYGENS, *De ratiociniis in ludo aleae*, in: Fr. van SCHOOTEN, *Exercitationum mathematicarum libri quinque*, 1657, S. 517–534, insbesondere prop. IV–VII.

appartenoient au premier. Mais il refusoit cela, par ce qu'il ne me faut qu'un parti pour gagner tout, et il ne me faut que la perte d'un, pour rendre tout egal, et pour revenir au premier estat, donc  $\frac{1}{2}$  ou  $\frac{2}{4}$  m'appartenant au commencement, et en cas de perte du 4<sup>me</sup> jeu; et le tout, ou  $\frac{4}{4}$  m'appartenant en cas du gain du 4<sup>me</sup> jeu, ou du 3<sup>me</sup> parti; il est

donc manifeste qu'avant que de le gagner ou perdre j'ay  $\frac{3}{4}$  de l'argent mis sur la table. 5

Car ce jeu me peut faire gagner  $\frac{2}{4}$ , et me peut faire perdre  $\frac{2}{4}$ , dont il vaut  $\frac{1}{4}$  ou la moitié de  $\frac{2}{4}$ . Donc avant ce jeu j'avois  $\frac{3}{4}$ .

Le chevalier de Melé gentilhomme du Poictou, grand joueur, et homme d'esprit.

Cela a lieu au piquet où l'on joue des partis liez, et qu'il faut gagner 3 fois par exemple ou 4 fois, pour amener l'argent. NB. Si on joue à trois partis, il faut necessairement qu'un 10  
gagne en 5 jeux ou partis. Il peut arriver que l'un gagne trois partis de suite; | | | *item*

1 faut qv'un (1) jeu pour (2) parti L 4 du 4<sup>me</sup> (1) parti (2) jeu L 6 gagner (1)  $\frac{1}{4}$ , (2)  $\frac{2}{4}$ ,

et ... il (a) faut (b) vaut L 7 j'avois (1)  $\frac{1}{2}$  (2)  $\frac{3}{4}$  L 10 joue (1) trois jeux (2) à trois partis L

11–228,1 suite; (1) item qv'il en gagne (2) | | | item qv'il gagne (a) • | | | vel | • | | vel | | • | vel (b) | | • | (aa) vel | • | | vel • | | | (bb) ou L

---

1 appartenoient: Eine solche Aufteilung des Gewinns im Verhältnis der jeweils gewonnenen einzelnen Spielrunden schlägt L. PACIOLI, *Summa de arithmetica geometria proportioni et proportionalita*, 1494, Bl. 197 r<sup>o</sup> vor. Es handelt sich hierbei um die erste Behandlung des Problems durch einen namentlich bekannten Autor in der Literatur. 1 refusoit: Nicht erst Méré weist Pacioli's Teilungsregel zurück; bereits G. CARDANO, *Practica arithmetice*, 1539, cap. 68, § 5 und N. TARTAGLIA, *La prima parte del general trattato di numeri, et misure*, 1556, lib. XVI, Bl. 265, § 206 kritisieren sie und stellen eigene Teilungsregeln auf. 4 parti: Die Verwendung der Begriffe *jeu* und *parti* ist anfangs inkonsistent; *jeu* steht meist für das gesamte Spiel, hier aber für eine einzelne Runde, *parti* meint in der Regel eine Spielrunde, hier aber eine gewonnene Runde bzw. einen Gewinnpunkt (später auch als *coup* oder *point* bezeichnet). 5 manifeste: Der hier am Beispiel referierte Ansatz zur Lösung des Teilungsproblems stimmt mit jenem von Chr. HUYGENS, *a. a. O.*, S. 525, prop. IV überein. 6 dont: Für die im modernen Französisch *donc* geschriebene Konjunktion verwendet Leibniz in diesem Stück, ohne einer ersichtlichen Regel zu folgen, öfters auch die Schreibweise *dont* (die an anderen Stellen aber auch für das gleichgeschriebene Pronomen steht). 9 piquet: Dies ist ein im 17. Jahrhundert populäres Kartenspiel französischen oder spanischen Ursprungs für zwei Personen.

qu'il gagne  $||\cdot|$  ou  $| \cdot ||$  ou  $\cdot |||$ . Et s'il gagne en 5 jeux il peut gagner ainsi:  
 $\cdot \cdot |||$   $| \cdot \cdot ||$   $|| \cdot \cdot |$   $\cdot || \cdot |$   $\cdot | \cdot ||$   $| \cdot | \cdot |$ . *Ecce modos omnes quibus vinci potest. Et notandum hoc combinationis plane singularis genus. Nunc ut ex meis rem principiis examinem*, je mets pour assuré, qu'en gagnant un parti je fais un  
 5 tiers de ce qu'il faut faire, pour gagner l'autre moitié de l'argent qui est mise au jeu; car une moitié m'appartient déjà. Donc l'argent mis au jeu estant:  $a$ , et le nombre des partis qu'il faut gagner pour amener tout l'argent estant  $p$ , 1 parti vaudra  $\frac{a}{2p}$  et 2 partis  
 gagnez vaudront:  $\frac{a}{p}$ . Les quels joints à  $\frac{a}{2}$  j'aurois alors  $\frac{a}{2} + \frac{a}{p}$  de tout l'argent. Mais mon  
 adversaire gagne le 3<sup>me</sup> parti, c'est à dire, il gagne par là:  $\frac{a}{2p}$ , et il a ainsi  $\frac{a}{2} + \frac{a}{2p}$ . Donc  
 10 mon droit sur l'argent tout entier est au sien, comme  $\frac{a}{2} + \frac{a}{p}$  est à  $\frac{a}{2} + \frac{a}{2p}$  ou comme  
 $\frac{ap + 2a}{2p}$  est à  $\frac{ap + a}{2p}$ , ou comme  $p + 2$  est à  $p + 1$ . Par consequent il faut diviser  $a$  en  
 deux parties, dont l'une soit à l'autre comme  $p + 2$  est à  $p + 1$ , et  $p$  estant  $\geq 3$ , il faut  $a$   
 diviser en deux parties, dont l'une soit à l'autre comme 5 à 4. C'est à dire divisant toute

5 gagner (1) la moitié (2) l'autre  $L$  6 estant: (1)  $\langle b \rangle$  argent ayant gagné un pa (2)  $a$   $L$   
 8 vaudront: (1)  $\frac{a}{4p}$  (2)  $\frac{a}{p} L$

6 estant: Die Bezeichnung  $a$  für die Gewinnsumme findet sich bereits bei Huygens, und auch  $p$  tritt dort in ähnlicher Bedeutung auf wie hier bei Leibniz; vgl. Chr. HUYGENS, *a. a. O.*, S. 523.

9 gagne: Der hier verfolgte Ansatz widerspricht der Voraussetzung, dass die Summe der Gewinne beider Spieler konstant  $a$  ist. Dies belastet die weitere Überlegung und wirkt sich insbesondere in S. 229 Z. 4 f. aus.

12  $p + 2$  est à  $p + 1$ : Eine Regel für die Aufteilung des Gewinns kann als hinreichend „fair“ gelten, wenn sie mindestens drei Bedingungen erfüllt: Erstens sollte sie bei Gleichstand zum Zeitpunkt des Spielabbruchs beiden Spielern den gleichen Anteil zusprechen; zweitens sollte sie demjenigen Spieler, der als erster die für den Gesamtsieg geforderten Runden gewonnen hat, den gesamten Gewinn zusprechen; und drittens sollte sie sicherstellen, dass jede zusätzlich gewonnene Runde den Anteil am Gewinn vergrößert. Die beiden ersten Bedingungen sollten sich dabei als Randwerte aus der Regel ergeben und nicht lediglich *per definitionem* gelten. Man kann die „gerechte“ Aufteilung auch noch strenger definieren, indem man verlangt, dass diese genau im Verhältnis der Gewinnwahrscheinlichkeiten zu erfolgen hat. Unausgesprochen verfolgt Leibniz das Ziel, eben hierfür eine Regel zu finden. Die hier untersuchte Aufteilung des Gewinns im Verhältnis  $(p + g) : (p + f)$  bei einem Spielstand von  $g : f$  im Augenblick des Abbruchs erfüllt allerdings bereits die zweite der Mindestbedingungen nicht: Nach dieser Regel stünde dem Verlierer stets mindestens ein Drittel des Gewinns zu.

la somme en 9 parties celui qui a gagné 2 partis aura  $\frac{5a}{9}$ , et celui qui n'a gagné qu'un aura  $\frac{4a}{9}$ . Mais nous verrons incontinent si ce calcul est juste car si celui qui a gagné 2 partis, gagne encor un, c'est à dire  $\frac{a}{2p}$ , c'est à dire  $\frac{a}{6}$ ,  $p$  estant  $\cap 3$ , il aura  $a$  tout entier, mais  $\frac{5a}{9} + \frac{a}{6}$  ne fait pas  $a$ . De meme s'il perdoit un, il n'auroit que  $\frac{a}{2}$ , or  $\frac{5a}{9} - \frac{a}{6}$  ne fait pas  $\frac{a}{2}$ . C'est pourquoy il y a du sophisme dans nostre calcul. 5

Et il faut un tout autre principe d'analyse. Le principe general est, que deux joueurs ont un droit egal sur une somme qui est au jeu, lors qu'il est aussi aisé à l'un qu'à l'autre de gagner ou de perdre. Donc au commencement du jeu tout est commun. C'est à dire si la société venoit à se rompre chacun en auroit la moitié. De plus si un des joueurs a tant de partis, sur son adversaire, que le nombre des partis qu'il luy faut pour gagner tout est égal au nombre de ceux qu'il doit perdre pour revenir à l'egalité; il aura gagné la moitié de l'autre moitié outre la sienne. Ainsi supposé qu'il faille 5 partis pour amener l'argent. J'en ay gagné 3, et mon adversaire 1. Si j'en gagne encor deux, j'amene l'argent, si j'en perds deux nous revenons à l'egalité, donc en ce cas ils m'appartiennent  $\frac{3}{4}$  de l'argent. On voit par là que ce n'est pas la meme chose, que j'aye gagné 3 partis et l'autre 1, et que j'aye gagné 2 partys et l'autre rien. Car au premier cas, il m'appartient  $\frac{3}{4}$ , au second cas, il me faut 3 partis pour gagner, et il ne faut que perdre deux pour revenir au premier 15

2f. qvi (1) gagne (2) a gagné ... encor | un *gestr.*  $L$ , *erg.* *Hrsg.* |, c'est  $L - 6$  principe (1) du jeu (2) general  $L - 10$  adversaire, qve (1) ce qv'il (2) le nombre  $L - 10$  f. gagner | tout *erg.* | est égal (1) à ce qvi luy faut (a) pour (b) de perte pour (2) au nombre  $L - 13$  deux, (1) je gagne (2) j'amene  $L$

11 gagné: Auch in der Verallgemeinerung — einem Spieler fehlt noch eine bestimmte Zahl an Punkten zum Gesamtsieg und sein Vorsprung beträgt ebensoviele Punkte — ist der direkte Weg zum Gesamtsieg genauso wahrscheinlich wie der direkte Weg zum Gleichstand. Doch gibt es nun eine Anzahl weiterer Spielverläufe, die hier nicht berücksichtigt werden. Das Verhältnis der Gewinnwahrscheinlichkeiten der beiden Spieler kann so nicht korrekt bestimmt werden. Auch im weiteren beschränkt sich Leibniz auf die Betrachtung spezieller Konstellationen, bis er auf S. 243 den Blick dann auf alle Spielverläufe ausweitete.



estat d'égalité. Donc l'apparence de gagner  $\frac{a}{2}$  est à l'apparence de gagner 0, comme 2 à 3. Et il faut voir si je puis dire, que j'ay gagné autant de  $\frac{1}{5}$  mes de  $\frac{a}{2}$ , qu'il y a d'apparences de gagner, sçavoir 2. Il faut que mon adversaire gagne 5 partis pour gagner  $\frac{a}{2}$ . Et il faut gagner 2 pour venir à l'égalité. Ce qui est paradoxe. Et on ne pourra pas  
 5 dire icy que l'apparence de gagner est à l'apparence de l'égalité, comme 2 à 5, donc je n'ose pas parler comme cela, non plus dans la personne de celui qui a gagné: car il faut de maniere de parler qui convienne à tous deux. Il est bien vray icy que l'un ayant gagné autant de partis, que l'autre tout est égal; mais il n'est pas vray, qu'adjoutant autant de

3 2. Il faut (1) 5 à mon adversaire, (a) dont (b) donc à qve (2) qve mon L 4 paradoxe, (1) <don> (2) et il ne faut parler comme cela; et même il faut considerer (3) Et on L 6 cela, (1) donc (2) non plus L

229,14 m'appartiennent: Wenn sich die Aufteilung des Gewinns am Verhältnis der Wahrscheinlichkeiten bemessen soll, mit denen die beiden Spieler das gesamte Spiel gewinnen, ist zunächst danach zu fragen, ob man ein exaktes Verhältnis der Wahrscheinlichkeiten angeben kann, mit welchen sie eine einzelne Runde für sich entscheiden. Bei Spielen wie etwa dem Münzwurf kann dieses Verhältnis mit 1:1 angesetzt werden. Bei einem Spielstand von 3:1 und fünf Gewinnrunden ist der Einsatz dann im Verhältnis 13:3 aufzuteilen, wie sich mit den Ansätzen von Pascal oder Fermat leicht berechnen lässt und wie es bei Chr. HUYGENS, *a. a. O.*, S. 526, prop. VII nachzulesen ist. Auch Bl. PASCAL, *Usage du triangle arithmetique*, S. 7 (= PO III, S. 488 f.) behandelt dieses Beispiel. Bei dem hier betrachteten Kartenspiel Piquet haben die beiden Spieler jedoch im Allgemeinen nicht die gleiche Chance, eine Runde zu gewinnen, so dass sich die Frage stellt, wie ihre jeweiligen Spielstärken zu bemessen sind. Falls man davon ausgeht, dass der Zwischenstand von 3:1 die unterschiedlichen Spielstärken abbildet und man daher auch das Verhältnis der Erfolgswahrscheinlichkeiten in einer einzelnen Runde so ansetzt, müsste eine Verteilung des Gewinns im Verhältnis von 63:1 erfolgen. In der Regel sind die genauen Spielstärken aber unbekannt. Das Problem setzt in seiner überlieferten Form stillschweigend gleiche Spielstärken und Erfolgswahrscheinlichkeiten in jeder Einzelrunde voraus, und Leibniz folgt dieser Vorgabe. 1 apparence: Der methodische Ansatz zur mathematischen Behandlung von Wahrscheinlichkeiten besteht im vorliegenden Stück darin, das Verhältnis zweier *apparences* zueinander zu betrachten. Die *apparence* — das Eintreten eines ungewissen Ereignisses (bzw. die Häufigkeit, mit der dieses eintritt) — wird also nicht als für sich stehende Größe betrachtet, sondern sie ist stets in eine Relation zu setzen. Dies gilt in diesem Stück gleichermaßen auch für die als *facilité*, *difficulté* oder *probabilité* bezeichneten Größen.

4 paradoxe: Für eine analoge Betrachtung aus der Sicht des zurückliegenden Spielers ist die Zahl an Runden, die dieser gewinnen muss, damit wieder Gleichstand herrscht (hier 2), in Relation zur Zahl der Runden, die er verlieren muss, damit er das Gesamtspiel verliert (hier 3), zu setzen. Dementsprechend wäre im vorliegenden Beispiel sein eigener Anteil im Verhältnis von 3:2 aufzuteilen. Der Ansatz führt also, ob man nun den führenden oder den zurückliegenden Spieler betrachtet, tatsächlich zum gleichen Ergebnis.

partis à l'un qu'à l'autre tout demeure egal, car celui qui est déjà le plus avancé gagnera en ce cas. C'est pourquoy un jeu estant disputé il y aura bien de la difference entre dire que tous deux ont gagné, et que pas un n'a gagné. On ne sçauroit bien demonstrier cela sans des definitions exactes. Cependant je croy que nous avons la regle. Le nombre des partis necessaires est  $p$ , le nombre des partis gagnez  $g$ . Donc de ceux qui restent à gagner le nombre est  $p - g$ . Donc si vous perdez  $g$ , vous reviendrez à l'egalité, si vous gagnez  $p - g$ , vous amenez l'argent. Or l'apparence de gagner est à l'apparence de perdre en raison reciproque du nombre des jeux qu'il faut gagner, au nombre des jeux qu'il faut perdre, ou comme  $g$  à  $p - g$ ; et par consequent l'apparence d'amener l'argent, est à l'apparence de revenir à l'egalité, comme  $g$  à  $p - g$ . Mais comme est l'apparence d'amener l'argent à l'apparence de revenir à l'egalité de même est la partie de l'argent de mon adversaire sur la quelle un droit m'est acquis, à la partie de son argent qui reste dans la communauté. Donc si le jeu se doit separer en cet estat, j'aurois preferablement de l'argent de mon adversaire une partie qui sera à l'autre partie comme  $g$  est à  $p - g$ . Le reste sera divisé également. Et par consequent l'argent est  $a$ , la moitié de mon adversaire est  $\frac{a}{2} \sqcap \frac{pa}{2p} \sqcap \frac{ga + pa - ga}{2p}$ . Ainsi j'auray en cas de separation;

$$\frac{a}{2} + \frac{pa - ga}{4p} + \frac{ga}{2p} \sqcap \frac{3ap + ga}{4p}$$

Avant que de venir au theoreme il faut aussi comprendre dans le calcul le cas où tous deux ont gagné quelque partis; l'un en a gagné  $g$ , l'autre en a gagné  $f$ , et je suppose  $f$  moindre que  $g$ . Il faut à  $G$ , c'est à dire celui qui a gagné  $g$ , le nombre  $p - g$ ; pour

5 partis (1) est  $p$ . le nombre des partis (2) qv'il fa (3) necessaires  $L$  6 donc erg.  $L$  7  $p - g$ .  
vous (1) gagnez (2) amenez l'argent. (a) donc (b) or  $L$  7 f. perdre (1), comme le nombre (2) en  
raison  $L$  9 comme (1)  $p - g$  (2)  $p$  (3)  $g$  à  $p - g$ ; et par consequent (a) le gain sur la moitié de vostre  
<nom> (b) l'apparence  $L$  11 même est (1) le gain (2) le droit acquis sur l'argent de mon adversaire,  
un droit (3) la partie  $L$  17 f.  $\frac{3ap + ga}{4p}$  (1) Donc nous pourrons faire un theoreme. Deux joueurs (a)  
ayant mis (b) estant tombés d'accord qve celui (2) Avant  $L$  18 aussi (1) toucher (2) comprendre  $L$   
20 gagné | f, ändert Hrsq. | le nombre  $L$

15 divisé: Der hier verfolgte Ansatz verlangt, den Einsatz des zurückliegenden Spielers im angegebenen Verhältnis zwischen den beiden Spielern aufzuteilen. Demzufolge bleibt weder unverteilt Geld im gemeinsamen Besitz übrig, noch ist jener Teil des Einsatzes, der dem zurückliegenden Spieler verbleibt, hälftig auf beide Spieler zu verteilen. Leibniz entwickelt seinen Gedanken konsequent weiter, bis er in S. 233 Z. 7 diese Inkonsistenz erkennt.

amener l'argent; et il faut que l'autre  $F$  gagne  $g - f$  pour venir à l'égalité donc l'apparence de gagner sera à l'apparence d'égalité comme  $g - f$  est à  $p - g$ . Par conséquent il faut diviser  $\frac{a}{2}$  en deux parties, dont l'une soit à l'autre comme  $g - f$  est à  $p - g$ . Pour cela:

$\frac{a}{2} \sqcap \frac{ga - fa + pa - ga}{2g - 2f + 2p - 2g \sqcap 2p - 2f}$ . Donc ces deux parties seront:  $\frac{ga - fa}{2p - 2f}$ , et  $\frac{pa - ga}{2p - 2f}$ .

5 Donc  $\frac{ga - fa}{2p - 2f}$  appartient preferablement à celui qui a gagné  $g$ , et du reste il luy appartient  $\frac{a}{2}$ , sa moitié, et la moitié du reste de la moitié de l'adversaire  $\frac{pa - ga}{4p - 4f}$ , c'est à

dire  $\frac{a}{2} + \frac{pa - ga}{4p - 4f} \sqcap \frac{3pa - 2fa - ga}{4p - 4f}$ , et à luy preferablement  $\mathfrak{D}$ . Donc joignant  $\odot + \mathfrak{D}$ ,

il proviendra  $\frac{3pa + ga - 4fa}{4p - 4f}$ , qui appartient à  $G$ , et à  $F$ , il n'appartient que  $\frac{pa - ga}{4p - 4f}$ .

Donc joignant  $\mathfrak{F}$  et  $\mathfrak{A}$ , nous aurons  $\frac{4pa + ga - 4fa - ga}{4p - 4f} \sqcap a$ .

10 Donc nous pourrons faire un theoreme: Deux joueurs estant tombés d'accord que celui qui auroit fait le premier un certain nombre de jeux (points), ( $p$ ) ameneroit la somme d'argent mise au jeu ( $a$ ) et le jeu venant à estre rompu legitiment lors que celui qui a fait le plus de points n'en a fait qu'un nombre moindre que celui qu'on demande ( $p$ ) sçavoir ( $g$ ) et celui qui en a fait le moins en a ( $f$ ). Il s'agit de sçavoir  
15 comment il faut faire les partis, c'est à dire comment il faut partager la somme  $a$ , entre ces deux joueurs, au sortir de ce jeu imparfait? Je dis que la somme  $a$ , doit estre partagée

1 et (1) il faut à celui qui a (2) il faut  $L$  7  $\frac{3pa - 2fa - ga}{4p - 4f}$ ,  $\odot$  (1) celui (2) ce qui appartient

aussi à son adversaire, (3) et à luy  $L$  7 preferablement (1)  $\frac{ga - fa}{2p - 2f}$  (2)  $\mathfrak{D}$ . donc  $L$  11 jeux

| (points) erg. |, (p) (1)  $ga$  (2) gagneroit (3) ameneroit  $L$  12 f. lors que (1) l'un en a f (2) celui  $L$   
14 f. sçavoir (1) combien il faut faire les partis, c'est à dire combien il faut avoir (2) comment  $L$

16 Je dis (1) que celui qui a fait ( $g$ ) points (am) (2) que la somme  $L$

en deux:  $\frac{3p+g-4f}{4p-4f}a$ , et  $\frac{p-g}{4p-4f}a$  et que la premiere  $\frac{3}{4}$  doit estre donnée à celuy qui aura fait  $(g)$  points, l'autre  $\frac{1}{4}$  à celuy qui n'en aura fait que  $(f)$ .

Il est premierement manifeste que  $g$  et  $f$  estant egaux, ou tous deux egaux à rien, tout doit estre partagé également. Mais nostre calcul ne comprend pas ce cas, donc il faut qu'il y ait de la faute là dedans, dont je voys la raison à present. Je ne luy donne pas seulement preferablement sur son adversaire  $\frac{ga-fa}{2p-2f}$ , qui est  $\frac{1}{2}$  à 0, lors que  $g \geq f$  mais je luy donne encor la moitié de  $\frac{pa-ga}{2p-2f}$ . Donc il gagne en ce cas cette somme, et neantmoins il ne doit rien gagner, donc la regle est fautive, et il faut retrancher cette moitié. L'erreur est venue de ce que j'avois pris l'argent mis au jeu comme une somme dont le reste doit estre divisé, lors que celuy qui a gagné le plus de points a pris son preciput. Ce que les loix de cette société faite pour le jeu, ne portent pas. Je n'y vois pas même de la société; et il n'est point necessaire de considerer l'argent mis sur la table; il faut seulement considerer que celuy qui gagne le plus de points, a obligé l'autre à quelque chose, et a un droit acquis sur quelque chose, qu'il faut determiner, et quand les points sont egaux l'apparence de gagner toute est egale de part et d'autre, et l'obligation est compensée. Donc il faut dire: comme l'apparence de gagner la somme à la quelle mon adversaire s'oblige en cas de perte, est à l'apparence de revenir à l'egalité, ou à l'apparence de rien gagner, de même doit estre le gain au sortir du jeu imparfait, à ce que l'adversaire retient. Or l'apparence de gagner est à l'apparence de revenir à l'egalité en raison reciproque des points à faire. C'est à dire l'apparence de faire  $p-g$  points; e[st] à l'apparence de perdre  $g-f$  points comme  $\frac{1}{p-g}$  points à  $\frac{1}{g-f}$  points, parce que l'apparence de les faire est d'autant moindre, que le nombre à faire est plus grand. Donc l'apparence de gagner est à l'apparence de rien gagner comme  $g-f$  est à  $p-g$ . Donc le

2 f. fait qve (f) (1) Axiomes: lors qve l'apparence de gagner de l'un et de l'autre costé est commune, le droit est egal Le droit du parti, est (a) qve chacun (b) qv'un joueur (2) Le fondement doit estre, qve l'argent doit estre divisé en deux parties, (3) Le fondement (a) doit (b) est, (4) il est  $L = 3$  f. rien, (1) le droit (2) tout  $L = 9$  moitié. (1) | Et *nicht gestr.* | generalement | la *nicht gestr.* | (2) L'erreur  $L = 10$  plus de (1) partis a (2) points  $L = 15$  toute *erg.*  $L = 18$  estre le (1) parti (2) partis au sortir du jeu imparfait (3) gain  $L = 20$  points (1) faits (2) à faire c'est à dire (a) est en raison (b) l'apparence  $L = 23$  l'apparence de (1) revenir (2) rien  $L$

gain doit estre au residu, comme  $g - f$  à  $p - g$ . C'est à dire la somme que mon adversaire a mis au jeu doit estre divisé en deux parties, dont l'une est [à] l'autre comme  $g - f$  à  $p - g$ , et mon adversaire est obligé de me donner la partie qui est comme  $g - f$ , le reste luy demeure. Mais j'avoue que cela a besoin d'estre démontré rigoureusement. De plus la

5 difficulté s'augmentera ainsi, posons que les obligations des joueurs soyent inegales; c'est à dire que l'un s'oblige à perdre plus qu'il ne sçauroit gagner. Il est manifeste qu'à lors en cas d'egalité; il n'y a point d'obligation mais en cas de gain je gagne la somme que mon adversaire a mis, quoyque plus grande que la mienne. Donc si j'ay gagné quelques points et mon adversaire aussi, il faut calculer tout de même sur la somme que mon

10 adversaire a mis. Je ne voy pourtant pas encor la chose assez clairement, par ce que si je le voyois dans la derniere simplicité, je devois estimer combien un point gagné m'avance en nostre cas et combien un point perdu avance mon adversaire. Il faut voir si on peut expliquer la chose ainsi. Je gagne un certain nombre de points et en raison de ces points j'ay un droit acquis sur l'argent de mon adversaire; je conte comme si mon adversaire

15 n'avoit rien gagné; car ce qu'il aura gagné sera conté apart sur mon argent; et nous pouvons faire comme si à chaque coup nous payions autant que chacun a de droit acquis sur son adversaire, et nous verrions au bout du conte, le quel auroit gagné. Je gagne dont  $g$  points, il me restent à gagner  $p - g$  points, l'apparence de les gagner est en raison reciproque des points à gagner car la difficulté croist avec le nombre, dont la facilité

20 décroist avec le nombre (+ il faut pourtant démonstrer cecy rigoureusement +). Mais

2 estre (1) à la somme (2) divisé  $L$       5 posons qve (1) l'un s'oblige (2) les obligations  $L$   
 6 f. manifeste qv' (1) en ce cas tout révenant à rien (2) à lors ... d'egalite; (a) chacun reprend (b) il  
 n'y a  $L$       13 de | ses ändert Hrsq. | points  $L$       14 f. conte (1) si mon adversaire n'avoit rien gagné;  
 car si (2) comme  $L$       20 rigoureusement +). (1) donc l'apparence de gagner est a  $g$  (2)  $\langle - \rangle$  (3) Au  
 contraire (4) Mais  $L$

---

2 divisé: Die hier aufgestellte Teilungsregel für einen Spielstand von  $g : f$  im Augenblick des Abbruchs lässt sich auch mit der Formel  $(p + g - 2f) : (p - g)$  wiedergeben. Diese erste Leibniz'sche Teilungsregel erfüllt die drei genannten Mindestanforderungen an eine „faire“ Aufteilung.      15 conté apart: Die folgenden Überlegungen betrachten die von einem Spieler gewonnene Anzahl an Runden separat und unabhängig von der Anzahl an Runden, die sein Gegner gewonnen hat. Leibniz erwägt dabei verschiedene Vorschriften, dieser Anzahl jeweils einen Anteil des Gewinns zuzuordnen. Schreibt man die Gewinnanteile hintereinander auf, bilden sie, je nach Vorschrift, eine umgedrehte harmonische Folge, eine arithmetische oder eine geometrische Reihe. Allerdings erfüllen Teilungsregeln, die auf einer solchen Getrenntbetrachtung basieren, die zweite Mindestbedingung nicht, da sie dem Verlierer des gesamten Spiels regelmäßig einen Teil des Einsatzes seines Gegners zusprechen.

cela ne me dit pas encor combien j'auray. Car il faut deux termes pour faire cette raison reciproque, et d'où prendrons nous l'autre terme; si j'avois gagné  $g + 1$  points il reste  $p - g - 1$ ; l'apparence de gagner tout au premier cas, est à l'apparence de gagner tout au second cas comme  $\frac{1}{p - g}$  est à  $\frac{1}{p - g - 1}$ , ou comme  $p - g - 1$  à  $p - g$ . Et enfin si j'avois gagné tous les points quasi comme si le nombre des points gagnez estoit  $g + \beta$ , et la difference entre  $p$  et  $g + \beta$  quasi nulle, l'apparence de gagner tout en cas des points  $g$  gagnez est à l'apparence de gagner tout, ou d'amener mon argent, en cas des points  $g + \beta$  gagnez, comme  $p - g$  est à  $p - g - \beta$ ; c'est à dire si  $p - g - \beta \ngtr 0$ , l'apparence de gagner en cas de tous les points gagnez, sera à l'apparence de gagner tout en cas de quelques points gagnez, comme quelque chose à rien, ce qu'*i* est inepte. C'est pourquoy il y a encor du manquement la dedans, et comme la chose est tres considerable, il est important de l'examiner à fonds.

11 *Am unteren Seitenrand:* Voyez 7 Janvier 1676 partie II<sup>de</sup>

1 j'auray. (1) Car l'apparence de gagner  $p - g$  est (2) Car  $L$  2 f. il reste  $p - g - 1$  erg.  $L$   
 4 comme (1)  $\frac{1}{p - g - 1}$  est à  $\frac{1}{p + 1}$  (2)  $\frac{1}{p - g}$   $L$  5 comme si (1)  $p - g - 1$  (2) le nombre  $L$   
 6 tout erg.  $L$  8  $p - g - \beta$ ; (1) donc (2) c'est  $\dots \ngtr 0$ . (a) comme (b) l'apparence  $L$

234,19 difficulté: Bei *facilité* und *difficulté* handelt es sich um zwei weitere Schlüsselbegriffe des Stückes. Leibniz definiert sie jedoch nicht explizit, sondern arbeitet mit einem impliziten Verständnis, das er für evident hält. Diesem zufolge verhält sich die *difficulté*,  $r$  Runden zu gewinnen, zu der *difficulté*,  $s$  Runden zu gewinnen, wie  $r : s$ , und das Verhältnis der entsprechenden *facilités* zueinander beträgt  $\frac{1}{r} : \frac{1}{s}$  bzw.  $s : r$  (vgl. Z. 2–4, S. 239 Z. 9 f. u. S. 247 Z. 14 f.). In S. 236 Z. 10 führt Leibniz zudem den Begriff *des-apparence* als Synonym für *difficulté* ein, und in S. 239 Z. 9 f. gebraucht Leibniz *facilité* und *apparence* als Synonyme. Meist verwendet er *apparence* im vorliegenden Stück aber im oben genannten, weiter gefassten Sinn. 4  $p - g - 1$  à  $p - g$ : Diese Aussage ergibt sich aus dem Konzept der *facilité*. Das Verhältnis zweier Wahrscheinlichkeiten zueinander wird durch sie im Allgemeinen jedoch nicht zutreffend beschrieben. Notiert man die *facilités* hintereinander, erhält man eine Reihe, die einer umgedrehten harmonischen Folge sehr ähnelt. Die Glieder dieser Reihe geben die relativen Gewinnanteile, die dem Spieler im Abhängigkeit vom Punktestand zugesprochen werden, wieder. Der Sieg in einer Runde führt hierbei zu einem jeweils größeren Zuwachs als ein Sieg in der vorangehenden Runde. Allerdings wird dem Spieler bereits ein Gewinnanteil zugesprochen, bevor er überhaupt eine Runde gewonnen hat (vgl. auch S. 239 Z. 14–16). Problematisch ist zudem, wie Leibniz im Folgenden bemängelt, die Zuteilung für den Fall  $g = p$ .

7 Janvier 1676.

P a r t i e I I<sup>de</sup>

Il ne faut donc pas dire que les apparences de gagner sont en raison reciproque des points qui restent à gagner pour amener l'argent, car si cela estoit, l'apparence de gagner, et par consequent le droit acquis sur l'argent de mon adversaire lors que j'ay tous les points qu'il faut, seroit à l'apparence de gagner, lors que j'ay tous les points horsmis 3, comme 3 à 0. Et par consequent celui qui a tous les points prenant tout ce que son adversaire a mis au jeu, celui qui auroit tous les points horsmis 3, n'obtiendrait rien. Donc il ne faut pas faire les apparences en raisons reciproques des points à faire. Mais plustost les des-apparences ou les difficultez, en raisons directes des points qui restent à faire. Et les des-apparences sont proportionnelles à ce qui reste de droit à mon adversaire, sur son argent. Et les points qu'il a à faire, sont la des-apparence qu'il y a qu'il conserve son argent, et par consequent elles sont proportionnelles au droit qu'il a perdu. Donc: ayant gagné ( $g$ ) points, et ayant à gagner  $p - g$  points, il ne faut que dire que l'argent de mon adversaire doit estre partagé en 2 parties dont l'une est à l'autre comme  $g$  à  $p - g$ , et la partie comme  $g$  m'appartiendra. Jusques icy j'ay supposé que mon adversaire n'ait rien gagné. Ainsi supposons que j'aye gagnez  $g$  points et que j'en doive gagner  $5p$  pour

9 il | ne *erg. Hrsg.* | faut (1) dire qve (2) pas faire  $L$  11 proportionnelles (1) aux (2) non pas au (3) à ce qvi  $L$  12 argent. (1) Dont ayant fait ( $g$ ) points (2) Et les  $L$  14 gagné (1) p (2) ( $g$ ) points  $L$  17–237,3 gagné. (1) Apresent contons ce qv (2) Ainsi ... gagnez | 3 *ändert Hrsg.* | points et qve j'en (a) faille (b) doiuee ... du party (aa) gagnant le (bb) et qv'il ait mis (aaa) 5 (bbb) 10a, je gagne (aaaa) 3g, donc son argent doit estre divisé en 2 parties 3g. et (aaaaa) 5g (bbbbb)  $5p - 3g$  (aaaaaa) et j'aurois  $\frac{3ga}{5p - 3g}$ . et il luy resteront (bbbbb) Sçavoir a  $\pi \frac{3ga + 5p - 3ga}{5p}$  (bbbbb) 1g, donc ... Sçavoir (aaaaa) a  $\pi \frac{1ga + 5pa - 1ga}{5p}$ , et j'auray  $\frac{1ga}{5p}$ . il luy resteront  $\frac{5pa - 1ga}{5p}$  (bbbbb) 10a  $\pi \frac{1g10a + 5p}{5p}$  | 10 *erg. Hrsg.* | a - 1g10a  $L$

2 P a r t i e : Die Gliederung des Stückes in drei Teile ist nicht inhaltlich, sondern durch die Papierträger begründet. Jeder Teil entspricht dem auf einem der drei Träger niedergeschriebenen Text. Tatsächlich endet der erste Teil mitten im Satz nach „comme la chose est tres considerable“ und der zweite beginnt mit „il est important“; der besseren Lesbarkeit halber wird hier der gesamte Satz im ersten Teil wiedergegeben. 4 restent: Wendet man den hier verworfenen Ansatz, zwei *facilités* zueinander ins Verhältnis zu setzen, nicht auf die Gewinnanteile des einen Spielers, sondern auf den Spielstand  $g : f$  an, so erhält man eine besonders einfache und alle Mindestbedingungen erfüllende Teilungsregel, nämlich die Teilung im Verhältnis von  $(p - f) : (p - g)$ . (Vgl. auch S. 246, Anm. zu Fig. 4.)



amener tout, mais que nous convenions, de nous payer à chaque coup à proportion du party et qu'il ait mis  $10a$ , je gagne  $1g$ , donc son argent doit estre divisé en 2 parties  $1g$ , et  $5p - 1g$ . Sçavoir  $10a \propto \frac{1g \ 10a + 5p \ 10a - 1g \ 10a}{5p}$ , et j'auray  $\frac{1g \ 10a}{5p}$ , il luy resteront  $\frac{5p \ 10a - 1g \ 10a}{5p}$ . Je gagne encor  $1g$ , donc c'est comme si nous recommencions et s'il n'avoit mis au jeu que  $\frac{5p \ 10a - 1g \ 10a}{5p} \propto R$ , qui luy restent, donc au lieu de  $\frac{1g \ 10a}{5p}$  que j'avois gagné auparavant, je gagneray  $\frac{1gR}{5p}$ . C'est à dire je gagneray  $\frac{1g \ 5p \ 10a - 1g^2 \ 10a}{25p^2}$  au deuxieme coup et la somme des deux coups gagnez sera:

$$\frac{25p^2 \ 10a \left( -5p \ 1g \ 10a + 1g \ 5p \ 10a \right) - 1g^2 \ 10a}{25p^2}$$

Donc si je ne m'estois pas fait payer au premier coup, et si j'avois attendu jusqu'au 2<sup>me</sup>, et si alors le jeu avoit esté rompu, il faudroit que j'eusse gagné la meme somme, que

7 *Zwischen die Zeilen gesetzte Anmerkung:* (Erreur: on ne peut pas comme cela conter sur les restes, voyez la 3<sup>me</sup> partie.)

4 donc (1) (en) (2) je gagneray (3) c'est  $L$  5  $\propto R$ . *erg. L*

236,17 5p: Lies „im Beispiel 5, im Allgemeinen  $p$ “.  $10a$  oder  $1g$  sind entsprechend zu interpretieren.  
6  $\frac{1gR}{5p}$ : Da der Spieler nach  $g$  gewonnenen Runden nur noch  $(5p - g)$  weitere gewinnen muss, um den Gesamtsieg zu erringen, stünde ihm beim Gewinn weiterer  $g$  Runden folgerichtig ein zusätzlicher Anteil von  $\frac{1gR}{5p - g}$  zu. Dies entspricht eben  $\frac{1g \ 10a}{5p}$ ; der hier verfolgte Ansatz, welcher jede gewonnene Runde mit einem gleichen Teil des Gewinns belohnt, wird also im folgenden mit einem untauglichen Argument verworfen. In der bereits in Hannover verfassten Schrift *De incerti aestimatione* kehrt Leibniz im September 1678 zu diesem Ansatz einer arithmetischen Reihe zurück (vgl. VI, 4 N. 34, S. 101 Z. 10

bis 12). 8  $\frac{25p^2 \ 10a \left( -5p \ 1g \ 10a + 1g \ 5p \ 10a \right) - 1g^2 \ 10a}{25p^2}$ : Das Ergebnis der Addition lautet konsequent gerechnet  $\frac{2g \ 5p \ 10a - 1g^2 \ 10a}{25p^2}$ . Der Fehler fällt nicht mehr ins Gewicht.



je gagne en me faisant payer chaque deux coups. Voila une belle preuve de ces sortes de raisonnemens mais selon nostre regle, j'aurois gagné  $\frac{2g \ 10a}{5p}$ , ce qui est bien different de  $\frac{25p^2 \ 10a - 1g^2 \ 10a}{25p^2}$ . C'est pourquoy pour venir à bout d'une question aussi difficile que cellecy; je vois qu'il faut proceder tout autrement. Et tous ces sauts aux proportionalitez ne sont que des sophismes, qui nous doivent estre suspects. Et je vois par là qu'Euclide a eu raison de demonstrier rigoureusement les theoremes des triangles semblables et choses semblables. Voila la veritable methode, à ce que je crois.

Le nombre des points qu'il faut gagner est  $p$ . L'argent que mon adversaire a mis au jeu est  $a$ . Supposons que je ne mette rien de mon costé car cela peut arriver; et mon adversaire peut conter le plaisir qu'il a de jouer contre moy, pour quelque chose. Quoyqu'il y ait de la difficulté, car c'est alors plustost un prix proposé, s'il faut que je gagne dans un temps prefix et s'il n'y a point de temps, c'est un salaire, car humainement parlant je ne manqueray jamais de gagner que si nous mettons de deux costez, on peut concevoir l'un comme salarié de l'autre; et le salaire cessera lors que l'un de deux aura fait un certain nombre: mais cela n'est pas dans notre cas; donc cette supposition ne servira de rien.

Je reviens tousjours à cela, qu'ayant gagné 1 coup, ou 1 point, j'ay gagné quelque chose. Appellons cela  $l$  (*lucrum*). Mon adversaire a mis  $a$  sur la table, je gagne de son argent  $l$  le premier coup, donc il reste  $a - l$ , l'argent qui est sur la table que nous appellerons  $(a)$ , donc le second coup je gagneray  $(l)$  qui seroit à  $l$  comme  $(a) \propto a - l$  est à  $a$ . C'est à dire  $(l) \propto \frac{al - l^2}{a}$ . Et ainsi autant de fois qu'il y a des unitez en  $p$ , et la

6 demonstrier (1) Geometriq (2) rigoureusement les (a) proportions (b) les (c) theoremes  $L$   
 18 l. (*lucrum*). (1) Donc l'argent gagné (2) Mon adversaire  $L$  19  $a - l$ . (1) pour le second (2) je  
 gagne le second coup (3) l'argent  $L$  20 appellerons (1)  $l$  (2)  $a$  (3)  $(a)$  donc ... gagneray | (L) ändert  
 Hrsg. | qvi seroit à | L ändert Hrsg. | comme  $L$  21 c'est a dire (1)  $L \propto a^2 - al$  (2)  $(l) \propto \frac{al - l^2}{a} L$

---

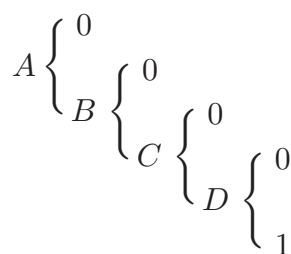
6 demonstrier: Vgl. EUKLEIDES, *Elementa*, VI.

somme de tous les  $l$ , ( $l$ ) doit estre egale à  $a$ , ou  $a \sqcap l + (l) + ((l))$  etc. Mais cela suppose une chose dont je ne suis pas bien seur, sçavoir que je gagne autant à proportion par le second coup sur l'argent qui reste apres celui j'ay emporté par le premier coup; que j'ay gagné au premier coup sur tout l'argent de mon adversaire, ce qui n'est pas. Mais voila ce qu'on peut dire: j'ay emporté une certaine partie de l'argent de mon adversaire le premier coup: par exemple  $l$ . Il reste donc  $a - l$ . Donc apres cela, c'est comme si mon adversaire avoit mis sur la table  $a - l$ , à gagner en 4 points. Supposons que je ne mette rien, et que mon adversaire mette de l'argent  $a$ , à gagner en 5 points consecutifs; or je suppose que la facilité de gagner en 5 points consecutifs, est à l'apparence de gagner en 4 points consecutifs en raison reciproque du nombre des points. Ce principe estant posé, nous calculerons le party en cas qu'on laisse le jeu imparfait: Le nombre des points à gagner est  $p$ , l'argent mis est  $a$ . Je gagne un coup, ou 1 point, et je gagne par là quelque chose que nous appellerons  $l$ . Donc il reste  $a - l$ : à gagner en  $p - 1$  points. Il faut considerer icy une chose estrange, qui est, que cette condition estant accordée, il m'appartient quelque chose si un cas survenant m'empechoit de commencer même à jouer; car j'ay tousjours un droit acquis et il est possible que je gagne. Et il est assez difficile d'estimer la probabilité qu'il y a que je gagne 5 fois consecutives à la probabilité

1 somme (1) | de *nicht gestr.* | tous, doit estre égale à  $a$ . (2) de tous les  $l$ . | (1) *erg.* | doit  $L$   
 2 à proportion *erg.*  $L$       5 emporté (1) un certain argent (2) une certaine  $L$       9 qve la (1) difficulté  
 (2) facilité  $L$       11 imparfait: (1) Ayant gagné 1 point il est assuré (2) Le nombre  $L$       17 qve je (1)  
 trouue (2) gagne  $L$

1  $a \sqcap l + (l) + ((l))$ : Leibniz legt hier den jeweils erreichten Gewinnanteil über eine geometrische Reihe fest. Der Sieg in einer Runde führt dabei zu einem jeweils kleineren Zuwachs als ein Sieg in der vorangehenden Runde. Allerdings konvergiert die von ihm definierte Reihe — unabhängig davon, wie groß der Anteil  $l$  von  $a$  gewählt wird — gegen  $a$ . Damit ist jede ihrer Partialsummen kleiner als  $a$ . Eine Teilungsregel, die auf dieser Reihe basiert, kann also die zweite der Mindestbedingungen (dass der Gesamtsieger den gesamten Gewinn erhält) niemals exakt erfüllen.      17 probabilité: Auch die *probabilité* wird in diesem Stück als Größe angesehen, die nicht absolut zu betrachten ist, sondern ihre Bedeutung als Teil eines Zahlenverhältnisses erhält. Zwar hat Leibniz bereits 1665 in seiner *Disputatio de conditionibus posterior* (in einem rechtstheoretischen Zusammenhang also) eine Vorform eines genormten Wahrscheinlichkeitsmaßes entwickelt: Der *conditio impossibilis* ordnet er dort die 0 zu, der *conditio necessaria* die 1 und der *conditio incerta* einen Bruch zwischen 0 und 1 (vgl. VI, 1 N. 6 S. 139; ganz ähnlich auch in den *Specimina juris* von 1667–69, VI, 1 N. 11 S. 420). Hier knüpft er an diesen Gedanken jedoch nicht an.      17 5 fois consecutives: Das im Anschluss behandelte Beispiel verlangt nur vier in Folge zu gewinnende Runden. Es ist als Zusatzspiel im Rahmen des eigentlichen Spiels konzipiert. Eine vergleichbare Anforderung besteht aber auch etwa bei einem 0 : 3-Rückstand und vier Gewinnrunden.

qu'il y a que je perde une seule fois. Au premier jeu il est aussi probable que je perde que, que je gagne, donc une probabilité pour mon adversaire, l'autre est encor incertaine, car ayant gagné, il est encor aussi probable que je perde le second jeu, qu'il n'est probable que je le gagne; donc encor 1 degrez de probabilité assuré pour mon adversaire, l'autre  
 5 controversé entre luy et moy, car ayant gagné le second jeu, je peux encor ou perdre le troisieme, ce qui est assuré pour mon adversaire, ou le gagner, ce qui est controversé entre moy et l'adversaire, et ainsi tousjours, jusqu'au dernier qui m'assure de la victoire,  $D \sqcap 0 \infty 1$ .



[Fig. 1]

10  $\infty$  est signum disjunctivi, aut, quo nondum in calculo usi sumus.  $C \sqcap 0 \infty D \sqcap 0 \infty 0 \infty 1 \sqcap 2 \bar{0} \infty 1$ .  $B \sqcap 0 \infty C \sqcap 0 \infty 2 \bar{0} \infty 1 \sqcap 3 \bar{0} \infty 1$ . Et  $A \sqcap 4 \bar{0} \infty 1$ .

2 gagne, (1) dont (2) donc ayant gagné, (3) donc  $L$  2 l'autre (1) pour moy (2) est encor  $L$   
 3 qve je (1) gagne le second jeu, (a) qve (b) qv'il n'est probable qve je perde; (2) perde  $L$  4f. encor  
 1 | degrez ... assuré erg. | pour ... , l'autre (1) pour moy (2) controversé  $L$  5–7 jeu, | il peut ändert  
 Hrsg. | encor ... pour | son ändert Hrsg. | adversaire, ... entre | luy ändert Hrsg. | et ... qvi | l' ändert  
 Hrsg. | assure  $L$  7f. victoire, (1)  $C \sqcap (a) 0 - 1$ . (b)  $0 \infty 1$   $\infty$  est signum disjunctivi |, aut erg. |,  
 qvo nondum in calculo usi sumus.  $B \sqcap 0 \infty C \sqcap 0 \infty 0 \infty 1 \sqcap 2 \bar{0} \infty 1$ .  $A$  (2)  $D \sqcap 0 \infty 1$   $L$

9 Fig. 1: (1)  $A \left\{ \begin{array}{l} 0 \\ B \left\{ \begin{array}{l} 0 \\ C \left\{ \begin{array}{l} 0 \\ 1 \end{array} \right\} \end{array} \right\} \end{array} \right\}$  (2)  $A \left\{ \begin{array}{l} 0 \\ B \left\{ \begin{array}{l} 0 \\ C \left\{ \begin{array}{l} 0 \\ D \left\{ \begin{array}{l} 0 \\ 1 \end{array} \right\} \end{array} \right\} \end{array} \right\} \end{array} \right\} L$

9 Fig. 1: In diesem Schema lässt sich jede geschweifte Klammer als einzelne Spielrunde betrachten,  $A$  stellt den Spielstand zu Beginn des Zusatzspiels dar (vgl. S. 244 Z. 3),  $B$ ,  $C$  und  $D$  sind Zwischenstände, bei denen es fortgesetzt wird, und 0 und 1 sind die möglichen Endresultate. Dabei bedeutet 1, dass der Spieler eine Serie von vier Runden in Folge gewonnen hat, 0 dagegen, dass ihm dies nicht geglückt ist. Ein fast identisches Zerlegungsschema findet sich als fragmentarische Notiz in dem ebenfalls im Januar 1676 verfassten Stück *De numero jactuum in tesseris* (N. 33 S. 257 Z. 16 f).

Donc 4p points estant proposez à estre gagez consecutivement, l'apparence de les gagner à celle de ne pas gagner au commencement du jeu, est comme 1 est à 4p. Ainsi

2 à celle ... gagner *erg. L* 2 comme (1) 4p est à 1. (2) 1. est à 4p. (a) Rappeler (b) ainsi *L*

240,10 signum disjunctivi: Leibniz verfolgt das Programm, nach den Regeln einer *ars characteristica* universell einsetzbare Zeichen zu bilden. Das neu geschaffene Symbol  $\infty$  steht jedoch nicht allgemein für *aut* (... *aut*), also exklusives „oder“ (wofür die moderne Logik verschiedene Symbole kennt, etwa  $\vee$  oder  $\oplus$ ), sondern es hat eine engere Bedeutung: Es stellt die einander ausschließenden Ausgänge einer Spielrunde nebeneinander. Dabei stehen links wie rechts des Symbols jeweils als gleichwahrscheinlich betrachtete Möglichkeiten; seine symmetrische Gestalt versinnbildlicht dieses Gleichgewicht. Das Symbol  $\infty$  kann in eine Reihe mit den *signa ambigua* gestellt werden, wie sie Leibniz Mitte 1674 in seinen Schriften zur *méthode de l'universalité* (VII, 7 N. 10 u. 11) definiert. Auch bei diesen gibt es exklusive Fallunterscheidungen, die sich weiter aufzweigen. So steht etwa das Symbol  $\nleftrightarrow$  für die Aussage „im einen Fall +, im anderen Fall entweder – oder +“ (vgl. VII, 7 N. 11 S. 124). Noch zwei Jahrzehnte später nennt Leibniz *notae ambiguitatis* und *notae disjunctivorum* im selben Atemzug (vgl. Leibniz an Wernher, 6./16. Oktober 1697; III, 7 N. 148 S. 598). 240,10  $C \sqcap 0 \infty D$ : In den zum Schema aufgestellten Gleichungen haben die Größen *A* bis *D* andere Bedeutungen als im Schema selbst. Sie stehen nicht mehr für einen Spielstand, sondern für die Gesamtheit der als gleichwahrscheinlich vorausgesetzten Ausgänge, die sich aus diesem Spielstand ergeben können. Sie geben somit eine Art Erwartungswert an. Die Kurzschreibweise  $C = 2\bar{0} \infty 1$  für  $C = 0 \infty 0 \infty 1$  behandelt die Gleichung, als ob sie äquivalent zu  $C = (0 \infty 0) \infty 1$  wäre; tatsächlich steht sie aber für  $C = 0 \infty (0 \infty 1)$ , was aufgrund der fehlenden Assoziativität der durch  $\infty$  begründeten Verknüpfung nicht das Gleiche ist. In der Folge zählt die Kurzschreibweise nur die ungünstigen Endresultate und stellt sie dem einen günstigen Endresultat gegenüber. Bei der Betrachtung von Wahrscheinlichkeiten führt sie in die Irre, da sie nicht zwischen den einzelnen ungünstigen Endresultaten, die jeweils unterschiedlich wahrscheinlich sind, differenziert. 1 4p: Lies „im Beispiel 4, im Allgemeinen *p*“. 2 1 est à 4p: Leibniz übersetzt die Gleichung  $A = 4\bar{0} \infty 1$  in die unzutreffende Aussage, dass vom Spielstand *A* ausgehend das Endresultat 0 (Misserfolg) viermal so häufig auftrete wie das Endresultat 1 (Erfolg). Im selben Monat gelangt er an anderer Stelle aber zu einem korrekten Ergebnis: Unter dem Zerlegungsschema in

N. 33 (S. 257 Z. 16) notiert er die Gleichungen  $D = \frac{1}{2}$ ,  $B = \frac{1}{4}$ ,  $C = \frac{1}{8}$  und  $A = \frac{1}{16}$  (in jenem Schema

sind *B* und *C* vertauscht). Die Größen *A* bis *D* erhalten dabei erneut eine andere Bedeutung; sie lassen sich als Erwartungswert des Zusatzspiels interpretieren, wenn der mit dem gleichen Buchstaben bezeichnete Spielstand erreicht worden ist. Der Erwartungswert (*valor expectationis*, eingeführt von Chr. HUYGENS, *a. a. O.*, S. 521 f.) ist ein Konzept, mit welchem Leibniz auch zweieinhalb Jahre später in *De incerti aestimatione* arbeitet. Dort berechnet er ihn für den Spielstand 1:0 und zwei Gewinnrunden

über den Ansatz  $\frac{\frac{1}{2} + 1}{2}$  (vgl. VI, 4 N. 34 S. 100 Z. 4–6). Die Gleichungen in N. 33 lassen sich leicht auf analogem Wege aus den oben aufgestellten Gleichungen erhalten, indem man die Notation  $D = 0 \infty 1$  in

$D = \frac{0 + 1}{2}$  umschreibt, dann  $C = 0 \infty D$  in  $C = \frac{0 + \frac{1}{2}}{2}$  überführt und entsprechend fortfährt.

celuy qui joue, a au commencement  $\frac{1}{p}$  de la somme proposée. Le Reste est a u j e u ,  
 c'est à dire, commun aux deux joueurs, s'il[s] les ont mis tous deux; ou à celui qui  
 a mis cet argent: celui qui a gagné 1 point consecutif a  $\frac{1}{p-1}$  de la somme proposée,  
 celui qui a 2 points consecutifs, a  $\frac{1}{p-2}$  de la somme proposée. Donc la question se peut

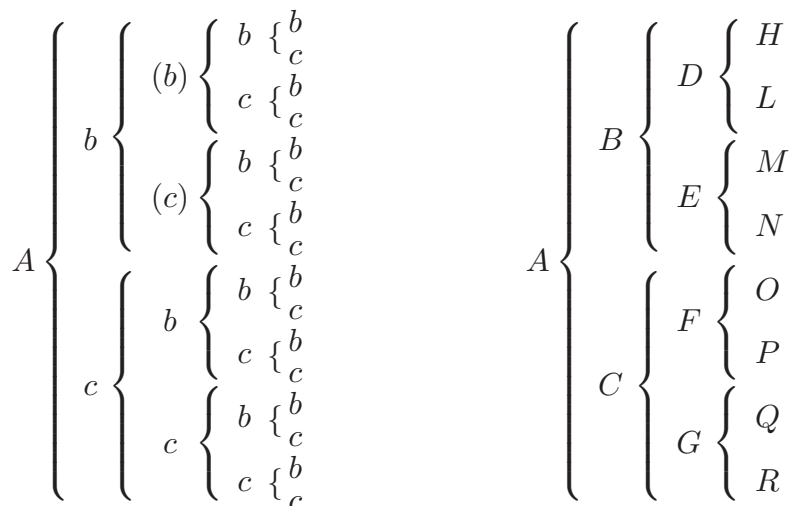
- 5 concevoir ainsi: deux joueurs mettent chacun une somme egale au jeu, à condition, que  
 celui qui gagnera un certain nombre de coups consecutifs, par exemple 4, gagnera tout.  
 Par exemple jouant triomphe, ils demeurent d'accord apart, que celui qui pendant le jeu  
 principal gagnera le premier quatre fois consecutives, tirera outre ce qu'il gagne au jeu  
 principal, une certaine somme qu'ils ont mise pour cet effect. Il s'agit de sçavoir le party  
 10 qu'il faut faire de cette somme, lors que [le] jeu cesse, selon le nombre des points que celui  
 qui a gagné le dernier a gagné. Cette condition a cela de remarquable qu'on ne sçauroit  
 finir que l'un de deux n'emporte quelque chose de la somme. Car celui qui a gagné le  
 dernier a détruit tout ce que l'autre a fait. Et ainsi, n'ayant qu'un point pour le moins

3 argent: (1) aux deuxième coup (2) celui qvi a gagne (a) deux points consecutifs (b) 1 point L  
 6 exemple 4. (1) amenera (2) gagnera L 7f. celui qvi (1) aura le premier (a) 5 (b) 4 (2) pendant le  
 jeu principal (a) aura le premier (b) gagnera L 8f. outre ... principal erg. L 9 sçavoir (1) si (2)  
 combien (3) le party L 11 dernier a (1) amené (2) gagné L 12 finir (1) (dans les jeux ou pas un  
 ne peut passer (2) qve l'un L

4 consecutifs: Die hier beschriebene Zuteilung der Gewinnanteile folgt unmittelbar aus der unzu-  
 treffenden Annahme, die Häufigkeit eines Misserfolgs sei, wenn  $p$  Siege in Folge gefordert sind,  $p$ -mal  
 so hoch wie die eines Erfolges. Konsequent betrachtet müsste der Spieler allerdings mit einem Anteil  
 von  $\frac{1}{p+1}$  (und nicht von  $\frac{1}{p}$ ) starten. Die Gewinnanteile im Zusatzspiel entsprechen dann den Gliedern  
 einer umgedrehten harmonischen Folge. Die Frage nach dem „fairen“ Einsatz für ein solches Spiel — die  
 Leitfrage von N. 33; vgl. S. 269 Z. 1–4 — greift Leibniz an dieser Stelle nicht auf, obwohl sein Ergebnis  
 eine Antwort impliziert. 7 triomphe: Dieses einfache, in zeitgenössischem Deutsch als „Trumpffspiel“  
 bezeichnete Kartenspiel ist zu jener Zeit in Frankreich populär. Die Zahl der Spieler ist variabel; vgl.  
 [L. de LA MARINIÈRE], *La maison des jeux academiques*, 1665, S. 43–45. Es existiert auch eine Variante  
 für genau zwei Spieler (vgl. *a. a. O.*, S. 46). 8 quatre fois consecutives: Durch die geänderten Be-  
 dingungen des Zusatzspiels — es ist nun symmetrisch angelegt, wird bei Misserfolg fortgesetzt und als  
 Endresultat ist auch ein Unentschieden möglich — wird ein ganz neues Problem gestellt. Die geänderten  
 Bedingungen und insbesondere der zusätzlich zu berücksichtigende Parameter machen die Berechnung  
 der Gewinnchancen deutlich aufwändiger.

lors que le jeu cesse, il luy appartiendra à proportion. Question: deux joueurs mettent ensemble une somme egale, qui sera à celui qui aura gagné quatre fois consecutives au jeu principal. Il s'agit de sçavoir combien de la somme appartiendra à celui qui aura gagné le dernier un certain nombre de coups consecutifs, lors qu'on se separe sans avoir achevé le nombre qui luy faut.

5



[Fig. 2]

1 f. proportion. (1) Lors qve la condition (2) qvestion deux joueurs mettent (a) une somme (b) ensemble ... egale, (aa) pendant (bb) qvi L 2 f. fois | consecutifs ändert Hrsq. | (1) dans le jeu (2) au jeu L 3 combien (1) aura gagné celui (2) de la somme L 4 le dernier erg. L 5 nombre (1) qv'il faut (2) qvi L

4 le dernier: Man betrachte als Beispiel ein Spiel, in welchem für das Hauptspiel sechs Gewinnrunden vereinbart worden sind und für das Zusatzspiel vier Gewinnrunden in Folge. Wird das Hauptspiel nun beim Stand von 2:2 abgebrochen, wobei der eine Spieler die beiden letzten Runden gewonnen hat, so würde die in Z. 1 angeregte Teilung *à proportion* nahelegen, dass der Einsatz im Verhältnis 3:1 zu seinen Gunsten zu teilen wäre, da er den halben Weg zum Sieg im Zusatzspiel zurückgelegt hat. Tatsächlich beträgt die Wahrscheinlichkeit seines Sieges im Zusatzspiel jedoch  $\frac{39}{128}$ , die eines Sieges seines

Gegners  $\frac{15}{128}$  und die eines Endes des Zusatzspiels ohne Sieger  $\frac{74}{128}$ ; eine „faire“ Aufteilung müsste also im Verhältnis 19:13 erfolgen. 6 Fig. 2: Mit diesem Schema, das einem modernen Baumdiagramm sehr ähnlich ist, nimmt Leibniz nun auch die weiteren möglichen Spielverläufe in den Blick. A lässt sich auch als jener Spielstand interpretieren, bei dem ein Spiel, in welchem maximal noch vier bzw. drei Runden zu spielen sind, abgebrochen werden muss.

S'ils la mettent de sorte que celui qui gagne le premier quatre fois; la peut prendre; alors, on peut faire de même: Car en 2 fois autant de jeux, qu'il y a de points demandés; l'un des deux doit gagner:  $A$  est l'estat au quel on commence le jeu. Puisque le nombre des jeux necessaires à chacun est  $p$ , le nombre des jeux qui doivent determiner la chose  
 5 est  $2p$ . Et chaque jeu est  $b \propto c$ , *id est* favorable à la personne  $b$  ou à la personne  $c$ , également. Il y aura donc:  $2p \overline{b \propto c}$  au commencement c'est à dire  $2pb \propto 2pc$ . Mais ( $g$ ) jeux estant gagnés par  $b$ , le nombre des jeux qui restent est  $2p - g$ . Le nombre des jeux qui restent à gagner à  $b$  est  $p - g$ . Le nombre des jeux, qu'il faut que  $c$  gagne est  $p + g$ . Or il peut arriver par autant de manieres differentes que  $b$  gagne, qu'il y a de  
 10 com( $p - g$ ) naisons dans le nombre  $2p - g$ , considerant, qu'il peut gagner chaque jeu; car ainsi il peut autant de fois gagner ces  $p - g$  jeux qui luy restent, qu'on peut prendre differentes fois le nombre de  $p - g$  dans  $2p - g$  choses. De même accordant à l'autre  $c$ , aussi, qu'il peut gagner chaque jeu, comme il doit gagner  $\overline{p + g}$  fois pour tirer l'argent. Mais je trouve encor un paralogisme là dedans, il ne faut pas examiner combien des fois  
 15 il peut gagner le nombre des jeux qui luy restent, dans le nombre des jeux qui restent à jouer; mais combien des fois il les peut gagner le premier, par exemple dans le nombre  $2p - g$ . Combien des fois on peut conter  $p - g$  pour l'un avant qu'on ait conté  $p + g$  pour l'autre. Soit le nombre des jeux qui restent à jouer  $2p - g \cap 5$ , le nombre des jeux que l'un doit gagner  $p - g$ , le nombre des jeux que l'autre doit gagner n'est pas  $p + g$  comme  
 20 j'avois dit, mais encor  $p$ , s'il n'a rien gagné, et  $p - f$ , s'il en a fait  $f$ .

2 alors, (1) il faut (2) on peut  $L = 2$  Car (1) (en 3 fo) (2) en (a) 3 (b) 2 fois  $L = 3$  f. Puisque (1) cha (2) le nombre des (a) jeux est  $2p$ . (b) jeux  $L = 5$  est  $2p$ . (1) Dont il faudroit (2) Et  $L = 6$  également | Dans le nombre *gestr.* |, il y aura  $L = 6$  f. Mais (1) 1 jeu estant gagné, (2) (g) | jeu estant gagné *ändert Hrsq.* | | par  $b$  *erg.* |,  $L = 12$  De même (1) consider (2) accordant  $L = 13$  jeu, (1) neantmo (2) comme  $L = 14$  Mais je (1) m'a (2) trouue  $L$

2 en 2 fois: Leibniz springt unvermittelt vom Zusatzspiel zurück zum Hauptspiel. Die Aussage trifft jedoch weder auf das eine noch das andere zu. 5  $2p$ : Tatsächlich hat nach spätestens  $(2p - 1)$  Runden ein erster Spieler  $p$  Siege erzielt; vgl. auch S. 227 Z. 10 f. 10 com( $p - g$ ) naisons: Dieser Begriff bezeichnet ungeordnete Stichproben von  $(p - g)$  Elementen aus einer gegebenen Grundmenge; vgl. etwa N. 2 S. 11 Z. 21 – S. 12 Z. 2. Hier sind also Kombinationen von  $(p - g)$  aus  $(2p - g)$  Elementen ohne Wiederholung, in moderner Darstellung  $\binom{2p-g}{p-g}$  an der Zahl, gemeint. Mit Fig. 4 greift Leibniz diesen Ansatz wieder auf. 18  $2p - g$ : Die Anzahl der bei einem Stand von  $g : f$  und  $p$  Gewinnrunden maximal noch zu spielenden Runden  $m$  beträgt tatsächlich  $(2p - g - f - 1)$ . Leibniz richtet in der Folge in den Figuren  $\oplus$  und 4 mehr Spalten ein als erforderlich.



$$\oplus \left\{ \begin{array}{cccccc} & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ B & b & b & b & b & b & \text{etc.} \\ C & c & c & c & c & c & \text{etc.} \\ (1) & b & & & & & \\ (2) & c & b & & & & \\ \hline (1) & c & c & & & & \end{array} \right.$$

5

[Fig. 3]

Supposons  $p \sqcap 4$ ,  $g \sqcap 3$ ,  $f \sqcap 2$ , le nombre des jeux à jouer 5. Le nombre des jeux à gagner par  $b$ , sera 1. Le nombre des jeux à gagner par  $c$ , sera 2. Or il faut considerer combien des fois on peut conter 1  $b$ , avant que d'avoir conté 2  $c$  dans la figure  $\oplus$ . Et on voit, que cela ne se peut qu'en deux manieres, marquées de (1) et de (2). Mais 2  $c$  ne se peut conter qu'une seule fois, en commençant par  $c$   $c$ , avant que d'avoir dit une fois  $b$ . Donc la possibilitez de l'un est double de la possibilité de l'autre. Et l'argent tout entier qui est au jeu sera partagé en trois parties egales, dont l'un aura  $\frac{2}{3}$ , l'autre  $\frac{1}{3}$ , sans se mettre en peine d'autre chose. Prenons un tel exemple. On a proposé une somme d'argent  $a$ , à celui de deux joueurs seuls jouans, qui gagnera le premier 5 jeux. L'un  $b$ , en ayant déjà gagné 3, et l'autre  $c$ , un seulement, il est manifeste que si  $b$  gagne 2, il aura tout; et s'il perd deux, il n'aura que la moitié de l'argent mis au jeu. Dont l'autre moitié se doit partager en deux, et l'un ayant 3, l'autre 1. Celui qui a gagné 3, aura gagné  $\frac{3}{4}$ . Ce qui est un cas connu. Voyons si nous pouvons deriver cela de nostre principe. Le nombre

1 1 ... 5 *erg. L* 6 (1) | b b ändert Hrsg. | L 8 f  $\sqcap 2$ . (1) et il (a) en faut 1 point (b) faut 2 points à (2) Le nombre L 10 dans (1) les figures (2) la figure  $\oplus$  L 11–13 Mais | 2. ändert Hrsg. | ne se ... par | b b, ändert Hrsg. | avant ... fois | c. ändert Hrsg. | donc L 16 joueurs seuls jouans *erg. L* 16 premier (1) 6 (2) 5 jeux L 17 manifeste qve (1) s'il (2) si b (a) perd (b) gagne L 19 f. gagné (1)  $\frac{1}{2}$  (2)  $\frac{3}{4}$ . (a) Mais (b) Ce qvi L

13 double: Leibniz betrachtet hier die möglichen weiteren Spielverläufe bis zur Entscheidung — die *possibilités* —, zählt zusammen, wieviele davon mit einem Gesamtsieg des führenden Spielers enden und wieviele mit dem Sieg seines Gegenspielers, und postuliert, das Verhältnis dieser *possibilités* sei zugleich dasjenige einer fairen Teilung. Dies würde allerdings voraussetzen, dass jede *possibilité* mit der gleichen Wahrscheinlichkeit auftritt, was nicht der Fall ist. Tatsächlich sind die Gewinnwahrscheinlichkeiten in diesem Beispiel die gleichen wie in jenem am Anfang des Stückes (S. 227 Z. 5), wo Leibniz sie korrekt angibt. 20 connu: Leibniz bezieht sich hier auf seine unzutreffenden Überlegungen in S. 229 Z. 9–14.



des jeux à jouer au commencement estoit 10. On en a joué 4, dont  $b$  a gagné 3, et  $c$  en a gagné 1. Il en restent donc 6 à jouer, et 2 à gagner pour  $b$ , et 4 à gagner pour  $c$ . Donc ayant accordé à l'un aussi bien qu'à l'autre de gagner également chaque jeu; il faut voir quelle consequence il peut tirer de cette permission.

|    |      |     |     |     |     |     |     |     |                     |
|----|------|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|---------------------|
| 5  |      | 1   | 2   | 3   | 4   | 5   | 6   |     |                     |
|    |      | $b$ | $b$ | $b$ | $b$ | $b$ | $b$ |     |                     |
|    |      | $c$ | $c$ | $c$ | $c$ | $c$ | $c$ |     |                     |
|    | (1)  | $b$ | $b$ |     |     |     |     | (1) | $c$ $c$ $c$ $c$     |
|    | (2)  | $c$ | $b$ | $b$ |     |     |     | (2) | $b$ $c$ $c$ $c$ $c$ |
| 10 | (3)  | $c$ | $c$ | $b$ | $b$ |     |     | (3) | $c$ $b$ $c$ $c$ $c$ |
|    | (4)  | $c$ | $c$ | $c$ | $b$ | $b$ |     | (4) | $c$ $c$ $b$ $c$ $c$ |
|    | (5)  | $b$ | $c$ | $b$ |     |     |     | (5) | $c$ $c$ $c$ $b$ $c$ |
|    | (6)  | $c$ | $b$ | $c$ | $b$ |     |     |     |                     |
|    | (7)  | $c$ | $c$ | $b$ | $c$ | $b$ |     |     |                     |
| 15 | (8)  | $b$ | $c$ | $c$ | $b$ |     |     |     |                     |
|    | (9)  | $c$ | $b$ | $c$ | $c$ | $b$ |     |     |                     |
|    | (10) | $b$ | $c$ | $c$ | $c$ | $b$ |     |     |                     |

[Fig. 4]

5 1 ... 6 erg.  $L$

18 Fig. 4: Leibniz verfolgt weiterhin den Ansatz der *possibilités*. Bei höchstens  $m$  noch zu spielenden Runden und einem Stand von  $g:f$  enden  $\binom{m}{p-g}$  Spielverläufe mit einem Gesamtsieg des in Führung liegenden Spielers und  $\binom{m}{p-f}$  mit seiner Niederlage. Die Aufteilung soll nun im Verhältnis dieser Zahlen erfolgen, wobei Leibniz allerdings keine Formel zu ihrer Berechnung angibt. Gekürzt ergibt sich eine Teilung im Verhältnis von  $(p-f):(p-g)$ . Leibniz gelangt hier also auf dem Umweg über kombinatorische Erwägungen — und ohne sich dessen gewahr zu werden — zu einer der einfachsten und nächstliegenden Teilungsregeln. Sie erfüllt die genannten Mindestanforderungen; da sie unterschiedlich wahrscheinliche Spielverläufe gleich gewichtet, erfolgt die Aufteilung allerdings im Allgemeinen nicht im Verhältnis der Erfolgswahrscheinlichkeiten der beiden Spieler zueinander. Dies leistet dagegen die kanonisch gewordene Lösung von Pascal und von Fermat aus dem Jahr 1654. Fermats Ansatz dabei liegt nur einen Schritt von jenem, den Leibniz hier verfolgt, entfernt: Er ergänzt ein Schema wie das obige so, dass es sämtliche Spielverläufe, die in der maximal noch zu spielenden Anzahl an Runden möglich sind, wiedergibt (gleichgültig, ob diese Runden tatsächlich alle gespielt werden müssen, um den Sieger zu ermitteln). Diese Spielverläufe betrachtet er dabei als jeweils gleichwahrscheinlich, und er zählt zusammen, in wie vielen davon der Führende den Gesamtsieg erringen würde und in wie vielen sein Gegenspieler. Die Teilung erfolgt im Verhältnis dieser Zahlen (vgl. P. de FERMAT, *Varia opera*, 1679 [Marg.], S. 184).

Donnons à la personne *b* le pouvoir de gagner toutes les fois qu'il veut; il ne peut gagner qu'en 10 manieres selon les loix et circonstances du jeu: donnons à l'autre le même pouvoir sur la fortune, il ne peut gagner qu'en 5 manieres differentes: dont ostant à tous deux ce pouvoir, et les remettant dans l'estat des hommes ordinaires, les apparences de gagner, seront comme les possibilitez, et les possibilitez comme le nombre de plusieurs cas egalement possibles. Voila icy l'objection car on peut dire les differens cas ne sont pas egalement possibles. Je reponds qu'ouy, par ce qu'il y a dans l'un autant de requisits que l'autre, car dans tous les dix cas favorables à *b*, on ne demande que deux fois le gain de *b*, et dans tous les cas favorables à *c* on ne demande que quatre fois le gain de *c*. Mais je voy par là que mon opinion avoit besoin de correction, et que un cas favorable à *b*, est bien plus possible qu'un cas favorable à *c*, par ce qu'il faut quatre succes à un cas de *c*, et il n'en faut que 2 à un succes favorable à *b*. Donc les facilitez estant en raison reciproque des nombres, et 10 estant double de 5, et 4 double de 2, l'avantage de *b* sera à l'avantage de *c*, comme 4 à 1. Il est manifeste de soy meme qu'il est plus aisé de faire 2 coups que d'en faire 4, en raison reciproque de 2 à 4. Et il est bien manifeste aussi qu'il est bien plus aisé de rencontrer une des dix manieres, que de rencontrer une des 5. Si le partage doit estre fait en deux parties qui sont en raison des apparences de gagner;

# 1 Über le pouvoir de gagner *gesetzte Anmerkung*: chapeau de Fortunatus

2 manieres (1) dont l'une est aussi possible qv (2) selon L 7 possibles (1) Car un cas des (2) Je reponds L 9 gain de c. (1) Donc je vois a prese (2) Mais L 15 faire 4. (1) Or qv and il y a (2) en ... de (a) 4 a 2 (b) 2 a 4. L 16f. manieres, (1) | qve de rencontrer une des (a) 4 (b) 10 *nicht gestr.* | (2) qve de rencontrer un des (a) 4 (b) 5. (aa) Si le droit (aaa) est (bbb) acquis est egal à l'apparence de gagner; et l'apparence de gagner est en raison des cas comme (bb) Si L

14 manifeste: Das Verhältnis der *facilités* zueinander beträgt  $(p - f) : (p - g)$ ; es entspricht also genau dem der *possibilités* und somit auch der oben zunächst vorgeschlagenen Teilungsregel. Da Leibniz für diese Regel jedoch keine Formel aufstellt, sondern sie nur anhand des Beispiels veranschaulicht, entgeht ihm die Übereinstimmung. 18 chapeau: Das Wunschhütlein ist eine magische Requisite in dem ersten eigenständigen Prosaroman deutscher Sprache, dem aus unbekannter Feder stammenden *Fortunatus*. Mit Hilfe des Hutes kann sich sein Besitzer an jeden beliebigen Ort der Erde wünschen; vgl. o. V., *Fortunatus*, 1509, Bl. 60.

et les apparences de gagner, comme les nombres des cas également aisez, ou en raison composée du nombre des cas et de leur facilité, il est manifeste qu'il est aussi aisé que *b* gagne dans le premier des cas qui luy sont favorables que dans le second.

- On peut considerer la meme chose lors qu'il y a plus de joueurs que deux, ce que
- 5 Mons. Pascal n'a pas examiné, et qui est bien plus embarrassé. Car s'il y en a trois par exemple; il ne faut pas prendre le double du nombre des jeux à gagner, pour le nombre des jeux à jouer, mais le triple, *item* il faut faire le partage en trois parties proportionnelles aux apparences, et pour estimer les apparences il faut avoir egard à deux obstacles, par exemple non seulement venant de *c*, mais aussi de *d* troisieme joueur. On peut considerer
- 10 que deux jouent, et qu'on demande d'un certain nombre de partis à l'autre, un autre; pour gagner. Il peut estre que l'un aye mis plus au jeu, dont il a quitté la propriété, pour acheter le droit de gagner en moins de coups.

1 f. gagner; (1) en raison des possibilitez (2) comme (a) le nombre (b) les nombres des cas également (aa) possibles; ou en raison (bb) aisez, ou en raison (aaa) reciproque (bbb) recip (ccc) composée L  
4 qve deux erg. L 8 egard a (1) trois (2) deux L 9 seulement (1) de (a) b, (b) c, mais aussi (2) venant L 12-249,1 acheter (1) | par *nicht gestr.* | la des (2) le droit ... moins de (a) part (b) coups. (aa) Si (aaa) un (bbb) b aya (bb) S'il y a trois (aaa) parties, et b a gagné (bbb) poi (ccc) jeux L

1 f. raison composée: Die hier aufgestellte zweite Leibniz'sche Teilungsregel, die eine Aufteilung im Verhältnis der Produkte aus *facilité* und *possibilité* vorsieht, lässt sich mit der Formel  $(p-f)^2 : (p-g)^2$  wiedergeben. Diese Regel erfüllt die genannten Mindestanforderungen. Die von Leibniz zunächst erwogene Aufteilung im Verhältnis der *possibilités* spricht dem in Führung liegenden Spieler stets einen geringeren Anteil zu, als es der Wahrscheinlichkeit seines Gesamtsieges entspricht; die um den Faktor der *facilité* erweiterte Regel liefert demgegenüber eine bessere Annäherung an das Verhältnis der Erfolgswahrscheinlichkeiten.

5 pas examiné: Leibniz bezieht sich hier auf die genannte Abhandlung *Usage du triangle arithmetique* in Pascals *Traité du triangle arithmétique*, 1665 [Marg.]. Dass diese die Aufteilung unter zwei Spielern behandelt, geht aus ihrem Titel hervor. Mit der Teilungsregel, die Pascal in dieser Abhandlung auf S. 6 f. (= PO III, S. 488) beschreibt und welche sich mit der Formel  $\sum_{n=0}^{p-f-1} \binom{m}{n} : \sum_{n=p-f}^m \binom{m}{n}$  wiedergeben lässt, befasst sich Leibniz nicht. Die Verteilung des Gewinns unter drei Spielern diskutiert Pascal ausführlich an anderer Stelle (vgl. Pascal an Fermat, 24. August 1654, in: P. de FERMAT, *Varia opera*, 1679 [Marg.], S. 185–188). Der Inhalt dieses Briefes ist Leibniz, als er das vorliegende Konzept niederschreibt, offensichtlich noch nicht bekannt.

7 triple: Tatsächlich beträgt bei drei Spielern die maximal zu spielende Anzahl an Runden  $(3p-2)$ .

12 acheter: Bei einer solchen Vereinbarung stellt sich unmittelbar die Frage nach dem „gerechten“ Einsatz, also die Leitfrage von N. 33.



me fait avoir  $\frac{a}{2} + 2l$ . Il m'en osteroit autant. Il faut examiner si la difficulté de gagner une somme en trois jeux, ou 4, est proportionnelle au nombre de jeux.

On propose à  $b$  et  $c$  de gagner une somme d'argent, en sorte que celui, qui fera le premier trois jeux; l'emportera. Il est manifeste, qu'au commencement tout est égal; dont l'un a autant de droit que l'autre sur la somme proposée; et la somme est tout entiere à tous deux, parce qu'ils ne manqueront pas de gagner, l'un ou l'autre, donc la moitié appartient à chacun.

|    |     |     |     |     |     |     |     |     |     |                  |                 |
|----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|------------------|-----------------|
|    | (1) | $b$ | $b$ |     | (1) | $c$ | $c$ | $c$ |     |                  |                 |
|    | (2) | $c$ | $b$ | $b$ | (2) | $b$ | $c$ | $c$ | $c$ | $\frac{15a}{23}$ | $\frac{8a}{23}$ |
| 10 | (3) | $c$ | $c$ | $b$ | $b$ | (3) | $c$ | $b$ | $c$ |                  |                 |
|    | (4) | $b$ | $c$ | $b$ |     | (4) | $c$ | $c$ | $b$ | $c$              |                 |
|    | (5) | $c$ | $b$ | $c$ | $b$ |     |     |     |     |                  |                 |
|    |     | $b$ |     |     |     |     | $c$ | $c$ | $c$ | $\frac{9a}{10}$  | $\frac{1a}{10}$ |
|    |     | $c$ | $b$ |     |     |     |     |     |     |                  |                 |
| 15 |     | $c$ | $c$ | $b$ |     |     |     |     |     |                  |                 |
|    |     | $b$ |     |     |     |     | $c$ | $c$ |     | $\frac{4a}{5}$   | $\frac{1a}{5}$  |
|    |     | $c$ | $b$ |     |     |     |     |     |     |                  |                 |

[Fig. 6]

1 f. me (1) donne 21 (2) fait ... +21. (a) À present le troisième coup me donne ((1)), si je l'avois perdu j'aurois (b) il ... autant (aa) donc (bb) A present voyons (cc) il faut examiner (aaa) | s'il est *nicht gestr.* | aussi aisé de gagner les (bbb) si la ... trois jeux, | ou 4, *erg.* | est proportionnelle (aaaa) à la somme de la gagner (bbbb) au nombre  $L$  5 somme | est *gestr.*  $L$ , *erg.* *Hrsg.* | (1) à (2) tout  $L$

2 proportionnelle: Eine Gleichheit  $(l) = ((l))$  lässt sich auf analogem Wege nicht zeigen. Tatsächlich wird die allgemeine Forderung, dass jede einzelne Runde eines Vorsprungs einen gleich großen Zugewinn einbringen, für den Sieger also gleich viel wert sein soll, ausschließlich durch die erste Leibniz'sche Teilungsregel, formuliert in S. 234 Z. 1–4, erfüllt. Die Forderung dagegen, dass ein Spieler in einer einzelnen Runde stets ebensoviel gewinnen wie verlieren können soll (vgl. auch S. 249 Z. 14–16), dass also der Wert dieser Runde für beide Spieler gleich sein soll, wird nur durch die Teilungsregel von Fermat und Pascal erfüllt. Eine allgemeine Regel, die beide Forderungen gleichzeitig erfüllt, existiert nicht. 18 Fig. 6: In der Tabelle fehlt der sechste Spielverlauf, durch den der in Führung liegende Spieler ausgehend vom Spielstand von 1 : 0 bei drei Gewinnrunden gewinnen kann, nämlich  $b c c b$ . Dementsprechend müsste der zweiten Leibniz'schen Teilungsregel folgend der Gewinn nicht im Verhältnis von 15 : 8, sondern von 9 : 4 aufgeteilt werden. Die sich aus dem Irrtum ergebenden Zahlenwerte werden bis S. 254 verwendet.

Je suppose que  $b$  gagne 1 jeu, il restent 2 jeux à gagner à luy, et trois à gagner à son adversaire; voyons combien il y a plus d'apparence, qu'il en emporte les deux premiers, que l'autre les trois premiers. Parce qu'il faut que  $b$  gagne 2, avant que  $c$  gagne trois, voyons combien de fois cela peut arriver, que  $b$  gagne deux avant que l'autre trois, or il y a 5 manieres favorables à  $b$ , et il y en a 4, à  $c$ , donc l'apparence pour  $b$  est à l'apparence pour  $c$ , comme 5 à 4. Mais encor parce que le nombre des jeux que  $b$  demande, est au nombre des jeux que  $c$  demande comme 2 à 3, donc l'apparence est en raison de 3 à 2 et toute l'apparence est en raison composée, c'est à dire de  $\frac{5}{4}$  et  $\frac{3}{2}$ , c'est à dire comme 15 à 8. Donc divisant l'argent en 23 parties  $\frac{15a}{23}$  seront à  $b$ , et  $\frac{8a}{23}$  à  $c$ . 5

Supposons de plus, que  $b$  gagne aussi le second coup, il ne luy restera qu'un à gagner, et à son adversaire encor trois, donc les manieres estant comme 3 à 1, et la raison reciproque des coups aussi comme 3 à 1. Les apparences seront comme 9 à 1, c'est à dire  $b$  aura  $\frac{9a}{10}$ , et  $c$ ,  $\frac{a}{10}$  de la somme. Si  $b$  avoit perdu le second coup tout seroit revenu à l'egalité. 10

Supposons maintenant que  $b$  perde le 3<sup>me</sup> coup, car s'il gagne il a  $a$  tout entier. S'il perd, il luy reste 1 coup à gagner, et à son adversaire il en reste deux. Les manieres comme 2 à 1, et les coups de meme donc les avantages comme 4 à 1, et  $b$  aura  $\frac{4a}{5}$  et  $c$ ,  $\frac{a}{5}$ . Voila tous les cas possibles à trois jeux. Pour examiner cela, voyons si le meme proviendrait, en supposant qu'un homme  $b$ , gagne trois coups de suite; et qu'on luy paye chaque foy, ce qu'il peut avoir gagné de droit par ce coup. Le premier coup luy donne  $\frac{15a}{23}$  15 20

2 voyons (1) quel (2) quelle apparence il y a, qv (3) combien  $L$  2 emporte les (1) trois (2) deux  $L$  3 faut qve (1) celui (2)  $b$   $L$  8 composée, c'est à dire (1) comme 10 à (5) (2) de  $\frac{5}{4}$   $L$   
 9  $\frac{15|a \text{ erg.}|}{23} \dots \frac{8|a \text{ erg.}|}{23} L$  11 donc (1) le nombre des manieres (2) les manieres  $L$  13 Si (1) j'avois (2)  $b$  avoit  $L$  14 f. l'egalité. — (1) de plus (2) Supposons  $L$  18  $\frac{a}{5}$ . (1) Ecce omnes casus possibles in tre (2) voila  $L$  19  $b$  erg.  $L$

et à son adversaire  $\frac{8a}{23}$ , dont prenant  $\frac{7a}{23}$  preferablement et laissant  $\frac{8a}{23}$  au jeu, aussi bien que son adversaire, il restera au jeu  $\frac{16a}{23}$ . Et c'est comme si l'on avoit proposé à gagner  $\frac{16a}{23}$  à deux en sorte que l'un fut obligé à gagner 2 coups, l'autre à gagner trois pour l'emporter. Mais je voy apresent que ce seroit injuste comme cela, car ayant payé à celuy qui a gagné l'avantage qu'il a eu sur l'autre, il ne faut pas luy laisser encor de l'avantage, c'est pourquoy il faut que l'un gagne autant de fois que l'autre. Et on peut dire que celuy qui a gagné renonce à son coup, en recevant ce que je viens de dire. Et puisque ils sont rendus égaux, il s'agit de sçavoir, s'il faut faire en sorte que tous deux soyent obligez de gagner le residu en trois coups; ou tous deux en deux coups. Je dis que cela n'importe. Et selon la justice puisque ils sont égaux, c'est à eux de choisir la maniere qui leur plaist. Donc si encor tous deux s'obligeoient à gagner trois coups, et si on payoit tousjours son coup, à celuy qui gagneroit, continuant cecy à l'infini; la somme de toutes ses fractions infinies doit estre egale à la somme proposée toute entiere. Si tous deux s'obligeoient à gagner seulement deux coups; et  $b$  gagne le premier, il ne luy reste qu'un coup, et deux à son adversaire, donc les manieres et les coups estant doubles; l'avantage e[s]t quadruple, et par ce second coup,  $b$  aura sur  $\frac{16a}{23}$  qui reste au jeu, que nous appellerons  $(a)$ ,  $\frac{4(a)}{5}$ , et  $c \frac{1(a)}{5}$ . Donc,  $b$  prendra preferablement  $\frac{3(a)}{5}$ , et il restera au jeu  $\frac{2(a)}{5} \sqcap \frac{32a}{5, 23}$ , le quel appartient à tous deux egalemt. Si on les obligeoit de jouer tousjours à trois coups, et

1 f. adversaire  $\frac{8|a \text{ erg. Hrsg.}|}{23}$ , ...  $\frac{7|a \text{ erg.}|}{23}$  ...  $\frac{8|a \text{ erg. Hrsg.}|}{23}$  ...  $\frac{16|a \text{ erg.}|}{23}$  (1) dont gagnant le second coup (2) Et  $L$  3 obligé a (1) jouer (2) gagner  $L$  4 ayant (1) donné a celuy qvi (2) payé  $L$  7 dire. (1) Et il s'agit de sçavoir si selo (2) Et puisqve  $L$  15 et les (1) nombres (2) coups  $L$

9 n'importe: Während die Entscheidung für zwei weitere Spielrunden (und anschließend eine einzelne Runde) ein Modell für das Spiel mit drei Gewinnrunden liefern kann, impliziert die Entscheidung für drei weitere Runden einen von der ursprünglichen Spielidee deutlich abweichenden, unendlichen Spielverlauf. 12 l'infini: Dieser Spielmodus entspricht letztlich dem auf S. 238 Z. 18 – S. 239 Z. 1 entwickelten Ansatz unter Ausweitung auf unendlich viele Spiele. 15 manieres: Leibniz wendet erneut seine zweite Teilungsregel an, ersetzt nun aber den Begriff *possibilité* durch *maniere*, und anstelle von *facilité* oder *difficulté* spricht er nun einfach von den benötigten *coups*.

de vendre tousjours le coup;  $b$  gagnant tousjours, il auroit premierement  $\frac{15a}{23}$ , et  $\frac{15(a)}{23}$ .

*Sed si*  $(a) \sqcap \frac{16a}{23}$ , et  $\frac{15((a))}{23}$ , *si*  $((a)) \sqcap \frac{16(a)}{23}$  *sive*  $((a)) \sqcap \frac{16, 16a}{23, 23}$ , et ainsi:  $b$  auroit

eu  $\frac{15a}{23} + \frac{15}{23}, \wedge \frac{16a}{23} + \frac{15}{23} \wedge \frac{16, 16a}{23, 23}$ , et ainsi en progression geometrique perpetuelle

à l'infini. Donc  $b$  gagnant tousjours; la difference de son gain, et du tout deviendrait moindre qu'aucune grandeur assignable, c'est à dire il gagneroit tout dans un temps

infini. Or la somme de  $1. \frac{16}{23} \cdot \frac{16^2}{23^2}$  etc. est *geometricae seriei*  $\frac{1}{1-y} \sqcap 1+y+y^2+y^3$  etc.

*Ergo*  $1. \frac{16^1}{23^1} \cdot \frac{16^2}{23^2}$  etc.  $\sqcap \frac{1}{1-\frac{16}{23}} \sqcap \frac{23}{7}$ . Jam  $\frac{23}{7} \wedge \frac{15a}{23} \sqcap \frac{15a}{7} \sqcap 2a + \frac{a}{7}$ . Donc  $b$  gagneroit

plus qu'il n'y a à gagner, ce qui est absurde, donc le principe l'est aussi. Ou il faut qu'il aye une erreur dans le calcul. Ce que je trouve aussi.

7. Janvier 1676.

### Partie III<sup>me</sup>

10

Ce qui est aussi car  $b$  a premièrement preferablement non pas  $\frac{15a}{23}$ , mais  $\frac{7a}{23}$ . Il reste  $\frac{16a}{23} \sqcap (a)$ . De  $(a)$  il gagne de même  $\frac{7(a)}{23} \sqcap \frac{7, 16a}{23, 23}$ , et il reste  $\frac{16(a)}{23} \sqcap \frac{16, 16a}{23, 23} \sqcap ((a))$ .

Au troisième coup,  $b$  gagne,  $\frac{7((a))}{23} \sqcap \frac{7, 16, 16a}{23, 23, 23}$ , et il reste  $\frac{16((a))}{23} \sqcap \frac{16, 16, 16a}{23, 23, 23}$ , etc.

9 *Am unteren Seitenrand:* Voyez Partie III<sup>me</sup> 7. Janvier 1676

15

1  $\frac{15(a)}{23} \mid a \text{ streicht Hrsg.} \mid L$  2  $\frac{16, 16a}{23, 23} \mid a \text{ streicht Hrsg.} \mid L$  3 eu *erg.*  $L$  4 donc (1)  $\mid$  la  
*nicht gestr.*  $\mid$  differ (2)  $b$  gagnant  $L$  5 dans (1) toute l'éternité (2) un temps  $L$  7  $\frac{23}{7} \wedge \frac{15a}{23} \sqcap (1)$   
 $\frac{15}{7} \sqcap 2\frac{1}{7}$  (2)  $\frac{15a}{7} \sqcap 2a + \frac{a}{7} L$  14 gagne, (1) non pas (2)  $\frac{7((a))}{23} L$



Ainsi les gains continuels estant la progression geometrique 1.  $\frac{16}{23} \cdot \frac{16,16}{23,23} \cdot \frac{16^3}{23^3}$  etc.  $\cap \frac{23}{7}$

multipliée par  $\frac{7a}{23}$ , c'est à dire  $a$ . Ainsi  $b$  gagnant tousjours à l'infini gagnera  $a$  tout entier.

Cette methode sert à trouver une infinité de fractions de tout autre egales à des fractions en progression geometrique. Car on peut faire croistre continuellement le nombre des jeux il faut jouer. Cependant tout cecy ne me donne pas encor une marque dont je puisse juger de la bonté de ma supposition; et de la methode dont je me sers de calculer.

Et il faut rêver s'il n'y a point d'autre methode qui nous mene à la même connoissance. C'est pourquoy commençons des cas le[s] plus simples:  $a$  argent mis au jeu. Joueurs,  $b$  et  $c$ . Celuy gagnera  $a$  qui aura fait le premier deux coups. Supposons que  $b$  gagne un coup, et supposons qu'il gagne par là  $l$ . C'est à dire, qu'il luy faut payer  $l$ , pour luy payer son droit acquis. Preferablement, le reste demeurant au jeu, sera  $a - l$ , dont il luy appartiendra la moitié, sçavoir  $\frac{a-l}{2}$ . Or  $\frac{a-l}{2} + l \cap \frac{a+l}{2}$ , donc son droit sur toute la masse sera  $\frac{a+l}{2}$ . Si son adversaire gagne le second coup, il est manifeste, qu'il acquerira tout autant de droit sur toute la masse, car il n'importe pas le quel des deux a fait le premier 1 coup, par ce qu'il importera seulement de sçavoir le quel de deux aura le premier deux coups; dont le droit de  $c$  sera aussi  $\frac{a+l}{2}$ . Or  $\frac{a+l}{2} + \frac{a+l}{2} \cap a$ , car leurs droits joints ensemble font le droit tout entier dont  $l \cap \frac{a}{4}$ .

3 sert a (1) prouver (2) trouver  $L = 10$  coup. (1) il est manifeste s'il gagne encor 1. coup, (2) et supposons  $L = 10$  par la (1) (1) (2)  $l = L = 11$  acquis. (1) il s'agit de sçavoir la valeur de  $l$ . il ( $a$ ) luy ( $b$ ) est manifeste qv'il luy faut un coup, encor pour avoir (2) Si  $c$  gagne le deuxième coup, il gagne le même droit qv'avoit  $b$ . (3) preferablement  $L = 17$  droits (1) sont egaux; dont  $l \cap \frac{a}{4}$  (2) joints  $L$

---

11 demeurant: Diese Definition von  $l$  oder *lucrum* weicht von der ursprünglichen in S. 238 Z. 18 f. ab. Während  $l$  dort den Gewinnanteil meint, den der Verlierer einer Runde theoretisch an deren Gewinner zu entrichten hätte, steht es hier für den Anteil, welchen der Rundensieger entnehmen könnte, so dass beide Spieler gleiche Anteile zu dem im Spiel verbleibenden Einsatz beisteuern (vgl. S. 252 Z. 1 f.). Dieses *lucrum* ist doppelt so groß wie jenes.

Donc nous avons une solution parfaite du premier cas, lors qu'on joue à deux coups. Selon l'autre methode ayant gagné 1 coup, il vous n'en faut qu'un, et il en faut 2 à vostre adversaire, donc vostre avantage est double; de même il est encor double par une autre raison, parce que vous avez deux manieres, et luy n'en a qu'une. Donc vostre avantage est quadruple du sien, dont il appartient à vous, Monsieur *b*, la  $\frac{4}{5}$  et à *c*  $\frac{1}{5}$ , au lieu qu'au 5

paravant nous avons prouvé, qu'il appartient à *b*, la somme  $\frac{a+l}{2} \sqcap \frac{a+\frac{a}{4}}{2} \sqcap \frac{5}{8}[a]$ . Or la methode posterieure est demonstrative et convaincante, et ne laisse point de doute; venons au jeu à 3 coups. *b* gagne 1 coup, son droit acquis  $\frac{a+l}{2}$ . Si *c* gagne autant son droit acquis est égal sçavoir  $\frac{a+l}{2}$ , donc  $l \sqcap \frac{a}{4}$ . Si *b* gagne 2 coups il aura gagné  $l+(l) \sqcap L$ , et il aura encor  $\frac{a-L}{2}$ . Or  $\frac{a-L}{2} + L \sqcap \frac{a+L}{2}$ . Si son adversaire gagne aussi deux coups, 10

---

3 *Am Rande:*  $\begin{array}{c|c} b & c \\ \hline b & c \end{array}$

7 *Am Rande: imo error ut statim sequitur*

1 lors qv'on (1) gagne (2) joue *L*      2 gagné (1) 2 coups (2) 1. | coups ändert Hrsg. |, il *L*  
 5 vous, (1) *b*; (2) Monsieur *b*, ... à (a) luy (b) *c* *L*      9 il (1) restera  $\frac{a-L}{2}$ . ou a (2) aura *L*

---

254,17  $l \sqcap \frac{a}{4}$ : Aus  $\frac{a+l}{2} + \frac{a+l}{2} = a$  ergibt sich richtig gerechnet  $l = 0$ , was kein sinnvolles Ergebnis ist. Es kommt dadurch zustande, dass nach der zweiten Runde der Zugewinn des einen Spielers dem anderen nicht abgezogen wird, so dass beiden Spielern, obwohl der Gesamtgewinn *a* konstant ist, ein Gewinn gegenüber dem Stand bei Spielbeginn zugesprochen wird. Dieser in Z. 9 und in S. 256 Z. 1 erneut begangene Fehler belastet die weiteren Überlegungen des Stückes. Korrigiert man ihn, so erhält man die Gleichung  $\frac{a}{2} + \frac{a}{2} = a$ , aus der sich keine Aussage über die Größe *l* ableiten lässt. Tatsächlich hängt *l* von der vorgeschlagenen Teilungsregel ab und lässt sich nicht umgekehrt dazu nutzen, eine solche zu finden. Sofern man *l* im zuerst definierten Sinn versteht (vgl. S. 238 Z. 18f.), beträgt im gewählten Beispiel sowohl bei einer Aufteilung gemäß der ersten Leibniz'schen Teilungsregel als auch bei Anwenden der Regel von Pascal und Fermat der Zugewinn durch jede gewonnene Runde tatsächlich  $l = \frac{a}{4}$ .

il aura aussi  $\frac{a+L}{2}$ . Or  $\frac{a+L}{2} + \frac{a+L}{2} \sqcap a$ . Donc  $L \sqcap \frac{a}{4}$ . Or  $L \sqcap l + (l)$ , et  $l \sqcap \frac{a}{4}$ . Donc  $L \sqcap \frac{a}{4} + (l)$ . Or  $L \sqcap \frac{a}{4}$ . Donc  $\frac{a}{4} + (l) \sqcap \frac{a}{4}$ . Donc  $(l) \sqcap 0$ , ce qui est absur. D'où il s'ensuit que ce droit acquis ou cet  $l$  est une chose impossible ou chimere, estant pris absolument, sans relation aux jeux qui restent à jouer. Cependant ce n'est pas repondre *in forma* à l'objection. Et il s'ensuit necessairement que  $b$  n'a pas plus acquis par 2 coups, que par un. Tout ce qu'on peut repondre à cela, c'est de nier que les droits de tous deux joints ensemble, fasse[nt] le droit sur toute la masse. Par ce que selon le droit du jeu, ils sont obligez de jouer 6 jeux. Et il faut concevoir comme si un troisième leur avoit mis cet argent à jouer. Cet argent ne sera pas à eux qu'en cas, qu'ils le gagnent, et s'ils sont interrompus il ne leur appartient que l'avantage qu'ils ont acquis par leurs jeux; et celui qui a mis l'argent reprendra le reste. Cependant il est vray aussi, que lorsque tous deux ont mis l'argent, en cas de rupture; leurs droits joints ensemble font le droit tout entier. Cependant on peut aussi former la question en sorte, qu'un troisième propose [un] prix, et leur commande de jouer autant de coups de suite, qu'il faut pour gagner; un accident les empechant de continuer, il est assuré qu'ils ont acquis quelque droit, et que l'équité veut qu'ils en tirent quelque avantage quoyque à la rigueur; le proposant puisse dire qu'il a demandé la condition tout entiere. Il peut pourtant aussi s'obliger de leur laisser en cas d'interruption l'avantage qu'on leur pourra attribuer. Estant proposants eux mêmes on les peut considerer neantmoins comme un troisième quant à cet égard, et raisonner tout de même.

3 acquis (1) absolument (2) ou (a) ce (b) cet L    14 jouer (1) 6 coups (2) autant L    16 rigueur;  
 (1) il puisse dire, qve (2) le proposant L

---

8 6 jeux: Unter diesen Voraussetzungen sind maximal fünf Runden zu spielen.

## 33. DE NUMERO JACTUUM IN TESSERIS

Januar 1676

**Überlieferung:** *L* Konzept: LH 35 III B 14 Bl. 1–2. 1 Bog. 2°. 4 S. — Auf Bl. 1 r<sup>o</sup> am oberen Rand Datum und Titel des Stückes. In der oberen Hälfte dieser Seite eine fragmentarische Notiz (s. u.), in der Seitenmitte vier Tabellen (= Teil 1 unseres Stückes). Auf dem Rest der Seite das Stück VII, 1 N. 89, um Notiz und Teil 1 herum gesetzt. Auf den drei anderen Seiten des Bogens Teil 2 und 3 unseres Stückes. — Gedr.: 1. BIERMANN, *Spezielle Untersuchungen*, 1956, S. 170 (tlw. = S. 261 Z. 2 – S. 262 Z. 7); 2. PARMENTIER, *L'estime des apparances*, 1995, S. 79 f. u. 88–101 (z. T. franz. Übers.); 3. (span. Übers.) LEIBNIZ, *Obras filosóficas y científicas*, Bd 7 B, 2015, S. 659 f. u. 662–667. Cc 2, Nr. 1281

5

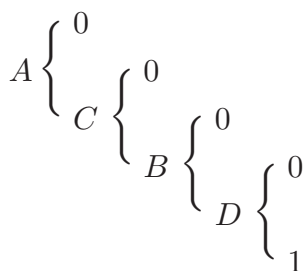
10

Januar. 1676.

De numero jactuum in tesseris.  
Proposuit mihi dux Roannesius

4f. *Fragmentarische Notiz inmitten des Textes:*

15



$$D \sqcap \frac{1}{2} \quad B \sqcap \frac{1}{4} \quad C \sqcap \frac{1}{8} \quad A \sqcap \frac{1}{16}$$

13f. De numero ... Roannesius *erg. L*    17  $D \sqcap \frac{1}{2}$   $B \sqcap \frac{1}{4}$  *gestr. L erg. Hrsg.*

14 Roannesius: Gemeint ist Artus Gouffier (1627–1696), Herzog von Roannais, ein Vertrauter Blaise Pascals. Zu einem weiteren Problem, das er Leibniz im Dezember 1675 stellte, vgl. IV, 4 N. 139.

15 Notiz: Leibniz schreibt das Stück auf einem Papierbogen nieder, auf dessen erster Seite er bereits einen Gedanken zu einem anderen Thema notiert hat. Es handelt sich bei dieser inhaltlich nicht zum Stück gehörenden Notiz um ein spieltheoretisches Zerlegungsschema, das dem in N. 32 S. 240 Z. 9 festgehaltenen gleicht. Eine Streichung des Schemas ist angedeutet.

## [Teil 1]

|    |      |      |      |      |      |      |   |
|----|------|------|------|------|------|------|---|
|    |      | 1    | 2    | 3    | 4    | 5    | 6 |
|    | 1, 1 | 1, 2 | 1, 3 | 1, 4 | 1, 5 | 1, 6 |   |
| 5  |      | 2, 2 | 2, 3 | 2, 4 | 2, 5 | 2, 6 |   |
|    |      |      | 3, 3 | 3, 4 | 3, 5 | 3, 6 |   |
|    |      |      |      | 4, 4 | 4, 5 | 4, 6 |   |
|    |      |      |      |      | 5, 5 | 5, 6 |   |
|    |      |      |      |      |      | 6, 6 |   |
|    |      | 1    | 2    | 3    | 4    | 5    | 6 |
| 10 |      | 2    | 4    | 6    | 8    | 11   | 6 |
|    |      | 22   |      |      |      | 17   |   |

## [Tab. 1]

1 *Teil 1*: Dieser Abschnitt behandelt offensichtlich das (allerdings erst auf S. 269 Z. 1–4 explizit formulierte) Würfelspielproblem, den gerechten, also an Gewinnchancen gleichen Einsatz zweier Spieler zu finden, wenn bei einem Wurf von einem, zwei, drei oder mehr Würfeln der eine Spieler darauf wettet, dass keine 6 fällt, der andere dagegen auf das Erscheinen mindestens einer 6 setzt. Es darf vermutet werden, dass es sich hierbei um das durch den Herzog von Roannais an Leibniz herangetragene Problem handelt. 12 *Tab. 1*: Leibniz befasst sich als erstes mit den möglichen Ausgängen eines Wurfes zweier nicht unterscheidbarer Würfel, in moderner Terminologie also mit Kombinationen mit Wiederholung. Die entsprechenden Ereignisse sind in diesem Falle jedoch ungleich wahrscheinlich, so dass sich das genannte Problem des „gerechten“ Einsatzes nicht lösen lässt, indem man die Anzahlen der verschiedenen Ausgänge bestimmt.

|       |                     |  |
|-------|---------------------|--|
| 1 dez | $a$ sans 6          | $b$ avec 6                               |
| 2 ... | $(a)$               | $(b)$                                    |
| 3 ... | $\overline{a, (a)}$ | $\overline{(a) \wedge b + (b) \wedge a}$ |
| 4 ... |                     |  |

[Tab. 2]

5

|     |             |                        |   |                                    |     |       |                    |                                       |
|-----|-------------|------------------------|---|------------------------------------|-----|-------|--------------------|---------------------------------------|
| 5   | Tab. 2: (1) | 1 dez                  | 5 sans 6                                      | 1 avec 6                           | (2) | 1 dez | 5 sans 6           | 1 avec 6                              |
|     |             | 2 ...                  | $\langle 6 \rangle$                           | $\langle 15 \rangle$               |     | 2 ... | $\overline{15}$    | $\overline{6}$                        |
|     |             | 3 ...                  | $15 \wedge 6,, + 6 \wedge 1$                  | $(a) 15, \wedge 5 (b) 15 \wedge 6$ |     | 3 ... | $\overline{5, 15}$ | $\overline{15 \wedge 1 + 6 \wedge 5}$ |
|     |             | 4 ...                  |   |                                    |     | 4 ... |                    |                                       |
| (3) | 1 dez       | 5a (sans 6)            | 1b avec 6                                     | ändert Hrsg.                       | L   |       |                    |                                       |
|     | 2 ...       | $\overline{15(a)}$     | $\overline{6(b)}$                             |                                    |     |       |                    |                                       |
|     | 3 ...       | $\overline{5a, 15(a)}$ | $\overline{15(a) \wedge 1b + 6(b) \wedge 5a}$ |                                    |     |       |                    |                                       |
|     | 4 ...       |                        |   |                                    |     |       |                    |                                       |

5 Tab. 2: Leibniz nennt in dieser Tabelle zunächst konkrete Zahlen, ersetzt diese dann aber durch Buchstaben:  $a$  steht für 5,  $b$  für 1,  $(a)$  für 15 und  $(b)$  für 6. Er löscht die ursprünglichen Zahlenangaben nicht; der Lesbarkeit halber werden sie im Haupttext jedoch nicht wiedergegeben. Eine ähnliche Notation benutzt er auch in N. 32. Die Verwendung dieser Schreibweise ist wohl durch die Hoffnung motiviert, die Erkenntnisse verallgemeinern zu können: auf andere geeignete Spielgeräte wie etwa einen Oktaeder (also  $a = 7$ ) oder auf andere Anzahlen an kritischen Ausgängen, z. B. auf die 1 und die 6 (also  $b = 2$ ). Auch in dieser Tabelle betrachtet Leibniz Kombinationen mit Wiederholung, allerdings findet er nicht den richtigen Ansatz zur Berechnung ihrer Zahl. Tatsächlich ist beim Wurf von drei identischen Würfeln die Zahl an Ausgängen, in welchen eine 6 enthalten ist, gleich  $(a) + (b)$ , die der Ausgänge ohne 6 ist gleich  $\frac{7}{3}(a)$ , was sich für  $n$  Würfel zu den rekursiven Definitionen  $a_n = \frac{n+4}{n} a_{n-1}$  und  $b_n = a_{n-1} + b_{n-1}$  verallgemeinern lässt. Modern formuliert, gibt es beim Wurf von  $n$  nicht unterscheidbaren Würfeln  $\binom{n+4}{5}$  verschiedene Ausgänge, die mindestens eine 6 enthalten, und  $\binom{n+4}{4}$  Ausgänge ohne 6.

5

|   | 0 | 1 | 2  | 3  | 4  | 5 |
|---|---|---|----|----|----|---|
| 1 | 1 | 1 | 1  | 1  | 1  | 1 |
| 2 | 1 | 2 | 3  | 4  | 5  | 6 |
| 3 | 1 | 3 | 6  | 10 | 15 |   |
| 4 | 1 | 4 | 10 | 20 |    |   |
| 5 | 1 | 5 | 15 |    |    |   |
| 6 | 1 | 6 |    |    |    |   |
| 7 | 1 |   |    |    |    |   |

[Tab. 3]

10

15

|     |  | 0      | 1        | A<br>2  | 3      | 4  | 5  | 6  |
|-----|--|--------|----------|---------|--------|----|----|----|
| 0   |  | 1      |          |         |        |    |    |    |
| 1   |  | 1      | 1        |         |        |    |    |    |
| 2   |  | 1      | 2        | 1       |        |    |    |    |
| 3   |  | 1      | 3        | 3       | 1      |    |    |    |
| B 4 |  | 1      | 4        | C 6     | 4      | 1  |    |    |
|     |  | 1      | 5        | 10      | 10     | 5  | 1  |    |
|     |  | 1      | 6        | 15      | 20     | 15 | 6  | 1  |
|     |  | Unitez | Naturels | ∇laires | Pyram. | ∇∇ | ∇P | PP |

[Tab. 4]

9 Tab. 3: Leibniz will einer Lösung des Problems mit Hilfe des Arithmetischen Dreiecks näherkommen, wozu er dieses in zwei verschiedenen Gestalten notiert. Die in Tab. 3 gewählte Form findet sich auch in N. 23<sub>1</sub> S. 137; sie entspricht jener in Bl. PASCAL, *Traité du triangle arithmetique*, 1665 [Marg.], Ausklapptafel vor S. 1 (PO III, S. 446). 19 Tab. 4: In Teil 2 arbeitet Leibniz mit dem Arithmetischen Dreieck in der hier gezeigten Form (vgl. S. 265 f.). — Ausgehend von Tab. 3 u. 4 setzt Leibniz auf derselben Seite zu einem zahlentheoretischen Exkurs an (VII, 1 N. 89), in welchem er eine Vermutung formuliert, die dem Kleinen Satz von Fermat recht nahe kommt. Die beiden Tabellen gehören somit gleichermaßen zu VII, 1 N. 89 (wo sie auf S. 583 abgedruckt sind) und zum vorliegenden Stück.

## [Teil 2]

1 Dez. 6 faces. a. b. c. d. e. f.

Faces de deux dez,

|    |    |    |    |    |    |
|----|----|----|----|----|----|
| aa | ba | ca | da | ea | fa |
| ab | bb | cb | db | eb | fb |
| ac | bc | cc | dc | ec | fc |
| ad | bd | cd | dd | ed | fd |
| ae | be | ce | de | ee | fe |
| af | bf | cf | df | ef | ff |

5

Il faut ajouter au nombre Triangulaire ou des Com2naisons la somme des choses, et nous aurons le nombre des faces de deux dez.

10

2 f. a. b. c. d. e. f (1) Com2naisons de deux dez, 36. faces

|    |    |    |    |    |    |
|----|----|----|----|----|----|
| aa | ab | ac | ad | ae | af |
| bb | bc | bd | be | bf |    |
| cc |    |    |    |    |    |
| dd |    |    |    |    |    |
| ee |    |    |    |    |    |
| ff |    |    |    |    |    |

(2) Faces L

10 le | nombres ändert Hrsg. | des (1) formes (2) faces L

2 faces: Auch in Teil 2 untersucht Leibniz zunächst das Hilfsproblem, wieviele verschiedene Ausgänge es beim Wurf von mehreren identischen Würfeln gibt. Einen solchen Ausgang bezeichnet er auf französisch als *faces*, auf lateinisch als *facies*. 9 Com2naisons: Zu den Begriffen *com2naison* und *con3naison* vgl. N. 2 S. 11 Z. 21 – S. 12 Z. 2. Siehe auch das Beispiel in VII, 1 N. 89 S. 583 Z. 8 f. sowie die Definitionen, die Leibniz in seinem Handexemplar von Bl. PASCAL, *Traité du triangle arithmétique*, 1665 [Marg.], auf der Ausklapptafel vor S. 1 (PO III, S. 446) notiert (N. 31 S. 15 Z. 11–13). 10 deux dez: Mit Hilfe von Binomialkoeffizienten lässt sich diese korrekte Lösung des Hilfsproblems bei zwei Würfeln als  $K_6^2 = 1 \binom{6}{1} + 1 \binom{6}{2}$  darstellen.



Pour les Faces de 3 dez, il faut chercher premierement toutes les varietez sans repetition qui sont le nombre pyramidal de 6. Il faut ajouter toutes les com2naisons doublees, par ce qu'on peut faire des faces de trois dez des com2naisons de choses, en supposans ou l'une ou l'autre des choses double.

5 Pour les faces de 4 dez. On prendra le nombre Triangulo-Triangulaire et on luy ajoutera une fois les choses, deux fois les combinaisons, trois fois les con3naisons.

Et ainsi de suite.

10 Mais lors que nous ne contons pas seulement les conjunctures, et lors que nous voulons distinguer les cas non seulement par les nombres *a. b. c. d. e. f.*, mais encor par les choses, c'est autre chose, et nous nous pouvons par exemple marquer ceux d'un des dez par *A. B. C. D. E. F.*, ceux de l'autre par *a. b. c. d. e. f.*, ainsi nous aurons:

1 Pour les (1) Con3naisons, (2) Faces *L* 3 par ce qv' (1) il faut (2) on peut (a) faire des combi (b) faire ... dez, des (aa) combinaisons (bb) com2naisons | de choses *erg.* |, en *L* 6 fois les (1) nombres; deux (2) choses, *L* 8 seulement (1) les diversitez (2) les conjunctures *L*

---

1 f. varietez sans repetition: Hiermit ist die Zahl der Kombinationen ohne Wiederholung gemeint (nicht etwa die der Variationen im modernen Sinne), und diejenige für drei Würfel lässt sich aus Tab. 4 als Pyramidenzahl der 6. Zeile ablesen. 3 trois dez: Die korrekte Lösung lautet in moderner Darstellung  $K_6^3 = 1\binom{6}{1} + 2\binom{6}{2} + 1\binom{6}{3}$ ; Leibniz übersieht hier den ersten Summanden, der für „la somme des choses“, die Anzahl der Würfel also, steht. 5 4 dez: Die richtige Lösung kann man modern mit  $K_6^4 = 1\binom{6}{1} + 3\binom{6}{2} + 3\binom{6}{3} + 1\binom{6}{4}$  wiedergeben; Leibniz' Lösung dagegen berücksichtigt die Zahl der *combinaisons*  $\binom{6}{2}$  nur zweimal. 7 ainsi de suite: Die korrekte Verallgemeinerung für *n* Würfel lautet  $K_6^n = \sum_{k=1}^{\min(6,n)} \binom{n-1}{k-1} \binom{6}{k} = \binom{n+5}{5}$ . Aufgrund des vorausgehenden Irrtums lässt sich diese aus Leibniz' Ansatz nicht ableiten. 10 choses: Leibniz betrachtet nun also unterscheidbare Würfel. Die Ausgänge ihrer Würfe sind, modern gesprochen, Variationen mit Wiederholung. Den entsprechenden Ereignissen können gleiche Wahrscheinlichkeiten zugeordnet werden, so dass sich das Ausgangsproblem auf dieser Grundlage lösen lässt. Im weiteren Verlauf des Stückes steht allerdings das allgemeinere Problem im Vordergrund, in wievielen Ausgängen eines Wurfes mit mehreren Würfeln eine zuvor festgelegte Zahl an Sechsen fällt.

*Aa Ba etc.*

*Ab Bb*

*Ac Bc*

*Ad Bd*

*Ae Be*

*Af Bf etc.*

5

Ainsi les cas ou faces selon ce sens, seront les nombres de la progression senaire. Les faces de deux dez seront 36, de 3 dez 216, etc.; de même les faces de deux pentaedres seront 5, 25, 125, 625, etc., nombre de faces sans  $f$ . Leur difference sera le nombre des faces de deux cubes ou hexaedres où il y a le nombre  $f$ , la difference entre les quarrez, de 6 et de 5. Et s'il y a trois hexaedres la difference entre les cubes de 6 et de 5 donnera le nombre des faces avec  $f$ . Ainsi de suite. Et ces differences seront tousjours terminées par 1, parce que les termes [se terminent] tousjours par 6 et 5. 10

Il s'agit apresent de sçavoir les doublets; c'est à dire les faces où il y a  $f$  plus d'une fois. Et il est manifeste, qu'il n'y a qu'un seul cas dans deux hexaedres, où  $f$  soit double. Mais dans trois hexaedres, voyons combien de fois  $f$  est double; car il n'y peut estre qu'une fois triple. Pour double voyons. Il est une fois double dans deux hexaedres, ajoutons y le nombre des faces sans  $f$ , du 3<sup>me</sup>, qui est 5; en voila 5; il est  $\overline{6^2 - 5^2 - 1}$  fois simple dans 2 hexaedres, ce la ne se peut prendre qu'une fois, en ajoutant le 3<sup>me</sup>; et en l'y combinant avec un seul  $f$ . Avant que de passer outre, il sera bon d'exprimer cecy par ordre: 15 20

8 f. les faces de (1) 5 dez (2) deux pentaedres ... 625, etc (a) les differences font (b) nombre ... sans (aa) f. (bb) | 6. *ändert Hrsg.* | leur  $L$  10 hexaedres (1) qvi est sans une des choses par exemple sans f. (2) ou il y a | le nombre *erg.* | f.  $L$  12 faces | sans *ändert Hrsg.* | f.  $L$  14 sçavoir (1) combien il y a des (2) les doublets  $L$  18 ajoutons y (1) le tro (2) les (3) le nombre des faces (a) du troisieme (b) sans f  $L$

|    |                  | 0<br>*                       |   | 1<br>*              | 2  | 3  | [4]  | [5]   |
|----|------------------|------------------------------|---|---------------------|--|--|--|---|
|    | 1 Hexa-<br>edres | $\overline{6 \text{ faces}}$ | $\overline{5 \text{ faces}}$<br>$\overline{\text{sans } f}$ | 1 faces<br>avec $f$ | $\overline{1 \text{ faces à}}$<br>$\overline{1 \text{ fois } f}$ | *  |  |   |
| 5  | 2 ·····          | 36 ····                      | 25 ····   | 11 ····             | 10 ····  | $\overline{1 \text{ faces à}}$<br>$\overline{2 \text{ fois } f}$ |  |   |
|    | 3 ·····          | 216 ···                      | 125 ···   | 91 ····             | $\overbrace{10^5 + 25^1}^{75}$                                   | $\overbrace{10^1 + 1^5}^{15}$                                    | $\overline{1 \text{ faces à}}$<br>$\overline{3 \text{ fois } f}$ |   |
| 10 | 4 ·····          | 1296 ··                      | 625 ···   | 671 ···             | $\overbrace{75^5 + 125^1}^{500}$                                 | $\overbrace{75^1 + 5^15}^{150}$                                  | $\overbrace{15^1 + 1^5}^{20}$                                    | $\overline{1 \text{ faces à}}$<br>$\overline{4 \text{ fois } f}$                                  |
|    | 5 ·····          | 7776 ··                      | 3125 ··   | 4651 ··             | $\overbrace{500^5 + 625^1}^{3125}$                               | $\overbrace{500 + 150^5}^{1250}$                                 | $\overbrace{150 + 20^5}^{250}$                                   | $\overbrace{5^1 + 20^1}^{25}$<br>$\overline{1 \text{ faces à}}$<br>$\overline{5 \text{ fois } f}$ |
| 15 | 6 ·····          | 46656 ·                      | 15625 ·   | 31031 ·             | $\overbrace{3125^5 + 3125^1}^{18750}$                            | $\overbrace{3125^1 + 1250^5}^{9375}$                             | $\overbrace{1250^1 + 250^5}^{2500}$                              | 375      30 $\overline{1 \text{ fac. à}}$<br>$\overline{6 \text{ fois } f}$                       |
|    |                  | etc.                         |   | etc.                |  |  |  |   |

[Tab. 5]

---

19 *Hilfsrechnungen zu Tab. 5:*

$$\begin{array}{r}
 625 \\
 2500 \\
 \hline
 3125
 \end{array}
 \qquad
 \begin{array}{r}
 150 \\
 5 \\
 \hline
 750 \\
 500 \\
 \hline
 1250
 \end{array}$$

19 *Nebenrechnung über Tab. 5:* | 300    325     $\overbrace{3250}^{12}$     8125 *gestr.* |  $L$

$$\begin{array}{r}
 3250 \\
 4444 \\
 \hline
 25
 \end{array}$$

Ex his manifesta est Tabulae continuatio. Nimirum `columnas` vocabimus, series perpendiculares, numeratas numero duplicationum. `Series` autem horizontales notatae numero hexaedrorum. Constructio haec est. Quilibet terminus componetur ex quintuplo seriei praecedentis columnae suae, et simplo seriei pariter et columnae praecedentis, ut ita stet semper:

$$\begin{array}{cccc} A & B & C & D \\ E & F & G & \end{array} \quad \text{et} \quad \begin{array}{l} E \sqcap 1A + 5B \\ F \sqcap 1B + 5C \\ G \sqcap 1C + 5D \end{array}$$

|   |          |               |           |        |       |
|---|----------|---------------|-----------|--------|-------|
|   | 0        | 1             | 2         | 3      | 4     |
| 1 | $\alpha$ | $\varepsilon$ |           |        |       |
| 2 | $\beta$  | $\zeta$       | $\iota$   |        |       |
| 3 | $\gamma$ | $\eta$        | $\kappa$  | $\xi$  |       |
| 4 | $\delta$ | $\theta$      | $\lambda$ | $\mu$  | $\pi$ |
|   |          |               |           | $\rho$ |       |

$$[Tab.] \odot$$

3 terminus (1) fiet ex sum (2) componetur  $L$       13 *Unter Tab. ⊙*:

|Scribatur hoc modo *nicht gestr.*|

$$\left| \begin{array}{ccccc} & & & & \\ & & & & \\ & & & & \\ \alpha & 1 & & & \\ \beta & Z & 1 & & \\ \gamma & H & \kappa & 1 & \\ \delta & \theta & \lambda & \mu & 1 \end{array} \right|$$

15 Scribatur: Dieser erste Versuch, die Verteilung der Ausgänge mit Hilfe des Arithmetischen Dreiecks wiederzugeben (vgl. auch Tab. 8), lässt sich durch geringfügige Änderungen retten:

$$\begin{array}{ccccccc} 5^1 & \curvearrowright & 1 & & & & \\ 5^2 & \curvearrowright & 1 & 1 & & & \\ 5^3 & \curvearrowright & 1 & 2 & 1 & & \\ & & 1 & 3 & 3 & 1 & \end{array}$$

|    |                          |  |  |
|----|--------------------------|--|--|
| 5  | $\alpha \sqcap 5$        | $\varepsilon \sqcap 1$   |  |
|    | $\beta \sqcap \alpha^2$  | $\zeta \sqcap 1\alpha + 5\varepsilon \sqcap 2, 5$  | $\iota \sqcap 1$   |
|    | $\gamma \sqcap \alpha^3$ | $\eta \sqcap \overline{1\beta + 5\zeta (\sqcap 5\alpha + 5^2\varepsilon)} \sqcap 3, 5^2$     | $\kappa \sqcap \zeta (\sqcap 2, 5) + 5\iota (\sqcap 5) \sqcap 3, 5$            |
|    | $\delta \sqcap \alpha^4$ | $\theta \sqcap \overline{1\gamma + 5\eta (\sqcap 5^2\alpha + 5^3\varepsilon)} \sqcap 4, 5^3$ | $\lambda \sqcap 1\eta (\sqcap 3, 5^2) + 5\kappa (\sqcap 3, 5^2) \sqcap 6, 5^2$ |
|    | etc.                     | etc.   | etc.   |
| 10 | $\iota \sqcap 1$         | $\xi \sqcap 1$   |  |
|    | $\kappa \sqcap 3, 5$     | $\mu \sqcap 1\kappa (\sqcap 3, 5) + 5\xi (\sqcap 5) \sqcap 4, 5$                             |  |
|    | $\lambda \sqcap 6, 5^2$  | $\rho \sqcap 1\lambda (\sqcap 6, 5^2) + 5\mu (\sqcap 4, 5^2) \sqcap 10, 5^2$                 | $\pi \sqcap 1$   |
|    |                          |  |  |

[Tab.]  $\mathfrak{D}$

Ex hac jam tabulae repraesentatione Analytica, inventa est ratio inveniendi quemlibet Tabulae terminum sine Tabula. Nimirum quilibet Tabulae numerus est multiplus potestatis Numeri numero Hedrarum Polyhedri unitate Minoris, hoc loco quinarum  $\sqcap y$ , affectus sub numero combinatorio. Quod ut clarius pateat tabulam  $\odot$  explicatam ope

15 Tabulae  $\mathfrak{D}$ , sic repraesentabimus:

|    |   |          |          |          |            |
|----|---|----------|----------|----------|------------|
|    |   | 0        | 1        | 2        |            |
| 20 | 1 | $1, y^1$ | 1        |          |            |
|    | 2 | $1, y^2$ | $2, y^1$ | 1        |            |
|    | 3 | $1, y^3$ | $3, y^2$ | $3, y^1$ | 1          |
|    | 4 | $1, y^4$ | $4, y^3$ | $6, y^2$ | $4, y^1$ 1 |

[Tab. 8]

21 Am Rande eine punktuelle Probe der Tabelle:  $\begin{array}{r} 25 \\ 25 \quad 6 \\ \hline 150 \end{array}$

10 Über Tab.  $\mathfrak{D}$ :  $|\alpha \sqcap 5 \quad \beta \sqcap (1) 5\alpha (2) \alpha^2 \quad \gamma \sqcap 5\beta \sqcap \alpha^3 \text{ etc. } \varepsilon \sqcap 1 \quad \zeta \sqcap \alpha + 5\varepsilon \text{ gestr. } | L$   
 12 numerus (1) est potestas (2) est multiplus  $L$  14 clarius (1) patet (2) pateat  $L$   
 17  $1, y^1 \quad 1, | y^0 \text{ gestr. } | L$

Hinc multa duci poterunt theoremata singularia. Lineas perpendiculares appellabo *C o l u m n a s*, et transversales appellabo *S e r i e s*: Exponentes potestatum in columnis crescunt progressionem arithmetica naturali: in seriebus decrescunt etiam progressionem arithmetica naturali. Afficientes potestatum in columnis sunt Unitates, Numeri Naturales, Numeri Triangulares, Numeri Pyramidales, Numeri Triangulo-Triangulares, verbo 5 Numeri figurati. Afficientes potestatum in seriebus sunt characteristici Potestatum Bino-  
micarum. Nempe sit radix  $a + b$ , cujus characteristici 1.1, quad.  $1a^2 + 2ab + 1b^2$ , cubus:  $1a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + 1b^3$ , et ita porro.

Problema palmarium huc redit: Dato numero Tesseractum, eundem numerum laterum habentium, iisdemque characteribus similiter inscriptarum, invenire numerum facierum, 10 tum simpliciter, tum earum, in qua datus character reperiatur, aut non reperiatur, aut datis vicibus reperiatur. *F a c i e s* autem voco diversitates jactuum, tum a characteribus in supereminencia superficie apparentibus ortas, tum etiam ortas ab ipsis diversis Tesserais, quod ad sensum appareret, si iidem characteres diversis tesserais colore discernerentur vel 15 magnitudine, ut si sit Tessera sola cubus characteres unius Tesserae, *A. B. C. D. E. F.*, alterius *a. b. c. d. e. f.*, patet duabus tesserais ejusmodi jactis, differre *Ab* et *aB*. Et ita ut eodem exemplo insistamus, si sint 5 tesserae cubicae, quibus sex characteres *a. b. c. d. e. f.* diversis coloribus inscripti, quaeritur quot sint facies sive jactus diversi, in quibus una aliqua harum rerum exempli gratia, *a* reperiatur vicibus 4. Vel positis quatuor tesserais, 20 quot sint jactus in quibus eadem res, ut *a* vicibus duabus. Sumatur numerus laterum polyhedri 6, sumatur et numerus tesseractum 4, et numerus duplicationum. A numero Tesseractum subtrahatur numerus duplicationum,  $4 - 2 \sqcap 2$ . Residuo addatur unitas, fiet 3. Jam ponantur tot numeri unitate sola differentes quorum minimus 3, quot sunt

1 theoremata (1) admir (2) singularia. Lineas (a) trans (b) horizontales (c) perpendiculares *L*  
2 *S e r i e s*: (1) Afficientes (2) Exponentes *L* 3 naturali *erg. L* 3f. progressionem (1) eadem (2) arithmetica naturali (a) Exponente (b) Afficientes *L* 4 sunt (1) Numeri, (2) | Numeri *gestr.* | Unitates *L*  
6 sunt (1) Numeri (2) characteristici *L* 9f. redit: (1) Datis lateribus (2) Dato numero laterum polyhedri, (3) dato numero Polyhedrorum | similiter signatorum *erg.* | aequalem datumque numerum hedrarum habentium, (a) et similiter (b) et similiter sig (4) Dato numero Tesseractum, (a) et (aa) laterum (bb) lat (cc) latera numeri dati ejusdem, eademque similiter signata habentium, (b) eundem ... habentium, (aa) similiterque inscriptarum, aeqv (bb) similiterque inscriptarum in (cc) iisdemque characteribus (aaa) inscriptarum (bbb) similiter *L* 13 diversis (1) polyhedris ut (2) Tesserais *L*  
14f. vel magnitudine *erg. L* 15 sola *erg. L* 16 a. b. c. d. e. f. (1) supponendo majusculos albo, alteros nigro colore scriptos, (2) patet *L* 17 sint (1) duae (2) 5 *L* 19 vicibus 4. (1) Problema ita solvetur (2) vel *L* 21f. duplicationum. (1) 2 (2) A numero ... duplicationum | vicinali *erg. L*, *streicht Hrsg.* |,  $4 - 2 \sqcap 2$ . *L*

unitates in numero duplicationum, hoc loco, 2, nempe 3. 4. Hi numeri ducantur in se invicem. Factus ex ipsis dividatur per factum ex totidem numeris unitate differentibus quorum minimus unitas, multiplicetur 1. 2, nempe 2,  $\frac{12}{2} \sqcap 6$ . Quotiens 6 multiplicatus per potestatem numeri numero laterum unitate minoris, hoc loco 5, cujus exponens differentia numeri tesserarum et viciu  $2_{[,]}$  seu  $5^2$ , seu  $6, 5^2 \sqcap 150$ .

## [Teil 3]

## Problema

Dato numero Laterum, 6  
 (Tessera enim si[t] Cubica, Hexaedros)  
 10 Tesserarum ut 4 (6)  
 ut si 4 (vel 6) tesseris simul jaciendum sit,  
 et Repetitionum, 2 (4)  
 ut si quaerantur jactus, in quibus eadem punctorum configuratio,  
 ut  $\clubsuit$  (nam omnium par ratio) bis (vel quater) reperiatur  
 15 invenire numerum facierum, id est invenire numerum jactuum a se invicem  
 differentium, in quibus dato Viciu numero repetitur configuratio proposita. Diversitas  
 autem jactuum oritur tum ab ipsis punctis jactis, ut si duabus tesseris jaciamus nunc IV  
 et 5, nunc IV et 3, tum a tesseris quibus fit jactus, ut jactus IV et 5 differet a jactu V, 4,  
 si quod majusculis characteribus exhibetur, unius tesserae, quod minusculis alterius esse  
 20 intelligatur: quod appareret, si tesserae plures coloribus, vel aliis notis discernerentur.  
 Nec vero tantum eorum quae jaciuntur, sed et tesserarum quibus fit jactus ratio habenda

3 unitas (1). Quotiens multiplicetur per (2), multiplicetur  $L$  7f. | Distinctius *erg. u. wieder gestr.* | Problema (1): Dato numero Tesserarum ut 4. (6) eundem ac datum laterum numerum  $\dots 6$ . habentium | et ubique ac similiter inscriptarum *erg.* |, invenire Numerum facierum, in quibus aliquid character | inscriptus *erg.* | vel punctorum configuratio, ut  $\clubsuit$  aliave (nam omnium eadem ratio) dato viciu numero, v. g. vicibus  $\dots 2$ . (4) reperiatur. brevius: (2) Dato  $L$  11 sit, (1) invenire (2) et Repetitionum  $L$  14 ut (1)  $\clubsuit$  (vel  $\clubsuit$ ) bis (vel quater) reperiatur (2)  $\clubsuit$  (nam  $L$  15f. invicem (1) sive apparentia eorum quae jaciuntur, sive ipsis tesseris jactis, (2) differentium  $L$  17f. nunc (1) 4. et 5. (2) IV. et 5. (a) vel (b) nunc  $\dots$  ut (aa) IV a 5. (bb) jactus (aaa) 4 (bbb) IV. et 5.  $L$  20 quod | apparebet *ändert Hrsg.* |, si  $L$

est. Quia problema nostrum servire debet ad solutionem alterius problematis quod ita conceptum est: Si convenerit inter duos ut quoties 5 quatuor Tesseris jecerit certum capiat  $\langle$ numer $\rangle$ um denariorum, contra, quoties 5 abfuerit, certum solvat, quaeritur quid debeat esse porportio inter capiendum et solvendum, ut aequalitas servetur. Non est hic sermo.

## Solutio

5

A Numero Tesseractum  $T$ ,  $\cap$  4 (vel 6) subtrahatur numerus Repetitionum  $R$   $\cap$  2 (vel 4), supererit  $T - R$   $\cap$  4 - 2  $\cap$  2 (vel 6 - 4  $\cap$  2). Huic residuo  $T - R$ , addatur unitas, fiet  $T - R + 1$   $\cap$  3 (vel 3).

Scribantur totidem Numeri continue sola unitate crescentes, quorum minimus  $T - R + 1$ , sive 3 (vel 3) nempe  $T - R + 1$ ,  $T - R + 2$ ,  $T - R + 3$  etc. quot sunt unitates in numero repetitionum  $R$ , sive in 2 (4) nempe 3. 4. (vel 3. 4. 5. 6.). 10

Hi numeri continue crescentes unitate ducantur in se invicem: Productum 12 (360) dividatur per factum, ex totidem numeris sola unitate differentibus, seu sumtis deinceps

ab unitate, 1 in 2  $\cap$  2 (1 in 2 in 3 in 4  $\cap$  24) fiet  $\frac{12}{2} \cap 6$   $\left( \begin{array}{c} 12 \\ 360 \\ 244 \\ 2 \end{array} \right) \div 15$ .

Quotiens ducatur in numerum laterum tesserae, unitate minutum, hoc loco 5, toties in se ductum, quot in  $T - R$ , differentia Numeri Tesseractum et Repetitionum 2 (2) sunt unitates id est in  $5^2$  ( $5^2$ )  $\cap$  25 (vel 25) fiet  $6 \wedge 25 \cap 150$  ( $15 \wedge 25 \cap 375$ ). 15

2 quoties 5 (1) tribus (2) qvatuor  $L$  6 f. Repetitionum (1) 2 (2)  $R$   $\cap$  2, (a) (4) fiet (b) (vel 4) supererit  $L$  8 f.  $\cap$  3 (| vel *erg.* | 3). (1) Ducantur in (2) Scribantur  $L$  10  $T - R + 1$ , (1) qvot (2) sive 3 vel (3)  $L$  12 f. invicem: (1), fiet:  $\langle 6 \rangle$  (2) Productum ... per (a) totidem (b) factum,  $L$  13 seu sumtis *erg.*  $L$  15 ducatur (1) in numerum laterum te(r) (2) in (a)  $\langle$ Qvadratum $\rangle$  (b) | qvi est *nicht gestr.* | numerus (c) numerum  $L$

1 alterius problematis: Bei diesem handelt es sich vermutlich um das im Titel erwähnte Problem des Herzogs von Roannais. Die Lösung für den hier genannten Fall mit vier Würfeln lässt sich Tab. 5 auf S. 264 entnehmen. 6 (vel 6): Die eingeklammerten Zahlenangaben und Berechnungen in der *Solutio* fügt Leibniz nachträglich hinzu, um so ein zweites konkretes Beispiel für die Lösung des Problems zu geben. 17 Diese korrekte, bereits auf S. 267 f. beschriebene Lösung lässt sich modern wie folgt ausdrücken: Beim Wurf von  $T$  unterscheidbaren Würfeln ist die Zahl der Ausgänge, die genau  $R$  mal eine zuvor festgelegte Augenzahl zeigen, gleich  $\binom{T}{R} 5^{T-R}$ .



[*Französische Zusammenfassung*]

Le nombre des dez (6), et des repetitions (4) estant donnés trouver le nombre des doublets (375), suivant la repetition donnée (4) sans se servir d'aucune table, calcul de suite.

- 5 Du nombre des dez ostez le nombre des repetitions, ajoutez l'unité à ce qui reste (2). Et faites que ce qui provient (3) soit le moindre d'autant de nombre[s] croissans par l'unité (3. 4. 5. 6), qu'il y a d'unités dans le nombre des Repetitions (4). Multipliez tous ces nombres l'un par l'autre de suite. Et divisez le produit (360) par le produit (24) [d']autant de nombres croissans par 1 et commençans par 1 (1. 2. 3. 4) ce qui se
- 10 peut toujours faire sans reste. Multipliez le quotient (15) par la puissance de 5 (25) dont l'exposant (2) est la difference du nombre des dez et des repetitions. Et le produit (375) satisfera à la demande.

3 f. sans ... suite *erg. L* 5 repetitions, (1) (reste 2) ajoutez y l'unité (3) Et vous aurez un nombre, qui sera le moindre, d'autant de nombres croissans par l'unité (2) le quel doit estre multiplié par (3) ajoutez *L* 8 f. le produit (24) *erg. L* 9 croissans par (1) l'unité, ou le moindre soit l'unité meme (2) 1. et *L*

---

2 (6): Auch die französischsprachige Kurzfassung ergänzt Leibniz nachträglich um die in Klammern gesetzten Zahlenwerte eines konkreten Beispiels.

## 34. EXTRAIT D'UN FRAGMENT DE PASCAL

[Januar – September 1676 (?)]

**Überlieferung:** *L* Abschrift einer nicht aufgefundenen Vorlage: LH 35 XV 1 Bl. 13. 1 Bl. 4°.

- 1 S. — Gedr.: 1. GERHARDT, *Desargues und Pascal*, 1892, S. 202–204; 2. *PO IX*, 1914, S. 291–294; 3. PASCAL, *Oeuvres complètes* (Chevalier), 1954, S. 602–604; 4. ITARD, *L'introduction*, 1962, S. 270–272, Faksimile S. 276–277; Nachdruck, 1964, S. 103–107, Faksimile S. 104–105; 5. PASCAL, *Oeuvres complètes* (Lafuma), 1963, S. 359; 6. PASCAL, *Oeuvres complètes* (Mesnard), III, 1991, S. 435–437; 7. (dt. Übers., tlw.) ZWIERLEIN, *Pascal*, 1997, S. 126–128; 8. PASCAL, *Oeuvres complètes* (Le Guern), I, 1998, S. 140–142, 1041–1042; 9. DESCOTES, *Géométries de Port-Royal*, 2009, S. 85–90; 10. (mit ital. Übers.) PASCAL, *Opere complete* (Romeo), 2020, S. 278–283. 5
- Cc 2, Nr. 1501 10

Datierungsgründe: Leibniz hat G. Filleau des Billettes vermutlich bereits 1672 kennengelernt. 1679 erinnert er sich in einem Brief an N. Malebranche (II, 1 N. 207 S. 724 f.), dass er A. Arnauld und Filleau des Billettes „un petit dialogue“ gezeigt habe. Es handelt sich dabei mit Sicherheit um die *Confessio philosophi* (VI, 3 N. 7), von der er im November/Dezember 1672 eine Reinschrift anfertigen ließ. In der *Theodicee* erwähnt Leibniz, dass er Arnauld die *Confessio philosophi* ungefähr 1673 gegeben hatte (*Theodicee* Praef., GERHARDT, *Phil. Schr.* 6, S. 43). Filleau des Billettes lebte im Haus von Arnauld. Unter den Schriften von Pascal aus dem Besitz von Arnauld befinden sich auch Abschriften von der Hand Filleau des Billettes' (vgl. PASCAL, *Oeuvres complètes* (Mesnard), III, 1991, S. 430). Leibniz hat Pascals Handschriften zu den Kegelschnitten im Januar 1676 von É. Périer erhalten und im August zurückgegeben, nachdem er Exzerpte daraus angefertigt hatte. Falls die Bemerkung am oberen Rand zu diesen Exzerpten nicht wesentlich später entstanden ist als die vorliegende Abschrift, hat Leibniz letztere nicht vor Januar 1676 angefertigt. 15 20

Extrait d'un Fragment de l'Introduction  
à la Geometrie de Mons. Pascal,  
que Mons. des Billets m'a communiqué

Premiers principes et definitions

- 5        P r i n c i p e 1. L'objet de la pure Geometrie est l' e s p a c e , dont elle considere la triple étendue en trois sens divers qu'on appelle dimensions, les quelles on distingue par les noms de l o n g u e u r [, l a r g e u r et p r o f o n d e u r en donnant indifferemment chacun de ce noms à chacune de ces dimensions, pourveu qu'on ne donne pas le même à deux ensemble. Elle suppose que tous ces termes là sont connus d'eux mêmes.
- 10        [+ E t e n d u est ce qui a des parties sensibles tout à la fois. P a r t i e est une chose la quelle avec une autre chose; est le même qu'une troisieme que nous appellons T o u t. S u c c e s s i f est ce qui a toutes ses parties Sensibles, en autant de temps differens. L' e s p a c e est une chose étendue et rien d'avantage. U n c o r p s est une chose estendue capable d'agir. A g i r est estre cause d'un changement. C a u s e est
- 15        une chose prise dans un certain estat dans le quel elle ne peut estre sans qu'une autre arrive; et peut estre entendue parfaitement avant l'autre. L'autre s'appelle l' e f f e c t. Ou: *Effectus est, quicquid sequitur alio posito, et est natura posterius ipso. Natura prius est, quod ante alterum perfecte intelligi potest.* Deux choses sont c o n t i n u e s

---

1–3    *Am oberen Rand:* Alia Pascalii vide in Conicis.

1    Extrait ... de l' *erg. L*    9f. mêmes. [+ (1) l' e s p a c e est (a) une chose etendue d'un certain (b) un lieu etendu (aa) d'un certain point (bb) d'une partie en tous sens; ou c'est un lieu (aaa) dans lequel un point peut estre pris et (bbb) qvi a des parties (aaaa) de tous (bbbb) en tous sens, d'un point qvi y peut estre pris. (2) E t e n d u *L*    13 differens. (1) L e l i e u (2) L' e s p a c e *L* 14 estendue (1) sensible. (2) capable *L*    14 A g i r est (1) causer *nicht gestr.* (2) estre cause d' *L* 15 chose (1), dont (a) une certaine qvalité estant (b) un certain mode est (2) la qvelle prise d'un (3) prise *L*    15f. autre (1) svt aussi en même temps (2) arrive *L*    18 p r i u s | p o s t e r i u s v e *gestr.* | est, ... potest |, aut non potest *gestr.* | Deux *L*

---

10–273,4 [+ ... ]: Die eckigen Klammern stammen von Leibniz.    19    Alia ... Conicis:  
Vgl. VII, 7 N. 60–64 u. 72.

quand elles ont une partie commune. Le Lieu est une chose dont l'espace a une partie qui est la même avec l'espace d'une autre chose. L'espace d'une chose est dont l'étendue est égale et semblable à celle de la chose; et chaque partie de l'une de ces étendues est aperçue avec chaque partie de l'autre.]

Princip. 2. L'espace est infini selon toutes les dimensions.

5

Princip. 3. Et immobile en tout et en chacune de ses parties.

Definition du corps Geometrique de la surface, de la ligne, du point, Princip. 4. 5. 6.

Princip. 7. Les points ne different que de situation; 8. les lignes de situation, de grandeur, et de direction. Les droites par le plus court chemin.

Princip. 9. La distance de deux points est la ligne droite.

10

Princip. 10. Les surfaces peuvent differer de situation, de longueur, de largeur, de contenu, de direction. Les surfaces planes sont bornées de toutes parts par des lignes droites, et qui s'étendent directement de l'une à l'autre.

(: *An minimae superficierum inter datas lineas. An cujus partes quibuscumque congruere possunt, ut et recta.* :)

15

Avertissement, nous ne considerons icy que les plans. Une ligne est egale à une autre quand l'étendue de l'une est egale à celle de l'autre.

#### THEOREMES CONNUS NATURELLEMENT

1. Les lignes droites egales entre elles ne different que de situation, l'une estant quant au reste toute semblable à l'autre.

20

2. Les cercles qui ont les semidiametres égaux, sont égaux. Et les cercles égaux ne different que de situation.

1 commune (1) Estre éloigné (2) Le lieu (a) est un pa (b) d'un corps, et (3) Le Lieu est (a) la partie d'un espace qui sert à trouver une (b) une chose dont l'espace (aa) contient (bb) comprend l'espace d'une autre chose. Comprendre est estre le même en tout ou en partie. (aaa) Ergo (me) (bbb) donc ainsi plustost: (4) Le Lieu L 2 avec (1) la partie (2) l'espace L 4f. l'autre. | (1) Et (alors) on peut dire que le corps est dans l'Espace (2) Une chose est Dans une autre quand toutes les parties de la première ne (a) sont sensibles (b) peuvent estre aperçues qv'avec au tant de parties de l'autre. Ainsi (aa) un tout est (bb) une partie est dans son tout: le corps dans une Vase aux bricht ab (3) NB. on ne dira pas que l'espace est dans le corps qui le remplit. Estre dans une chose, est estre placé en sorte que pour estre avec l'un, il faut estre | auparavant erg. | avec l'autre gestr. | Princip. L 7f. 4. 5. 6. | prop. ändert Hrsq. | 7. L 8 points (1) sont (2) ne different L 9 de (1) forme nicht gestr. (2) direction. L 11f. largeur, (1) de forme, (2) de contenu, L

3. Les arcs égaux de mêmes cercles ne different que de situation.

4. Les chordes des arcs egaux de deux cercles egaux ou d'un même cercle, ne different (: que de situation :) ou sont egales entre elles.

5. Tout diametre divise la circomference en deux portions égales dont chacune est  
5 appelée demycercle.

6. L'intersection de deux lignes est un poinct.

7. Si par un poinct pris au dedans d'un espace borné de toutes parts par une ou par plusieurs lignes passe une ligne droite infinie, elle coupera les lignes qui bornent cet espace en deux points pour le moins.

10 8. S'il y a deux points l'un au deça, l'autre au dela d'une ligne droite; alors une ligne droite qui tend d'un point à l'autre coupe la ligne droite qui est entre [les] deux, en un poinct, et en un seul.

9. La ligne droite infinie qui passe par un poinct qui soit au dedans d'un cercle coupe la circomference en deux points et en deux seulement.

15 10. La circomference qui passe par deux poincts, l'un au dedans d'un autre cercle, et l'autre au dehors, le coupe en deux points, et en deux seulement.

11. Si deux circomferences ont reciproquement des points l'un au dedans de l'autre, elles s'entrecouperont en deux points, et en deux seulement.

20 12. Si une circomference a un de ses poincts au-deçà d'une ligne droite infinie, et son centre au dela ou dans la même ligne droite, elle coupera la même ligne droite en deux points.

19 poincts | au dela ändert Hrsq. | d'une L

## 35. DATUM ET DETERMINATUM

[Erste Hälfte 1676 oder 1678 – 1679 (?)]

Datierungsgründe: Bei den Stücken N. 35<sub>1</sub> und N. 35<sub>2</sub> handelt es sich um Notizen zu den Begriffen *datum* und *determinatum*. Auf dem Träger von N. 35<sub>1</sub> sind auf Bl. 73 v<sup>o</sup> Namen von französischen Diplomaten notiert. Am 7. November 1672 schreibt Johann Christian von Boineburg an Leibniz, dass er seinen Sohn mit Jean-Antoine d’Avaux, dem *président à mortier*, und mit Honoré Courtin bekannt machen solle (I, 1 N. 194 S. 284). Am 31. März 1673 schreibt Leibniz an Melchior Friedrich von Schönborn, dass er von der Entsendung von Honoré Courtin und Paul de Barillon, der ihm unbekannt sei, als französische Gesandte zum Kölner Friedenskongress erfahren habe (I, 1 N. 225 S. 330). Nach der Verhaftung von Wilhelm Egon von Fürstenberg verließ die französische Delegation Köln am 16. April 1674 zunächst Richtung Maastricht. Leibniz war spätestens ab Oktober 1674 aufgrund seiner juristischen Beratung für die Familie Fürstenberg in die Causa Fürstenberg involviert (vgl. seine Denkschrift zur Befreiung von Wilhelm Egon von Fürstenberg, I, 1 N. 318 S. 469–473). Für den in Nimwegen ab Ende 1676 stattfindenden Friedenskongress wurde von Ludwig XIV. bereits Ende November 1675 als Mitglied der französischen Gesandtschaft Jean-Antoine d’Avaux bestimmt. Es handelt sich hierbei um den Sohn des am 23. August 1673 verstorbenen *président à mortier*, er war zuvor von Mai 1672 bis November 1674 in Venedig und im Dezember 1675 als Gesandter in Brandenburg tätig. Dass Leibniz Kenntnis von der bereits erfolgten Abreise der französischen Delegation Richtung Nimwegen hatte — Leibniz nennt keine Namen —, belegt sein Brief an Melchior Friedrich von Schönborn von Anfang Januar 1676 (I, 1 N. 266 S. 397). Für die beiden Diplomaten Courtin und Barillon lässt sich erst ab Mai 1676 bzw. ab September 1677 wieder eine offizielle Akkreditierung nachweisen: jeweils für die französische Gesandtschaft in London. Die auf Bl. 73 r<sup>o</sup> festgehaltene Notiz stimmt inhaltlich überein mit einer Aussage in der von den Herausgebern auf Sommer 1678 bis Anfang 1679 datierten Studie VI, 4 N. 25 (S. 74 Z. 9 f.). N. 35<sub>1</sub> dürfte vorher verfasst sein. Die Nennung der drei französischen Diplomaten weist auf das erste Halbjahr 1676 hin, eine spätere Entstehung ist aber nicht ausgeschlossen. — N. 35<sub>2</sub> dürfte zur selben Zeit entstanden sein.

35<sub>1</sub>. DATUM EST DETERMINATUM COGNITUM

**Überlieferung:** *L* Notiz: LH 35 I 9 Bl. 73. Zettel 6,35 × 3,4 cm. 5 Z. auf Bl. 73 r<sup>o</sup>. Auf Bl. 73 v<sup>o</sup> Cc 2, Nr. 449: Messieurs d’Avaux[,] Courtin, Barillon. — Gedr.: COUTURAT, *Opusc. et fragm.*, 1903, S. 545. Cc 2, Nr. 448

Datum est determinatum cognitum. Ex data diametro circuli datur area quadrati inscripti, sed determinatur area circuli.

35<sub>2</sub>. DETERMINATUM IDEM QUOD DABILE

**Überlieferung:** *L* Notiz: LH 4 V 10 Bl. 56 r<sup>o</sup> (v<sup>o</sup> leer). Zettel, rechte untere Ecke abgeschnitten, ca  $4,4 \times 8,5$  cm. — Gedr.: COUTURAT, *Opusc. et fragm.*, 1903, S. 147.  
Cc 2, Nr. 00

- 5      D e t e r m i n a t u m   i d e m   q u o d   d a b i l e . I t a   a r c u s   a l i q u i s   p o s i t i o n e   d a t u s   e s t  
m a g n i t u d i n e   d e t e r m i n a t u s   s e u   d a b i l i s . E t s i   m a g n i t u d o   e j u s   n o n   s i t   c o g n i t a .

## 36. DE NUMERO FORMARUM

Februar 1676

**Überlieferung:** *L* Konzept: LH 35 XII 1 Bl. 18. 1 Bl. 2<sup>o</sup>. 1 S. auf Bl. 18 r<sup>o</sup>. Bl. 18 v<sup>o</sup> leer. —  
 Gedr.: *LKK* 2, 1976, S. 264 f.  
 Cc 2, Nr. 1342

5

Febr. 1676.

## De Numero Formarum.

Exemplum memorabile fallentis inductionis. Nimirum  
 sex primi termini numerorum hujus seriei coincidere  
 cum sex primis terminis seriei Numerorum primitivorum. 10  
 Reliqui vero expectationi non respondere

[siehe Tab. 1 auf S. 279]

Patet hinc facile esse aliquando condere Hypothesin primis initiis satisficientem. Ut  
 hoc loco si quis ordine ponat seriem numerorum ab unitate crescentium quorum diffe-  
 rentiae sint Numeri progressionis Geometricae duplae geminati, continuando ad sextum 15  
 usque terminum eosdem reperiet numeros cum sex prioribus numeris primitivis 1. 2. 3.  
 5. 7. 11. coincidentes.

Hinc si quis aestimare velit probabilitatem successus, sive quanto pignore contra  
 aliud datum a quovis propositum pignus, certandum sit: considerare debet quam variis  
 modis satisfieri possit huic problemati: seriem invenire, quae propositos numeros habeat 20  
 terminos primos.

Deinde considerare debet quae possit esse inter seriem propositam et hypothesin a  
 nobis factam, connexio.

Hoc loco tres habemus Hypotheses seu serierum fundamenta, quae sex dant primos  
 numeros 1. 2. 3. 5. 7. 11. eosdem. Prima est seriei numerorum primitivorum. Secunda est 25

10 terminis (1) numerorum (2) seriei Numerorum (a) primorum (b)  
 primitivorum *L* 11–279,2 respondere (1) 0 0 (2) Diff<sup>iae</sup> 1 a. (a) b (b) 1 *L*  
 16 terminum (1) eundem reperiet terminum (2) eosdem *L* 20 f. habeat, (1) pro terminis primis (2)  
 terminos *L* 24 serierum (1) regulas (2) fundamenta, quae (a) omnes (b) sex (aa) habent (bb) dant *L*  
 25 Prima est (1) series (2) seriei *L* 25–278,1 Secunda est (1) series (2) seriei *L*



seriei quae continet Numeros formarum in quolibet gradu; tertia est seriei, cujus terminorum differentiae sunt numeri progressionis Geometricae duplae ab unitate incipientis geminati.

- 5 Facile est Numerum formarum gradus cujusdam dati concinnare ex Numero formarum graduum praecedentium certa ratione alteratorum. Unde regula habebitur naturam explicans progressionis.

1 est (1) series, qv (2) seriei,  $L$





## 37. PROGYMNASMATA DE SOLIDORUM ELEMENTIS

[Februar – September 1676]

**Überlieferung:** *L* Auszug: LH 4 I 4b, Bl. 1+15. 1 Bog. 2°. 2½ S. – Gedr.: 1. FOUCHER DE CAREIL, *Oeuvres inédits de Descartes*, Bd 2, 1860, S. 214–226; 2. (frz. Übers.) PROUHET, *Notice*, 1860, S. 484–487; 3. JONQUIÈRES, *Écrit posthume (BM)*, 1890, S. 43–55; 4. (mit 5  
frz. Übers.) JONQUIÈRES, *Écrit posthume (MA)*, 1890, S. 325–379; 5. *DO X*, 1908, S. 265  
bis 276; *DO XI*, 1909, S. 690–692; 6. (ital. Übers.) NATUCCI, *Il ,De Solidorum Elementis‘  
di Cartesio*, 1920, S. 117–127; 7. (mit Faksimile u. engl. Übers.) FEDERICO, *Descartes on  
Polyhedra*, 1982; 8. (mit Faksimile u. frz. Übers.) COSTABEL, *Descartes: Exercices*, 1987; 9.  
(mit ital. Übers.) *Opere postume* (Belgioioso), 2014, S. 1224–1239; 10. (frz. Übers.) *DOC* 10  
*I*, 2016, S. 221–231; 11. (japan. Übers. mit Faksimile von Bl. 1v<sup>o</sup>) DESCARTES, *Shisaku  
shiki*, 2018, S. 110–127.  
Cc 2, Nr. 1325

Datierungsgründe: Das Wasserzeichen des Papiers ist vielfach für das Jahr 1676 belegt. Die erste  
datierte Abschrift von Leibniz aus den Papieren im Nachlass von Descartes sind die *Remedia et vires* 15  
*medicamentorum* vom 24. Februar 1676 (VIII, 2 N. 76), die Abschrift der *Cogitationes privatae* (N. 44)  
wurde wohl am 1. und 5. Juni getätigt. Vgl. auch die Aufzeichnungen von Leibniz zur Einsicht in den  
Nachlass von Descartes (VI, 3 N. 34). Die vorliegenden Exzerpte müssen spätestens vor der Abreise  
von Leibniz aus Paris Anfang Oktober 1676 angefertigt worden sein. — Der mathematische Gehalt  
des Textes ist vor allem in FEDERICO, *Descartes on Polyhedra*, und COSTABEL, *Descartes: Exercices*, 20  
eingehend untersucht und dargestellt worden. Einige weitere Ergebnisse und Korrekturen liefert *DOC I*,  
S. 221–231 u. S. 597–614.

Progymnasmata de Solidorum Elementis excerpta ex M<sup>so</sup> Cartesii

Angulus solidus rectus est qui octavam sphaerae partem complectitur, etiamsi non  
constet ex tribus angulis planis rectis. Omnes autem anguli plani, ex quibus circumscri- 25  
bitur simul sumti, aequales sunt tribus rectis. Sicut in figura plana omnes anguli externi  
simul sumti aequales sunt quatuor rectis ita in corpore solido omnes anguli solidi externi  
simul sumti aequales sunt octo solidis rectis, per angulum externum intelligo curvaturam  
et inclinationem planorum ad invicem quam metiri oportet ex angulis planis angulum  
solidum comprehendentibus, nam illa pars qua aggregatum ex omnibus angulis planis 30  
unum angulum solidum facientibus minus est quam quatuor anguli recti planum [fa-  
cientes] designat angulum externum solidum. Si quatuor anguli plani recti ducantur per  
numerus angulorum solidorum et ex producto tollantur 8 anguli recti plani, remanet  
aggregatum ex omnibus angulis planis qui in superficie talis corporis solidi existunt.



ejusdem faciei aequaliter a centro sphaerae distare; ac insuper ex consequenti angulos omnes vicinarum facierum, qui simul concurrunt cum illis prioris faciei in iisdem angulis solidis.

Dato aggregato ex omnibus angulis planis qui in superficie alicujus corporis solidi existunt invenire quot in eodem corpore solidi anguli existant. Addantur 8 numero dato, et productum dividatur per 4. Residuum erit numerus quaesitus, ubi si fractio occurrat, certum est nullum tale corpus esse posse. 5

Dato aggregato ex omnibus angulis planis et numero facierum numerum angulorum planorum invenire. Ducatur numerus facierum per 4. et productum addatur aggregato ex omnibus angulis planis et totius media pars erit numerus angulorum planorum. V. g. aggregatum ex omnibus angulis planis est 72. numerus facierum 12. cujus quadruplum 48. additum cum 72. facit 120 cujus media pars est 60. Ergo in tali corpore sunt 60 anguli plani. 10

Sunt semper duplo plures anguli plani in superficie corporis solidi, quam latera; unum enim latus semper commune est duobus faciebus. Si omnes facies dicantur aequalem numerum [angulorum] planorum continere, ergo numerus angulorum dividi poterit per numerum facierum sine fractione, et quotiens erit numerus angulorum unius faciei. Hinc facile cognoscetur ex numero angulorum planorum et numero facierum solum cognitis, quot anguli in una facie esse debeant; v. g. si sint 5 facies et 18 anguli plani, ergo ex illis faciebus vel 2 erunt triangulares et 3 quadratae, vel 3 triangulares una quadrata et altera pentagona, vel denique una hexagona et 4 triangulares, sed quia in eodem corpore sunt 6 anguli solidi, hinc non potest ullum tale corpus existere, nisi cujus sint ... 15 20

Triplicem adverto in angulis solidis aequalitatem aut inaequalitatem, aequales dicuntur qui aequali numero angulorum planorum comprehenduntur, aequales item qui aequalem inclinationem continent, quo casu dicemus angulos externos sive inclinationis [aequales esse]; et priores dicemus aequales arithmetice ac denique maxime proprie aequales dicuntur, qui eandem partem sphaerae comprehendunt, et dicentur capacitate aequales. 25

9 productum (1) aggregatur (2) addatur L 10 planis (1) est 72 (2) et L 16 planorum (1) continere (2) continere L 24 quae L ändert Hrsg. zweimal

---

22 nisi cujus sint ... : Das einzige Polyeder, das die Voraussetzungen erfüllt, ist das zuvor bereits genannte Prisma mit zwei dreieckigen und drei quadratischen Flächen.

Angulorum solidorum inclinatione aequalium ille capacitate major est, qui arithmetice exuperat, et omnium capacissimus est angulus coni.

Ponam semper pro numero angulorum solidorum  $1\alpha$  et pro numero facierum  $\varphi$ . Aggregatum ex omnibus angulis planis est  $4\alpha - 8$ . et numerus  $\varphi$  est  $2\alpha - 4$ , si numerentur  
 5 tot facies quot possunt esse triangula. Numerus item angulorum planorum est  $6\alpha - 12$ . numerando scilicet unum angulum pro tertia parte duorum rectorum. Nunc si ponam  $3\alpha$  pro tribus angulis planis qui ad minimum requiruntur, ut componant unum angulum, angulorum solidorum, supersunt  $3\alpha - 12$ ; quae summa addi debet singulis angulis solidis juxta tenorem quaestionis, ita ut aequaliter omni ex parte diffundantur. Numerus ver-  
 10 orum angulorum planorum est  $2\varphi + 2\alpha - 4$  qui non debet esse major quam  $6\alpha - 12$ . Sed si minor est, excessus erit  $+4\alpha - 8 - 2\varphi$ .

Describi possunt Rhomboeides in sphaera cujuscunque quantitatis, sed non aequilaterae.

Omnium optime formabuntur solida per gnomones superadditos uno semper angulo  
 15 vacuo existente ac deinde totam figuram resolvi posse in triangula. Unde facile agnoscitur omnium polygonalium pondera haberi ex multiplicatione Trigonalium per numeros  $2./3./4./5./6$  etc. et ex producto si tollantur  $1./2/3/4$  radices etc. Ut: Tetragonalii pondus fit ex  $\frac{1}{2}\text{z} + \frac{1}{2}\text{⁊}$  per 2 fit  $\frac{2}{2}\text{z} + \frac{2}{2}\text{⁊}$  unde sublata  $1\text{⁊}$  fit  $1\text{z}$ . Item pro  $2\text{z}$  ex producto tollendo  $2[\text{⁊}]$  fit pondus pentagonalium etc.

20 Quinque corpora regularia simpliciter, ut per se spectantur formantur per additamentum gnomonis, ut superficies fuerant formatae.

|    | Tetraedronales |    | Octaedronales   |    | Eicosaedron     |     |
|----|----------------|----|-----------------|----|-----------------|-----|
|    | $F - R + A,$   | 0  | $F - R + A,$    | 0  | $F - R + A,$    | 0   |
|    | $1 - 0 + 0,$   | 1  | $4 - 4 + 1,$    | 1  | $15 - 20 + 6,$  | 1   |
| 25 | $3 - 0 + 0,$   | 4  | $1[2] - 8 + 1,$ | 6  | $45 - 40 + 6,$  | 12  |
|    | $6 - 0 + 0,$   | 10 | $24 - 12 + 1,$  | 19 | $90 - 60 + 6,$  | 48  |
|    | $10 - 0 + 0,$  | 20 | $40 - 16 + 1,$  | 44 | $150 - 80 + 6,$ | 124 |

12f. aeqvilatera *L* ändert *Hrsg.*

---

3 pro numero facierum  $\varphi$ : Anstelle des zuvor verwendeten  $\text{⁊}$  wird nun  $\varphi$  zur Bezeichnung der Zahl der Flächen gebraucht.

| Cubici |      |       |    | Dodecaedron |      |       |     |
|--------|------|-------|----|-------------|------|-------|-----|
| $F$    | $R$  | $A$ , | 0  | $F$         | $R$  | $A$ , | 0   |
| 3      | – 3  | + 1,  | 1  | 9           | – 18 | + 10, | 1   |
| 12     | – 6  | + 1,  | 8  | 45          | – 36 | + 10, | 20  |
| 27     | – 9  | + 1,  | 27 | 108         | – 54 | + 10, | 84  |
| 48     | – 12 | + 1,  | 64 | 198         | – 72 | + 10, | 220 |

5

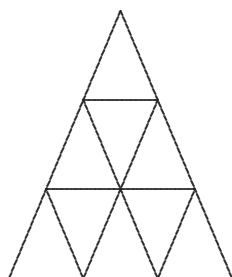
Ita etiam polygonales regulariter fieri debent:

|           |    |           |    |           |    |           |    |
|-----------|----|-----------|----|-----------|----|-----------|----|
| $R - A$ , | 0  | $R - A$ , | 0  | $R - A$ , | 0  | $R - A$ , | 0  |
| 1 – 0,    | 1  | 2 – 1,    | 1  | 3 – 2,    | 1  | 4 – 3,    | 1  |
| 2 – 0,    | 3  | 4 – 1,    | 4  | 6 – 2,    | 5  | 8 – 3,    | 6  |
| 3 – 0,    | 6  | 6 – 1,    | 9  | 9 – 2,    | 12 | 12 – 3,   | 15 |
| 4 – 0,    | 10 | 8 – 1,    | 16 | 12 – 2,   | 22 | 16 – 3,   | 28 |

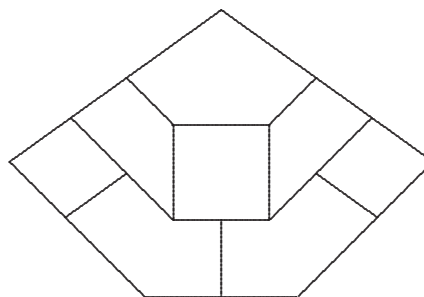
10

Quod si imaginaremur figuras istas ut mensurabiles tunc unitates omnes intelligerentur esse ejusdem rationis ac figurae ipsae nempe in Triangulis unitates Triangulares. Pentagona metiuntur per unitatem pentagonam etc.

15



[Fig. 1]



[Fig. 2]

Tunc eadem esset proportio plani ad radicem, quae est quadrati ad suam radicem; et solidi, quae est cubi, ut si radix sit 3. planum erit 9 solidum 27 etc. v. g. quod etiam valet in circulo et sphaera aliisque omnibus. Si enim unius circuli circumferentia sit triplo major altera, ejusdem area[m] continebit novies, unde animadvertis has progressionem nostrae matheseos, 4, 8, 16, etc., non esse alligatas figuris lineae, quadrati, cubi, sed generaliter per illas diversas mensurae species designari.

20

16 [Fig. 2]: Die Figurenskizze lässt nicht eindeutig erkennen, ob damit die Zerlegung in Fünfeckseinheiten dargestellt werden sollte; vgl. FEDERICO, *Descartes on Polyhedra*, S. 95 f.



|    |                       |                       |       |  |
|----|-----------------------|-----------------------|-------|--|
| 5  | Gnomon $\mathfrak{D}$ | $F + F - R + A,$      | 0     | Corporis quod constat 4 hexagonis et 4 Triangulis, latera sunt 18, anguli 12, facies 8. Igitur hujus Gnomon $\mathfrak{D}$ constat 2 hexagonis, et tribus triangulis faciebus minus sex radicibus, +2 angulis. |
|    |                       | $3 + 2 - 6 + 2,$      | 1     |  |
|    |                       | $9 + 12 - 12 + 2,$    | 12    |  |
|    |                       | $18 + 30 - 18 + 2,$   | 44    |  |
|    |                       | $30 + 56 - 24 + 2,$   | 108   |  |
|    |                       | $45 + 90 - 30 + 2,$   | 215   |  |
| 10 | Gnomon $\odot,$       | $F + F - R + A,$      | 0     | Corporis quod constat 8 triangulis et 6 quadratis faciebus latera sunt 24, anguli 12 et facies 14. Et hujus gnomon $\odot$ constat 6 triangulis, et 4 quadratis faciebus – 14 radicibus, + 5 angulis.          |
|    |                       | $6 + 4 - 14 + 5,$     | 1     |  |
|    |                       | $18 + 16 - 28 + 5,$   | 12    |  |
|    |                       | $36 + 36 - 42 + 5,$   | 47    |  |
|    |                       | $60 + 64 - 56 + 5,$   | 120   |  |
|    |                       |                       | (245) |  |
| 15 | Gnomon                | $6 + 5 - 23 + 13,$    | 1     | Corporis quod constat 8 hexagonis et 6 quadratis faciebus, latera sunt 36, anguli 24 et facies 14. Hujus gnomon habet 6 hexagonas et 5 quadratas facies minus 23 radices, +13 angulos.                         |
|    |                       | $36 + 20 - 46 + 13,$  | 24    |  |
|    |                       | $90 + 45 - 69 + 13,$  | 103   |  |
|    |                       | $168 + 80 - 92 + 13,$ | 272   |  |
| 20 |                       | 7 4 20 10,            | 1     | Corporis quod constat 8 triangulis et 6 octangulis faciebus, latera 36, anguli 24. facies 14. Hujus Gnomon habet 4 octagonas et 7 triangulares facies minus radices 20, plus angulos 10.                       |
|    |                       | 21 32 40 10,          | 24    |  |
|    |                       | 42 84 60 10,          | 100   |  |
|    |                       | 70 160 80 10,         | 260   |  |
| 25 |                       | 7 15 37 16,           | 1     | Corporis quod constat 18 quadratis et 8 triangulis, latera sunt 48 et anguli 24. et facies 26. Hujus autem gnomon  |
|    |                       | 21 60 74 16,          | 24    |  |
|    |                       | 42 135 111 16,        | 106   |  |

1 (1) corporis quod constat 8 triangulis et 6 quadratis facies sunt 14, 12 anguli radices 24 et huius gnomon constat 6 triangulis et 4 quadratis faciebus – 14 radicibus, +5 angulis (2) corporis  $L = 3 \mathfrak{D}$  erg.  $L = 8$  f. sunt | 36, anguli 24 ändert Hrsg. | et  $L = 10 \odot$  erg.  $L = 19$  constat (1) 18 hexagonis et 6 quadratis faciebus et 8 triangulis (2) 8 triangulis  $L = 21$  huius (1) facies habet (2) Gnomon  $L = 25$  triangulis (1) latera sunt nicht gestr. (2), latera  $L$

|       |       |       |     |     |   |
|-------|-------|-------|-----|-----|---|
| 70    | 240   | 148   | 16, | 284 | constat 15 quadratis, et 7 triangulis<br>faciebus –37 radicibus plus 16 angulis.  |
| 11    | 18    | 76    | 48, | 1   |   |
| 55    | 108   | 152   | 48, | 60  |   |
| 132   | 270   | 228   | 48, | 282 | Corpus ex 20 triangulis et 12 pentagonis<br>latera 60 anguli 30. Et hujus gnomon<br>habet 18 triangula[s] et 10 pentagonas<br>facies, minus radices 48 plus 21 angulos. |
| 18 +  | 10 –  | 48 +  | 21, | 1   |   |
| 54 +  | 50 –  | 96 +  | 21, | 30  |   |
| 108 + | 120 – | 144 + | 21, | 135 |   |

5

Termini Algebraici aequales istis numeris figuratis inveniuntur ducendo exponentem faciei,  $+\frac{1}{2}$  per  $\frac{1}{3}$  per  $\frac{1}{3}$ , deinde per numerum facierum, hocque toties faciendo, quot sunt

10

2 *Daneben:* \* Horum autem differentias ita definiemus, prioris

|     |    |
|-----|----|
| 1,  | 1  |
| 11  | 10 |
| 32  | 21 |
| 64  | 32 |
| 107 | 43 |
| 161 | 54 |

15

3 *Daneben:* NB. Qui ad sinistrum latus lineae, characteres in  $M^{so}$  elisi et dubii erant. (+ Neque hic Gnomon cum numeris convenit ut in prioribus +)

20

1 240 | 184 ändert Hrsg. | 16, L 5 15 | 2 L ändert Hrsg. 19 (1) (+ quae linea transf (2) NB  
| (+ nicht gestr. | qvi L 19 Mso | qvasi gestr. | elisi L

1 148: Vgl. *DOC* I, S. 226 u. S. 610 Anm. 27. 3–5 11 ... 282: In der Abschrift fehlt die Beschreibung des Polyeders aus 12 Fünfecken und 20 Sechsecken mit 90 Kanten, 60 Winkeln und 32 Flächen. Der Gnomon besteht aus 11 fünfeckigen und 18 sechseckigen Flächen, abzuziehen sind 76 *radices* (Kanten), hinzuzufügen 48 Winkel.

diversa genera facierum in dato corpore, deinde producto addendo vel tollendo numerum radicum ductum per  $\frac{1}{2}z + \frac{1}{2}^4$ , et numerum angulorum ductum per  $1^4$ .

Ut si quaerantur termini aequales numeris figuratis, qui repraesentent corpus ex 20 triangulis et 12 pentagonis, quoniam gnomon hujus corporis constat 18 triangularibus faciebus et 10 pentagonis, minus 48 radicibus, +21 angulis, primo addo  $\frac{1}{2}^4$  numero  $\frac{1}{2}z + \frac{1}{2}^4$ , qui est exponens faciei triangularis et productum, nempe  $\frac{1}{2}z + 1^4$  duco per  $\frac{1}{3}^4 + \frac{1}{3}$  fit  $\frac{1}{6}c + \frac{3}{6}z + \frac{2}{6}^4$  quod duco per 18 et fit  $3c + 9z + 6^4$ .

Deinde addo etiam  $\frac{1}{2}^4$  numero  $\frac{3}{2}z - \frac{1}{2}^4$  qui est exponens faciei pentagonalis et fit  $\frac{3}{2}z$  quo ducto per  $\frac{1}{3}^4 + \frac{1}{3}$  fit  $\frac{1}{2}c + \frac{1}{2}z$  et deinde per 10 fit  $5c + 5z$  quod si jungatur cum numero praecedenti, fit  $8c + 14z + 6^4$ . Unde si tollatur numerus radicum 48 ductus per  $\frac{1}{2}z + \frac{1}{2}^4$  nempe  $24z + 24^4$  fit  $8c - 10z - 18^4$  cui si addatur  $21^4$  propter 21 angulos, fit  $8c - 10z + 3^4$ , numerus Algebraicus quaesitus.

Denique pondera omnium 14 solidorum, prout imaginamur illa oriri ex progressionibus Arithmeticis.

1 deinde (1) producto *nicht gestr.* (2) producto  $L$     3 termini | ab aequales *ändert Hrsg.* | numeris  $L$     9  $\frac{1}{3}^4 + | 1z \text{ *ändert Hrsg.* | fit } L$     13 (1) Denique numerum omnium (2) Denique  $L$

3 aequales: Der handschriftliche Befund „ab aequales“ in der Vorlage ergibt keinen Sinn und ist bereits bei FOUCHER DE CAREIL, *Oeuvres inédits de Descartes*, Bd 2, S. 224, durch „adaequales“ ersetzt worden. Ebenso verfahren JONQUIÈRES, *Écrit posthume (BM)*, S. 48, (MA), S. 346; DO X, S. 275; FEDERICO, *Descartes on Polyhedra*, S. 29; DOC I, S. 227, verwendet die Übersetzung „adéquates“. COSTABEL, *Descartes: Exercices*, S. 7, hat dagegen die Lesung „ab aequatis“ vorgeschlagen (ebenso *Opere postume (Belgioioso)*, S. 1236). PROUHET, *Notice*, S. 486, hat anstelle des „ab“ in seiner Übersetzung „algébriques“ eingefügt, analog zur Formulierung „Termini algebraici aequales“ im vorhergehenden Absatz. Es scheint nicht ausgeschlossen, dass nicht ein „ab“, sondern ein fragmentarisches „al(g)“ geschrieben wurde.

|  |                          |  | pondera   | axes  |                                  |  |
|--|--------------------------|--|---|---|----------------------------------|--|
|  |                          |  | Geometrica:   | majores   |                                  |  |
| Numerus                                      | Tetraedronalis ponderat, | $\frac{1}{6} \text{ ς } + \frac{1}{2} \text{ ζ } + \frac{1}{3} \text{ 4 }$ | $\sqrt{\frac{1}{72}} \text{ ς }$                    | $\sqrt{\frac{3}{2}} \text{ 4 }$                         | fit ex cubo cujus latus est      | $\sqrt{\frac{1}{2}} \text{ 4 }$  |
|  | octaedronalis            | $\frac{2}{3} \text{ ς } + \frac{1}{3} \text{ 4 }$                          | $\sqrt{\frac{2}{9}} \text{ ς }$                     | $\sqrt{2} \text{ 4 }$                                   | fit ex tetraedro cujus latus est | $2 \text{ 4 }$   |
|  | Cubicus                  | $1 \text{ ς }$   | $1 \text{ ς }$                                      | $\sqrt{3} \text{ 4 }$                                   |                                  | 5  |
|  | Eicosaedronalis          | $\frac{5}{2} \text{ ς } - \frac{5}{2} \text{ ζ } + 1 \text{ 4 }$           | $\sqrt{\frac{125}{144}} + \frac{5}{4} \text{ ς }$   | $\sqrt{\frac{5}{2}} + \sqrt{\frac{5}{4}} \text{ 4 }$    |                                  |  |
|  | dodecaedronalis          | $\frac{9}{2} \text{ ς } - \frac{9}{2} \text{ ζ } + 1 \text{ 4 }$           | $\frac{7}{4} \sqrt{5} + \frac{15}{4} \text{ ς }$    | $\sqrt{\frac{15}{4}} + \sqrt{\frac{3}{4}} \text{ 4 }$   |                                  |  |
| Corpus ex 4 hexangulis et 4 ∇ <sup>lis</sup> |                          | $\frac{11}{6} \text{ ς } - \frac{1}{2} - \frac{1}{3}$                      | $\sqrt{\frac{529}{72}} \text{ ς }$                  | $\sqrt{\frac{11}{2}} \text{ 4 }$                        | fit ex tetraedro cujus latus est | $3 \text{ 4 }$   |
|  | ex 8 ∇ et 6 □            | $\frac{7}{3} - 2 + \frac{2}{3}$  | $\sqrt{\frac{50}{9}} \text{ ς }$                    | $2 \text{ 4 }$  | fit ex { octaedro cujus<br>cubo  | $2 \text{ 4 }$<br>$\sqrt{2} \text{ 4 }$  |
|  | 8 hexag. et 6 □          | $\frac{17}{3} - 6 + \frac{4}{3}$   | $\sqrt{128} \text{ ς }$                             | $\sqrt{10} \text{ 4 }$                                  | octaedro                         | $3 \text{ 4 }$   |
|  | 8 ∇, 6 octang.           | $\frac{31}{6} - \frac{9}{2} \text{ ζ } + \frac{1}{3} \text{ 4 }$           | $\sqrt{\frac{392}{9}} + 7 \text{ ς }$               | $\sqrt{7 + \sqrt{32}} \text{ 4 }$                       | cubo                             | $1 + \sqrt{2}$   |
|  | 8 ∇ 18 □                 | $\frac{37}{6} - \frac{15}{2} + \frac{7}{3}$                                | $\sqrt{\frac{200}{9}} + 4 \text{ ς }$               | $\sqrt{5 + \sqrt{8}} \text{ 4 }$                        | { cubo<br>octaedro               | $\frac{\sqrt{2} + 1}{\sqrt{\frac{11}{2} + \frac{6}{2}\sqrt{2}}} \text{ 4 }$                        |
|  | 20 hexag. 12 pentag.     | $\frac{35}{2} - \frac{47}{2} + 7$  | $\sqrt{\frac{9245}{16}} + \frac{125}{4} \text{ ς }$ | $\sqrt{\frac{29}{2} + \frac{9}{2}\sqrt{5}} \text{ 4 }$  | icosaedro                        | $3 \text{ 4 }$   |
|  | 20 ∇, 12 pentag.         | $8 - 10 + 3$   | $\frac{17}{6} \sqrt{5} + \frac{15}{2} \text{ ς }$   | $\sqrt{5 + 1} \text{ 4 }$                               | { icosaedro<br>dodecaedro        | $2 \text{ 4 }$<br>$\sqrt{5 - 1} \text{ 4 }$  |
|  | 20 ∇, 12 decag.          |  | $\frac{235}{12} \sqrt{5} + \frac{15}{2} \text{ ς }$ | $\sqrt{\frac{37}{2} + \frac{15}{2}\sqrt{5}} \text{ 4 }$ | dodecaedro                       | $\sqrt{5} \text{ 4 }$  |
|  | 20 ∇, 30 □, 12 pentag.   |  | $\frac{29}{3} \sqrt{5} + 20 \text{ ς }$             | $\sqrt{11 + \sqrt{80}} \text{ 4 }$                      | { icosaedro<br>dodecaedro        | $\frac{3}{2} \sqrt{5} - \frac{1}{2} \text{ 4 }$<br>$\frac{3}{2} \sqrt{5} - \frac{3}{2} \text{ 4 }$ |

5  $\frac{\sqrt{3}}{4} \text{ 4 } L \text{ ändert Hrsg.}$

11  $9 \text{ ζ } L \text{ ändert Hrsg.}$

11  $\sqrt{\frac{329}{9}} L \text{ ändert Hrsg.}$

12  $\sqrt{\frac{11}{2} + \frac{1}{2}\sqrt{2}} \text{ 4 } L \text{ ändert Hrsg.}$

14  $\frac{17}{16} \sqrt{5} L \text{ ändert Hrsg.}$

16  $-\frac{3}{2} \text{ 4 } L \text{ ändert Hrsg.}$



(+ Alio atramento ascriptum erat +) Supersunt 2<sup>o</sup> corpora unum ex [6 octogonis,  
8 hexagonis et 12 quadratis, aliud ex 30 quadratis, 12 decag. et 20 hexag.

---

289,12 Zur ersetzten Variante  $\sqrt{\frac{11}{2} + \frac{1}{2}\sqrt{2}}$  mit Hinweisstrich verbunden:

$\sqrt{\frac{17}{2} + 6\sqrt{2}}$  nescio cur

---

289,12 octaedro: Leibniz notiert zwei verschiedene falsche Werte, da er die Vorlage offenbar nicht zweifelsfrei entziffern konnte.

# 38. DIVERSES CONSIDÉRATIONS MATHÉMATIQUES, NOTAMMENT SUR LA COURBE DE BERTET ET SUR UN CANAL À SECTION TRAPÉZOÏDALE

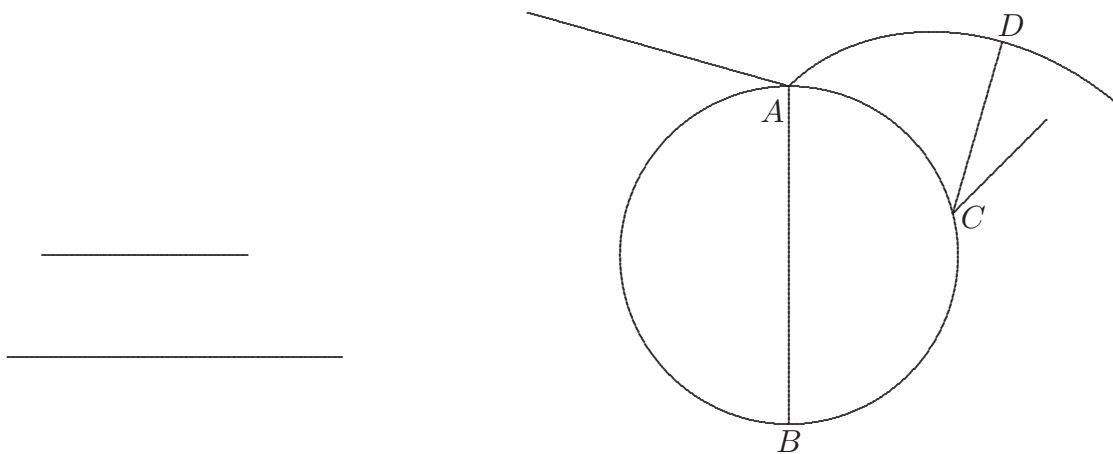
[Um den 9. Februar 1676]

- 5           **Überlieferung:** *L* Konzept: LH 4 III 9 Bl. 10. 1 Bl. 2°. 1 S. auf Bl. 10 v°, großteils mit VI, 3 N. 71 überschrieben. Auf Bl. 10 r° der Anfang von VI, 3 N. 71.  
Cc 2, Nr. 1381

Datierungsgründe: Leibniz' Datierung des über die Notizen geschriebenen Stücks legt den 16. April 1676 als *terminus ante quem* fest. Die Verbindung zwischen der Figur der Bertetschen Kurve im vorlie-  
10   genden Stück und den beiden Figuren von LH 35 VIII 30 Bl. 12 (III, 1 N. 68 und VII, 5 N. 45) belegen den 3. November 1675 als *terminus post quem*. Das Wasserzeichen stützt diese Datierung. In diesen Zeitraum fällt eine Phase der intensiven Beschäftigung mit geometrischen und harmonischen Reihen, die kurz nach dem 8. Februar mit VII, 3 N. 55 ein vorübergehendes Ende nimmt. In den Notizen mit geometrischen Progressionen findet sich in der Umarbeitung von S. 294 Z. 1 derselbe Übergang auf Brüche wie in VII, 3  
15   N. 54 vom 8. Februar 1676 auf S. 724 f. Auf den 9. Februar sind Notizen eines Gesprächs von Leibniz mit Bertet datiert (N. 75 (tlw. = III, 1 N. 76)), die eine Beschäftigung mit der Quadraturmethode von Bertet belegen. Als Beispiel erscheint eine Figur, die die *antiparabola* von Bertet als Abgrenzung des Bereichs mit stark bewegtem Wasser beim Einströmen von Wasser aus einem schmalen in einen breiten Kanal darstellt (N. 75 Fig. 5). Leibniz' Figur zum Querschnitt des Kanals im vorliegenden Stück (Fig. 4) weist  
20   Übereinstimmungen mit Bertets Figur zur Quadratur am Beispiel eines Dreiecks auf (N. 75 Fig. 2), wobei beide Figuren um 180° zueinander gedreht sind. Die Textpassage zur Bestimmung des Volumens des Kanals lässt sich somit als eine Weiterführung von Themen des Gesprächs auffassen, die auf einer eher assoziativen Reinterpretation der Figur beruht. Auf einen Bezug zum Treffen weist auch die Bertetsche Kurve am Anfang des Blatts hin (Fig. 1), die Gegenstand von Leibniz' Schreiben zur Kontaktaufnahme  
25   mit Bertet von Anfang November 1675 war (III, 1 N. 68), dessen Konzept die Grundlage für die Übertragung der Größen in die erste Figur im vorliegenden Stück geliefert hatte. Das Dreieck ohne weitere Bezüge zum Stück (Fig. 3) kann ebenfalls als nicht weiterverfolgter Rückgriff auf Inhalte der Unterredung aufgefasst werden. Die Gleichungsumformungen wurden im Anschluss an die Betrachtungen zur geometrischen Progression ergänzt. Ähnliche Umformungen finden sich auch in N. 39 S. 301 Z. 7–11, das  
30   von den Herausgebern auf die Zeit von Februar bis April 1676 datiert wird.

[Zur Bertetschen Kurve, vollständig überschrieben]

$AB \quad AC \quad AD$



[Fig. 1]

[Zur geometrischen Progression]

1   2   4   8   16

2   4

2   6   18

36

2

6f. 4 (1) 1   5 (2) 2 L

5

3 Fig. 1: Leibniz hat die Längen der horizontalen Strecken aus der Figur in III,1 N.68 S.308 übernommen, wobei die obere der Länge der Senkrechten von  $E$  an die Gerade durch  $A$  und  $B$ , die mittlere dem Durchmesser des Kreises und die untere dem Abstand von  $E$  zum gedachten Schnittpunkt des Kreises mit der Geraden durch  $A$  und  $B$  entspricht, der in der Handschrift mit einem Punkt markiert ist. Der Punkt  $D$  in der Figur des vorliegenden Stücks liegt nahe an der Entsprechung des Punktes  $E$  der Vorlage. Die Kurve der Vorlage und somit auch ihr erster Ansatz im Stück weisen dieselben charakteristischen Abweichungen vom eigentlichen Verlauf der Bertetschen Kurve auf. Leibniz korrigiert sie leicht. Die Größenverhältnisse der horizontalen Strecken sind somit nicht mit der Situation in einer Figur mit einer exakt ausgeführten Kurve kompatibel. Die Proportionen der drei horizontalen Strecken wurden in der Figur beibehalten, wobei die Länge der mittleren mit dem Durchmesser des Kreises übereinstimmt. Die Lage von  $D$  wurde so gewählt, dass die Richtungen der Strecken in der Figur erhalten bleiben.



$$1 \quad \frac{33}{100} \quad \frac{1089}{100}$$

$$a \quad b \quad y$$

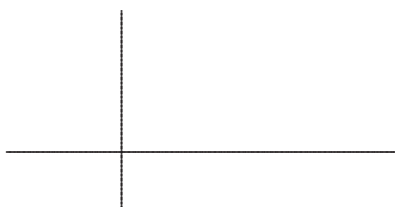
$$\frac{a}{b} [\sqcap] \frac{b}{y}$$

$$\cancel{\frac{y}{b}}$$

$$\cancel{\frac{b}{a}}$$

5

$$\frac{y}{b} \sqcap \frac{bb}{a}$$



[Fig. 2]

$$y \sqcap \frac{b^2}{a}$$

---

1 *Dazu am Rand:*

10

$$\begin{array}{r} 33 \\ \underline{33} \\ 99 \\ \underline{99} \\ 1089 \end{array}$$

$$1 \ 1 \ (1) \ 33 \ (a) \ 33 \ (b) \ 1089 \ (2) \ \frac{33}{100} \ L$$

---

1  $1 \dots \frac{1089}{100}$ : Leibniz führt die nachträglichen Änderungen nicht konsequent aus.      6 *Fig. 2*: Die

Figur bewahrt die Parallelität der gedachten Geraden durch die Endpunkte der langen Teilabschnitte zu derjenigen durch die Enden der kurzen Abschnitte der Linien in der Handschrift.

[Zur harmonischen Reihe, überwiegend überschrieben]

$$\begin{array}{ccccccccc} & & +1 & & 1 & & & & \\ 1. & & 2. & & 3. & & 4. & & 5. \\ \frac{1}{1} & \frown & \frac{1}{2} & \frown & \frac{1}{3} & \frown & \frac{1}{4} & & \frac{1}{5} \end{array}$$

$$\boxed{\begin{array}{cc} \frac{1}{1} & \frac{1}{2} \\ \hline \frac{1}{3} & \frac{1}{6} \end{array}}$$

$$\begin{array}{cc} \frac{1}{2} & \frac{1}{6} \\ \hline \frac{1}{4} & \frac{1}{12} \end{array}$$

$$\begin{array}{cccc} \frac{1}{1} & \frac{1}{2} & \frac{1}{3} & \frac{1}{4} \\ 24 & 12 & 8 & 6 \end{array}$$

5

$$\frac{24}{8} [\sqcap] \frac{12}{4} \quad \frac{12}{6} \sqcap \frac{4}{2}$$

---


$$4-6 \quad \text{Daneben: } \frac{1}{2} \times \frac{1}{3} \quad \frac{3}{6}$$

$$\frac{1, \mathbf{2}}{\mathbf{2}} \quad \frac{1}{3}$$

$$\frac{1}{2} \quad \frac{4}{12}$$

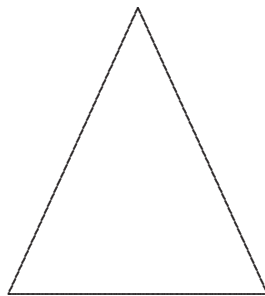
10

$$\begin{array}{c} 1 \\ \frac{2}{2} \\ \frac{3}{6} \\ \frac{4}{24} \end{array}$$

15

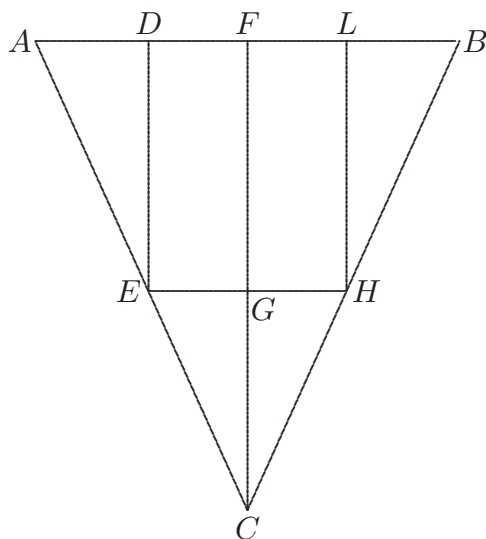
$$2 \ 2. \ (1)^2 \ (2)^1 \ 3. \ L \quad 5 \text{f.} \ \frac{1}{4} \ (1) \ \frac{24}{1} \ (2) \ 24 \ L$$

[Dreieck ohne Bezug zum weiteren Stück, nicht überschrieben]



[Fig. 3]

[Über einen Kanal mit trapezförmigem Querschnitt, nicht überschrieben]



[Fig. 4]

5  $AB \sqcap 40$

1500 longueur d'un canal

$b \sqcap AB \sqcap 40$  pieds largeur superieure

$g \sqcap DE \sqcap FG \sqcap 20$  profondeur

$e \sqcap EH \sqcap 25$  pieds largeur inferieure

10 5f. Daneben und darüber mit unklarem Bezug zum Text: 300 lieue

7  $b \sqcap AB \sqcap \text{erg. } L$     8  $g \sqcap DE \sqcap FG \sqcap \text{erg. } L$     9  $e \sqcap EH \sqcap \text{erg. } L$

$$\begin{aligned}
& \frac{AB \sqcap b}{EH \sqcap e} \sqcap \frac{FC \sqcap g + y}{GC \sqcap y} \\
& \frac{b}{e} \sqcap \frac{g + y}{y}. \quad yb \sqcap eg + ey. \quad yb - ey \sqcap eg. \quad y \sqcap \frac{eg}{b - e} \sqcap \frac{25, 20}{15} \sqcap \frac{20, 5}{3} \\
& GC \sqcap y \sqcap \frac{100}{3} \quad FC \sqcap g + \frac{eg}{b - e} \sqcap \frac{bg}{b - e} \quad ABC \sqcap \frac{gb}{2} + \frac{egb}{2, b - e} \sqcap \frac{gb^2}{2, b - e} \\
& \frac{e^2 g}{2, b - e} \quad \frac{gb}{2} \\
& \frac{gb^2 \overbrace{(-gbe + gbe)} - e^2 g}{b - e} [\sqcap] \frac{gb^2 - ge^2}{b - e} \sqcap \boxed{\frac{gb + ge}{2}} \\
& \quad \quad \quad \frac{20}{25} \\
& \quad \quad \quad \frac{500}{5}
\end{aligned}$$

5

5 Dazu Nebenrechnungen oben und rechts auf dem Blatt:  $\frac{b^2 - e^2}{b - e} \sqcap b + e$

$$\begin{aligned}
& b + e \\
& \frac{+ b - e}{- eb - e^2} \\
& \frac{+ b^2 + eb}{+ b^2 - e^2}
\end{aligned}$$

10

6–298,12 Daneben mit unklarem Bezug zu den Berechnungen: 40 –

15

~~15~~

$$\begin{aligned}
& 296,9-297,1 \text{ inferieure } (1) \frac{AB}{EH} \sqcap \frac{FC}{GC} \text{ (2) } \frac{AB \sqcap b}{EH \sqcap e} L \quad 2 \frac{eg}{b - e} (1) \frac{25, 15}{15} \sqcap \frac{50}{1} \text{ (2) } \frac{25, 20}{15} L \\
& 15 \text{ (1) } 100 \text{ (2) } | 200 \text{ gestr. } | 40 L
\end{aligned}$$

4 f.  $\frac{gb}{2}$ : Der Faktor 2 fehlt auch im Folgenden zunächst im Nenner der Brüche. Leibniz ergänzt ihn schließlich wieder beim Gesamtergebn.

$$\begin{array}{r}
 800 \\
 \underline{5} \\
 1300 \\
 \underline{650} \\
 65 \\
 \underline{15000} \\
 325000 \\
 \underline{65} \\
 975000 \\
 20 + \frac{100}{3} \\
 \underline{33 +} \\
 53 + \frac{1}{3}
 \end{array}$$

[Gleichungsumformungen, nach S. 294 Z. 2 eingefügt, nicht überschrieben]

$$\begin{array}{r}
 3b - 1, \boxed{2}. \quad \boxed{9b^2} - 6b + 1 \sqcap \boxed{b^2} - 2cb + c^2. \text{ eritque } b \sqcap \frac{b^2 + c^2}{3b - 1} \\
 \underline{3c - 1} \\
 - 3b + 1 \\
 - 3c \\
 + 3bc \\
 \hline
 3bc - 3b - 3c + 1
 \end{array}$$

10 f. Dazu Nebenrechnung:

$$\begin{array}{r}
 \mathcal{X} \\
 \cancel{100} \not\sim 33 \\
 \cancel{22}
 \end{array}$$

1 f. 800 (1) 15 (2) 5 L

10  $\frac{100}{3}$ : Leibniz übernimmt den ganzzahligen Anteil des Bruchs in die nachfolgende Zeile.

14–20 Vgl. N. 39 S. 301 Z. 7–11 und VII, 1 N. 88 S. 582 Z. 17f. 19  $+ 3bc$ : Richtig wäre hier und in der folgenden Zeile  $+ 9bc$ .

## 39. VARIAE FIGURAE ET FRAGMENTA CALCULORUM

[Februar – April 1676]

**Überlieferung:** *L* Konzept: LH 38 Bl. 172. 1 Bl., ca  $22 \times 13$  cm, an drei Seiten beschnitten, untere Schnittkante unregelmäßig. Die Schnitte verlaufen zum Teil durch Text oder Figuren. 1 S. auf Bl. 172 v<sup>o</sup> sowie zwei Marginalien auf Bl. 172 r<sup>o</sup>. Auf dieser Seite ansonsten VIII, 1 N. 71.  
Cc 2, Nr. 1188 tlw.

5

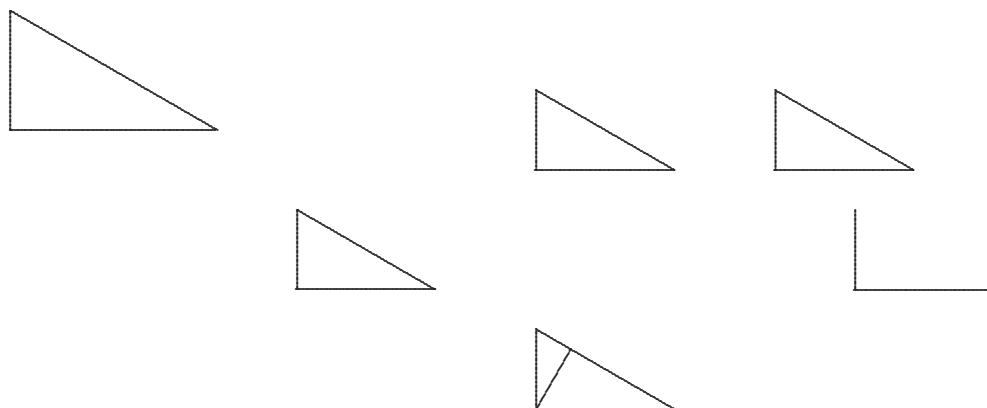
Datierungsgründe: Unser Stück dürfte im ungefähr gleichen Zeitraum wie das auf der Vorderseite niedergeschriebene Stück *Trouver les pignons* (VIII, 1 N. 71) entstanden sein. Dieses wird von den Herausgebern auf Frühjahr 1676 datiert. Den entscheidenden Hinweis für seine Datierung liefern dabei die beiden Marginalien, die Leibniz nachträglich an den Rand dieses Stückes gesetzt hat und die wir als Teil unseres Stückes betrachten. Sie enthalten die Fragmente von Rechnungen, welche anderen Rechnungen, die zu den in N. 38 edierten Notizen gehören, ähneln. Diese Notizen sind wahrscheinlich um den 9. Februar 1676 herum entstanden. Leibniz hat sie großenteils mit einem philosophischen Text (VI, 3 N. 71), den er auf den 15. April 1676 datiert hat, überschrieben. Die Rechnungen in N. 38 sind also wohl nicht viel früher als am 9. Februar und mit Gewissheit bis zum 15. April 1676 entstanden. Somit stammen vermutlich auch jene Rechnungen, die zu unserem Stück gehören, aus diesem Zeitraum. Dies darf dann auch für jene Teile unseres Stückes, die sich auf der anderen Seite finden, angenommen werden. Das Wasserzeichen des Trägers schließlich ist für Stücke belegt, die die Herausgeber auf April 1676 datieren. Alles in allem erscheint ein Entstehung unseres Stückes im Zeitraum von Februar bis April 1676 wahrscheinlich.

10

15

20

[Diverse Dreiecke]



[Fig. 1]

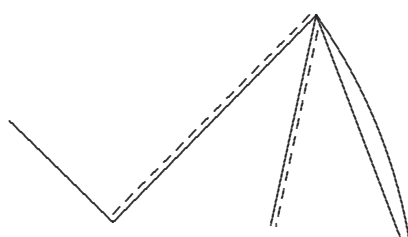
---

22 Am oberen Blattrand, der Länge nach durchgeschnitten:  $x \quad \langle x \rangle \quad x$

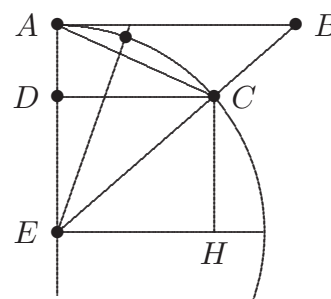


[Fig. 2]

[Zur Dreiteilung des Winkels?]

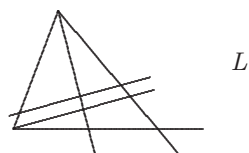


[Fig. 3]



[Fig. 4]

3 gestrichene Vorstufe zu Fig. 3:



L

3 Fig. 3: Der untere Teil der Figur ist abgeschnitten. Sie und die folgende Figur gehören möglicherweise zu Überlegungen zur Dreiteilung von Winkeln; vgl. etwa VII, 1 N. 27 S. 189.

[*Zum Ausdruck*  $\sqrt{-3}$ ]

$$\begin{array}{r} -a \sqcap -1 \wedge +a \\ +\sqrt{-3} \\ +\sqrt{-3} \\ -\wedge -3 \\ + \end{array}$$

5

$3^2$

[*Fragmente von Rechnungen auf der Vorderseite*]

$$3b + 1 - 3b$$

$$3b + 1 \quad 3c$$

$$[f \sqcap] \frac{3b+1}{3c} \sqcap \frac{b}{c} + \frac{1}{3c}, \text{ qui si integer erit } b \sqcap fc - \frac{1}{3}. \text{ Ergo } f \text{ [bricht ab]}$$

10

$$b - c \sqcap b + c - f$$

6 In der Blattmitte, gestrichen:

$$\boxed{\langle A \rangle ng}$$

3  $\sqrt{-3}$ : Der imaginäre Ausdruck  $\sqrt{-3}$  ist Teil von Überlegungen, als deren Ergebnis Leibniz die Identität  $\sqrt{1 + \sqrt{-3}} + \sqrt{1 - \sqrt{-3}} = \sqrt{6}$  formuliert. Diese teilt er etwa Huygens in einem wohl Mitte September 1675 abgefassten Brief mit (III, 1 N. 61 S. 278) und leitet sie in einem auf Oktober 1675 zu datierenden Stück, dessen Untertitel *De radicibus realibus, quae interventu imaginariarum exprimuntur* lautet, her (VII, 2 N. 51 S. 683). Ein Jahr darauf stellt Leibniz sie für Oldenburg und Collins erneut auf (III, 1 N. 96<sub>1</sub> S. 625, verfasst zwischen 18. und 29. Oktober 1676). Es kann vermutet werden, dass das vorliegende Fragment mit solchen Überlegungen zusammenhängt. 8–11  $3b + 1 \dots b + c - f$ : Vgl. diese Rechnungen mit N. 38 S. 298 Z. 13–20. Leibniz hat sie auf der Vorderseite links unten in der Ecke bzw. mittig am unteren Rande angebracht, nachdem er auf dieser Seite bereits VIII, 1 N. 71 niedergeschrieben hatte.



## 40. AUS UND ZU PIERRE COURCIER, SUPPLEMENTUM SPHAEROMETRIAE

8. März 1676

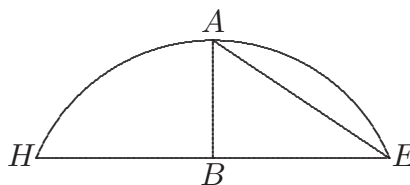
**Überlieferung:** *L* Konzept: LH 35 XIII 3 Bl. 206. 1 Bl. 2°. 2 S. — Leibniz hat im separierten Index, S. 73–76 des Druckes (LH 35 XIII 3 Bl. 207–208; Cc 2, Nr. 1350 B), auf S. 73 die Überschrift *Index* ergänzt zu: „Index Supplementi Sphaerometriae P. Courcier“. — Wörtliche Zitate werden kursiviert, dabei werden Auslassungen von einzelnen Wörtern in der Regel nicht eigens vermerkt. Orthographie und Interpunktion von Leibniz, gegebenenfalls abweichend von der Quelle, werden stillschweigend übernommen.

Cc 2, Nr. 1350 A

8. Martii 1676.

*Supplementum Sphaerometriae, sive Triangularium et aliarum in Sphaera figurarum quoad areas mensuratio per R. P. Courcier S. J. Mussiponti apud Claudium Cardinet 1675.*

*Superficies cujuslibet integrae portionis Sphaerae demta sua circulari basi est aequalis circulo, cujus semidiameter aequatur lineae rectae ductae a vertice ad circumferentiam basis illius portionis.*



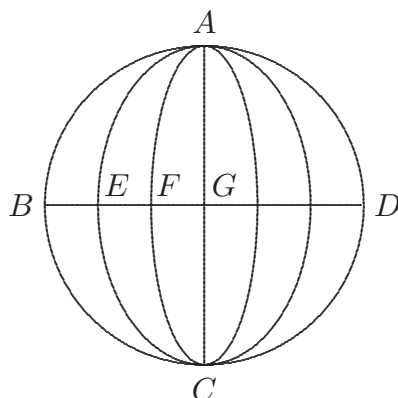
[Fig. 1]

Circulus rad.  $AE \sqcap$  superf.  $AHE$ .

Quae linea est chorda subtendens arcum maximi circuli transeuntis per verticem dictae portionis, et in ejusdem peripheriam cadentis ad angulos rectos; portio sphaerae comprehensa duobus semicirculis magnis in eisdem polis se secantibus, vocatur *Sectione p e p o n a l i s*.

12 sive |Triangulorum ändert Hrsg.| et (1) aliorum (2) aliarum *L* 16f. ad (1) basim (2) circumferentiam basis *L* 18f. Fig. 1 ... AHE erg. *L*

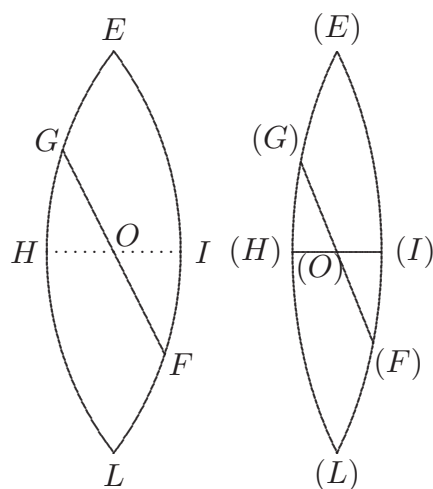
Residua sphaerae portio sectio Antipeponalis. Sectio peponalis ab aequatore secatur in duo Triangula, quae vocat birectangula, quia duo anguli ad aequatorem recti. Complementum Trianguli ad superficiem hemisphaerii vocat Anti-birectangulum.



[Fig. 2]

Theor. 1. *In sectionibus peponalibus est area ad aream, ut angulus ad polum ad* 5 *angulum.*

Seu sectiones peponales sunt ut anguli ad polum. Hoc non satis probat, etsi satis videatur clarum. Ut *totum ad totum*, ait, *ita pars similis ad similem partem*. Anguli et sphaera eodem modo secantur.



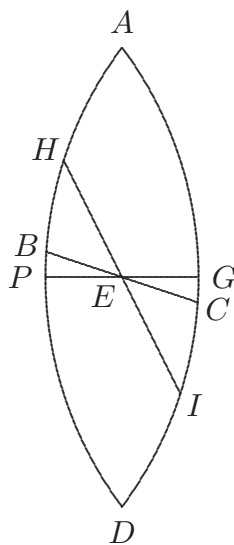
[Fig. 3]

10

5 ad polum *erg.* L

Theor. 2. In Triangulis Sphaericis (+ circulis magnis comprehensis +) in quibus duo latera simul sumta semicirculo aequalia, se habent areae, ut anguli duobus lateribus comprehensi scilicet  $GEFG$  ad  $(G)(E)(F)(G)$ , ut angulus in  $E$  ad ang. in  $(E)$ . Nam  $GEFG$  Triangulum aequale Triangulo  $HEI$ . si arcus  $GOF$  transeat in  $O$  medio per  
 5 aequatorem. Nam utrumque sectionis peponalis dimidium. Patet sectiones peponales esse ut angulos, ergo et eorum dimidia.  $GE + EF$  faciunt semicirculum, ut patet.

Prop. 3. Problema: Triangulo sphaerico cujus duo latera simul sumta sunt aequalia semicirculo invenire aliud aequale quod habeat vel latus vel angulum datum, cum duobus lateribus semicirculo aequalibus. Hoc facile.

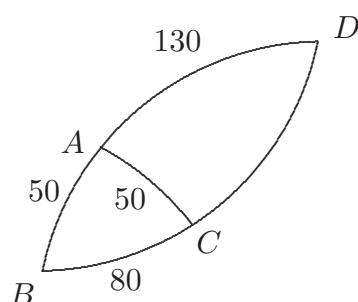


[Fig. 4]

Datum  $ABC$ . quaesitum cujus angulus  $AH$ , erit  $HAI$ , et  $I$  determinatur circuli magni arcu ducto  $HEI$ .

Nunc progrediamur ad Triangula in quibus latera simul sumta non faciunt semicirculum et Prop. 5. Problema: Invenire aream Trianguli Sphaerici isoscelis cujus crura  
 15 simul sumta sunt semicirculo majora aut minora.

4 medio erg.  $L$  6f. patet | Iam porro progressus ostendit, qvomodo dato Triangulo Sphaerico (magno scil.) aliud inveniri possit, cuius duo latera simul aequalia semicirculo. *gestr.* | (1) In (2) Hoc praestat (3) prop.  $L$



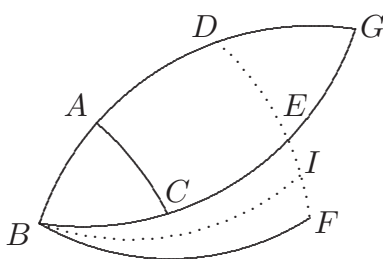
[Fig. 5]

Sit Triang.  $ABC$ .  $AB \sqcap AC$ .  $BA$  et  $BC$  continua in  $D$  ut sectio peponalis fiat erit  $ADC$  Triangulum cujus duo latera  $AD$ ,  $AC$  faciunt semicirculum (nam  $AD + AC \sqcap AD + AB$ .) Ergo Triangulum  $ADC$  haberetur, ergo si auferatur a sectione peponali, etiam data, restabit area dati  $ABC$ .

5

Hinc problema solvit *prop. 6. Invenire isosceles birectangulum dato alteri isosceli aequale*: hoc modo: Si[t] propositum triangulum isosceles, tolle supplementum anguli verticalis, ex summa angulorum ad basin residuum, erit angulus verticalis Trianguli birectanguli aequalis cum isoscele dato. *Scilicet p r o p. VI. Invenire isosceles birectangulum dato alteri isosceli aequale*:

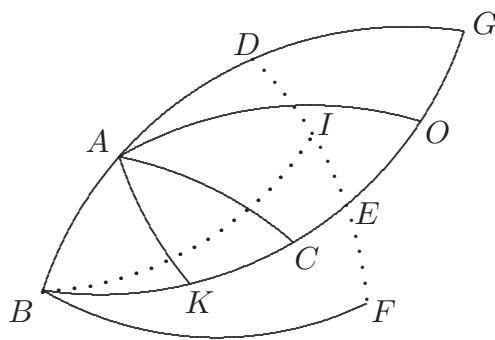
10



[Fig. 6]

*Dati isoscelis ABC. producaturs basis BC. lat., AB. ut fiat pepo. [...] Anguli ABC. duplus ABF. Ergo Birectangulum DBF  $\sqcap$  peponi ABCG. Si tollas GAC ex pepone sive ex DBF vel quod eodem recidit, ut patet ex prop. 2. Si tollatur angulus GAC vel ipsi sumtus aequalis DBI ex DBF remanebit verticalis angulus  $\nabla^{\text{li}}IBF$ , quod aequale  $\nabla^{\text{lo}}$*

15



[Fig. 7]

Prop. VII. Invenire isosceles birectangulum dato Triangulo rectangulo vel scaleno cui-  
 libet non rectangulo aequale. In isoscele  $ABC$ . ducatur a vertice  $A$ . perpendicularis arcus  
 $AK$ , ergo bisecatur isosceles in duo aequalia Triangula rectangula.  $AKB$ .  $AKC$ . utrius-  
 5 que area, seu birectangulum ei aequale sic invenietur facile. Si ex  $\nabla^{\text{ang.}} ABC$ . dimidio  
 anguli  $ABF$  tollatur angulus  $ABI$  seu dimidus anguli  $CAG$  relinquetur enim angulus  
 $IBE$  qui est verticalis, angulus Trianguli birectanguli  $IBE$  quod est aequale cum rec-  
 tangulo  $AKB$  vel  $AKC$  in isoscele  $ABC$ . Hic enim processimus per medietates sicut in  
 praecedenti problemate per totalitates. Ut autem se habet totum ad totum, ita medietas ad  
 10 medietatem. Eodem modo in omnibus rectangulis Triangulis reperiri potest birectangulum  
 aequale, ut satis patet, si nempe ex altero acutorum tollatur dimidium supplementum du-  
 plicati alterius acuti anguli, id est, dimidium supplementum anguli  $BAC$  qui est angulus  
 duplicatus anguli  $BAK$ . Quod enim relinquetur erit angulus verticalis birectanguli cum  
 dato rectangulo aequalis. [...] Hinc autem satis patet idem quod supra contingere, id est  
 15 obtineri birectangulum aequale dato rectangulo, sive istud datum sit pars isoscelis ut con-  
 tingit in triangulo isoscele  $ABC$ , sive sit pars Scaleni, ut contingit in triangulo Scaleno  
 $ABO$ . Semper enim eodem modo obtinebitur dictum birectangulum dato rectangulo ae-  
 quale. Imo hinc colligitur modus facillimus metiendi Triangula sphaerica quaelibet. Nam  
 isosceles birectangulum aream suam prodit angulo suo verticali. Quodlibet autem isosce-  
 20 les non birectangulum facile revocatur ad birectangulum, sicut et quodlibet rectangulum  
 revocari potest ad birectangulum. Imo et quodlibet etiam scalenum revocari potest ad bi-  
 rectangulum, quia dividi potest in duo rectangula, et duo rectangula ad duo birectangula,  
 et duo birectangula ad unum birectangulum, cujus videlicet angulus verticalis adaequet  
 duos angulos verticales duorum aliorum birectangulorum.

*Prop. 8. Triangula aequalia sphaerica habent aequalem summam angulorum.*

Et prop. 9. est hujus conversa. Sequuntur aliquot problemata usque ad prop. 15. quae horum consequentiae; item alia in quibus ex tribus datis Trianguli reliqua inveniuntur, et area anguli unius vel lateris locum subit. Meminisse autem oportet per Trigonometriam, quodlibet trianguli latus facile reperiri, datis aut repertis angulis  $\nabla^{\text{li}}$  sphaerici. 5

Prop. 25 ad 29. notanda habet Problemata de arcuum trientibus, exempli causa, *si latus aequilateri Trianguli facti ad verticem isoscelis birectanguli abscindat in tertia parte complementum anguli verticalis dicti isoscelis, erit istud aequilaterum illi isosceli aequale.*

*Prop. 31. Si sphaerico isosceli birectangulo fiat ad ejus verticem aliud isosceles aequale prioris tantae parti, quanta ipsum posterius est pars certi polygoni regularis, et habens in vertice centalem angulum istius certi polygoni; angulus ad basin istius posterioris isoscelis compositus erit ex semiangulo polygoni rectilinei regularis cujus assumtus est centralis angulus, et ex dimidia parte tantae portionis anguli verticalis prioris isoscelis, quot habet polygonum latera. Nimirum ut habeantur polygonorum regularium centrales anguli oportet tantum dividere 360 per numerum laterum polygoni, quotiens enim erit centralis angulus. Ut vero habeantur anguli polygoni rectilinei, tollendus est angulus centralis polygoni ex 180. residuum erit angulus polygoni rectilinei.* 10 15

|                                   |     |    |     |     |                  |                 |     |     |                   |     |    |
|-----------------------------------|-----|----|-----|-----|------------------|-----------------|-----|-----|-------------------|-----|----|
| <i>Polygona:</i>                  | 3   | 4  | 5   | 6   | 7                | 8               | 9   | 10  | 11                | 12  |    |
| <i>Centrales anguli</i>           | 120 | 90 | 72  | 60  | $51\frac{3}{7}$  | 45              | 40  | 36  | $32\frac{8}{11}$  | 30  |    |
| <i>Anguli polygoni rectilinei</i> | 60  | 90 | 108 | 120 | $128\frac{4}{7}$ | 135             | 140 | 144 | $147\frac{3}{11}$ | 150 | 20 |
| <i>Semiang. polyg. rectil.</i>    | 30  | 45 | 54  | 60  | $64\frac{2}{7}$  | $67\frac{1}{2}$ | 70  | 72  | $73\frac{7}{11}$  | 75  |    |

In *Prop. 41.* ait autor se dare jam dimensionem omnium arearum superficiei sphaerae, circulis comprehensorum non vero linearum aliarum quae in superficie sphaerae describi possent, ut *parabolicae, Hyperbolicae, Ellipticae, de quibus inquit olim nobis sermo fuit in opusculo de Sectione Conicae, Sphaericae, Cylindricae, superficierum ab invicem.* 25  
NB (+ non capio quomodo in sphaerae superficie describi possent hujusmodi curvae. +)

14 polygonorum (1) rectilineorum (2) regularium *L*

25 *opusculo*: P. COURCIER, *Opusculum de sectione superficiei sphaericae*, 1663.

*Determinare limites angulorum quos habet quodlibet polygonum regulare. Prop. 32. Polygona regularia [Sphaerica] non habent se semper eodem modo in quantitate suorum angulorum, sicut polygona rectilinea, quae angulos suos semper eosdem habent. Puta Trigona semper habent angulos grad. 60. Tetragona 90. [...] At sphaerica angulos illos*  
 5 *variant, cujus variationis limites hic postulantur. Quoniam autem ex praecedenti propositione et Corollario angulus polygoni Sphaerici componitur ex angulo polygoni rectilinei et tanta parte anguli verticalis isoscelis birectanguli polygono Sphaerico aequalis, quot habet polygonum latera fit ut minimus limes tunc habeatur, si anguli polygoni rectilinei nihil addatur; maximus vero si angulo polygoni rectilinei tanta portio addatur, quanta est pars*  
 10 *numeri 360 per numerum laterum polygoni divisa in quotiente relictis. Quorum limitum differentia excursio angulorum nominari potest. [...] Et haec excursio juncta cum primo sive minimo limite, dat limitem maximum.*

His omnibus si jam addatur Archimedis artificium quo invenit portiones sphaericae superficiei, et circulo parallelo comprehensas, jam omnes denique circulorum in sphaera  
 15 intersectiones puto haberi possunt.

Hinc subjiçit problema *Prop. 42. Data trium in terrae superficie locorum longitudine et latitudine, invenire aream superficiei interceptam.*

Et *Prop. 43.* hoc notat: *Areae triangulorum Sphaericorum habentium aequalia cum Triangulis rectilineis latera aliquando sunt minores areis rectilineorum, aliquando majores*  
 20 *aut aequales.*

*Non est hic, inquit consulenda imaginatio sola, quae gibbositatem sphaericae superficiei considerans facile sibi persuadebit, nunquam contingere, ut areae Triangulorum sphaericorum habentium aequalia cum rectilineis latera, sint minores areis rectilineorum. Verum rationem et experientiam sequendo dico, innumera, esse tam quae majorem, quam*  
 25 *quae minorem habeant aream: Hic libentissime (inquit in fine) subjicerem tabulam quam pro gradibus et minutis compositam birectangulorum quam peponum habeo, sed cogit omittere defectus typorum numeralium.* Subjiçit recapitulationem.

19 minores | angulis ändert Hrsg. | rectilineorum L

13 invenit: ARCHIMEDES, *De sphaera et cylindro.*

## 41. LOGARITHMICA CURVA

[Ende April – November 1676]

**Überlieferung:** *L* Konzept: LH 35 V 14 Bl. 18–19. 1 Bog. 2° mit einem rechteckigen Ausschnitt von etwa 10 cm Höhe über die volle Seitenbreite in der unteren Mitte von Bl. 19. 2 S. auf Bl. 18, 15 Zeilen auf Bl. 19 r° unten, 15 Zeilen auf Bl. 19 v° unten. Auf dem übrigen Bogen N. 42.

5

Cc 2, Nr. 986 tlw., 988 u. 990.

Datierungsgründe: Die Anordnung der beiden Texte auf dem Bogen lässt darauf schließen, dass N. 41 vor N. 42 begonnen wurde. Da Leibniz in N. 41 ab S. 312 Z. 11 auf Inhalte von N. 42 zurückgreift, ist davon auszugehen, dass N. 42 vor N. 41 beendet wurde, sodass die Abfassung von N. 42 in die Zeit der Arbeiten an N. 41 fällt. Beide Stücke weisen eine inhaltliche Nähe zum Stück N. 24 auf, dessen nachträglich ergänzter Titel ähnlich zu dem von N. 41 gewählt ist. Am Anfang der auf Juni 1675 datierten N. 24 nutzt Leibniz eine der wenigen in N. 41 unerwähnt gebliebenen Methoden zur Gleichungslösung. Da die Art der Nutzung von Reihen zur Lösung von Gleichungen in der Form von N. 24 zugleich eine inhaltliche Weiterentwicklung gegenüber dem Ansatz in N. 42 darstellt, könnte der Beginn von N. 24 als eine Weiterführung von N. 41 und 42 gesehen werden. Allerdings verweist Leibniz auf *inventata* von P. Mengoli (S. 313 Z. 18 f.), die in die Überlegungen einzubeziehen seien. Zu dessen *Geometriae speciosae elementa*, deren vierter und fünfter Teil der Logarithmusrechnung gewidmet sind, hatte Leibniz vor seinem Londonaufenthalt 1676 wohl keinen Zugang. Jedoch gibt er bereits Ende April 1676 in seinem Auszug aus P. MENGOLI, *Circolo*, 1672, einen Verweis von Mengoli auf dieses Werk wieder und exzerpiert dessen Verwendung von Logarithmen (*a. a. O.*, S. 29–60) ausführlich (VII, 6 N. 132 S. 125–131). Während des Londonaufenthalts im Oktober 1676 ist zudem ein Text entstanden, in dem Leibniz auf Schriften von Isaac Barrow und Pietro Mengoli verweist (III, 1 N. 88<sub>2</sub>). Im Laufe des Jahres 1676 verfolgt Leibniz instrumentelle Ansätze zur Lösung verschiedener Gleichungsprobleme weiter, die wie auch im vorliegenden Stück vorgeschlagen auf der Nutzung von Eigenschaften der Logarithmuskurve basieren. Anders als in VII, 7 N. 67 von Ende Mai 1676 und in N. 48 von November 1676, in dem ein Instrument vorgestellt wird, das auf die Lösung desselben Problems wie im vorliegenden Stück abzielt, liegt hier der Schwerpunkt auf der Darstellung desselben Funktionsmechanismus wie bereits in N. 27. Insgesamt erweist sich somit der Zeitraum von Leibniz' Auseinandersetzung mit dem Werk Mengolis bis zur Entstehung von N. 48 als die plausible Ansetzung der Datierung.

10

15

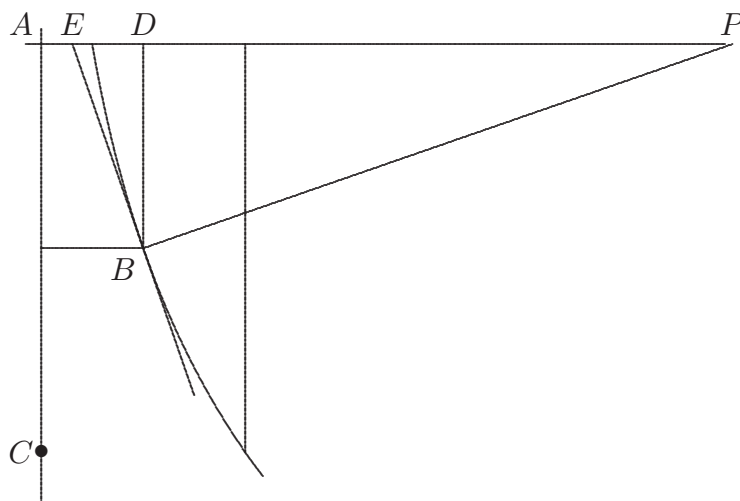
20

25

30



Logarithmica Curva  
Solutio aequationum per logarithmos



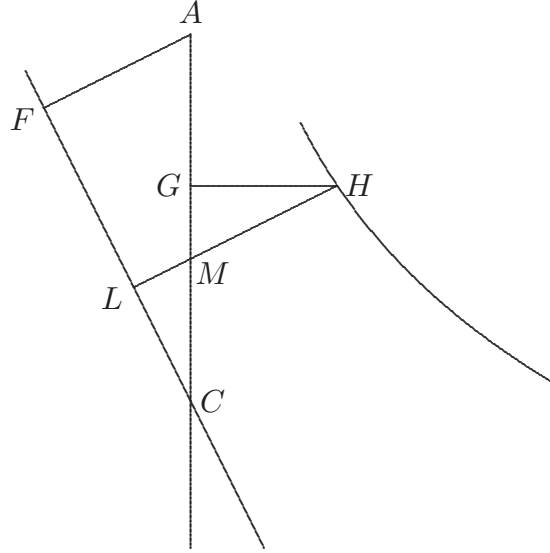
[Fig. 1]

Dato Lineae Logarithmicae puncto  $B$  aliquo, et Asymptoto, invenire rectam quae  
 5 in dato puncto curvam tangat. Fiat ut  $ED$  ad  $DB$  ut est  $1$  ad  $\frac{1}{AD}$  seu ut  $AD$  ad  $1$ .  
 Ergo  $ED \propto \frac{DB \cdot AD}{1}$ , seu  $\frac{t}{y} \propto \frac{x}{1}$  ponendo  $ED \propto t$ .  $DB \propto y$ .  $AD \propto x$ . Jam  $tp \propto y^2$ , seu  
 $t \propto \frac{y^2}{p}$ . Ergo hunc valorem priori inserendo fiet:  $\frac{y^2}{yp} \propto \frac{x}{1}$  seu  $\frac{y}{p} \propto \frac{x}{1}$ . seu  $p \propto \frac{1y}{x}$ . Habetur  
 autem summa Omn.  $p$ . nempe  $\frac{y^2}{2}$ . Summa ergo omnium Logarithmorum per numeros  
 suos divisorum (: nam  $y$  est Logarithmus,  $x$ . numerus :) haberi potest. Sed et cubi et

10 8f. *Am Rand:* Subest nonnihil erroris, numerus est  $\frac{1}{2}x$ .

2-4 logarithmos (1) Linea Logarithmica data atqve descripta rectam invenire, quae curvam  
 in dato (2) Dato (a) Log (b) Lineae  $L$  4 et (1) axe (2) Asymptoto  $L$  5 ut (1) AD ad D (2)  
 ED  $L$  7 ergo (1) jungendum hu (2) hunc  $L$  8 nempe (1)  $\frac{1}{2, t^2}$  (2)  $\frac{y^2}{2} L$

quadrato-quadratica etc. omnium *p.* methodo Barroviana haberi possunt. Eodem modo et aliarum figurarum ad analysin irrevocabiliū habebuntur quadratrices, et vicissim harum quadratricium tangentes; seu differentiae.



[Fig. 2]

Sit *AC* lineae logarithmicae Asymptota sumatur alia quaelibet recta *FC* quae eam 5  
secet in puncto *C*. ita ut *AF*. *FC* sint datae. Sit *AF*  $\sqcap$  *f*. *FC*  $\sqcap$  *c*. *AG*  $\sqcap$  *y*. seu  
logarithmus, *GH*  $\sqcap$  *x*. seu numerus. Quaeritur relatio inter *HL*  $\sqcap$  *z*. et *CL*  $\sqcap$   $\omega$ . Ante

omnia *AC*  $\sqcap$   $\sqrt{f^2 + c^2}$ . *GC*  $\sqcap$   $\sqrt{f^2 + c^2} + x$ . Erit *HM*  $\sqcap$   $\frac{y\sqrt{f^2 + c^2}}{c}$   $\frac{LM}{(\omega)} \sqcap \frac{f\omega}{c}$ .

$$CM \sqcap \sqrt{\omega^2 + \frac{f^2\omega^2}{c^2}} \sqcap \frac{\omega}{c} \sqrt{c^2 + f^2}.$$

$$GM \sqcap \frac{yc}{f}.$$

10

5 *AC* (1) axis (2) lineae logarithmicae | Asympotos ändert Hrsg. | (a) sive (b) sumatur *L* 8 Erit

$$(1) \frac{HM}{x} \sqcap \frac{\sqrt{f^2 + c^2}}{c} \quad (2) HM \sqcap (a) \frac{x\sqrt{f^2 + c^2}}{c} \quad (b) \frac{y\sqrt{f^2 + c^2}}{c} L$$

---

1 methodo Barroviana: I. BARROW, *Lectiones geometricae*, 1672, S. 85–88 [Marg.]; vgl. VII, 5 N. 43 S. 304–306. 6 f. *AG* ... numerus: Leibniz vertauscht *x* und *y* im folgenden Ansatz von *GC* und *HM*. Dadurch und durch weitere Unachtsamkeiten wird die weitere Rechnung bis S. 312 Z. 8 beeinträchtigt.

$$\text{Ergo } GC \sqcap \frac{yc}{f} + \frac{\omega}{c} \sqrt{c^2 + f^2} \sqcap \sqrt{f^2 + c^2} + x.$$

Et quia ex natura Logarithmorum vel progressionis Geometricae:  $x \sqcap a^y$ . fiet aequatio:

$$\frac{c}{f}y + \frac{\sqrt{c^2 + f^2}}{c}\omega \sqcap \sqrt{f^2 + c^2} + a^y.$$

$$5 \quad \text{Denique } LM + MH \sqcap z. \text{ seu } \frac{\sqrt{f^2 + c^2}}{c}y + \frac{f}{c}w \sqcap z.$$

Ope igitur harum duarum ultimarum aequationum alterutra incognitarum  $y$  vel  $w$ . eliminari potest. Eliminataque  $w$  substituto ejus valore  $\frac{c}{f}z - \frac{\sqrt{f^2 + c^2}}{f}y$  fiet:

$$\frac{c}{f}y + \frac{\sqrt{c^2 + f^2}}{f}z - \frac{f^2 + c^2}{fc}y \sqcap \sqrt{f^2 + c^2} + a^y.$$

Utile foret figuram invenire, in qua  $x \sqcap a^{\frac{y}{a}} + b^{\frac{y}{a}+1} + c^{\frac{y}{a}+2} + d^{\frac{y}{a}+3}$  etc. quousque  
10 scilicet continuare liceat, sed talem figuram non ausim sperare.

$x^3 + abx + a^2c \sqcap 0$ . vel  $x^y + \frac{b}{a}x^{y-2} + c \sqcap z$ . Quaeritur  $x$ . Quaeritur scilicet applicata lineae logarithmicae, ad cujus logarithmi triplum applicata aequetur lineae.

$$\text{Aequatio } x^3 * abx + a^2c \sqcap 0. \text{ Unde Analogia: } \frac{x^3}{a^3} \sqcap \frac{\frac{b}{a}x + c}{a}.$$

$$\text{Unde aequatio Logarithmica: } \underbrace{\oplus}_{-} 3 \overline{\text{Log } x} \underbrace{\ominus}_{+} \overline{\text{Log } \frac{b}{a}x + c} \sqcap \underbrace{\ominus}_{+} 2 \overline{\text{Log } a}.$$

$$15 \quad \text{Videamus an ne liceat ad Logarithmos logarithmorum: } \frac{1}{1} \sqcap \frac{-2 \overline{\text{Log } a} + \overline{\text{Log } \frac{b}{a}x + c}}{+3 \overline{\text{Log } x}}.$$

Ergo  $\text{Log: } -2 \overline{\text{Log } a} + \overline{\text{Log. } \frac{b}{a}x + c} \sqcap \text{Log: } 3 \overline{\text{Log } x}$ . Sed nihil hinc lucis.

$$\begin{array}{ll} 9 \quad x \sqcap (1) a^y + b^{y+1} + c^{y+2} + d^{y+3} & (2) a^{\frac{y}{a}} + b^{\frac{y}{a}+1} + c^{\frac{y}{a}+2} + d^{\frac{y}{a}+3} \quad L \quad 11 \quad \text{vel } (1) x^{y+} \quad (2) x^y + \\ (a) abx^{y-2} \quad (b) \frac{b}{a}x^{y-2} + (aa) c^{y-0} \quad (bb) c^0 \quad L & 11 \quad \text{qvaeritur } x. \quad (1) \text{ est illa cuius Loga } (2) \text{ qvaeritur } L \\ 12 \quad \text{logarithmicae, } (1) \text{ Cuius triplus } (2) \text{ ad } L & 13 \text{ f. } \frac{\frac{b}{a}x + c}{a} \quad (1) \text{ Unde Logarithmus } (2) \text{ Unde } L \end{array}$$

13 Analogia:  $\frac{x^3}{a^3} \sqcap \frac{\frac{b}{a}x + c}{a}$  entsteht nicht aus der zuvor angegebenen Gleichung, entspricht jedoch derjenigen, die Leibniz in N. 42 S. 320 Z. 4 nutzt. Im folgenden tritt ein weiterer Vorzeichenfehler auf.

Omnis formula ad quosdam factores reduci potest, in quibus non nisi  $x$ . simplex cum quadam cognita.

Si sit  $\overline{\text{Log } \frac{b}{a}x + c}$ . semper potest reduci ad  $\overline{\text{Log } x + e}$  ponendo enim  $\frac{b}{a}e \sqcap c$ . sive  $e \sqcap \frac{ac}{b}$ . Fiet  $\overline{\text{Log } \frac{b}{a}x + c} \sqcap + \overline{\text{Log } b} - \overline{\text{Log } a} + \overline{\text{Log } x + e}$ .

Ex eadem Aequatione Analytica plures elici possunt Logarithmicae. Ut Aequatio 5  
proposita, etiam in hanc Analogiam resolvi potest:

$$\frac{x^2 + ab}{ac} \sqcap \frac{-a}{x}. \text{ Ponendo } ab \text{ esse quantitatem negativam } \sqcap -af. \text{ fiet } x^2 + ab \sqcap x^2 - af.$$

Jam  $x^2 - af \sqcap x + \sqrt{af} \wedge x - \sqrt{af}$ . Unde fiet aequatio Logarithmica  $\overline{\text{Log } x + \sqrt{af}} + \overline{\text{Log } \mp x \mp \sqrt{af}} - \overline{\text{Log } a} - \overline{\text{Log } c} \sqcap \overline{\text{Log } -a} - \overline{\text{Log } x}$ . Explicando  $\mp$  per  $+$  et  $\mp$  per  $-$  et transponendo aequationem habebimus: 10

$$\begin{aligned} &+ \overline{\text{Log } x - \sqrt{af}} \sqcap + 2 \overline{\text{Log } a}. \\ &+ \overline{\text{Log } x} \quad \quad \quad + \overline{\text{Log } c} \\ &+ \overline{\text{Log } x + \sqrt{af}} \end{aligned}$$

Ubi jam res oritur notabilis, nimirum hos tres numeros Logarithmo affectos, incognitam includentes esse progressionis Arithmeticae, unde sequitur Logarithmos eorum 15  
progressionis esse logarithmicae. Et hinc methodum haberi inveniendi Summam trium numerorum progressionis Logarithmicae. Sed haec nihil ad rem nostram.

Nec dum video quid magnopere ex aequationibus logarithmicis duci possit. Addenda sunt Mengoli inventa.

An forte aliquando effici potest, ut ipsae quaedam quantitates logarithmicae, fiant 20  
incognitae  $x$  quaerendae, v. g. exponentes incognitarum ordinariarum, de quo et alibi.

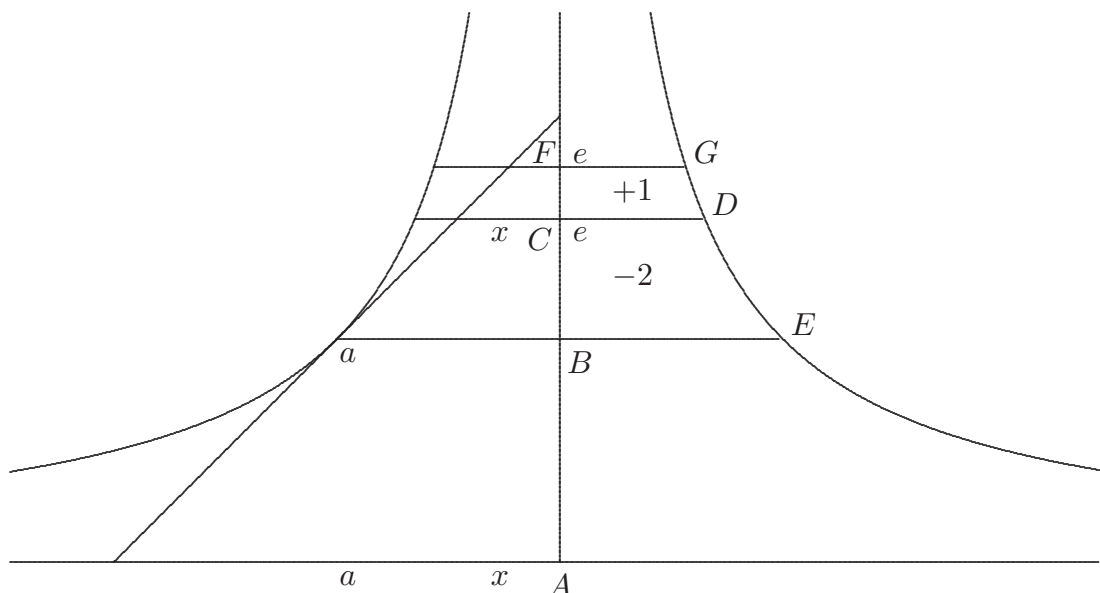
$$6 \text{ f. potest: } (1) \frac{x^2}{a^2} \quad (2) \frac{x^2 + ab}{ac} \sqcap \frac{-a}{x}. L \quad 8 \text{ f. } \overline{\text{Log } x + \sqrt{af}} + (1) \overline{\text{Log } x - \sqrt{af}} \quad (2) \overline{\text{Log } \mp x \mp \sqrt{af}} L$$

14 numeros (1) qvo incogni (2) Logarithmo  $L$       20 logarithmicae, (1) pro incognit (2) fiant  $L$

---

10 habebimus: Die Unachtsamkeit bei der Umformung beeinträchtigt die nachfolgende Argumentation bis Z. 17 nicht.      19 Mengoli: P. MENGOLI, *Geometriae speciosae elementa*, 1659, S. 151–347 sind der Logarithmusrechnung gewidmet. Zur Zeit der Abfassung des Stücks hat Leibniz wohl nur indirekte Kenntnis von diesem Werk (vgl. Datierungsgründe).

$\overline{\text{Log } x} + \overline{\text{Log } x + b} \sqcap \overline{\text{Log } a} + \overline{\text{Log } c}$ . id est:  $x^2 + bx - ac \sqcap 0$ .



[Fig. 3]

Videndum an aliquod contribuere possit Hyperbolae  $\square^{\text{tura}}$  ut aequatio est  $-3\overline{\text{Log } x} + \overline{\text{Log } x + e} \sqcap$  cognitae quantitati, ad quam aequationem quaelibet aequatio Cubica  
 5 reduci potest. Ergo sit Hyperbola cujus centrum A. vertex E. latera AB  $\sqcap$  BE. ABE ang. rect. AC  $\sqcap$  x. CF  $\sqcap$  e. cognita. Ordinatae FG, CD, BE. Debet spatium EBCDE bis ablatum in spatio DCFGD semel relinquere quantitatem cognitae aequalem, quaeritur punctum C.

Videndum ut formulae omnes aequationum demta incognita in compositas ex his:  
 10  $x \cdot x + b \cdot x + c \cdot x + d$ . resolvi possint, v.g.  $x \wedge x + b \wedge x + d \sqcap a^2e$ . Fiet enim:  $x^3 + bx^2 + dbx - a^2e \sqcap 0$ . Videamus an conferri possit datae:  $x^3 + lx^2 + amx - a^2e \sqcap 0$ . Fiet  $+d..$

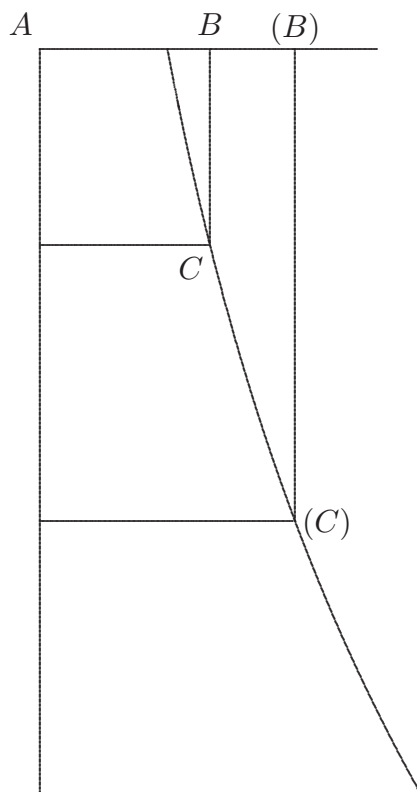
$$1 \quad \text{Am Rand: } x^2 + bx \wedge x + d \sqcap x^3 + bx^2 + d.. + dbx$$

8f. punctum C. (1) x. x<sup>2</sup> (2) Non video quid (3) Videndum L 10 v.g. (1) x  $\wedge$  x+b  $\wedge$  x+c  $\wedge$  x+d  
 (2) x  $\wedge$  x+b  $\wedge$  x + | c ändert Hrsg. |  $\sqcap$  L

$b + d \cap l$  seu  $d \cap l - b$  adeoque  $db \cap lb - b^2 \cap am$ , unde fit aequatio  $b^2 - lb [+]$   $am \cap 0$ . uno gradu inferior, ideoque solubilis et semper hoc modo quaelibet aequatio comparari potest aequationi cujus incognitae partes hoc modo productae, cujus rei ratio est, quia idem est ac si omissa  $a^2e$ , aequationem  $x^3 + lx^2 + amx$ , id est  $x^2 + lx + am$ , factae ex radicibus comparares, ubi semper ejusdem gradus redit aequatio. Alia via semper efficere poteris, 5  
 ut aequatio Cubica resolvatur in terminos factorum simplicium, ope solius aequationis simplicis, ut si ponas:  $x^3 \cap -lx^2 - amx + a^2e$ . ubi tantum formula  $-lx^2 - amx + a^2e$ . resolvenda in factores, quid ope aequationis rationalis seu simplicis, seu uno gradu ea formula inferioris fieri potest. Eodem modo quadrato-quadratica per quadraticas resolve- 10  
 tur in factores simplices, imo forte adhuc per simplicem, methodo Slusiana analogiarum. Posito jam hoc modo propositam aequationem in factores simplices resolutam, nihil aliud producet  $\overline{\text{Log } x}$ .  $\mp \overline{\text{Log } x + h}$ .  $(\mp) \overline{\text{Log } x + g}$  etc.  $\cap ((\mp))$  cognitiss. Et omnibus cognitiss ad unam communem mensuram redactis tentando facilius inveniretur  $x$ . Sed quoniam 15  
 tentare incommodum, ideo rite quadam motus adhibita effici poterit, ut semper summa omnium logarithmorum, ejusmodi, quocunque modo sumatur  $x$  haberi possit aequalis 15  
 recta et apparebit, quando ea accedat ad datam; ibi vero postea invento semel puncto circiter exactissime in quadam grossiore modo descripta logarithmica, mox exactissime invenietur in subtilissime descripta, reliquum tentando, momento absolvendo. *Les affirmatives par leur chainette, meneront une regle, les negatives rameneront un point sur la regle et il semble que c'est chose assez aisée.* Resolvere omnes aequationes in Analogias 20  
 simplices:  $AB$ .  $A(B)$  nombres,  $BC$ .  $(B)(C)$  logarithmes.

2 quaelibet (1) formula reduci (2) aequatio  $L$     3 aequationi (1) fact (2) cuius  $L$     4 f. radicibus  
 (1) comparab (2) comparares, ubi semper (a) eadem (b) ejusdem  $L$     7 ponas: (1)  $\frac{x^3}{L}$  (2)  $x^3 L$   
 12  $\cap ((\mp))$  cognitiss erg.  $L$     15 logarithmorum, (1) rectae (2) ejusmodi  $L$     17 exactissime (1) postea  
 id (2) in  $L$     17 mox (1) exactius (2) exactissime  $L$     18 descripta, (1) abso (2) reliquum  $L$   
 19 chainette, (1) meneront, les (2) meneront  $L$     20 aisée, (1) de résoudre t (2) Resolvere  $L$

10 methodo Slusiana: Vgl. R.-Fr. de SLUSE, *Mesolabum*, 1659, 2. Aufl. 1668, S. 84–88.    14 motus:  
 Vgl. N. 19 und N. 27.



[Fig. 4]

Hoc etiam ex hac methodo commodum oritur, quod ita multiplicationes nullae sunt ipsius incognitae, per lineas quasdam datas, quod antea more me districtum tenuerat. Et credo semper simplicibus aequationibus subsidiariis, resolvi posse formulas in ejusmodi  
 5 factores simplices, quia facile in factores uno gradu inferiores resolvuntur, et hi rursus facile in tales v. g.  $x^4 + bx^3 + acx^2 + a^2dx$ . potest intelligi facta ex  $x^3 \cdot x^2 \cdot x \cdot x + \dots$  et  $x^3$  etc. rursus facta ex  $x^2$  etc.  $\cdot x + \dots$  et ita porro.  $x^2 + bx \sqcup x \cdot x + d \sqcap x^2 + dx. ||$

3 incognitae, (1) unde (2) per  $L$  4 aequationibus (1) inde (2) subsidiariis  $L$  5 simplices, erg.  $L$  6 v. g. (1)  $x^4 + bx^3 + cx^2 + a^2dx + a^3e$ . (2)  $x^4 + bx^3 + acx^2 + a^2dx$  (a) fieri (b) potest intelligi facta ex (aa)  $x^3 \cdot \dots$  (bb)  $x^3 \cdot x^2 \cdot x \cdot x$   $L$  7 ex (1)  $x^3$  (2)  $x^2$   $L$  7 porro (1) praeterea potest hoc modo fieri:  $x \cdot \frac{n}{a}x + d \cdot \frac{r}{a}x + e \cdot \frac{s}{a}x + f$  etc. productumque comparandum datae formulae (2)  $x^3$  (3)  $x^2$  | + erg. Hrsg. |  $bx$  (a) | + nicht gestrichen |  $ac + cd$  (b)  $\sqcup L$

1 Fig. 4: Vgl. N. 27 S. 213 Z. 12 Fig. 1.

$x^3 + bx^2 + acx \sqsubseteq x^2 + dx \wedge x + e \sqcap x^3 + dx^2 + edx$ . venit ad aequationem quadraticam.  
+ e ..

Ergo  $e \sqcap \frac{ca}{d}$ .  $d \sqcap b - \frac{ca}{d}$ . Et  $x^4 + fx^3 + aex^2 + a^2fx \sqsubseteq x^3 + bx^2 + acx \wedge x + g$ .  $\sqcap$   
 $x^4 + bx^3 + acx^2 + acg[x]$  venit ad aeq. Cubicam.  $b \sqcap f - g$ .  $c \sqcap ae - fg + g^2 \smile a$ . Ita  
+ g... + gb..

video non hoc semper facile obtineri posse hanc in factores inquisitionem.

$$x^2 + bx + ac \wedge x^2 + dx \sqcap x^4 + bx^3 + acx^2 \sqsubseteq x^4 + lx^3 + amx^2 + a^2nx \quad 5$$

$$+ d... + bd.. + acdx$$

$$b \sqcap l - d. \quad ac \sqcap am - dl + d^2. \quad amd - d^2l + d^3 \sqcap a^2n.$$

Satius ergo quadrato-quadraticam resolvi in duas quadraticas quam in Cubicam et simplicem. Nam Cubica rursus ope quadraticae resolvenda in quadraticam et simplicem, ut quadratica ope simplicis resolvitur in simplicem. Videndum an non aliquid praestari

possit, aequationem discernendo, ut pro  $x^3 + bx^2 + acx + a^2d \sqcap 0$ . ponendo:  $\frac{b}{a}x^3 + \quad 10$

$fx^2 + acx + a^2h \sqcap \frac{e}{a}x^3 + fx^2 + agx \boxed{+ a^2h} \quad \text{Ita spes est cubicam resolvi posse in simplicem}$   
+ ag  $\quad \quad \quad - b.. \quad \quad \quad - a^2d$

et quadraticam per solam simplicem, et forte altiores quoque semper ad inferiores. Hoc si generaliter succederet foret pulcherrimum et summae ad logarithmos utilitatis.

$$\frac{b}{a}x + c. \quad \frac{d}{a}x + e. \text{ Pone } x \sqcap \frac{f}{a}y + g. \text{ fiet: } \frac{bf}{a^2}y + \frac{b}{a}g \text{ pro } \frac{b}{a}x + c. \text{ Et item pro } \frac{d}{a}x + e$$

$$\quad \quad \quad + c$$

$$\text{fiet: } \frac{df}{a^2}y + \frac{dg}{a} \quad \text{Sit } \frac{\frac{bf}{a^2}y + \frac{bg}{a}}{\frac{df}{a^2}y + \frac{dg}{a}} \sqcap \frac{h}{a}. \text{ Debet esse } \frac{bf}{a}y \sqcap \frac{dfh}{a^2}y. \text{ adeoque } h \sqcap \frac{ba}{d}. \text{ Ita reducta} \quad 15$$

$$\quad \quad \quad + e \quad \quad \quad + e$$

1 venit ... quadraticam erg. L 2 ergo (1) c  $\sqcap$  (2) e  $\sqcap \frac{ca}{d}$ . d  $\sqcap$  b -  $\frac{ca}{d}$ . (a) Ergo  $x^3 + bx^2 + acx \sqcap$

$x \wedge x + b - c, \wedge x + c$  (b) et L 3 venit ... Cubicam erg. L 3f. c  $\sqcap$  ae - fg - g<sup>2</sup>  $\smile$  a ändert  
Hrsg. | (1) quod jam (2) ita | video erg. | non L 4f. inquisitionem. (1) x<sup>2</sup> dx + dc  $\wedge$  x<sup>2</sup> + bx (2)

| x<sup>2</sup> - bx - ac  $\wedge$  x<sup>2</sup> + dx ändert Hrsg. |  $\sqcap$  L 7f. et (1) quad (2) simplicem L 10 ponendo: (1)  $\frac{e}{a}x^3$

(2)  $\frac{b}{a}x^3 + L$  14 fiet: (1)  $\frac{bf}{a^2}x$  (2)  $\frac{bf}{a^2}y$  L 14 item erg. L



fractione evanescet  $y$ . Jam  $bg + ca \sqcap \frac{dg}{a} \curvearrowright \boxed{h} \frac{ba}{d}$ . seu  $\boxed{bg} + ca \sqcap \boxed{gb} + \frac{eba}{d}$ . ergo  
 $+ e$

patet arbitrarias  $f$ .  $g$ . evanescere, et ut ad unam mensuram incognitos continente reduci  
 possint debere esse  $c \sqcap \frac{eb}{d}$  et tunc uno per alterum diviso priore per posterius provenire

$\frac{h}{a}$  seu  $\frac{b}{d}$ . Haec tamen utilia saepe, ut quando fieri potest eligamus ita analogias ut res

5 procedat. Item si una sit quadratica formula cujus logarithmus quae resolubilis in alias.

1 Jam (1)  $\frac{bg}{c}$  (2)  $bg + ca \sqcap L$  2 patet (1) ut (2) arbitrarias  $L$  4 seu  $\frac{b}{d}$ . (1) Aliter si facias  
 (a) <sup>bf</sup> (b)  $\frac{h}{a} \sqcap (c)$  et  $\frac{b}{d}$  (2) si his habeantur (3) Haec  $L$

## 42. DE APPROPINQUATIONIBUS ANALYTICIS

[Ende April – November 1676]

**Überlieferung:** *L* Konzept: LH 35 V 14 Bl. 18–19. 1 Bog. 2<sup>o</sup> mit einem rechteckigen Ausschnitt von etwa 10 cm Höhe über die volle Seitenbreite in der unteren Mitte von Bl. 19. 13 Zeilen auf Bl. 19 v<sup>o</sup> oben und 10 Zeilen auf Bl. 19 r<sup>o</sup> oben. — Auf dem übrigen Bogen N. 41.  
Cc 2, Nr. 986 tlw. u. 989.

5

Datierungsgründe: S. N. 41.

## De appropinquationibus analyticis

Praescripta jam olim fuit Methodus qua ex numeris exactam radicem non habentibus adjectione cyphrarum radix extrahitur quam proxime videndum an aliquod simile in aequationibus tentari possit: ut ex  $x^3 - abx + a^2c \approx 0$  extrahenda radix Cubica.

10

$$\frac{x^2 - ab}{ac} \approx \frac{-a}{x}. \text{ Jam } x^2 - ab \approx x - \sqrt{ab}, \wedge x + \sqrt{ab} \text{ fiet } \frac{x - \sqrt{ab}}{a} \wedge \frac{x + \sqrt{ab}}{c} \approx \frac{-a}{x}.$$

Itaque  $\overline{\text{Log}}, x - \sqrt{ab} + \overline{\text{Log}} x + \sqrt{ab} - \overline{\text{Log}} a - \overline{\text{Log}} c \approx + \overline{\text{Log}} -a - \overline{\text{Log}} x$ . Eaque arte semper aequatio ad quandam aequationem logarithmorum, quorum numeri cogniti aut incognita simplex, quantitate aliqua cognita minuta vel aucta, reduci potest.

15

Et quoniam Logarithmi numerorum progressionis Arithmetici nempe  $x - \sqrt{ab}$   $x$ .  $x + \sqrt{ab}$ . sunt progressionis Geometricae, hinc trium istorum Logarithmorum haberi pote-

---

18 *Kennzeichnung des als falsch identifizierten Geometricae durch eine Streichung sowie durch die über progressionis Geometricae gesetzte Anmerkung: error verschrieben*

12 f. Cubica (1)  $x^3 - abx \approx -a^2c$  (2)  $\frac{x^2 - ab}{ac} \approx \frac{-a}{x}$ . Iam (a)  $x^2 + ab$  (b)  $x^2 - ab \approx x - \sqrt{ab}, \wedge |x + ab \text{ ändert Hrsg.}| \text{ fiet } L$  14 itaque (1) Logarithmus ab  $x - \sqrt{ab} + \text{Logarithmus}$  (2)  $\text{Log } \sqrt{x - \sqrt{ab}} + \text{Log } \sqrt{x + \sqrt{ab}}$  (a)  $+ L$  (b)  $- \text{Log } a$  (3)  $\overline{\text{Log}}, x - \sqrt{ab} L$  15 f. cogniti aut erg. *L*

---

10 Methodus: Vgl. Fr. van SCHOOTEN, *Additamentum*, 1659, DGS I S. 389–394. 12 Cubica: Leibniz trennt den nachfolgenden, auf Vorder- und Rückseite desselben Bereichs des Blatts geschriebenen Abschnitt an dieser Stelle mit einer horizontalen Linie von der vorhergehenden Textpassage ab.

rit summa, quoniam trium quantitatum progressionis Arithmeticae semper haberi summa potest. Sed ea summa erit per duos, itaque tres illi Logarithmi in quibus includitur incognita, reduci hic poterunt ad duos. Quae utique tractabilior: potuissemus aliam formare

analogiam  $\boxed{\frac{x^2}{a^2} \sqcap \frac{\frac{b}{a}x + c}{x}}$ , vel  $\frac{x^3}{a^3} \sqcap \frac{\frac{b}{a}x + c}{a}$  id est  $3\overline{\text{Log } x} - 3\overline{\text{Log } a} \sqcap \overline{\text{Log } \frac{b}{a}x + c} - \overline{\text{Log } a}$ ,  
 5 seu  $3\overline{\text{Log } x} - \overline{\text{Log } \frac{b}{a}x + c} \sqcap 2\overline{\text{Log } a}$ .

Videndum an addi possint vel subtrahi duo Logarithmi  $\overline{\text{Log } x}$  et  $\overline{\text{Log } \frac{b}{a}x + c}$ . Pro  $c$  pone  $\frac{b}{a}e$ , fiet:  $\overline{\text{Log } x} + \overline{\text{Log } b} - \overline{\text{Log } a} + \overline{\text{Log } x + e} \sqcap 2\overline{\text{Log } a}$  seu  $3\overline{\text{Log } x} + \overline{\text{Log } x + e} \sqcap 3\overline{\text{Log } a} - \overline{\text{Log } b}$ . Jam  $x + c \sqcap \frac{1}{\frac{1}{x+c}}$  et  $\frac{1}{x+c} \sqcap \frac{c}{x+c} \smile c$ . et  $\frac{c}{x+c} \sqcap \frac{c}{x} - \frac{c^2}{x^2} + \frac{c^3}{x^3} - \frac{c^4}{x^4}$ .  
 $\frac{x+c}{x} \sqcap 1 + \frac{c}{x}$ .

1 trium (1) numero (2) quantitatum  $L$  2f. incognita, (1) semper (2) reduci  $L$  3f. formare  
 (1) hoc modo: (2) analogiam  $L$  4 est (1) logarithmus (2)  $3\overline{\text{Log } x} - 3\overline{\text{Log } a}$   $L$  6 vel subtrahi *erg.*  
 $L$  7f. seu ...  $3\overline{\text{Log } a} - \overline{\text{Log } b}$ . *erg.*  $L$  8 et  $\frac{1}{x+c} \sqcap (1) 1 - \frac{x}{c+x}$  (2)  $x$  (3)  $\frac{c}{x+c} \smile c$ .  $L$

4 analogiam: Die angegebenen Gleichungen  $\frac{x^2}{a^2} \sqcap \frac{\frac{b}{a}x + c}{x}$  und  $\frac{x^3}{a^3} \sqcap \frac{\frac{b}{a}x + c}{a}$  weichen von der Ausgangssituation in S. 319 Z. 12 in einem Vorzeichen ab. Leibniz nutzt die zweite Gleichung ebenfalls in S. 312 Z. 13 fälschlicherweise als Umformung von  $x^3 * abx + a^2c \sqcap 0$ . 7 fiet: Leibniz bildet zunächst die Summe aus  $\overline{\text{Log } x}$  und  $\overline{\text{Log } \frac{b}{a}x + c}$ . Die bis Z. 8 bei der Gleichsetzung mit  $2\overline{\text{Log } a}$  nötigen Anpassungen führt er nur unvollständig durch.

## 43. TEIL EINER GESPRÄCHSAUFZEICHNUNG MIT TSCHIRNHAUS

[Mai 1676]

**Überlieferung:** *LuT* Fragment einer Gesprächsaufzeichnung (Leibniz und Tschirnhaus):LH 35 XII 1 Bl. 1. Papierstreifen mit leicht geschwungener Unterkante, ca  $21,2 \times 6,6$  cm.

1 S. auf Bl. 1 v°. — Auf der Vorderseite VII, 3 N. 59.

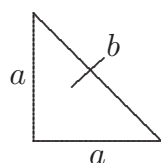
Cc 2, Nr. 1425 tlw.

5

Datierungsgründe: Das auf der anderen Seite des Blattes niedergeschriebene Stück VII, 3 N. 59 trägt das Datum *24. Maii 1676*.

[Leibniz]

$$\sqrt{2} \qquad a \quad \frac{a}{b+c} \quad \text{—} \qquad \sqrt{2aa^2} \qquad \sqrt{ay} \langle \cap x \rangle^2 \qquad 10$$

[Tschirnhaus, um  $150^\circ$  gedreht]

[Fig. 1]

$$\begin{array}{cc} \sqrt{2aa} & \sqrt[3]{2aa} \\ \sqrt{2aa} & \\ a & \end{array}$$



[Fig. 2]

15

[Leibniz, um  $-90^\circ$  gedreht]

$$\frac{1}{2}$$

10  $\sqrt{ay}$ : Der Schnitt, der die Unterkante des Papierstreifens hergestellt hat, verläuft durch die Gleichung. An der Unterkante befindet sich zudem ein kleiner Rest einer Zeichnung, ihr Hauptteil ist abgeschnitten. Das Fragment ist wahrscheinlich durch Zerschneiden einer umfassenderen Aufzeichnung, die Leibniz und Tschirnhaus während eines Gesprächs gemeinsam angefertigt hatten, entstanden.

## 44. CARTESII COGITATIONES PRIVATAE

1. u. 5. Juni 1676

**Überlieferung:** *E* Erstdruck nach nicht aufgefundenen Abschrift von Leibniz aus einer verschollenen Handschrift von Descartes: (mit franz. Übers.) FOUCHER DE CAREIL, *Oeuvres inédites de Descartes*, Bd I, 1859, S. 2–57. (Unsere Druckvorlage.) — Weitere Drucke: 1. (nach *E* mit zahlreichen Korrekturen) *DO X*, 1908, S. 213–256; 2. (tlw., nach 1.) *JB I*, 1939, S. 360–364; 3. (tlw., in engl. Übers.) DESCARTES, *Philosophical Writings* (Anscombe), 1954 (u. ö.), S. 3 f.; 4. (tlw., in franz. Übers.) DESCARTES, *Oeuvres philosophiques* (Alquié), I, 1963, S. 45–51; 5. (tlw., in japan. Übers.) DESCARTES, *Shisaku shiki-Yakukai*, 1978, S. 1–22; 1980, S. 1–37; 1982, S. 1–50; 1984, 1–31; 6. (tlw., in engl. Übers.) DESCARTES, *Philosophical Writings* (Cottingham), Bd I, 1985, S. 2–5; 7. (tlw., in japan. Übers.) DESCARTES, *Dekaruto zenshu*, Bd IV, 1993, S. 429–452; 8. (tlw., mit franz. Übers.) DESCARTES, *Les Olympiques*, 1995, S. [41]–44; 9. (tlw., in finn. Übers.) DESCARTES, *Teokset* (Jansson), Bd I, 2001, S. 33–38; 10. (niederl. Übers.) DESCARTES, *Bibliotheek Descartes*, Bd I, 2010, S. 163–194; 11. (nach 1., mit dt. Übers.) DESCARTES, *Cogitationes* (Wohlers), 2011, S. 189–233; 12. (tlw. und in anderer Anordnung) DESCARTES, *Etude du bon sens* (Carraud), 2013, S. 39–160; 13. (tlw., in türk. Übers.) DESCARTES, *Kişisel Düşünceler* (Altuner), 2014, S. 13–20; 14. (mit ital. Übers.) DESCARTES, *Opere postume* (Belgioioso), 2014, S. 1060–1095; 15. (tlw.) *DOC I*, 2016, S. 198–214, 270–274; 16. (japan. Übers.) DESCARTES, *Shisaku shiki*, 2018, S. 79–109.

Cc 2, Nr. 00

Datierungsgründe: Leibniz hat spätestens im Februar 1676 Zugang zum Nachlass von Descartes erhalten, wie sich aus der auf den 24. Februar 1676 datierten Abschrift der *Remedia et vires medicamentorum* (VIII, 2 N. 76; *DO XI*, S. 641–644) ergibt. Einen Bericht über einen Besuch mit E. W. von Tschirnhaus bei Cl. Clerselier, dem Besitzer des Nachlasses, enthält die Aufzeichnung VI, 3 N. 34. Den im Text (s. u. S. 346 Z. 1 – S. 347 Z. 3) beschriebenen Zirkel zur Winkelteilung haben Leibniz und Tschirnhaus bereits in einer Gesprächsnotiz vom 28. März 1676 skizziert (VII, 1 N. 24 S. 182). Laut den Angaben in *E* notierte Leibniz am Beginn seiner Exzerpte am Rand das Datum des 1. Juni 1676, für die Fortsetzung seiner Abschrift den 5. Juni 1676 (s. u. S. 336 Z. 1). Die Textwiedergabe bei Foucher de Careil weicht von der von Leibniz in dieser Zeit verwendeten Orthographie ab. Die hier vorgenommene Angleichung an die entsprechende Schreibweise von Leibniz sowie in der Ausgabe üblichen Gepflogenheiten wurde ohne zusätzliche Dokumentation im Variantenapparat vorgenommen. Abgesehen von der Überschrift, die von Leibniz oder von Foucher de Careil stammt, werden die in *E* zitierten Randbemerkungen von Leibniz und Einschübe im Text, die dort Leibniz zugeschrieben werden oder vermutlich von Leibniz stammen, als Fußnoten wiedergegeben. Parallelstellen bzw. Paraphrasen zu den Exzerpten finden sich in einigen zeitgenössischen Drucken: POISSON, *Commentaire* (die entsprechenden Abschnitte sind wieder abgedruckt in: *DO X*, S. 197–198, 255, 476); BAILLET bzw. BAILLET, *Abregé* (Auszüge sind abgedruckt in *DO X*, S. 179–204). Außerdem befinden sich Parallelstellen in einer Abschrift von weiteren Exzerpten mit dem Titel *Cartesius* im Leibniz-Nachlass (LH 4 I 4 k Bl. 19–22, gedr.: *DO XI*, S. 647–653; erneut gedr.: CARRAUD, *Cartesius*). Diese Abschrift wurde von Leibniz’ Amanuensis J. D. Brandshagen angefertigt.

Das Wasserzeichen des Papiers ist auch für andere Abschriften von Brandshagen aus dem Herbst 1679 belegt, so dass vermutet werden kann, dass *Cartesius* auf einer Vorlage von Tschirnhaus, der sich auf seiner Rückreise von Paris Mitte Oktober 1679 in Hannover aufhielt, beruht. Eine Textstelle wurde nach dem Druck von Exzerpten aus der Handschrift von Descartes in BAILLET geändert.

## Cartesii Cogitationes privatae

5

1619. Calendis Januarii.

Ut comoedi, moniti ne in fronte appareat pudor, personam induunt; sic ego hoc mundi theatrum consensurus, in quo hactenus spectator exstiti, larvatus prodeo.

Juvenis, oblati ingeniosis inventis, quaerebam ipse per me possemne invenire etiam non lecto auctore: unde paulatim animadverti me certis regulis uti.

10

Scientia est velut mulier, quae, si pudica apud virum maneat, colitur; si communis fiat, vilescit.

Plerique libri, paucis lineis lectis figurisque inspectis, toti innotescunt, reliqua chartae implendae adjecta sunt.

---

5 Cartesii Cogitationes privatae: Die Überschrift stammt von Leibniz oder Foucher de Careil. Laut *E* notierte Leibniz am Rand den 1. Juni 1676 als Datum des Beginns seiner Abschrift des Textes.

11 f. Scientia . . . vilescit: Vgl. R. DESCARTES, *Regulae ad directionem ingenii*, 1701, S. 11 (*DO X*, S. 376): „Hanc vero postea ab ipsis Scriptoribus perniciose quadam astutia suppressam fuisse crediderim, nam sicut multos artifices de suis inventis fecisse compertum est, timuerunt forte, quia facillima erat et simplex, ne vulgata vilesceret“.

Polybii cosmopolitani Thesaurus mathematicus in quo traduntur vera media ad omnes hujus scientiae difficultates resolvendas, demonstraturque circa illas ab humano ingenio nihil ultra posse praestari, ad quorundam qui  
 5 nova miracula in scientiis omnibus exhibere pollicentur vel cunctationem provocandam et temeritatem explodendam; tum ad multorum cruciabiles labores sublevandos qui, in quibusdam hujus scientiae nodis Gordiis noctes diesque irretiti, oleum ingenii inutiliter absumunt; totius  
 10 orbis eruditis et specialiter celeberrimis in G. F. R. C. denuo oblatus.

---

8 *Hinter qui, von Leibniz oder Foucher de Careil ergänzt: (F. Ros. Cruc.)*

10 *Hinter G., von Leibniz oder Foucher de Careil ergänzt: (Germania)*

1 Polybius *E ändert Hrsg. nach DO*

---

1–11 Polybii ... oblatus: Vgl. auch Descartes' Ankündigung gegenüber I. Beeckman in seinem Brief vom 26. März 1619, eine „scientia penitus nova“ vorzustellen (*DO* X, S. 154–160, hier S. 156; *JB* IV, S. 58–61, hier S. 59). Der Titel kann als Anspielung auf eine anonym publizierte Schrift verstanden werden: *Mysterium arithmeticum, sive, cabalistica et philosophica inventio, nova admiranda et ardua, qua numeri ratione et methodo computentur, mortalibus a mundi primordio abdita, et ad finem non sine singulari omnipotentis Dei provisione revelata. Cum illuminatissimis laudatissimisque; Fraternitatis Roseae crucis famae viris humiliter et sincere dicata*, 1615. Vgl. hierzu den Hinweis bei GOUHIER, *Les premières pensées*, S. 132. Zu einer anderen Einschätzung für die Bezeichnung „Polybius cosmopolitanus“ gelangt É. Mehl; vgl. MEHL, *Descartes en Allemagne*, S. 139–146. Auffallend ist, dass J. FAULHABER, *Miracula arithmetica*, 1622, S. 59, auf den bevorstehenden Druck eines Werkes seines Freundes „Carolus Zolindius (Polybius)“ in „Venedig oder Paris“ hinweist. Vgl. hierzu HAWLITSCHKE, *Johann Faulhaber*, S. 67–70; SCHNEIDER, *Johannes Faulhaber*, S. 98 f. u. 181–186; MANDERS, *Descartes et Faulhaber*, S. 7–9. Zur Erwähnung von Venedig als möglichem Aufenthaltsort vgl. im Text selbst S. 327 Z. 6. Die Bedeutung von „denuo“ am Schluss des skizzierten Titels ist in der Forschung umstritten. Möglicherweise ist das Wort Resultat eines Lesefehlers, z. B. für *dono* oder für eine kontrahierte Form von *devotione*. Zur Kontraktion von *devotione* vgl. CAPPELLI, *Dizionario*, S. 96.

Larvatae nunc scientiae sunt quae, larvis sublatis, pulcherrimae apparerent: Catenam scientiarum pervidenti non difficilius videbitur eas animo retinere quam seriem numerorum.

Praescripti omnium ingeniis certi limites, quos transcendere non possunt. Si qui principiis ad inveniendum uti non possint ob ingenii defectum, poterunt tamen verum scientiarum pretium agnoscere, quod sufficit illis ad vera de rerum aestimatione iudicia perferenda.

Vitia appello morbos animi, qui non tam facile dignoscuntur ut morbi corporis, quod saepius rectam corporis valetudinem experti sumus, mentis nunquam.

Adverto me, si tristis sim aut in periculo verser et tristia occupent negotia, altum dormire et comedere avidissime; si vero laetitia distendar nec edo, nec dormio.

On peut faire en un jardin des ombres qui representent diverses figures, telles que des arbres et les autres: Item, tailler des palissades, de sorte que de certaine perspective elles representent certaines figures: Item, dans une chambre faire que les rayons du soleil, passant par certaines ouvertures, representent divers chiffres ou figures: Item, faire paroistre, dans une chambre des langues de feu, des chariots de feu et autres figures en

10f. Adverto me si in tristibus sim, aut in periculo verser, aut tristia occupem negotia, altum dormire et comedere avidissime; si vero laetitia distendar non edo nec dormio. *E ändert Hrsg. nach BAILLET, Bd 2, S. 449 (BAILLET, Abregé, S. 339; DO X, S. 215).*

1 f. Catenam scientiarum: Vgl. das bei POISSON, *Commentaire*, S. 73 (DO X, S. 255), abgedruckte Zitat: „Quippe sunt concatenatae omnes scientiae, nec una perfecta haberi potest, quia aliae sponte sequantur, et tota simul encyclopaedia apprehendatur“. 8 f. Vitia ... nunquam: Vgl. hierzu auch die Parallelstelle in *Cartesius*: „Morbi corporis facilius agnoscuntur, quam morbi mentis: quia saepius rectam corporis valetudinem sumus experti; mentis, nunquam.“ (CARRAUD, *Cartesius*, S. 5; DO XI, S. 653). — Die Charakterisierung der Laster als Krankheiten der Seele geht auf PLATON, *Timaios*, 86 b–e zurück. Descartes dürfte bereits im Jesuitenkolleg von La Flèche mit der Diskussion über dieses Thema in Berührung gekommen sein. Vgl. z. B. die 6. Disputation (*De affectionibus animi, quae passiones vocantur*) im einschlägigen Aristoteles-Kommentar *In libros ethicorum Aristotelis ad Nicomachum aliquot Conimbricensis cursus disputationes* (in der Ausgabe Lyon, 1608, Spalte 47–60, insbesondere 57 f.).

12–326,7 On ... chambre: Vgl. VI, 3 N. 34, S. 387 Z. 14–17 sowie G. B. PORTA, *Magiae naturalis libri XX*, 1589, lib. XVII, cap. 1–17 u. lib. XX, cap. 9, S. 259–276 u. 302; vgl. die Hinweise bei G. RODIS-LEWIS, „Machineries et perspectives curieuses“, in: *XVII<sup>e</sup> siècle. Bulletin de la Société d'étude du XVII<sup>e</sup> siècle*, 32 (1956), S. 461–474, sowie bei SHEA, *The Magic of Numbers and Motions*, S. 107 f., Anm. 50.



l'air; le tout par de certains miroirs qui rassemblent les rayons en ces points-là: Item, on peut faire que le soleil, reluisant dans une chambre, semble toujours venir du mesme costé, ou bien qu'il semble aller de l'occident à l'orient, le tout par miroirs paraboliques, et fault que le soleil donne au-dessus du toist, dans un miroir ardent, duquel le point de  
 5 la reflexion soit au droit d'un petit trou et donne dans un autre miroir ardent, lequel a le mesme point de reflexion aussi au droit de ce petit trou, et rejettera ses rayons en lignes paralleles dedans la chambre.

Anno 1620, intelligere coepi fundamentum inventi mirabilis.

Somnium 1619 nov. in quo carmen, cujus initium:

10 *Quod vitae sectabor iter?* ... A u s o n.

Ab amicis reprehendi tam utile quam ab inimicis laudari gloriosum, et ab extraneis laudem, ab amicis veritatem exoptamus.

Sunt quaedam partes in omnium ingeniis quae vel leviter tactae fortes affectus excitant: ita puer forti animo, objurgatus, non flebit, sed irascetur; alius flebit. Si dicatur  
 15 infortunia multa et magna accidisse, tristabimur; si quem malum in causa fuisse addatur, irascemur. Transitus a passione in passionem per vicinas; saepe tamen a contrariis validior transitus, ut si in convivio hilari tristis casus repente nuntietur.

Ut imaginatio utitur figuris ad corpora concipienda; ita intellectus utitur quibusdam corporibus sensibilibus ad spiritualia figuranda, ut vento, lumine: unde altius phi-  
 20 losophantes mentem cognitione, possumus in sublime tollere. Mirum videri possit quare

9 in quo carmen 7 cujus initium *E ändert Hrsg.*  
*Hrsg. nach DO*

20 Cognitione, [mentem] possumus *E ändert*

---

8 Anno ... mirabilis: Vgl. das Zitat einer Randbemerkung von Descartes bei BAILLET, Bd 1, S. 51 (*DO X*, S. 179): „XI. Novembris 1620. caepi intelligere fundamentum Inventi mirabilis“; vgl. auch die Bemerkung von Leibniz in den *Notata quaedam G. G. L. circa vitam et doctrinam Cartesii* (VI, 4 N. 376 S. 2057 f.). Zur Problematik der Datumsangabe sowie hinsichtlich der Frage, welche Erfindung gemeint sein könnte, vgl. zusammenfassend GOUHIER, *Les premières pensées*, S. 76–78. 9f. Somnium ... A u s o n : Zur Traumepisode vgl. BAILLET, Bd 1, S. 80–86 (*DO X*, S. 180–188) sowie G. W. LEIBNIZ, *Notata quaedam G. G. L. circa vitam et doctrinam Cartesii* (VI, 4 N. 376 S. 2057); zum Gedichtzitat vgl. D. M. AUSONIUS, *Eclogarum liber*, II, 1. Die Autorenangabe wurde möglicherweise erst von Leibniz oder in *E* eingefügt. 20–327,4 Mirum ... elucet: Vgl. die Paraphrase bei BAILLET, Bd 1, S. 84 (*DO X*, S. 184): „Car il ne croioit pas qu'on dût s'étonner si fort de voir que les Poëtes, même ceux qui ne font que niaiser, fussent pleins de sentences plus graves, plus sensées, et mieux exprimées que celles qui se trouvent dans les écrits des Philosophes.“

graves sententiae in scriptis poetarum magis quam philosophorum. Ratio est quod poetae per entusiasmum et vim imaginationis scripsere: sunt in nobis semina scientiae, ut in silice, quae per rationem a philosophis educuntur, per imaginationem a poetis excutuntur magisque elucent.

Dicta sapientum ad paucissimas quasdam regulas generales possunt reduci. 5

Ante finem novembris Lauretum petam, idque pedes e Venetiis, si commode et moris id sit; sin minus saltem quam devotissime ab ullo fieri consuevit.

Omnino autem ante Pascha absolvam tractatum meum, et si librariorum mihi sit copia dignusque videatur, emittam ut hodie promisi, 1620, 23 Febr.

Una est in rebus activa vis, amor, charitas, harmonia. 10

Sensibilia apta concipiendis olympicis: ventus spiritum significat, motus cum tempore vitam, lumen cognitionem, calor amorem, activitas instantanea creationem. Omnis forma corporea agit per harmoniam. Plura humida quam sicca, et frigida quam calida, quia alioqui activa nimis cito victoriam reportassent, et mundus non diu durasset.

Deum separasse lucem a tenebris, Genesi est separasse bonos angelos a malis, quia non potest separari privatio ab habitu: quare non potest litteraliter intelligi. Intelligentia pura est Deus. 15

Tria mirabilia fecit Dominus: res ex nihilo, liberum arbitrium et Hominem Deum.

Cognitio hominis de rebus naturalibus, tantum per similitudinem eorum quae sub sensum cadunt: et quidem eum verius philosophatum arbitramur, qui res quaesitas felicius assimilare poterit sensu cognitis. 20

Ex animalium quibusdam actionibus valde perfectis suspicamur ea liberum arbitrium non habere.

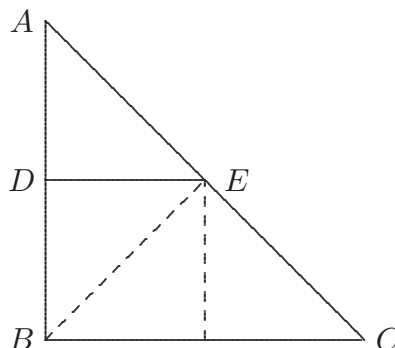
8 librorum *E ändert Hrsg. nach DO* 9 23 septembris *E ändert Hrsg. nach BAILLET* 13 Plura frigida quam sicca, et humida quam calida *E ändert Hrsg. nach DO*

---

6 Lauretum: Zum Plan einer Wallfahrt nach Loreto vgl. BAILLET, Bd 1, S. 120 (*DO X*, S. 188). 8 f. Omnino ... 23 Febr.: Vgl. BAILLET, Bd 1, S. 86 (*DO X*, S. 187 f.) 10–13 Una ... harmoniam: Vgl. die Hinweise von É. MEHL, *Optics*, 2022, S. 136 f. u. 139, auf ähnliche Aussagen in J. KEPLER, *Epitome astronomiae Copernicanae*, lib. 4, 1620, S. 581 bzw. lib. 1, 1618, S. 119–122 (KW 7 S. 333 bzw. 90).

Contigit mihi ante paucos dies familiaritate uti ingeniosissimi viri, qui talem mihi quaestionem proposuit: *Lapis, aiebat, descendit ab A ad B una hora: attrahitur autem a terra perpetuo eadem vi, nec quid deperdit ab illa celeritate quae illi impressa est priori attractione, quod enim in vacuo moveretur semper moveri existimabat: Quaeritur quo*  
 5 *tempore tale spatium percurrat.*

Solvi quaestionem:



[Fig. 1]

In triangulo isoscelo rectangulo,  $ABC$ : Spatium motum repraesentat: Inaequalitas spatii a puncto  $A$  ad basin  $BC$  motus inaequalitatem: Igitur  $AD$  percurritur tempore  
 10 quod  $ADE$  repraesentat;  $DB$  vero tempore quod  $DECB$  repraesentat; ubi est notandum minus spatium tardiozem motum repraesentare. Est autem  $AED$  tertia pars  $DECB$ :

---

10f. Dazu, laut E von Leibniz angemerkt: si  $AD$  dimidia ipsius  $AB$

8 In triangulo isocelo  $E$  ändert Hrsg. nach  $DO$  8 motum erg. Hrsg. nach  $DO$  10  $DB$ .  
 vero semper  $E$  ändert Hrsg. nach  $DO$  10  $DEBC$   $E$  ändert Hrsg. 11  $DEBC$   $E$  ändert Hrsg.  
 12 ipsius  $DB$   $E$  ändert Hrsg.

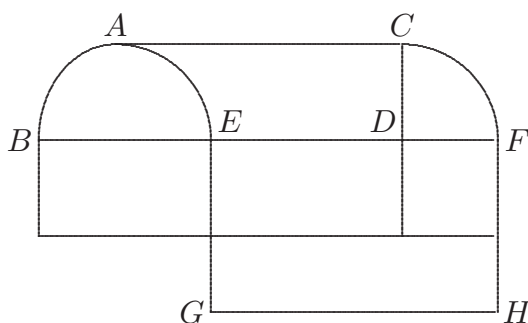
---

1 ingeniosissimi viri: I. Beeckman. 2 proposuit: Vgl. zur Fragestellung *DO* X, S. 58–61 u. 75 bis 78 (*JB* I, S. 260–263 u. *JB* IV, S. 49–51). 8 Spatium motum: Vgl. dagegen *DOC* I, S. 198 sowie die Anm. 6, S. 580 f., wo die alternativen Konjekturen *Spatium tempus repraesentat* bzw. *area spatium repraesentat* diskutiert werden.

Ergo triplo tardius percurrent  $AD$  quam  $DB$ . Aliter autem proponi potest haec quaestio, ita ut semper vis attractiva terrae aequalis sit illi quae primo momento fuit: nova producitur, priori remanente. Tunc quaestio solvetur in pyramide.

Ut autem hujus scientiae fundamenta jaciam, motus ubique aequalis linea repraesentabitur vel superficie rectangula vel parallelogramma vel parallelepipedo, quod augetur ab una causa triangulo, a duabus pyramide ut supra, a tribus, aliis figuris. 5

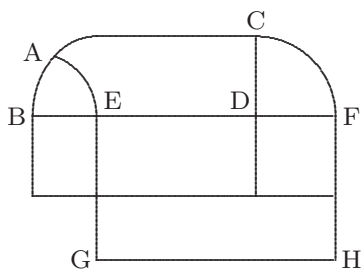
Ex his infinitae quaestiones solventur. Verbi gratia, lapis in aere descendit *viresque acquirit eundo*; quandonam incipiet aequali celeritate moveri? Quod solvetur.



[Fig. 2]

Haec linea repraesentet gravitatem lapidis in primo instanti: curvatura linearum  $AEG$  et  $CFH$  inaequalitates motus: a puncto enim  $E$ ,  $F$  aequaliter moveri incipiet, quia  $AEG$  non est curva nisi ab  $A$  ad  $E$ ; ab  $E$  ad  $G$  est recta. 10

1–3 Dazu, laut E von Leibniz angemerkt: obscure



9 Fig. 2

E ändert Hrsg. nach DO

11 EAG E ändert Hrsg.

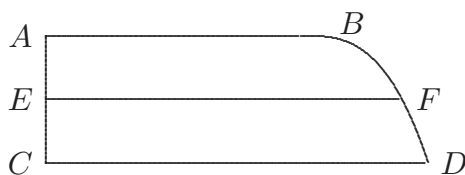
11 CFA E ändert Hrsg. nach DO

11 a puncto enim BF aequaliter E ändert Hrsg. nach DO

7 f. *viresque ... eundo*: P. VERGILIUS Maro, *Aeneis*, 4, 175. S. 150, 174, 263–268.

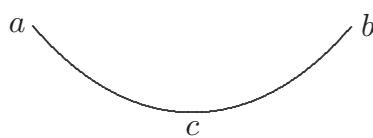
8 quandonam ... moveri?: Vgl. JB I,

Item si fax accensa in aere descendat ut etiam ignis magna levitas de gravitate aliquid tollat, cum levitatis quantitas sit nota. Item etiam gravitatis totius facis et aeris impedimentum, si quaeratur quo instanti celerrime descendat et quo instanti non descendat, ubi etiam notum esse oportet quid de face singulis momentis comburatur, aliaeque  
 5 innumerae quaestiones sunt ex geometrica pariter et mathematica progressionem.



[Fig. 3]

Ad talia pertinet quaestio de reditu redituum, g. v., mutuo accepi  $AB$ , post tempus  $AC$ , debeo  $CD$ : post tempus  $AE$ , debebam tantum  $EF$ , si  $BFD$  ducta sit linea proportionum. Linea proportionum cum quadratrice conjungenda: oritur enim [quadratrix] ex  
 10 duobus motibus sibi non subordinatis, circulari et recto.

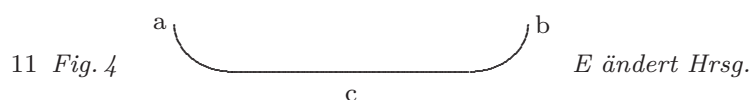


[Fig. 4]

Petiit a me Isaacus Middelburgensis an funis  $acb$  affixus clavis  $a, b$ , sectionis conicae partem describat, quod non licet per otium nunc disquirere.

---

9f. Dazu, laut E von Leibniz angemerkt: id est ex numero non analyticarum



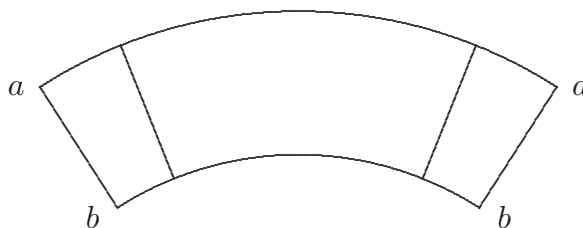

---

6 Fig. 3: Die Linie  $BFD$  gibt den Sachverhalt (es handelt sich um eine Exponentialkurve) nur qualitativ wieder; vgl. die Rekonstruktion bei BOS, *Redefining Geometrical Exactness*, S. 245–248.

7–9 Ad ... proportionum: Vgl. *DO* X, S. 78 (*JB* 1, S. 51). 9 [quadratrix]: Eckige Klammern in *E*.

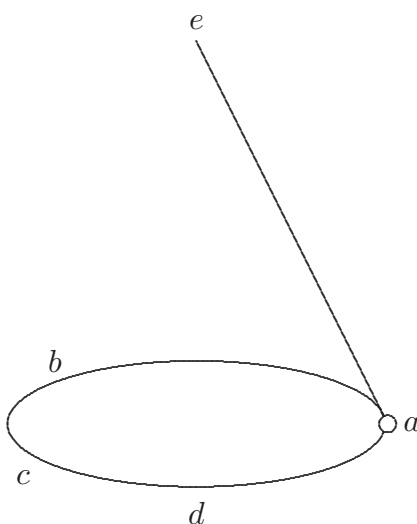
12f. Petiit ... describat: Vgl. *JB* I, S. 43–45 u. 354–359.

Idem suspicatur nervos in testudine eo celerius moveri quo acutiores sunt, ita ut duos motus edat octava acutior dum unum gravior; item quinta acutior  $1\frac{1}{2}$ , etc.



[Fig. 5]

Idem advertit quare in motu projectorum quae e manu exeunt, per vim circularem statim ad motum rectum deflectant, quod scilicet pars *aa* majorem describat circum- 5  
quam *bb*, ideoque celerius movetur: unde fit ut, dum e manu exit, partem *b* praecedat et eam post se trahat. Unde sequitur aliquid projici posse circulariter hoc modo:



[Fig. 6]

A puncto *e* pendeat pondus *a* agiteturque libere per circumulum *abcd*: quia omnes partes ponderis aequaliter moventur, ideo si funis *ea* frangatur, perget moveri circulariter; id 10  
licebit experiri si in aquam decadat.

1 f. Idem suspicatur ... etc.: Vgl. *DO* X, S. 52–54 (*JB* I, S. 244 u. 246 f.).  
... decadat: Vgl. *JB* I, S. 167, 253–257.

4–11 Idem advertit

Idem me monet aquam congelatam plus loci occupare quam solutam; idem expertus est glaciem in medio vasis rariorem esse quam in extremitatibus: Quod fit, inquit, quia spiritus ignei qui locum occupant, initio a frigore ad medium vasis detrahuntur, unde tandem cum exeunt etiam frigore impellente, locum in medio vacuum relinquunt. Imo  
 5 etiam glaciem sublevant, cum exeunt, unde fit ut majorem locum occupet glacies quam aqua.

Idem quoque dixit acus in his regionibus fieri tam acutas ut monetam argenteam perforent et tam tenues, ut aquae supernatent: Quod fieri posse existimo; parvae enim res ejusdem materiae non tam facile aquam dividunt quam magnae, quod sola superficies  
 10 aquam premit, quae major est proportione in exiguo corpore quam in magno.

`I n s t r u m e n t d e m u s i q u e f a i t a v e c u n e p r e c i s i o n m a t h e m a t i q u e .` — Pour toucher une mandoline exactement selon mes regles de musique,

---

1–6 Idem ... aqua: Vgl. *JB* I, S. 21 f., 60 f., 155, 215, 281. 7–10 Idem ... magno: Vgl. *JB* I, S. 233 f. 11 f. `I n s t r u m e n t ... m a t h e m a t i q u e`: Ein weiteres von ihm entworfenes „perfektes“ Instrument stellt Descartes in einem Brief an C. Huygens vor, der wohl auf das Jahr 1646 datiert werden kann (vgl. R. DESCARTES, *Lettres*, Bd 3, 1667, S. 587 f. = *DO* IV, S. 678–683). Das beschriebene Spinett weist in einer Oktave insgesamt 19 anstelle der auch zu dieser Zeit üblichen 12 Tasten auf.

12 mandoline: Ende des 16. und zu Beginn des 17. Jahrhunderts war vornehmlich in Frankreich ein üblicherweise mit Bündeln versehenes Instrument mit vier Saiten verbreitet, das heute basierend auf seiner französischen Bezeichnung zumeist als Mandore oder den italienischen Namensvarianten folgend als Mandora oder Mandola bezeichnet wird und einen Vorläufer der heutigen Mandoline darstellt. Charakteristisch für die Mandore ist eine Quint-Quart-Quint-Stimmung, wobei auch Variationen des Grundtons, der Saitenzahl oder des Abstands der höchsten Saite belegt sind (vgl. beispielsweise M. MERSENNE, *Harmonie universelle, Livre second des instruments*, 1636, S. 93 und M. PRAETORIUS, *Syntagma musicum* II, 1619, S. 28 u. 53). Durch Praetorius' *Syntagma musicum* II sind die deutschsprachigen Formen *Mandürichen* (a. a. O., Inhaltsverzeichnis, S. 28 u. 53), *Manduriniche* (a. a. O., S. 53) sowie *Mandörgen* (a. a. O., Tafel XVI) als Bezeichnungen für ein in Frankreich verbreitetes Instrument, das heute als Mandore identifiziert wird, für das Jahr 1619 belegt. Als weitere Namen nennt Praetorius *Pandurina* (a. a. O., Inhaltsverzeichnis u. S. 53), *Mandoër* (a. a. O., S. 53) und *Bandürichen* (a. a. O., S. 10 u. 53). Alessandro Piccinini berichtet in seiner auf Italienisch verfassten *Intavolatura di liuto* von 1623, dass in Frankreich ein Instrument namens *Mandolla* genutzt wird (A. PICCININI, *Intavolatura di liuto*, 1623, S. 7). Die wenigen angedeuteten Eigenschaften treffen auf eine Mandore zu. Die im vorliegenden Text auftretende Form *mandoline* kann als französische Diminutivform von *mandola*, *mandole* oder *mandore* verstanden werden. Als ältester Beleg für das Auftreten der ähnlich lautenden italienischen Wortform *mandolino* gilt eine Notiz von 1634 auf dem Rechnungsbeleg Bibl. Vat. Arch. Barb. Gius. 2016, die in F. HAMMOND, *Frescobaldi*, S. 105 Fn. 44 wiedergegeben ist.

il faut diviser l'espace depuis le sillet jusqu'au chevalet en 192 parties egales pour le *a*; en oster 12 et mettre le *b*, puis 18 pour le *c*, 2 pour le *d*, 16 pour le *e*, et 9 pour le *f*, puis accorder les cordes alternativement à la quinte et à la quarte comme on fait

332,12 exactement ... musique: Hauptquelle zu Descartes' Musiktheorie ist seine Schrift *Musicae compendium*, die, obwohl bereits 1618 verfasst, erst in seinem Todesjahr gedruckt wurde (R. DESCARTES, *Musicae compendium*, 1650 (DO X, S. 89–141)). Einzelne Hinweise finden sich zudem in seinem Briefwechsel, insbesondere mit I. Beeckman, C. Huygens und M. Mersenne. — Descartes vertritt ein modales System, bei dem ein von ihm festgelegtes Tonsystem in insgesamt 12 verschiedenen *modi* (heute: Kirchentonarten) genutzt wird (*a. a. O.*, S. 56 f. (DO X, S. 139 f.)). Bewegt sich eine in einem *modus* gesetzte Melodie aus dem Tonumfang einer *vox* (ein Hexachord, dem in der Solmisation die Tonsilben *ut*, *re*, *mi*, *fa*, *sol* und *la* zugewiesen sind) hinaus, findet ein Wechsel in die eine Quint höher bzw. tiefer angesetzte *vox* statt, wobei den Tonstufen die Silben der neuen *vox* zugeordnet werden. Descartes' Festsetzung der (relativen) Höhen der Töne des Tonsystems gründet auf der Überzeugung, dass Konsonanz und Wohlklang erreicht wird, wenn Oktaven, Quinten, Quarten sowie große und kleine Terzen einfache Proportionen der ihnen entsprechenden schwingenden Saitenlängen aufweisen. Da die gewählten Bedingungen keine Festsetzung der Tonhöhen zulassen, bei der Erweiterungen des Tonraums durch Wechsel in benachbarte *voces* und durch Oktavieren durchgängig gleiche Ergebnisse liefern, legt Descartes für das *re* der tieferen und das *sol* der jeweils höheren *vox* leicht voneinander abweichende Positionen fest, sodass die Verhältnisse der den Tonhöhen der *voces* entsprechenden Saitenlängen identisch bleiben. Im System von Descartes sind die Wechsel auf die *vox mollis* (auf *F*), *vox naturalis* (auf *C*) und die *vox dura* (auf *G*) beschränkt. Entsprechend gibt es für *D* und *G* je zwei Ansetzungen der Tonhöhen (*a. a. O.*, S. 30–38 (DO X, S. 116–122)). — In der Praxis werden Bünde von Saiteninstrumenten zur Zeit Descartes' üblicherweise gemäß einer gleichstufigen Stimmung positioniert. Anders als Descartes' Vorschlag einer reinen Stimmung gilt das den Saiteninstrumenten zugrundeliegende Tonsystem aus Sicht der zeitgenössischen Musiktheorie nicht als exakt und mathematisch präzise. 1–3 il ... le *f*: Die Längen der Abstände der resultierenden Teilungspunkte zum Steg betragen 180, 162, 160, 144 und 135 Einheiten. Zusammen mit dem Wert von 192 Einheiten für die Länge zwischen Sattel und Steg entsprechen sie somit den die Tonhöhen repräsentierenden Werten für *C*, *D*, *E* und *F* in Descartes' *Compendium*, wobei für *D* beide zur Erreichung einer reinen Stimmung festgesetzten Werte aufgeführt sind (*a. a. O.*, S. 30–43 (DO X, S. 116–127)). — Die hier genutzte Bezeichnung des Sattels und der benachbarten Teilungspunkte des Griffbretts mit den ersten Kleinbuchstaben des Alphabets entspricht der Kennzeichnung der zu greifenden Töne in der zeitgenössischen im französischen Sprachraum verwendeten Tabulturnotation (vgl. beispielsweise M. MERSENNE, *Harmonie universelle, Livre second des instruments*, 1636, S. 93–95, insbesondere Figur S. 93). 3–334,1 accorder ... ordinairement: Versteht man die für die *mandoline* angegebene Länge zwischen Sattel und Steg von 192 Einheiten wie im *Compendium* als *b $\frac{1}{2}$* , ergeben sich aufgrund der Teilungspunkte bei einer eine Quint tiefer oder eine Quart höher und somit auf *E* gestimmten Saite die in Descartes' Ansatz geforderten Proportionen der Tonhöhen von *E*, *F*, *G*, *A* und *bb* (*a. a. O.*, S. 30–43 (DO X, S. 116–127)). Insbesondere überträgt sich die Dopplung des Tons *D* der *b $\frac{1}{2}$* -Saite wie in Descartes' Musiktheorie vorgesehen auf *G*, den dritten Ton der *E*-Saite. Die auf der *b $\frac{1}{2}$* - und *E*-Saite auftretenden Töne entsprechen genau denjenigen des Tonsystems des *Compendiums*.



ordinairement: Le *c* et le *d* serviront pour le *ré* mobile, et toute musique se pourra jouer sur cette mandoline pourvu qu'il n'y ait point de dièzes irreguliers aux cordes non destinées aux nuances.

Si, partant de Bucolia, on veut aller droit en Chemmis ou quelque autre port de  
5 l'Egypte que ce soit, il faut remarquer exactement, avant que de partir, en quel endroit

---

4-335,5 *Dazu, laut E von Leibniz angemerkt:* Bucolia lieu du depart, Egypte globe de la terre, embouchure du Nil lieu de depart, Pythius et Pythias ☉ et ☌, les servantes de Psyché les fixes

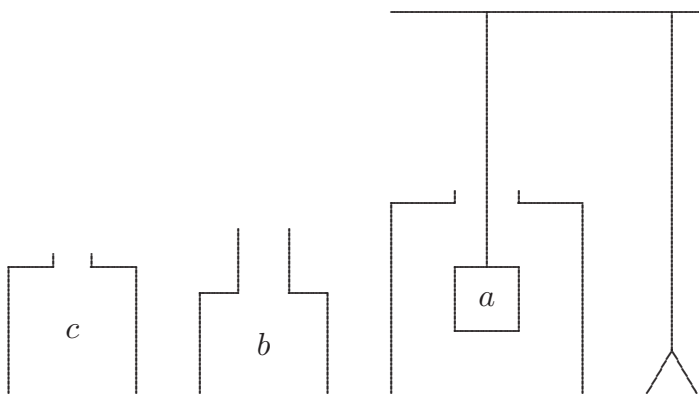
3 destinées aux nuances *E ändert Hrsg. nach DO*

---

1 *ré* mobile: Descartes bezeichnet im *Compendium* *D* und *G*, auf die er sich hier über die Bezeichnungen *c* und *d* für die Teilungspunkte des Griffbretts bezieht, als beweglich bzw. als Töne, die bewegt werden (*a. a. O.*, S. 31 u. 33 f. (*DO X*, S. 117 u. 119)). *D* und *G* stellen in der *vox mollis* bzw. *vox naturalis* jeweils die Tonstufe *re* dar. 2 f. pourvu ... nuances: Als *nuance* (lat. *mutatio*) werden die Wechsel zwischen benachbarten *voces* bezeichnet (vgl. Erl. zu S. 332 Z. 12). In Musik, die Descartes' Regeln folgt, treten die *dieses* *b* und *♮*, mit denen Alterationen in der zeitgenössischen Notenschrift üblicherweise gekennzeichnet werden, lediglich beim *bb* (= *fa* der *vox mollis*) und gegebenenfalls beim *b♮* (= *mi* der *vox dura*) auf der entsprechenden Linie (lat. *chorda*) der Notenzeile auf (*a. a. O.*, S. 40–43 (*DO X*, S. 124–127)). 4-335,5 Si ... chemin: Descartes hat Beeckman in seinem Brief vom 26. März 1619 mitgeteilt, dass er eine Methode zur Längengradbestimmung gefunden habe (*DO X*, S. 154–160, hier S. 159 f. u. *JB IV*, S. 58–61, hier S. 60). Die von Descartes hier verwendete Codierung seiner Mondstanzmethode beruht auf Motiven aus zwei antiken Romanen: Bucolia bezeichnet eine Gegend im Nildelta, Chemmis eine Stadt in Oberägypten. Beide Orte liegen auf der Reiseroute der Protagonisten Theagenes und Charikleia in den *Aithiopiká* des HELIODOROS von Emesa (vgl. I, 5 u. V, 9). Die beiden Protagonisten benutzen zeitweise die Tarnnamen Pythius und Pythias — Beinamen von Apollo und Artemis, die auch für Sonne und Mond stehen können —, um im Falle ihrer Trennung auf der Reise den jeweiligen Codenamen an markanten Stellen mit Tag und Stunde zu notieren (vgl. III, 11 u. V, 4–5). Zur Verbreitung dieses Romans innerhalb des gelehrten Diskurses des 16. und 17. Jahrhunderts vgl. z. B. Chr. RIVOLETTI, St. SEEGER, *Heliodorus redivivus*. Das zweite literarische Motiv, das der Codierung dient, die „servantes de Psyché“, ist aus APULEIUS, *Metamorphoses*, V, 3, entnommen. Leibniz hat die Verschlüsselung dahingehend aufgelöst, dass er die Dienerinnen der Psyche mit den Fixsternen identifiziert, was mit den Angaben von Descartes im oben genannten Brief (*DO X*, S. 159) übereinstimmt. Offenbar wurde dieses literarische Motiv mit der platonischen Vorstellung von den Fixsternen als Sitz der nicht mit einem Körper verbundenen Seelen verschmolzen. Descartes' Codierung ist in das Umfeld der Rezeption der neuplatonischen Diskussion um die Seelenwanderung und den Seelenwagen einzuordnen, vgl. PLATON, *Timaios*, 41 d–e.

Pythius et Pythias sont opposés l'un à l'autre à l'embouchure du Nil; puis apres, en quelque lieu que ce soit, si l'on veut trouver son chemin, il faut regarder seulement où est Pythias et de quelles servantes de Psyché elle est accompagnée, car par ce moyen, connaissant combien elle est éloignée du lieu où elle estoit à Bucolia, on trouve son chemin.

5



[Fig. 7]

Petiit e Stevino Isaacus Middelburgensis quomodo aqua gravitet in fundo vasis *b* aequae ac in fundo vasis *c* et *a*; item, totum vas *c* non magis gravitet quam *a* cujus pondus medium affixum est et immobile. Respondi aquam aequaliter pellere omnia circum quaeque corpora, quibus sublatis aequae descendit si aliqua pars fundi aperiat, atque fiet in vase *c*; ergo aequae premit fundum. Objicitur, si pars inferior vasis *b* et *c* aperiat simul, aquam in *c* magis descensuram quam in *b*, quoniam est naturalis modus celeritatis in descensu aquae qui deberet excedi ab aqua existente in tubo vasis *b* ut replet locum relictum ab inferiore aqua. Ubi respondeo inde sequi in motu semper minus celeriter descendere aquam vasis *b* quam *c*; atqui gravitatio non e motu sumitur, sed ab inclinatione ad descensum in ultimo instanti ante motum, ubi nulla est ratio celeritatis.

10

15

---

1 Zu l'embouchure du Nil, laut *E von Leibniz angemerk*: (+ c'est-à-dire au depart +)

---

7–16 Petiit . . . celeritatis: Zum hydrostatischen Paradox vgl. S. STEVIN, *De Beghinselen des Waterwichts*, 1586, S. 20–22 u. 56 f.; vgl. die Beeckman im Juni 1619 mitgeteilte Untersuchung: R. DESCARTES, *Aquae comprimentis in vase ratio reddita* (DO X, S. 67–74; JB IV, S. 52–55).

Q u a e s t i o   i n   g n o m o n i c a. — Sit sub linea aequinoctiali horizontali horologium faciendum cujus linea aequinoctialis est data, ac praeterea tria puncta ad quae umbrae extremitas debeat pertingere, dum sol est in tropico Capricorni, quomodocunque data sint, modo ne in rectam lineam incident, centrum solis horologii reperire est et  
 5 longitudinem styli. Hoc reducitur ad circulum tres alios inaequales tangentem, quorum centra in rectam lineam non incident.

Nulla figura est in tota extensione in qua et circa quam circulus duci possit, quomodocunque figura fiat praeter triangularem, quae Divinitatis hieroglyphicon.

In omni quadrato quadrati semper ultima nota est 1, 6, 5.

10 In omni quaestione debet dari aliquod medium inter duo extrema, per quod conjungantur vel explicite vel implicite, ut circulus et parabola, ope con. Item per duos motus compossibiles describentur. Ut motus ad [spiralem] dicendus non est cum circulari compossibilis.

Si funis mathematicus admittatur, is erit communis mensura recti et obliqui. Verum  
 15 dicimus admitti hanc lineam posse, sed a mechanicis tantum: ea scilicet ratione qua uti possumus statera ad aequantam cum pondere, vel nervo ad eandem comparandam cum sono; item spatio in facie horologii contento ad metiendum tempus, et similibus in quibus duo genera conferuntur.

---

1 Zu Beginn des Abschnitts, laut *E* von Leibniz angemerkt: 5 juin 1676.

6 rectam lineam incident *E* ändert Hrsg. nach *DOC*

---

1–6 Q u a e s t i o ... incident: Zum dargestellten Problem vgl. MARONNE, *Une autre géométrie*, S. 313–341; zum Herausgebereingriff in den Text vgl. S. 317. 3 dum ... Capricorni: zur Wintersonnenwende. 9 In ... 1, 6, 5: Möglich wäre auch die 0 als Endziffer, aber in diesem Fall muss bereits die Basis der Potenz die 0 als Endziffer besitzen; vgl. auch COSTABEL, *L'initiation mathématique*, S. 641 f. 12 [spiralem]: eckige Klammern in *E*.

Perlegens Lamberti Schenkeli lucrosas nugas (lib. *De arte memoriae*) cogitavi facile me omnia quae detexi imaginatione complecti: quod fit per reductionem rerum ad causas, quae omnes cum ad unam tandem reducantur, patet nulla opus esse memoria ad scientias omnes. Qui enim intelliget causas, elapsa omnino phantasmata causae impressione rursus facile in cerebro formabit: quae vera est ars memoriae illius nebulonis arti plane contraria, non quod illa effectum careat, sed quod chartam melioribus occupandam totam requiratur et in ordine non recto consistat: qui ordo in eo est ut imagines ab invicem dependentes efformentur. Hoc ille omittit, nescio an consulto, quod est clavis totius mysterii. Ipse excogitavi alium modum, si ex imaginibus rerum non inconnexarum addiscantur novae imagines omnibus communes, vel saltem si ex omnibus simul una fiat una imago, nec solum habeatur respectus ad proximam, sed etiam ad alias, ut quinta respiciat 1<sup>o</sup> per hastam humi projectam, medium vero per scalam ex qua descendit, et secunda per telum quod ad illam projiciat, et tertia simili aliqua ratione in rationem significationis vel verae vel fictitiae.

Aiunt pisces capi facilius cum tuda in rete demissa. Quidni candela in vitro conclusa?

Si esset corpus quod pro aetate › mutaret pondus, daret motum perpetuum. Fiat talis rota ☉ ubi nigrum sit alterius formae › non subditae et tota rota, ita in axe librata

18 subditae ex tota *E* ändert Hrsq.

---

1–14 Perlegens ... fictitiae: Vgl. die Überlegungen zur *ars memoriae* in *Cartesius* (CARRAUD, *Cartesius*, S. 3; *DO* XI, S. 649); L. SCHENCKEL, *De memoria libri duo*, [...] *In secundo est, ars memoriae* [...], 1593; DERS., *Gazophylacium artis memoriae*, 1609; DERS., *Brevis tractatus de utilitatibus et effectibus admirabilibus artis memoriae*, 1614. — Die Gedächtniskunst Schenkels wurde mit dessen Einverständnis auch von Faulhaber unterrichtet; vgl. J. FAULHABER, *Wahrhaftige und Gründliche Solution oder Auflösung einer hochwichtigen Frag*, 1618, S. 26: „Ich unterschribner / Bekenne in Crafft diß gegenwertigen / von Herrn Johann Faulhabern / Mathematico und Modisten / Burgern in Ulm / das er die Kunst der gedächtnuß etc. Auch neben andern allhie zu Ulm meinen Lectionen, so von mir Lateinisch gehalten worden / beygewohnt / unnd ob er wol in Lateinischer Sprach nit vil versteht / jedoch wegen der Scharpffsinigkeit seines verstandts / hat er [...] den Inhalt der praecepten, so Ich fürgetragen / erlangt / derohalben [...] ihme [...] gebühre / was orths er sey / unverhindert zu reden [...] Lambertus A. etc. Schenkeli Dusiilmius.“ — Vgl. auch J. FAULHABER, *Zwey und Vierzig Secreta*, 1622, § XXX: „Artem Memoriae Teutsch.“ 15 f. Aiunt ... conclusa?: Vgl. G. B. PORTA, *Magiae naturalis libri XX*, 1589, lib. XV, cap. 5, S. 241 f.; vgl. SHEA, *The Magic of Numbers and Motions*, S. 107 f., Anm. 50. 17 Si ... pondus: Vgl. G. B. PORTA, *Magiae naturalis libri XX*, 1589, lib. I, cap. 9, S. 10.

ut utraque forma in naturali statu aequalis sit ponderis, haud dubie perpetuo movebitur juxta motum  $\mathfrak{D}$ .

Ponatur statua aliquid ferri habens in capite et pedibus, ponatur super funem vel virgam ferream exiguum, sed vi magnetica tinctam; item supra caput ejus alia sit, vi  
 5 etiam magnetica tincta, quae altior sit et quibusdam in locis majori vi distincta. Statua autem habeat in manibus baculum oblongum ad modum funambulis, qui sit excavatus et in eo nervus contentus, cui interea principium motus automati intus inclusi, quo levissime tacto statua omnis pedem promoveat, quoties tangitur et in locis majore vi magnetis in summo tactis sponte scilicet cum pulsabuntur instrumenta.

10 Columba Architae molas vento versatiles inter alas habebit, ut motum rectum deflectat.

Si tria trianguli latera ducuntur in se invicem et productum per areae quadruplum dividatur, habebitur semidiameter circuli, quarto triangulo circumscripti. Sunt latera  $a$ ,  $b$ ,  $c$ , area  $e$ , semidiameter erit  $\frac{abc}{4e}$ ; ut fiant latera 13, 14, 15, et area 84; semidiameter  
 15 est  $\frac{65}{8}$ .

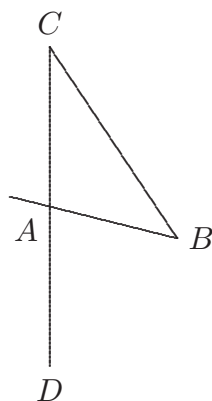
7 nervo *E ändert Hrsg.*

10 Columba arditea *E ändert Hrsg. nach DO*

---

3–9 Ponatur ... instrumenta: Vgl. POISSON, *Commentaire*, S. 156; vgl. auch G. B. PORTA, *Magiae naturalis libri XX*, 1589, lib. VII, cap. 27, S. 139. 7 nervus: Zum Texteingriff vgl. DESCARTES, *Bibliothek Descartes*, Bd I, 2010, S. 194. 10 f. Columba ... deflectat: Vgl. die entsprechende Erwähnung bei POISSON, *Commentaire*, S. 156. — Vgl. ebenso *Commentarii Collegii Conimbricensis Societatis Iesu, in octo libros physicorum Aristotelis Stagiritae*, lib. II, cap. I, quaestio VI (in der Ausgabe Lyon, 1594, S. 217 f.); G. B. PORTA, *Magiae naturalis libri XX*, 1589, lib. XX, cap. 10, S. 302 f. — Vgl. auch die Leibniz'sche Handschrift *Columba Architae resuscitata* vom Juni 1678 (LH 38 Bl. 91). 12–15 Si ... est  $\frac{65}{8}$ : Das Dreieck mit den Seitenlängen 13, 14, 15 ist in der geometrischen Literatur der Zeit verbreitet: Zur Berechnung der Dreiecksfläche aus den gegebenen Seiten vgl. z. B. den Hinweis von COSTABEL, *L'initiation mathématique*, S. 642, auf Chr. CLAVIUS, *Geometria practica*, 1604, S. 175 f.; bei Ludolph van CEULEN, *Fundamenta arithmetica et geometrica*, 1615, S. 122 f. u. 158 (Berechnung des Umkreisdurchmessers). — Ein Dreieck mit den Seitenlängen 13, 14, 15 wird z. B. auch von N. TARTAGLIA, *General trattato*, 1560, Teil 4, Buch 2, Bl. 34 v<sup>o</sup>–36 r<sup>o</sup>, im Beispiel einer Berechnung des Tetraedervolumens verwendet (vgl. SCHNEIDER, *Johannes Faulhaber*, S. 126); ebenso bei N. MAROLOIS, *Opera mathematica*, 1614, Teil 4, § 53. 13 quarto: Das Wort *quarto* ergibt an dieser Stelle keinen Sinn (vgl. *DOC* I, S. 587, Anm. 37). Vielleicht geht es auf eine tentative Lesung einer vermuteten Kontraktion wie 4<sup>o</sup>, q<sup>o</sup> oder qu<sup>o</sup> zurück; vgl. z. B. die Kontraktionen von *ipsi* oder *quaesiti* bei CAPPELLI, *Dizionario*, S. 186 u. 305.

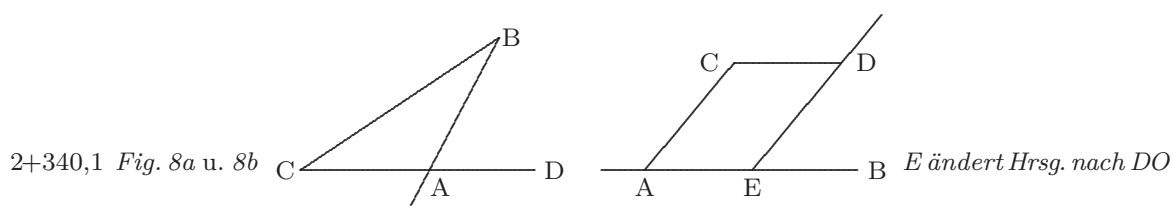
Describi potest sectio conica tali circino:



[Fig. 8a]

Sit  $AD$  perpendicularis superficies obliqua  $AB$ . Sit pes circini immobilis, volvatur  $BC$  supra planum obliquum, ita tamen ut  $CB$  possit brevior fieri, si imaginetur per  $C$  ascendere.

5

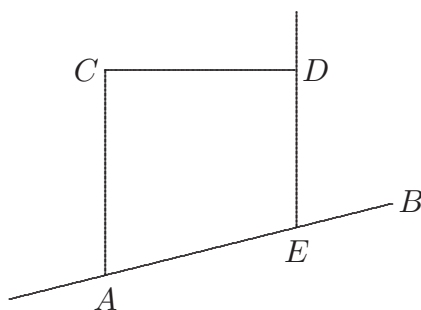


2+340,1 Fig. 8a u. 8b

E ändert Hrsg. nach DO

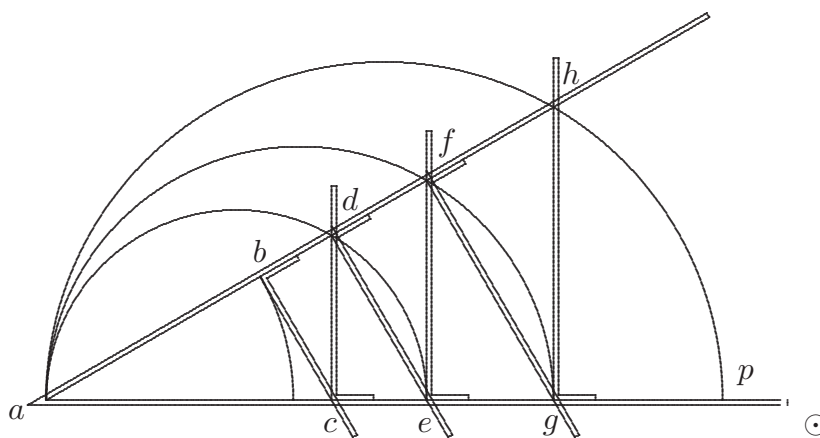
3 obliqua  $CD$   $E$  ändert Hrsg. nach  $DO$       3 Sit pes circini immobiliter  $E$  ändert Hrsg. nach  $DO$   
 4–340,2 fieri. Si imaginetur per  $B$  ascendere, sectio  $E$  ändert Hrsg. nach  $DO$

1–340,4 Describi ... distabit: MANDERS, *Descartes et Faulhaber*, S. 3f., verweist auf das von Johann Remmelin am 9. Dezember 1620 abgelegte Zeugnis über den Besitz noch nicht öffentlich bekannter Proportionalzirkel bei Faulhaber: „Nemlich / vier neue ProportionalZirkel / mit welchen man zwischen zwo Linien zwey andere media Proportionalia, Geometrisch finden solle. Item / Wie jeder winckel auff einem Circkelriß in drey gleiche partes Geometrisch zu theilen. Deßgleichen wie alle Conische / Cylindrische Sectiones Geometrisch zu vollbringen / von welchen andere authores grosse Bücher geschriben.“ (J. REMMELIN, *Copiae Eines uber die Inventiones, Secreta unnd Wissenschaften Herrn Johann Faulhabers / ertheilten Testimonii*, in: J. FAULHABER, *Appendix oder Anhang der Continuation deß Newen Mathematischen Kunstspiegels*, 1621, S. [4f.]).



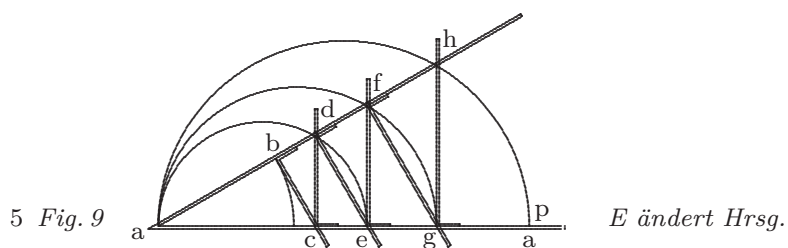
[Fig. 8b]

Sectio cylindri eodem pacto circino duci potest ita: sit  $ACDE$  circinus, cujus pes immobilis est, linea  $DE$  descendet vel ascendet libere per punctum  $D$  prout a plano distabit.



[Fig. 9]

2 sit AC, DE circinus, hujus pes *E* ändert Hrsg. nach DO



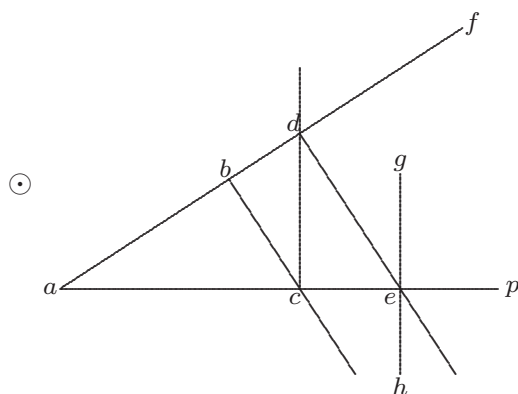
Inveni aequationes inter talia:  $1\text{c}$  et  $7^4 + 14$ , et simile hoc. 1° Reduco ad  $1^4 + 2$  aequ.  $\text{c}$  vel  $+1\text{c}$ , quem postea multiplicabo per 7 primi circini; deinde alium circinum habere oportet cujus duae partes sunt tales:

2 Zu primi circini, laut *E* von Leibniz angemerkt: Erat circinus qualis est mesolabi in *Geom. Cart.*, scilicet pars ex mesolabi duabus proportionalibus.

5

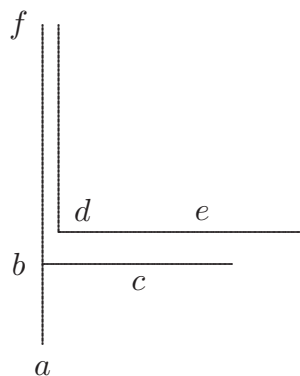
1 f. talia 15 et  $74 + 14$  et simile hoc. 1° Reduco ad  $12 + 2 + c$  vel  $+1c$  quam postea *E* ändert Hrsg. 3 quorum *E* ändert Hrsg.

340,5 Fig. 9: Wegen des Textbezugs auf die Figur in Z. 2 wurde die Reihenfolge der Figuren 9 und 10 gegenüber *E* vertauscht. Die in *E* abgedruckte Figur unterscheidet sich in der Ausgestaltung deutlich von den anderen Skizzen zu den Gleichungszirkeln und stimmt nicht komplett mit dem zugehörigen Text überein. Es ist zu vermuten, dass Foucher de Careil sie, gestützt auf die Anmerkungen von Leibniz, nach dem Druck des Proportionalzirkels in der *Géométrie* von Descartes übernommen hat. Dem Text entsprechend kann die Figur folgendermaßen rekonstruiert werden:

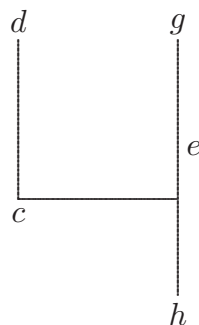


1–347,9 Vgl. die Ausführungen von Descartes in seinem Brief an I. Beeckman vom 26. März 1619 (*DO X*, S. 154–156; *JB IV*, S. 58–61). 1–343,16 Inveni ... quaesitus: Descartes unterlaufen offenbar bei den algebraischen Lösungsversuchen in den Beispielen kubischer Gleichungen systematische Fehler. Diese können allerdings mit geringem Aufwand beseitigt werden (vgl. SHEA, *The Magic of Numbers and Motions*, S. 43; SASAKI, *Descartes's Mathematical Thought*, S. 114; KVASZ, *Descartes on Mathematics, Method and Motion*, S. 17). Die instrumentelle Lösung mit Kombinationen der ihm zur Verfügung stehenden Gleichungszirkel ist in jedem Fall möglich. Zu den Gleichungszirkeln vgl. BOS, *Redefining Geometrical Exactness*, S. 237–245. 3 cujus: Zum Texteingriff vgl. DESCARTES, *Bibliothèque Descartes*, Bd I, 2010, S. 194. 4 circinus: Vgl. J. REMMELIN (s. o. die Erl. zu S. 339 Z. 1) sowie R. DESCARTES, *Geometria*, 1659, *DGS I* S. 67–69.





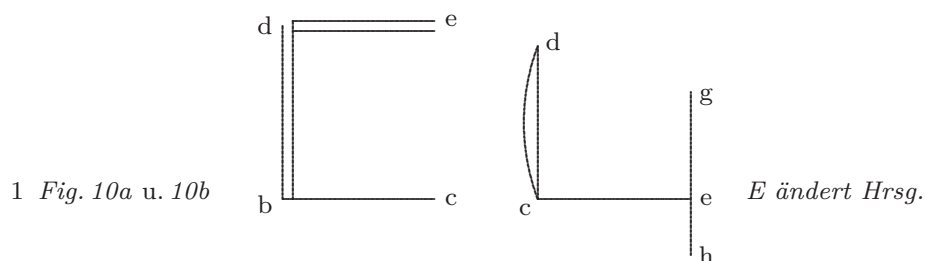
[Fig. 10a]



[Fig. 10b]

Prima habet lineam  $bc$  firmiter annexam ad angulos rectos lineae  $af$ , lineam autem  $de$  ad angulos quidem rectos, sed mobilem per lineam  $fb$ . Linea  $fb$  habet praeterea in puncto  $d$  stylum fixum quo lineam describat; in puncto  $f$  etiam unum sed mobilem  
 5 quo aliam lineam describat hoc pacto. Secunda pars  $dcegh$  constans lineis firme invicem annexis fluat supra lineam  $ap$ , ubi affixa est prima pars, in puncto  $a$  immobili; punctum  $c$  impellit lineam  $bc$  et ita efficiet ut tota secunda pars descendat, linea autem  $cd$ , trahit

5 Nach hoc pacto, laut  $E$  (wohl Verweis auf Fig. 9):  $\odot$



1 Fig. 10a u. 10b

4 describat in puncto etiam unam sed mobilem  $E$  ändert Hrsg. 5 describat f hoc pacto  $\odot$ .  $E$  ändert Hrsg. 7 tota prima pars ändert Hrsg. nach DO

lineam *de* per spatium *fb* juxta varietatem intersectionum et tum stylus *d* lineam primi circini describet. Linea autem *gh* intersecabit etiam lineam *de* aliamque lineam curvam stylo *e* mobili describet quae ultima linea secabit *ap* in quo *ae* est cubus inveniendus si *ab* primae partis sit unitas, *ce* vero secundae numerus absolutus, qui in exemplo est binarius.

5

Fit praeterea aequatio inter talia,  $\wp$ ,  $\mathfrak{z}$ ,  $\mathfrak{z}^4$ , dummodo quot sint  $\mathfrak{z}$  tot  $\mathfrak{z}^4$ , et hoc modo:  $1\wp$  aequ.  $6\mathfrak{z} - 6\mathfrak{z}^4 + 56$ . 1° Reduco ad numerum radicum ternarium, habeboque  $\frac{1}{2}\wp$  aequ.  $3\mathfrak{z} - 3\mathfrak{z}^4 + 28$ . Deinde ex *N* tollo unitatem, ex residuo cubum formo cujus radici unitatem addo et quod cubice extra producit ex illa radice est  $\frac{1}{2}\wp$  quod si multiplicetur per 2 producet cubum quaesitum.

10

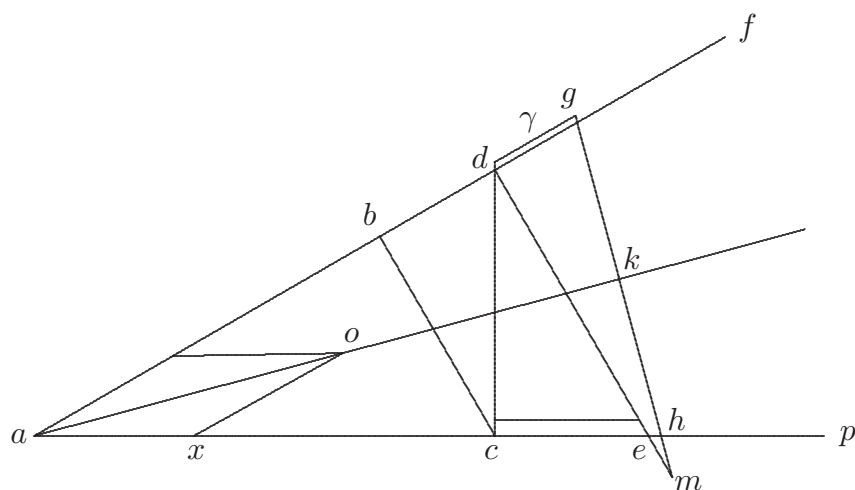
Sed si non sunt tot  $\mathfrak{z}$  quot  $\mathfrak{z}^4$ , reducemus ad fractiones, ita ut harum numeri superiores sint aequales hoc pacto: ut  $36 + 3\mathfrak{z} - 6\mathfrak{z}^4$  aequ.  $1\wp$  reducam ad  $9 + \frac{3}{4}\mathfrak{z} - \frac{3}{2}\wp$ ; quo facto si ex *N* tollatur 1 et eadem hujus residui radici cubicae addatur et productum cubice multiplicetur, fiet  $\frac{1}{4}\wp$  aequalis 27, sive  $\wp$  erit 108. Item sit  $1\wp$  aequ.  $26 - 3\mathfrak{z} - 3\mathfrak{z}^4$ . Addo unitatem numero absoluto, deinde ex radice producti unitatem demo, et producit ex radice cubus quaesitus.

15

1 f. Zu lineam primi circini, laut *E von Leibniz angemerkt*: illam mesolabi seu pro duabus mediis de qua in *Geometria* Cartesii

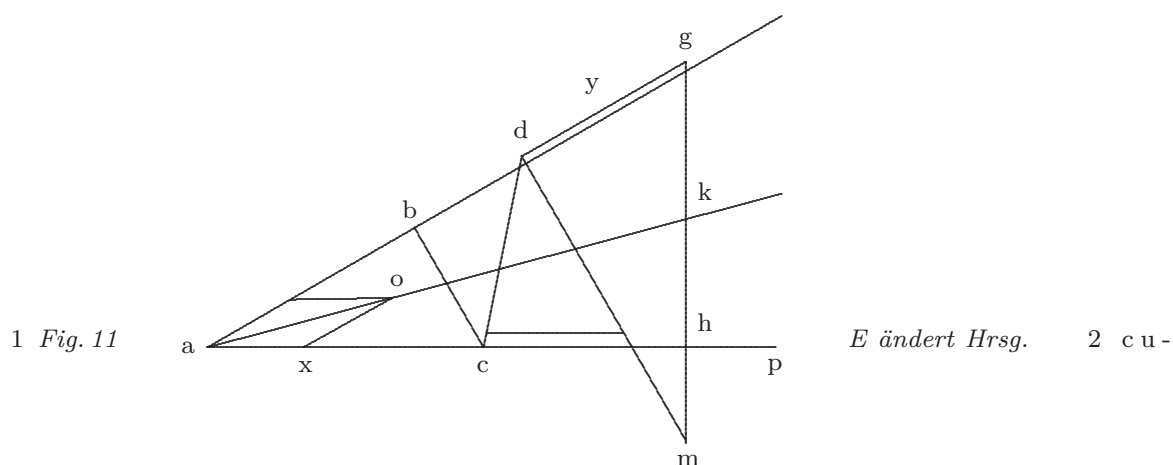
3 stylo *c* mobili *E ändert Hrsg.* 3 quo ad est *E ändert Hrsg. nach DO* 6–8 talia 5, 3, 4. Nummodo quot sint 3 tot 4 et hoc modo  $15 + 63 + 64 + 56$ . 1° Reduco ad numerum radicum ternarium habeboque  $1/2\wp 3\mathfrak{z} + 24 + 28$ . Deinde ex *N* tollo unitates *E ändert Hrsg. nach DO* 9 radice est  $1/2\wp$  quod *E ändert Hrsg. nach DO* 11 sunt tot 3 quot 4, reducemus *E ändert Hrsg. nach DO* 11 horum *E ändert Hrsg.* 12 hoc pacto: ut  $36 + 3\mathfrak{z} + 64 + 1\wp$  reducam ad  $9 + \frac{3}{4}\mathfrak{z} - \frac{3}{2}\wp$  pro facto *E ändert Hrsg. nach DO* 13 tollatur 1 ex eadem *E ändert Hrsg.* 14 fiet  $1/4\wp$  aequalis 27 sive  $\wp$  erit 216. Item sit  $1\wp$  et  $26 - 3\mathfrak{z} - 3\mathfrak{z}^4$ . Addo *E ändert Hrsg. nach DO*

3 stylo *e* mobili: Zum Herausgebereingriff in den Text vgl. BOS, *Redefining Geometrical Exactness*, S. 244, Anm. 26. 11 harum: Zum Texteingriff vgl. DESCARTES, *Bibliothek Descartes*, Bd I, 2010, S. 194. 17 mesolabi: R. DESCARTES, *Geometria*, 1659, *DGS* I S. 67–69.



[Fig. 11]

Alius circinus ad aequationes cubicas  $1c$  &  $OzON$ . — Si inveniendus sit cubus aequalis  $ON dg$  et quadrato uni incognito, talis circinus fabricetur  $dce$  fluit supra  $ap$  fluendo pellit  $bc$  in puncto  $c$  adigitque ut descendat simulque  $af$  cui



1 Fig. 11

E ändert Hrsg.

2 c u -

bicas  $1c$  et  $Oz$  on E ändert Hrsg. nach DO

affixa est  $bc$  ad angulos rectos describitque intersectione  $af$  et  $cd$  lineam circini mesolabi. Praeterea trahit secum lineam  $dm$  quae impacta est lineae  $af$ , ita tamen ut moveatur, trahit etiam  $dg$  quae est numerus absolutus et fluit supra  $af$ ; item  $dg$  trahit  $gm$  quod impactum est lineae  $ak$  ad angulos rectos, ita ut sine illa moveri non possit, adeoque retrocedit rursus  $z$ . Intersectio autem linearum  $gm$  et  $dm$  describit aliam lineam quae 5  
intersecat  $ap$  in puncto quaesito. Ab illo  $m$  ad  $a$  est  $\varsigma$  inveniendus. Sit enim, verbi gratia,  $d\gamma$   $ON$  loco  $dg$ . Quia intersectio  $de$  et  $\gamma e$  cadit in  $ap$  dico cubum  $ae$  esse aequalem quadrato  $ad$  et  $ON$   $d\gamma$ . Nam triangulus  $\gamma ae$  est isoceles propter lineam  $ak$  quae impacta est ad angulos rectos lineae  $\gamma e$  ex constructione.  $ab$  autem est unitas etiam ex constructione,  $ac$  vero radix cubi inventi. Ex his inveniri possunt aequationes inter  $1\varsigma$  et  $Oz - ON$  item 10  
 $ON - Oz$  ut ex praecedenti inveniri potest inter  $1\varsigma$  et  $O^4 - ON$ , item  $ON - O^4$ , sed viam aperuisse sufficiat.

---

7 Zu  $d\gamma$   $ON$ , laut  $E$  von Leibniz angemerkt: id est absolutus

10 Zu radix cubi inventi laut  $E$  von Leibniz angemerkt: puto inveniri primum cubum quaesitum inde ejus radicem

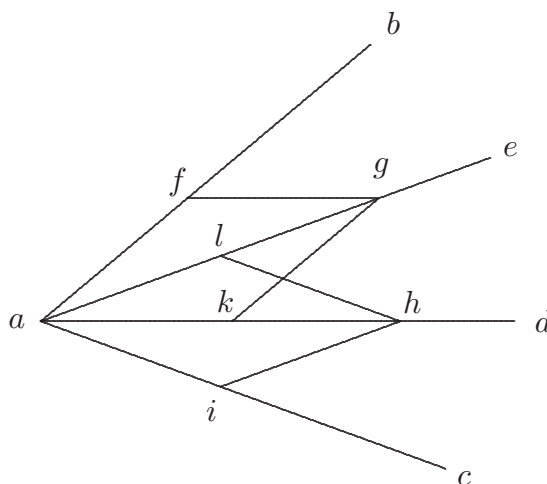
15

1 est  $vc$  ad  $E$  ändert Hrsg. nach  $DO$  3 trahit  $gm$  qd  $E$  ändert Hrsg.; nach  $gm$  qd laut  $E$  von Leibniz angemerkt: (+ non video  $q$ . in figura +) 4 sine ulla  $E$  ändert Hrsg. nach  $DO$  5 rursus  $z$   $E$  ändert Hrsg. 6 quaesito ab illo in  $ada$  est  $C$ . Inveniendus sit  $E$  ändert Hrsg.; zum ersetzten Text, laut  $E$  von Leibniz angemerkt: obscure 6 f. gratia,  $dy$   $ON$  loco  $dy$  quia intersecto  $de$  et  $ye$  cadit  $E$  ändert Hrsg. 7 cubum  $ac$  esse  $E$  ändert Hrsg. 9 lineae  $ge$  ex  $E$  ändert Hrsg. 10 f. aequationes inter  $1g$  et  $0z - ON$  item  $ON - 0z$  ut  $E$  ändert Hrsg. nach  $DO$  11 potest inter  $1g$  et  $04 - ON$  item  $ON - 04$ , sed  $E$  ändert Hrsg. nach  $DO$  15 ejus radium  $E$  ändert Hrsg. nach  $DO$

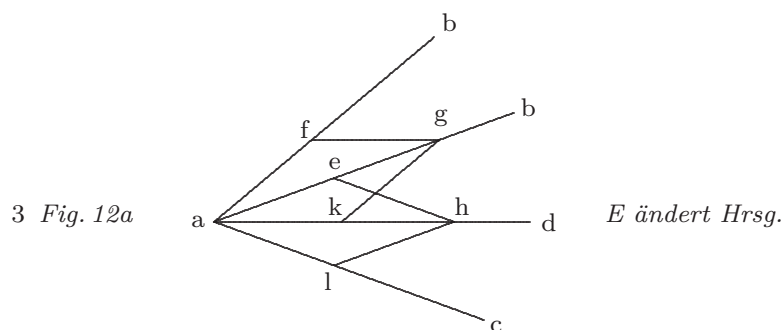
---

1 lineam circini mesolabi: *ebd.* 17 (+ non ... figura +): Leibniz hat offenbar die Buchstaben  $qd$ , die wir als Kontraktion von *quod* interpretieren, für zwei Punktbezeichnungen gehalten, zu denen er den Punkt  $q$  in der Figur nicht finden konnte.

Circinus ad angulum in quotlibet partes dividendum.  
Sit talis circinus

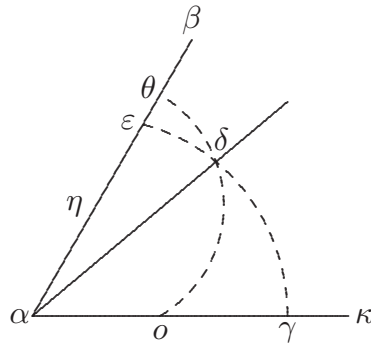


[Fig. 12a]



1 Circinus ... dividendum: Vgl. das Zeugnis von J. REMMELIN (s.o. die Erl. zu S. 339 Z.1) sowie die Aufzeichnung *Sectio anguli per instrumentum* von Leibniz, dat. 28. März 1676, mit den zugehörigen Figuren von Tschirnhaus (VII,1 N.24 S.182). — Zur Funktionsweise des Winkelteilungs-instruments vgl. BOS, *Redefining Geometrical Exactness*, S. 237–239.

$ab/ae/ad/ac$  sunt aequales laminae divisae pariter in punctis  $flki$ , item  $fg$  aequalis est  $af$ , etc. Unde fit ut tres anguli  $bae$ ,  $ead$  et  $dac$  sint semper aequales, nec unus possit augeri vel minui quin alii etiam mutantur.



[Fig. 12b]

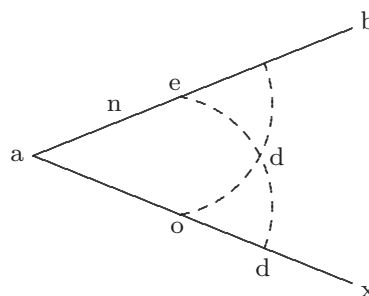
Si igitur angulus  $\beta\alpha\kappa$  dividendus, applico lineam  $ac$  supra  $\alpha\kappa$ , qua ibi manente immobili, elevo lineam  $ba$  in partem  $\beta$  quae secum trahit  $ae$  et  $ad$ , lineaque describetur a puncto  $g$  talis  $\gamma\delta\epsilon$ . Deinde sumatur  $\eta\alpha$  aequalis  $af$  et ex puncto  $\eta$  ducatur pars circuli  $\theta\delta o$  ita ut  $\eta\theta$  sit etiam aequalis  $fg$ , dico lineam  $\alpha\delta$  dividere angulum in tres partes aequales; ita potest dividi angulus in plures, si circinus constet pluribus laminis.

5

1 laminae divisae *E ändert Hrsg. nach DO; zu divisae laut E von Leibniz angemerkt: (+ an divisae?+)*

1 punctis feki *E ändert Hrsg.*

4 Fig. 12b



*E ändert Hrsg.*

5 angulus  $\alpha x$  *E ändert Hrsg.*    5 supra  $\alpha x$  *E ändert Hrsg.*    6 partem  $b$  *E ändert Hrsg.*    6 trahit  $ac$  *E ändert Hrsg.*    7 sumatur  $n\alpha$  *E ändert Hrsg.*    7 puncto  $n$  ducatur *E ändert Hrsg.*    8 ut  $n\theta$  *E ändert Hrsg.*    8 lineam  $a\delta$  *E ändert Hrsg.*    9 constet plurimis *E ändert Hrsg. nach DO*

Si subtrahatur numeri triangularis quadratus ex quadrato sequentis triangularis, restat cubus ut 10. 15: tolle 100 ex 225 restat 125, ex 5.

Ex progressionem 1 | 2 || 4 | 8 || 16 | 32 || habentur numeri perfecti 6. 28. 496.

Vidi commodum instrumentum ad picturas omnes transferendas: constat in pede  
5 cum circino bicipiti. Aliud quoque ad omnia horologia depingenda, quod per me possum invenire: Tertium ad angulos solidos metiendos; quartum argenteum ad plana et picturas metiendas, pulcherrimum aliud ad picturas transferendas, aliud affixum viatoris

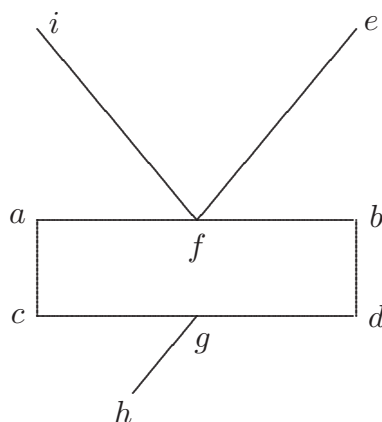
2 restat 120, ex. *E ändert Hrsg.* 7–349,1 affixum oratoris tibiae *E ändert Hrsg.*

---

1 f. Si ... ex 5: Die Aussage ergibt sich aus der Umkehrung des bereits bekannten Theorems, dass die Summen der Kubikzahlen gleich den Quadraten der Triangularzahlen sind; vgl. die Tafel mit den Spalten *G* der Kubikzahlen und *H* der Quadrate der Triangularzahlen vor S.1 von J. FAULHABER, *Schriftlich Memorial*, 1622, sowie die eingehende Analyse bei SCHNEIDER, *Johannes Faulhaber*, S.131 bis 135. 3 Ex ... 496: Vgl. den Hinweis bei COSTABEL, *L'initiation mathématique*, S.640 f., auf EUKLEIDES, *Elementa*, IX, 36, sowie den zugehörigen Kommentar in Chr. CLAVIUS, *Opera mathematica*, Bd I, 1611, S.378. 4–349,1 Vidi ... dirigenda: Beim ersten und fünften Instrument der Liste handelte es sich wohl um einen Pantographen (vgl. B. BRAMER, *Bericht und Gebrauch eines Proportional Lineals*, 1617; D. SCHWENTER: *Geometriae practicae novae tractatus* I, 1618, S.255–257; Chr. SCHEINER, *Pantographice, seu ars delineandi*, 1631); beim zweiten um ein Instrument zur Konstruktion von Sonnenuhren (vgl. z. B. Chr. CLAVIUS, *Fabrica et usus instrumenti ad horologiorum descriptionem peropportuni*, 1586; B. LEEMANN, *Sonnen Uhren zuo ryssen*, 1587; DERS., *Instrumentum instrumentorum: Horologiorum sciotericorum*, 1604); das dritte diente zum Messen räumlicher Winkel (vgl. B. BRAMER, *Kurtzer Bericht, Eines Schreg, oder Winckel Instruments*, 1615); das vierte war ein Planimeter (vgl. z. B. L. HULSIUS, *Erster Tractat Der Mechanischen Instrumenten Levini Hulsii: Gründtlicher, augenscheinlicher Bericht dess neuen geometrischen gruntreissenden Instruments, Planimetra genandt*, 1604; J. FAULHABER, *Ein sehr nützlicher new erfundener Gebrauch eines niederländischen Instruments zum Abmessen und Grundtlegen*, 1610; DERS., *Neue geometrische und perspectivische Inventiones etlicher sonderbahrer Instrument*, 1610; B. BRAMER, *Trigonometria planorum mechanica*, 1617); das sechste Instrument war ein Schrittzähler (vgl. z. B. L. HULSIUS, *Vierdter Tractat der Mechanischen Instrumenten Levini Hulsii. Gründtliche Beschreibung des Diensthafften unnd Nutzbahrn Instruments Viatorii oder Wegzählers*, 1605); das siebte war ein Geschützaufsatz mit einer Visiereinrichtung, die eine bei Tageslicht vorgenommene Ausrichtung einer Kanone nachts reproduzieren konnte (vgl. den Hinweis bei MEHL, *Descartes en Allemagne*, S.49–52, auf L. HULSIUS, *Ander Tractat Der Mechanischen Instrumenten Levini Hulsii: Gründlicher unterricht des neuen BüchsenQuadrants, wie derselbe, das grosse Geschütz, bey Tag oder bey Nacht zurichten, gebraucht sol werden*, 1603; vgl. auch J. FAULHABER, *Weitere Continuation deß Privilegirten Mathematischen Kunstspiegels*, 1626, S.20–21).

tibiae ad momenta metienda, aliud ad tormenta bellica noctu dirigenda. — Petri Rothen *Arithmetica philosophica*. — Benjamin Bramerus.

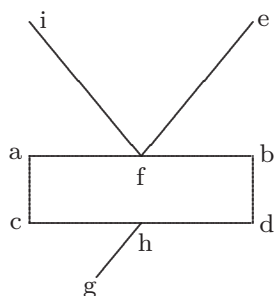
Lux quia non nisi in materia potest generari, ubi plus est materiae, ibi facilius generatur caeteris paribus; ergo facilius penetrat per medium densius quam per rarius, unde fit ut refractio fiat in hoc a perpendiculari, in alio ad perpendicularem, omnium autem maxima refractio esset in ipsa perpendiculari si medium esset densissimum a quo iterum exiens radius egrederetur per eundem angulum.



[Fig. 13]

Sit  $abcd$  medius densissimus, radius  $ef$  per  $fg$  perpendiculariter transibit per  $fg$  in  $gh$ , ita ut  $bfe$  et  $cgh$  sunt aequales anguli. Reflexio autem nihil est aliud quam productio

8 Fig. 13



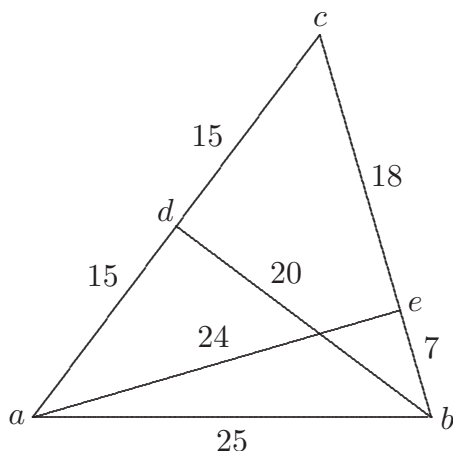
E ändert Hrsg.

9 per fh in E ändert Hrsg.

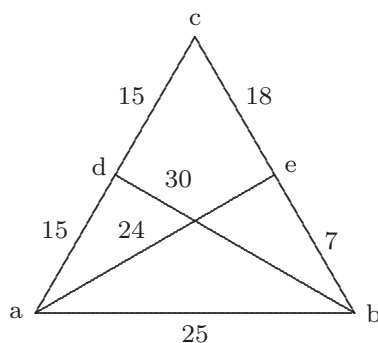
1 f. Petri ... *philosophica*: P. ROTH, *Arithmetica Philosophica, Oder schöne neue wolgegründte Überauß Künstliche Rechnung der Coß oder Algebrae*, 1608. 2 Benjamin Bramerus: B. Bramer.



- lucis a superficie opaca in partem inversam, quoniam in rectum non potest, v. g. superficies  $afb$  producit radium reflexum  $fi$  quem surrectum  $gh$  produxisset superficies  $cgd$ . Locus imaginis est in linea recta ab oculo ad primum reflexionis vel refractionis punctum producta, in quo autem illius puncto sit; hoc non apparet nisi ex situ aliorum punctorum quia distantia objecti non aliter advertitur; vel dici potest esse in perpendiculari ab objecto, id enim unum fit per accidens in quibusdam et non ex eo quod sit concursus perpendicularis.



[Fig. 14]

2 surectum *E ändert Hrsg. nach DO*

8 Fig. 14

*E ändert Hrsg.*

Dantur  $adb$  et  $aeb$ , invenire  $ac$  et  $cb$ , differentiam inter  $ad$  ductum per  $ae$  et  $db$  ductum per  $be$ ; divido per differentiam inter quadrata ex  $ae$  et  $db$ , et productum si ducatur per  $ae$  facit  $ac$ , si per  $db$  facit  $bc$  est enim ut  $ae$  ad  $db$  ita  $ce$  ad  $dc$  atque ut  $db$  ad  $ae$  ita  $cb$  ad  $ca$ .

Nuper cum aliquas chartas comburerem, et ignis in quo comburebantur, esset acrior, 5  
animadverti characteres integros manere et tam lectu faciles quam antea: e contrario scripta vidi cum atramento sulfure mixto intra viginti quatuor horas evanescere.

Regula generalis ad aequationes quatuor terminorum 10  
completas. — Reducatur numerus quadratorum ad ternarium per divisionem; deinde si illis addita sit nota  $+$  tollantur  $\frac{1}{2}$  ex toto numero et loco illorum reponantur  $3\frac{1}{2}$ , et tollatur unitas, ac praeterea addantur tot unitates quot sunt  $\frac{1}{2}$  et  $\frac{1}{2}$ , deinde procedatur ad aequationem inter  $O\frac{1}{2}$  et  $O\frac{1}{2} + ON$ . Qua inventa, addatur unitas radici inventae, et illa radix erit quae quaerebatur. Si vero quadratis addita sit nota  $-$ , tollantur  $\frac{1}{2}$  et loco illorum addantur  $3\frac{1}{2}$  et unitas[;] deinde tollantur adhuc tot unitates quot sunt  $\frac{1}{2}$  et  $\frac{1}{2}$ , ac 15  
postea si extrahatur radix ex invento nostro et ex illa extrahatur unitas, habebitur radix quaesita initio.

1 Datur  $E$  ändert Hrsg. nach DO 1 per  $ae$  et  $ab$   $E$  ändert Hrsg. nach DO 2 ex  $ad$  et  $cb$   
 $E$  ändert Hrsg. nach DO 3 utque  $E$  ändert Hrsg. nach DO 3f.  $cb$  ad  $ea$   $E$  ändert Hrsg. nach  
DO 10 tollantur ( $\sqrt{\phantom{x}}$ )  $E$  ändert Hrsg. nach DO 10 reponantur  $34$   $E$  ändert Hrsg. nach DO  
11 sunt  $4$   $E$  ändert Hrsg. nach DO 12 inter  $06$  et  $04$   $ON$   $E$  ändert Hrsg. nach DO 12f. radici,  
inventae et illa radix erit quae quae (bis) quaerebatur.  $E$  ändert Hrsg. nach DO 13–15 tollantur et  
loco illorum addantur  $34$  et unitas deinde addantur adhuc tot unitates quot sunt  $4$ , ac (bis) postea  $E$   
ändert Hrsg. nach DO

1–4 Dantur ... ad  $ca$ : Die Aussagen gelten nur für Punkte  $a, b, d, e$ , die auf einem Kreis liegen und folgen aus dem Sekantensatz. In den Dreiecken  $adb$  und  $aeb$  mit den von Descartes in der Beispielfigur angegebenen Seitenlängen ist diese Bedingung erfüllt: Die Eckpunkte liegen alle auf dem Halbkreis mit der Basis  $ab$ . Vgl. EUKLEIDES, *Elementa*, III, 36, und den zugehörigen Kommentar in Chr. CLAVIUS, *Opera mathematica*, Bd I, 1611, S. 146–148, insbesondere S. 148 die Umkehrung des ersten Korollars, sowie das 2. Beispiel in der Handschrift *Calcul de Mons. Descartes* (Ms IV 381 Bl. 23, gedr. DO X, S. 674f.); vgl. auch die Aufzeichnungen von Leibniz und Tschirnhaus zu Kreisvierecken vom 2. Februar 1676, VII, 1 N. 23, S. 181, und VII, 2 N. 76, Teil 2, S. 849–851. 5–7 Nuper ... evanescere: Vgl. G. B. PORTA, *Magiae naturalis libri XX*, 1589, lib. XVI, cap. 2, S. 248f.; vgl. SHEA, *The Magic of Numbers and Motions*, S. 107f., Anm. 50.

In tetraedro rectangulo basis potentia aequalis est potentiis trium facierum simul: v. g. sint basis tria latera  $\sqrt{8}$ ,  $\sqrt{20}$ ,  $\sqrt{20}$ ; tria vero latera supra basin, 4, 2, 2, area basis erit 6; trium facierum, 2, 4, 4, quorum quadrata sunt 36, [et] 4, 16, 16, quae tria aequipollent priori. Item sunt latera basis  $\sqrt{13}$ ,  $\sqrt{20}$ , 5 et supra basin, 2, 3, 4, area basis erit  $\sqrt{61}$ ; facierum vero 3, 4, 6, quorum quadrata sunt 61 et 9, 16, 36, aequalia priori. Hinc plurimae quaestiones ignotae solvi possunt circa tetraedra rectangula et non rectangula per relationem ad rectangula.

Haec demonstratio ex Pythagorica procedit, et ad quantitatem quoque quatuor dimensionum potest ampliari, in quo quadratum solidi angulo recto oppositi aequale est quadratis ex 4 aliis solidis simul. Sit ad hoc paradigma processio in numeris 1, 2, 3, 4; in figuris  $l$ ,  $q$ ,  $c$ ,  $qq$ ,  $\beta$ ; in angulis rectis duarum linearum, trium, quatuor.

Data basi pyramidis rectangulae, facile inveniuntur latera super basin, sint, v. g. latera basis  $\sqrt{13}$ ,  $\sqrt{20}$  et 5; pro primo latere supra basin ponatur  $14$ ; pro altero  $\sqrt{13 - 1z}$ ;

11 Zu  $l$ ,  $q$ ,  $c$ ,  $qq$ ,  $\beta$  laut *E* von Leibniz angemerkt: (latus, potentia, cubus, quoque)

3f. tria sequi pollent *E* ändert Hrsg. nach DO 11 figuris cp.  $cgq$ ,  $\beta$  in angulis *E* ändert Hrsg. 13–353,1 ponatur 14; pro altero  $13 - 1z$ , et pro tertio  $\sqrt{20} - 1z$  quorum *E* ändert Hrsg. nach DO

1–11 In ... quatuor: Vgl. J. FAULHABER, *Miracula arithmetica*, 1622, Kap. 45, S. 73–76.

8–11 Haec ... quatuor: Der Abschnitt enthält einige Aufzählungen mit drei, vier, wohl sogar fünf Termen, die Descartes in Analogie zur Folge der Zahlen 1, 2, 3, 4 setzt. Die Analogie besteht darin, dass sich jede dieser aufsteigenden Folgen beliebig fortsetzen lässt. — Die in *E* gedruckte Textstelle „cp.  $cgq$ ,  $\beta$ “ ist verderbt, aus dem Zusammenhang des Satzes lässt sich jedoch erschließen, dass es sich in der Vorlage um eine Wiedergabe einer aufsteigenden Folge von Potenzen handelte. Vom graphischen Befund her ist diese aber kaum mit der Folge der ersten drei (in *DO* gedruckten) oder vier cossischen Zeichen „ $\mathfrak{e}$ ,  $\mathfrak{z}$ ,  $\mathfrak{c}$ ,  $\mathfrak{z}\mathfrak{z}$ “ (in Analogie zu den Zahlen 1, 2, 3, 4) in Übereinstimmung zu bringen. Zieht man darüber hinaus die in *E* dazu abgedruckte Anmerkung von Leibniz („latus, potentia, cubus quoque“) hinzu, so wäre erklärungsbedürftig, warum Leibniz erst an dieser Stelle und nicht schon vorher die cossischen Zeichen in die entsprechenden mathematischen Begriffe übersetzt hat. Plausibler erscheint, dass Leibniz hier das Auftreten einer weiteren Bezeichnungsweise notierte, nämlich der Symbole  $l$ ,  $q$ ,  $c$ ,  $qq$ ,  $\beta$  für *latus*, *quadratus* bzw. *potentia*, *cubus*, *quadratoquadratus*, *sursolidus*: Beispiele aus diesen alternativen Symbolen verwendet Descartes in der unmittelbar darauf folgenden Rechnung, nämlich  $q$  und  $qq$  sowie  $qc$  für *quadratoquadratus* (vgl. *DO* X, S. 247, Anm. b). Es muss wohl offen bleiben, ob es sich bei dem Wort „quoque“ in der Anmerkung von Leibniz nicht sogar um eine irrtümliche Auflösung von  $qq$  für *quadratoquadratus* handelt.

et pro tertio,  $\sqrt{20 - 1z}$ ; quorum duorum potentia, quia aequalis potentiae lateris est aequalis  $33 - 2z$  vel  $1z$  aeq. 4. Ergo nota basi et angulo opposito totam pyramidem possumus agnoscere ut de triangulo Euclides demonstrat. Tetraedri rectanguli latera ad basin  $\alpha\beta\gamma$  supra basin erunt

$$\sqrt{\frac{1}{2}\alpha q + \frac{1}{2}\gamma q - \frac{1}{2}\beta q}; \sqrt{\frac{1}{2}\alpha q + \frac{1}{2}\beta q - \frac{1}{2}\gamma q}; \sqrt{\frac{1}{2}\beta q + \frac{1}{2}\gamma q - \frac{1}{2}\alpha q};$$

5

areae facierum

$$\begin{aligned} &\sqrt{\frac{1}{16}\alpha q q + \frac{1}{8}\beta q \gamma q - \frac{1}{16}\beta q q - \frac{1}{16}\gamma q q}; \\ &\sqrt{\frac{1}{16}\beta q q + \frac{1}{8}\alpha q \gamma q - \frac{1}{16}\alpha q q - \frac{1}{16}\gamma q q}; \\ &\sqrt{\frac{1}{16}\gamma q q + \frac{1}{8}\alpha q \beta q - \frac{1}{16}\alpha q q - \frac{1}{16}\beta q q}; \end{aligned}$$

2 aequalis,  $33 - 22$  vel  $1z$  aeq. 4 *E ändert Hrsg. nach DO* 4 basin  $\alpha\beta\gamma$  supra *E ändert Hrsg. nach DO* 4-354,5 erunt  $\sqrt{\frac{1}{2}} = +\frac{1}{2}\sqrt{q} - \frac{1}{2}(3q\sqrt{\frac{1}{2}} = +\frac{1}{2}\beta q \sqrt{\frac{1}{2}}\sqrt{q}; \sqrt{\frac{1}{2}}\beta q + \frac{1}{2}\sqrt{q} - \frac{1}{2}aq$ ; areae facierum  $\sqrt{\frac{1}{16}aq q + \frac{1}{8}(3q\sqrt{q} - \frac{1}{16}\beta q q - \frac{1}{16}\sqrt{q}q - \sqrt{\frac{1}{16}\beta q q + \frac{1}{8}} =; \sqrt{q} - \frac{1}{16}aq q - \frac{1}{16}\sqrt{q}q, \sqrt{\frac{1}{16}\sqrt{q}q + \frac{1}{8}} = \beta q - \frac{1}{16} = qq - \frac{1}{6}\beta qq$ . Area basis  $\sqrt{aq} \beta q - \frac{1}{16} aqq$   
 $\frac{1}{8}aq \sqrt{q} \beta qq$   
 $\beta q \sqrt{q} \sqrt{qq}$   
 Totum corpus tetraedri est:  $\sqrt{\frac{1}{288}aq q \beta q} + \frac{1}{288}aq q \sqrt{q} + \frac{1}{288}\beta qq aq + \frac{1}{288}\sqrt{qq} aq + \frac{1}{288}\sqrt{qq}\beta q - \frac{1}{144}aq \beta q \sqrt{q} - \frac{1}{288}aq - \frac{1}{288}\beta qc - \frac{1}{288}\beta \nu qc$ . Invenitur *E ändert Hrsg. nach DO*

3 demonstrat: Die Aussage gilt nur für gleichschenklige Dreiecke und folgt aus EUKLEIDES, *Elementa*, I, 26, eine Analogie zu den von Descartes betrachteten rechtwinkligen Tetraedern besteht jedoch nicht.

Area basis

$$\sqrt{\begin{array}{cc} \frac{1}{8} & \alpha q \beta q \\ \alpha q \gamma q & - \frac{1}{16} \alpha q q \\ \beta q \gamma q & \beta q q \\ & \gamma q q \end{array}}$$

Totum corpus tetraedri est:

$$\sqrt{\begin{array}{l} \frac{1}{288} \alpha q q \beta q + \frac{1}{288} \alpha q q \gamma q + \frac{1}{288} \beta q q \alpha q + \frac{1}{288} \beta q q \gamma q + \frac{1}{288} \gamma q q \alpha q \\ + \frac{1}{288} \gamma q q \beta q - \frac{1}{144} \alpha q \beta q \gamma q - \frac{1}{288} \alpha q c - \frac{1}{288} \beta q c - \frac{1}{288} \gamma q c \end{array}}$$

- 5 Invenitur corpus pyramidis ex tribus lateribus ad basin solis cognitis, si assumatur media pars summae ex tribus illorum quadratis agregatae et rectangula radix trium quantitatum in se ductarum, quibus illa media summa excedit quadrata singulorum laterum separatimque continet sexies totum corpus hexaedri. Sint, v. g. tria latera ad basin  $\sqrt{13}$ ,  $\sqrt{20}$ , 5, media pars summae ex tribus quadratis est 29, excedens 13, 20, et 25, numeris
- 10 16, 9, 4, quae per se ducta faciunt 576 cujus radix est 24 et hujus sexta pars est 4. Ergo corpus pyramidis est 4.

6 agregatae et rectangulae radix *E ändert Hrsg. nach DO* 10 24 et cujus sexta *E ändert Hrsg. nach DO*

## 45. MEA GEOMETRIA

[Juli – September 1676 (?)]

**Überlieferung:** *L* Notiz: LH 35 V 14 Bl. 21. 1 Streifen ca 21 × 1 cm. 3 Zeilen auf Bl. 21 v<sup>o</sup>.  
 Vorderseite leer. — Gedr.: Cc 2, Nr. 991.  
 Cc 2, Nr. 991

5

Datierungsgründe: Ausschlaggebend bei der Datierung erweisen sich Leibniz' Vergleiche seiner eigenen Leistungen mit denjenigen Descartes'. Anfangs verweist Leibniz lediglich auf Bewertungen der Arbeiten von Descartes durch Fachkollegen (VII, 1 N. 6<sub>3</sub>, 110; VII, 4 N. 16<sub>4</sub>, 36; VII, 7 N. 10, 11, 15) oder geht Hinweisen auf Unzulänglichkeiten des Werks nach (z. B. VII, 7 N. 48), ohne seine eigenen Beiträge zur Geometrie im Vergleich dazu einzuordnen. Mit den fortschreitenden Arbeiten zur Kreisquadratur erarbeitet Leibniz sodann ein Narrativ, in dem er seine Abweichungen gegenüber Descartes und seine Neuerungen in der Konzeption der Geometrie und der Systematisierung von Kurven durch ein Anknüpfen an andere Traditionslinien motiviert (so z. B. III, 1 N. 38, 39; VII, 3 N. 38<sub>12</sub>; VII, 4 N. 36; VII, 5 N. 26; VII, 7 N. 49; VII, 8 N. 9). Gleichzeitig vermeidet er, direkte Kritik an Descartes zu äußern, seine eigenen Leistungen explizit zu benennen oder sie gar als überlegen zu bezeichnen. Für den Sommer 1676 ist schließlich eine intensive Beschäftigung mit der inversen Tangentenmethode belegt (III, 1 N. 89; VII, 5 N. 88–91). Leibniz ist überzeugt, im Vergleich zu Descartes eine in jeder Hinsicht vorzuziehende Methode entwickelt zu haben, die insbesondere die nach allgemeiner Auffassung bestehenden *difficilia* und *impossibilia* des descartesschen Ansatzes zu lösen im Stande sein soll (VII, 5 N. 90, 91; VII, 6 N. 51). Kontrastierend zur noch kurz zuvor stets sachlich formulierten inhaltlichen Kritik (z. B. VII, 6 N. 20) weist er bei der Lösung der 2. Debeaune'schen Aufgabe zudem wiederholt darauf hin, dass er Descartes in der Geschwindigkeit der Lösung nun um ein Vielfaches übertreffen könne (VII, 5 N. 90, 91; VII, 6 N. 49<sub>1</sub>, 51). In der Kritik an Descartes nimmt er außerdem Gedanken aus einem wohl Ende Mai 1676 von Collins an Tschirnhaus gerichteten Brief (III, 1 N. 82) auf, die schließlich den letzten Baustein eines neuen Narrativs ausmachen. Bereits im August 1676 wird dieses durch einen Brief an Oldenburg (III, 1 N. 89) einem größeren Personenkreis sichtbar. Wenn auch deutlich weniger konkret in seiner Kritik und um vieles zurückhaltender im Tonfall, weist das vorliegende Stück eine große Übereinstimmung mit dem Grundtenor dieses neuen Narrativs auf. Zudem besteht im letzten Satz des Stücks eine Ähnlichkeit in der Formulierung mit VII, 5 N. 91 S. 605 Z. 4–6 von Juli 1676. Somit kann das vorliegende Stück mit aller Vorsicht in die Zeit von Juli 1676 bis zu Leibniz' Abreise nach England datiert werden.

10

15

20

25

30

## M e a   G e o m e t r i a

Jam eo mihi videor pervenisse ut non habeam cur sim amplius de Geometria valde sollicitus. Possum nunc non minus audacter loqui quam Cartesius et fortasse majori jure. Praesertim cum absolverim quae video ei difficilia visa, et partim impossibilia.

34 absolverim | multa *gestr.* | quae *L*      34 ei (1) difficilis imposs (2) difficilia *L*

## 46. L'INSTRUCTION DE LONGIMETRIE PAR UNE STATION

4. September 16[76]

**Überlieferung:** A Abschrift von unbekannter Hand nach einer nicht aufgefundenen Vorlage:

LH 37 IV Bl. 11. 1 Bl. 1<sup>o</sup>, das auf der Rückseite quer beschrieben wurde. Das Blatt wurde zu einem Bogen 2<sup>o</sup> gefaltet und im Falz getrennt. — Anders als die Bemerkung von Leibniz vermuten lässt, dürfte die Abschrift nicht von Candor selbst angefertigt worden sein. Duktus und Orthographie des Schreibers stimmen nicht mit denen in den überlieferten Textzeugen aus Candors Korrespondenz mit Leibniz überein. Außerdem war der Kopist mit der französischen Sprache nicht gut vertraut. Leibniz hat die zahlreichen Verschreibungen größtenteils korrigiert sowie eine Auslassung ergänzt. Weitere, von Leibniz nicht korrigierte, offensichtliche Verschreibungen werden stillschweigend berichtet.

Cc 2, Nr. 00

L'Instruction de Longimetrie par une Station du Corps  
et de l'oeil par le miroir Immobile

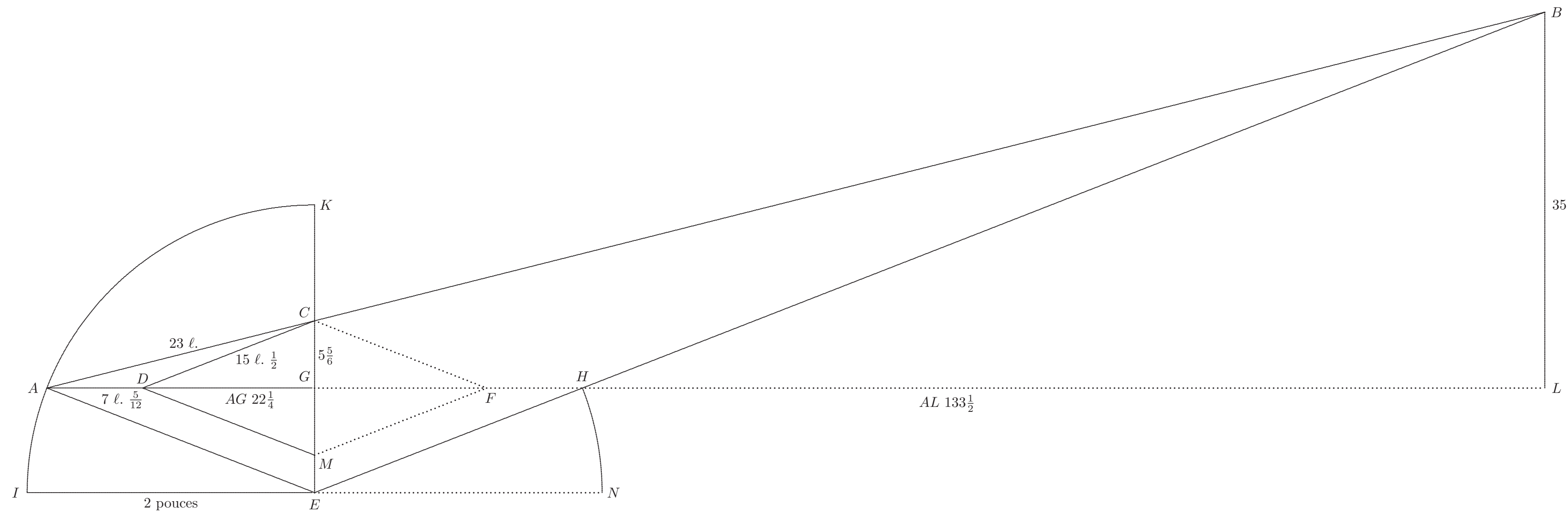
Sa construction.

Cet Instrument n'est qu'un quart de 90 dont le demidiametre est d'un pié ou de 2 pour le mieux, qui sont icy représentéz par 2 pouces sur le coté *IE*, le quel coté doit etre tenu ou posé orizontalement: Au centre de ce quart est posé, aussy orizontalement un petit miroir marque *E*. Sur la circonference *IK* court une pinule qui s'avance autant que le centre du miroir fixe, il faut que cette pinule se trouve de tous côtéz sur le côté *KE* se met une petite Lame qui se hausse au dessus de *K* quand il en est besoin, Et quelle aye ou une pointe ou un petit bouton ou un petit trou.

14 *Dazu am unteren Rand von Leibniz' Hand:* L'inventeur de cet instrument est le R. P. Charles Bourgoïn religieux Augustin de la Communauté Reformée de Bourges, qui me l'a communiqué à Paris l'an 1676. le 4 septembre. C'est M. Candor, professeur des langues modernes à Wolfenbutel, qui a écrit tout cela, et je l'ay fait copier de sa main.

25 1667 *LiA ändert Hrsg.*

25 Candor: G. Leremite, gen. Candor.



[Fig. 1]

1 Fig. 1: In der Figur werden die Streckenlängen in *pouce* und *ligne* angegeben (1 *pouce* = 12 *lignes*).





## Son usage.

Il faut poser ce quart de sorte que le coté  $IE$  soit parallele à l'orizon, et prendre la mesure de sa distance jusques à la terre plane, Et le disposer en sorte que l'oeil  $A$  regardant par la pinule mobile sur la circonference  $IK$  puisse voir l'Image de l'extremité de la hauteur (comme  $B$ ): au centre du miroir plan, ainsy que l'oeil  $A$  le voit, puis du point du milieu de la pinule il faut mener le rayon  $AE$  avec quelque crayon qui se puisse effacer, mais auparavant il faut mirer le point  $B$  par la meme pinule, et en meme lieu de la circonference, Et marquer le point par où passe le rayon sur le côté  $KE$ , comme  $AB$  quoy passe par le point  $C$ , ce qui se peut faire en remuant la petite lame qui coule; contre  $KE$ , En y mettant quelque petite pointe. Apres quoy il faut aussy mener  $AC$  avec le crayon, bien delicat, puis mener  $AG$  parallele à  $IE$ ; apres quoy il faut porter la distance  $CG$  en  $M$  depuis  $G$ : puis de  $M$  mener  $MD$  parallele a  $AE$ , puis tirer  $DC$ ; cela etant tout tracé avec le crayon vous avéz le petit triangle  $ACD$  proportionel à celui qu'auroient fait les deux stations réelles l'une en  $A$  et l'autre en  $H$ , lequel auroit été  $ABH$ ; apres cela mesurez  $AD$ , et voyez combien de fois la d.  $AD$  est contenue en  $AG$  qui est la moitie de la distance de la seconde station, vous connoitrez la distance entiere, et le coté d'embas du grand triangle: mesurez aussy  $AC$  et  $DC$  et  $CG$  vous conoitrez la hauteur  $B$  et le point  $L$ : mesurez la distance de  $A$  vers la terre et l'ajoutez à  $L$ , ce sera tout fait.

## Demonstration.

Tout ce qui est hors du quart de 90 ne sert que pour la demonstration. Le rayon d'Incidence, comme  $BE$  fait tousjours son rayon de reflexion faisant un angle égal au sien avec les corps opaque en reflechissant, C'est un principe qui parle pour premier, neantmoins il se peut prouver, Car si l'object, estoit  $K$  et que  $K$  fut un Luminaire et que son rayon tombait sur le miroir  $E$ , ce rayon luy seroit perpendiculaire. Il ny a point de raison pourquoy son rayon de reflexion iroit plutot d'un côté que de l'autre. Et la raison pourquoy il retourneroit vers  $K$  est que le miroir  $E$  luy est opposé perpendiculairement. C'est donc la situation ou disposition du corps reflechissant qui cause la situation du rayon reflechi; si donc il decline de cette situation de perpendiculaire, de 10 deg. par ex. il faut necessairem. que le rayon de reflexion decline d'autant: mais de quelle ligne? De la perpendiculaire; De sorte que si  $K$  (par ex.) estoit à 10 deg. plus loing de  $A$ , son rayon de

28f. par ex. | est tant ändert Hrsg. | necessairem. A

reflexion sur le miroir  $E$ , remontant passeroit à 10 deg. pres de  $EK$ : parceque ledit miroir  
 seroit decliné de 10 deg. du rayon d'Incidence, lequel rayon decline aussi de 10 degréz  
 du rayon perpendiculaire  $KE$ . Car c'est un axiome que plus une chose est éloignée de  
 l'état auquel elle fait un certain effect, plus aussy et à proportion son effect est éloigné  
 5 de l'état auquel estoit son premier effect avant cet éloignement. Cela donc étant je dis que  
 le petit triangle  $ACD$  est proportionel au grand  $ABH$ , qui auroit été trouvé si l'on avoit  
 fait deux Stations réelles aux points  $A$  et  $H$ . J'entens que l'oeil eût esté posé aux points  
 $A$  et  $H$ , Car par la 2 du 6. Si l'on mene une ligne parallele, à l'un des costéz du Triangle,  
 Icelle coupera les autres costéz d'iceluy proportionnellement: Or est il que  $CD$  est parallele  
 10 au côté  $HB$  du trianplé  $ABH$ , donc elle coupe les cotéz  $AB$  et  $AH$  proportionnellement.  
 De plus ces deux triangles sont equiangles puis qu'ils ont les costéz proportionaux, par  
 la 5. 6. Mais vous me demandez quel moyen il y aura de mener la ligne;  $CD$  parall. à  
 $BH$ , veu que le rayon d'Incidence  $BE$  est hors de l'Instrument? Je reprendray qu'apres  
 avoir mené  $MD$  il ne faut que mener  $CD$ . Car  $M$  etant aussy éloignée de  $G$  que  $C$ , Si  
 15 vous menez  $MF$  paral. à  $EB$ , puis  $FC$ ; les deux lignes  $CF$  et  $MF$  avec  $CM$  feront la  
 moitié d'un Rhombe, et pour faire l'autre il faudra mener  $MD$  et  $DC$ ; ses deux moitez  
 sont egales et proportionelles, puis qu'étant mises l'une sur l'autre elles conviendroient  
 selon le 8<sup>e</sup> axiome. Le coté  $DC$  sera parallele au côté  $MF$  qui est parall. à  $HB$  prolongée  
 jusques en  $E$ , Donc  $DC$  sera aussy parall. à  $HB$  prolongée en  $E$  puisqu'elle est parall.  
 20 à celle qui luy est parallele: Mais comme nous ne pouvons pas tirer  $MF$  parall. à  $EH$   
 ou à  $BH$  prolongée, nous menons  $MD$  parall. à  $EA$  qui est dans nostre Instrument, et  
 nous ne faisons que le demy Rombe  $MDC$ , aussy n'avons nous besoin que de cela, Car  
 si le triangle  $CFM$  estoit renversé sur sa base  $CM$ ; ses deux cotéz tomboient sur  $MD$  et  
 $DC$ , aussy voyez vous que l'angle de reflexion  $AEI$  etant egal à celui d'incidence  $NEH$ ,  
 25 et tirant de  $M$  la ligne  $MD$  parallele à  $EA$ , elle se doit terminer en un point egalemt  
 distant de  $G$  que  $F$ , Et que tirant par apres  $DC$ , elle se doit trouver parallele à  $MF$  et  
 à  $EH$ : cela estant, comme  $AD$  sera à  $AH$ , double de  $AG$ , ainsi  $AC$  sera à  $AB$  et  $DC$  à  
 $HB$ , et comme au triangle  $DCG$ ,  $DG$  sera à  $CG$  ainsy sera  $HL$  à  $LB$ ; Car si vous portéz  
 le triangle  $CDG$  l'angle  $D$  sur  $H$ , et  $DG$  sur  $HL$ , il sera aussy proportionel au triangle  
 30  $BHL$ , pour la meme raison;

26–28 Elle ... sera à  $CG$  erg.  $LiA$

---

8 la 2 du 6: EUKLEIDES, *Elementa*, VI, 2.    12 la 5. 6.: *a. a. O.*, VI, 5.    18 le 8<sup>e</sup> axiome: *a. a. O.*, I, Ax. 4 (in zeitgenössischen Ausgaben Ax. 8).

Et comme  $AC$  à  $CG$ , ainsy  $AB$  à  $BL$  partant nous trouvons fort bien tout ce que nous est necessaire dans nostre quart de 90 deg. J'ay marqué les distances par lignes à cause que ce quart est petit. *Haec sunt paucula donec suggerantur ampliora.*

*Laus Trinitati DEO uni*

<sup>1</sup> BI A ändert Hrsg.

## 47. NOTA AD SOVERUM

[Oktober 1676 – März 1679 (?)]

**Überlieferung:** *L* Notiz: LH 35 XI 18 A S. 439–440. 1 paginierter Zettel 17,5 × 2,5 cm. 1 S. auf S. 439, S. 440 leer.

5

Cc 2, Nr. 00

Datierungsgründe: Leibniz notierte sich in der zweiten Oktoberhälfte 1676 Informationen über das Buch von Soverus aus dem Gregory-Collins-Briefwechsel (III, 1 N. 88<sub>2</sub> S. 487). Möglicherweise hat Leibniz bereits damals ein Exemplar in der Royal Society konsultiert, spätestens dürfte er die Notizen anhand des aus dem Nachlass von Martin Fogel für die herzogliche Bibliothek in Hannover erworbenen Exemplars (Nm–A 754) gemacht haben, in das er auf den S. 373 u. 377 Randbemerkungen eingetragen hat. Am 10./ (20.) März 1679 hat Leibniz ausgehend vom Beweis der Prop. 4 in Buch 6 (S. 378 f.) seine Untersuchung *Tentamen ad dimensionem arcus alicujus circularis* (LH 35 VII 1 Bl. 34–48) begonnen.

Bartholomaeus Soverus in proportione curvi ad rectum promota defendit motum esse Geometricae tractationis. Quaedam demonstrat theore-  
 15 remata, ut ostenderet quibus Datis habituri essemus Quadraturam Circuli. Jam observavit illam in Hyperbola numerorum decretionem. Editus est ejus liber 1630. apud Variscum Varisci. Patavii 4°.

---

14 defendit: B. SOVERUS, *Curvi ac recti proportio promota*, 1630, S. 271–276, 361. 14 demonstrat: *a. a. O.*, S. 371–373 [Marg.]. 15 f. observavit: *a. a. O.*, S. 359 f.

48. MACHINA CONSTRUENDI AEQUATIONES PER LOGARITHMICAM  
[November 1676]

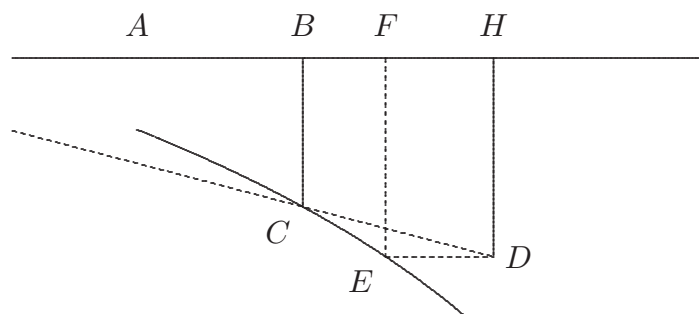
**Überlieferung:** *L* Konzept: LH 35 V 12 Bl. 3–4. 1 Bog. 4°.  $\frac{2}{3}$  S. auf Bl. 4 v°. Auf Bl. 3 r° – 4 r° VII, 5 N. 96. In einer Randnotiz auf Bl. 3 r° nennt Leibniz den Titel des vorliegenden Stücks (vgl. VII, 5 N. 96 S. 612 Z. 16–17). Geringfügiger Textverlust durch einen Wasserschaden entlang von Falzkanten, die aus einer Verringerung der Größe auf 16° durch zweimaliges Falten des Bogens resultieren. 5  
Cc 2, Nr. 00

Datierungsgründe: Das vorliegende Stück ist nach VII, 5 N. 96, das von Leibniz auf November 1676 datiert wurde, auf demselben Bogen begonnen worden. Die restlose Nutzung der Ränder von Bl. 3 r° und Bl. 4 r° für Nachträge zu VII, 5 N. 96 legt nahe, dass Bl. 4 r° nicht mehr für weitere Ergänzungen zur Verfügung stand. Die Entstehung des vorliegenden Stücks ist somit vor Abschluss der Arbeiten an VII, 5 N. 96 zu verorten und damit in unmittelbarem zeitlichen Zusammenhang zu diesem zu sehen. 10

M a c h i n a   c o n s t r u e n d i   a e q u a t i o n e s   p e r   L o g a r i t h m i c a m

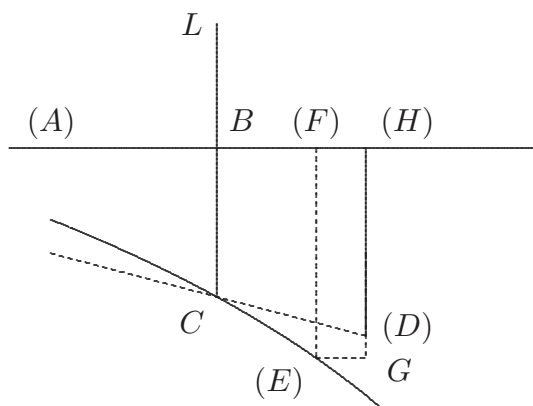
Machinam tandem generatus videor pro locis aequationis semper describendis ope 15  
curvae logarithmicae, imo potius superficies logarithmicae cylindricae. Nimirum sit  
aequatio  $x^3 + px^2 \sqcap qy$ .

14 M a c h i n a . . . L o g a r i t h m i c a m   e r g . L    15 pro (1) linea aequationum semper descri-  
benda (2) loco (3) locis . . . semper | describenda ändert Hrsg. | ope L    17 aequatio (1)  $x^3 + x^2 \sqcap y$   
(2)  $x^3 + px^2 \sqcap qy$  L



[Fig. 1]

Sit  $AB \propto x$  cuicumque,  $BC \propto$  ejus logarithmo.  $CE$  est curva logarithmica.  $HD \propto EF$ . logarithmi triplo.  $AF$ , numero logarithmi Tripli seu Cubo seu erit  $AF \propto x^3$ . Scilicet debet semper  $CD$  sibi parallela ita progredi, ut et  $\langle i \rangle$ nitio sic esse locata ut sit  $DH$  tripla  $BC$ .  
 5 Ex puncto  $D$  autem pro $\langle$ duci $\rangle$ tur f $\langle$ irmi $\rangle$ ter regula  $DE$  parallela ipsi  $AH$  gerens in  $DE$  perpendiculariter in $\langle$ vic $\rangle$ em  $EF$  ita ut semper determinetur  $AF \propto x^3$ .



[Fig. 2]

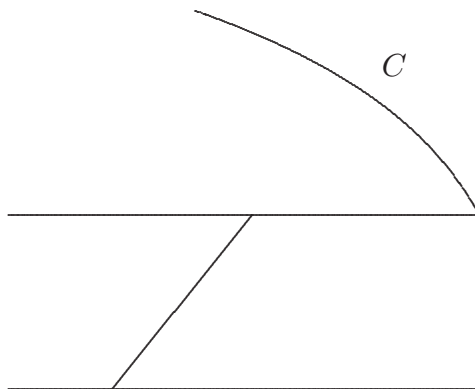
3  $AF \propto x^3$  (1) debent (a) scilicet Angulus (b)  $BC$  talis esse (c) esse  $A$  (2) scilicet  $L$   
 5 pro $\langle$ duci $\rangle$ tur | f $\langle$ irmi $\rangle$ ter *erg.* | regula (1) ipsi (2)  $DE$   $L$

1 Fig. 1: Die Krümmungsrichtung der Kurve in Fig. 1 ist mit der Ansetzung von  $BC$  als Logarithmus von  $AB$  in Z. 2 nicht vereinbar. Aus der gegebenen Situation ergibt sich stattdessen wie in N. 27 Fig. 1 und N. 41 Fig. 4 eine Logarithmuskurve, deren Asymptote senkrecht zu  $ABFH$  steht und durch  $A$  verläuft. Fig. 2 ist von derselben Problematik betroffen. Die grundsätzliche Überlegung wird hier und im Folgenden jedoch nicht von dieser Unstimmigkeit beeinträchtigt.      7 Fig. 2: Leibniz tilgt bei den Bezeichnungen  $B$  und  $C$  die ursprünglich wie im Text gesetzten Klammern und visualisiert so die in S. 365 Z. 5–9 benannten Entsprechungen mit der Situation in Fig. 1.





Vel etiam ita res fiet, sit angulus  $MAF$  graduum 45. Erit  $FM \sqcap AF$ , et  $(M)(F) \sqcap A(F)$ . Addetur  $(F)(M)$  ad  $FM$ , ope parallelogrammi mobilis, dum centrum  $M$ , prop(elli)tur  $FM$ , a recta  $AM$ , item  $(M)$  et  $(P)$  centra propelli possunt, ita  $MF$  semper manebit recta data (modo  $\langle M$ , inter —to, ita ut — instituetur $\rangle$ ), et  $PM$  quo $\langle$ que $\rangle$ , unde manebit  
 5 semper parallelogrammum. Eodem modo et ipsi  $P$  connectetur tertia  $((F))$ , ut ipsi  $(M)$  secunda et ita porro.



[Fig. 4]

Connecti poterunt omnes affirmativi termini inter se et omnes negativi retro computando seu incipiendo a novissimo affirmativo. Sed observandum ut ultimus terminus  
 10 aequationis sit affirmativa quantitas, (semper fieri potest, quia possumus facere scilicet summum terminum negativum) et ita semper affirmata praevallebunt negatis, nec unquam cis  $AF$  versus  $C$  excurretur.

Illud habebit commodi hoc instrumentum, ut etiam irrationales simplices ipsius  $x$  valores tractari possint non sublata irrationalitate, ut  $\sqrt[2]{x^3} + p\sqrt[3]{x^5} \sqcap z$ .

1 erit  $FM \sqcap AF$ , (1) addendo (2) et (a)  $MF$  (b)  $(M)(F) L$  4 instituetur $\rangle$ , (1) | et nicht gestr. |  
 $\langle$ proinde $\rangle$  (2) et  $L$  5 f. ipsi |  $M$  ändert Hrsg. | secunda  $L$  10 sit (1) | aut streicht Hrsg. | non (2)  
 affirmativa  $L$  14 ut (1)  $\sqrt[2]{x^3} + p\sqrt[3]{x^5} \sqcap z L$

## 49. GENERALIS DIATYPOSIS

Ende 1676

**Überlieferung:** *L* Konzept: LH 35 XIII 3 Bl. 249. 1 Bl. 4°. 2 S. Der Träger des Stückes hing ursprünglich mit jenem von N. 77 zusammen.  
Cc 2, Nr. 00

5

Sub finem anni 1676

## Generalis Diatyposis Methodorum meorum circa Mathesin puram

Methodi quas habeo sunt vel calculi, vel constructionis. Calculi initium est, ut nomina omnibus formis imponamus; ut absolvamus Tabulam formarum, et quomodo formae ex se invicem ducantur. Tabulae multiplicationum et divisionum; tum si literae aequiformes *a. b. c.* tum si sint affecti progressionis Geometricae unius vel plurium  $a + bx + cxx$ , vel  $a + bx + cy + dxy$ , etc. Quin et Tabulae Differentiarum et Summarum ex quibus appareat quomodo plura in unum addita aliquando dent formulas satis simplices. Tabulae potestatum et regressus ex ipsis seu methodus extrahendi radices rationales, ex formulis. Summae et differentiae potestatum. Methodi directae sunt multiplicare, exaltare, differentias invenire. Methodi recipiendi seu regressuum, sunt dividere, extrahere, summas invenire. Hae non semper absolvi possunt, nisi Signis praefixis. Huc pertinet quantitates in speciem impossibiles reducere ad possibiles, quando id fieri potest, vel saltem notare quod ad eas reducuntur virtualiter.

De Rationibus et proportionibus, item de ratione replicata et communi mensura. 20

7 Methodorum (1) meorum (2) meorum *L* 7 f. puram (1) Sunt | Methodi, *erg.* | vel Calculi vel Constructiones. Et co (2) Methodi ... sunt vel (a) communes Numeris et lineis, vel propriae (aa) lineis (bb) Numeris, vel proprii (b) calculi, vel constructionis. (aa) Calculus (bb) Calculi *L* 9 imponamus; (1) quod ostendi (2) ut ... formarum; (a) Calculus directus (b) et quomodo *L* 10 f. multiplicationum (1) et (a) formae (b) potestatum formulae; (2) et divisionum; ... aequiformes (a), tum si sint affecti ejus (b) a. b. c. *L* 12 Tabulae (1) Summarum, seu quae (2) Differentiarum *L* 13 simplices. (1) <Calculus regressus> (2) quorsum et Differentialia (3) Tabulae *L* 15 exaltare (1) reciproce, dividere (2), differentias *L* 16 seu regressuum *erg.* *L*

De aequationibus et aequationum radicibus, seu radicibus affectis, et quando exacte extrahi possunt. De Resolvendo et ejus resolutione. De aliis resolvendi modis per extractiones utrinque. De extractionibus vel exactis vel per seriem infinitam, qualis et in potestatibus puris succedit. De aequationibus aequationem propositam dividendis, de radicibus aequalibus. De uniformiter crescentibus aliisque. De aequationibus plurium incognitarum. Et primum fingendo eandem literam velut diversam, ita ut omnia reducantur ad aequationes rectangulares simplices quae si incompletae videndum quomodo suppleri possint. Hac methodo videtur compendiose obtineri posse resolutio aequationum, seu reductio radicum affectarum ad puras. Ordinaria vero methodus tollendi incognitas in eo consistit, ut semper exaltetur aequatio multiplicando eam per literam tollendam. Et omnes exaltatas componendo inter se, ut tollantur ordine potentiae altiores omnes. Methodus investigandi generalia pro seriebus indefinitis. Quod fit gradatim ascendendo ut obtineatur progressio. Hoc jam ante opus ad resolutiones aequationum unius incognitae. Methodus tollendi incognitam unam ex aequationibus duabus duarum incognitarum, coincidit cum extractione radice per seriem infinitam tum scilicet tantum valor purus invenitur. Promovendus gradus ad tollendas incognitas plurium aequationum. Et inveniendos valores puros. Habita Tabula Tollendarum incognitarum, prope omnis calculus Algebraicus in potestate est, terminos Tabulae tantum explicando in nostris exemplis. Hinc jam veniendum ad methodum tollendi irrationales; et quomodo aequationis radix irrationalis exprimi possit per formulam. Jam veniendum ad problemata diophantea pro

1 aequationibus et (1) aequalis (2) aequationum divisoribus, et quando (3) radicibus, L 3f. de extractionibus... succedit *erg.* L 5 aliisque. (1) De Methodo tollendi (2) de aequationibus L 10 tollendam *erg.* L 11f. omnes. | Hac methodo etiam extrahitur radix pro seriebus infini *erg.* u. wieder *gestr.* | Methodus L 15f. tum... invenitur *erg.* L 16 tollendas (1) aequatio (2) incognitarum (3) incognitas L 18 est, (1) <Tabulas> (2) terminos Tabulae tantum (a) exprimendo (b) explicando L 19 quomodo (1) aequatio quae radices rationales non habet (2) aequationis L 20 formulam. (1) Item (a) <qvo> (b) de modo <aeqv> (2) Jam L

20 problemata diophantea: Leibniz scheint sich vor allem im Zeitraum von August bis Oktober 1674 intensiver mit diophantischen Gleichungen beschäftigt zu haben (vgl. VII 1, S. 468). Sie sind der Gegenstand einer Reihe an Stücken, die in VII, 1 gedruckt sind. So untersucht er dort in N. 116–124 Methoden, um diophantische Gleichungen zweiten Grades mit zwei Unbekannten in ganzen und in rationalen Zahlen zu lösen. In N. 116 behandelt er dabei auf S. 715 insbesondere auch ihre Beziehung zu Kegelschnitten.

integris et pro numeris rationalibus. Et duplex solvendi methodus, una qua usu sum pro  
 reducenda novissime Curva Conica ad Quadraturam rationalem; altera, reducendi rem  
 ad integros, et integros, exhibendo, donec ex progressionem aliorum semper minorum in-  
 tegralium necessaria, appareat in integris solvi non posse. De divisibilibus, de Numeris  
 primitivis, ubi methodus mea ex progressionem Geometrica inveniendi an datus nume- 5  
 rus sit primitivus, aut quos habeat divisores. De summis numerorum, ubi de Numeris  
 Combinatoriis. Item de Methodo pro summis ex summis radicum aequationibus, et rec-  
 tangulorum, nam et summae rectangulorum ex potestatum summis; et ex summis rec-  
 tangulorum, caeterarum formularum eodem modo compositarum omnium. De summis  
 quantitatum ex progressionem Geometrica derivatarum, id est  $\langle$ cum $\rangle$  Abscissae progres- 10  
 sionis Geometricae, quaeritur summa ordinarum. Item pro progressionem Arithmetica,  
 ubi est utile, procedere per  $x - 1$ ,  $x$ ,  $x + 1$ . De calculo differentiali serierum; seu ex data  
 differentiarum proprietate invenire seriem. Quo pertinet inventio summarum. Ostensio  
 quod quaedam talia Algebraice impossibilia exhiberi. De serierum Terminationibus et  
 duarum serierum Concursu. De seriebus replicatis. Cum seriei progressio determinatur 15  
 per Terminos praecedentes. De quantitibus in quibus exponens indeterminata ingre-  
 ditur exponentem, de tollenda incognita ex exponente per seriem infinitam. De modo  
 reducendi series infinitas ad finitas, quando id licet. Sive de modo agnoscendi quando se-  
 ries infinita sit reducibilis ad aequationem finitam, vel algebraicam vel transcendentem.  
 Item quia omnia problemata in non transcendentibus terminis concepta, revera tamen 20  
 transcendentia reduci possunt ad summam seriei infinitae absolutae, vel terminationem

1 rationalibus *erg.* L    3 ad integros, et (1) solvendo in integris (2) integros L    8 nam (1) ex  
 summis, rectangulorum et (2) et summae L    10 f. id est  $\langle$ cum $\rangle$  (1) Numeri (2) Term (3) Abscissae  
 progressionis (a) Arithmeticae (b) Geometricae L    12 ubi (1) opus est consc (2) est utile L    14 talia  
*erg.* L    14 exhiberi. (1) De Quantitatibus Transcendentibus (2) | de *nicht gestr.* | quantitatibus (3) de  
 serierum L    15 Concursu |, seu *gestr.* | de seriebus L    15 Cum (1) series dantur supponendo (2)  
 seriei L    16 f. indeterminata (1) oritur (2) ingreditur L    19 aequationem (1) incog (2) finitam L

2 reducenda: Vgl. VII, 6 N. 31, wo Leibniz in Teil 2 aus mehreren Gleichungen sukzessive Unbe-  
 kannte eliminiert (S. 361 f.), bevor er am Ende von Teil 3 die allgemeine Kegelschnittgleichung aufstellt  
 (S. 368). Vgl. des weiteren VII, 6 N. 51 S. 618–621 (Quadratura prop. 43 sowie Scholium).    2 altera: Ver-  
 mutlich verweist Leibniz hier auf jene Methode, welche er in III, 1 N. 69 angewendet hat; vgl. auch VII, 1  
 N. 83 u. 84.    4 De divisibilibus: Vgl. VII, 1 N. 86–92.    10 f. Abscissae progressionis Geometricae:  
 Vgl. N. 75.

Concursumve cum alia seriei replicatae; potest semper fingi aequatio homioptotos ad aliquam Parametrum, vel etiam aequatio cujus differentialis sit data. Restat duplex Methodus pro exhibendis optime quantitibus determinatis, v. g. ratione Circuli ad quadratum circumscriptum, quae determinat etiam, utrum sit possibile exhibere per finitam Algebraicam, et una quidem est per quotientes replicatos, ubi semel habebitur methodus, et contra inveniendi quotientes replicatos ex data aequatione, et contra ab aequatione ad series replicatas regrediendi. Altera methodus non minus determinata, sed ad praxin utilior, est reducere ad infinitos terminos progressionis Geometricae, vel bimalis, quod simplicissimum vel alterius, ut decimalis. Sed optimum erit loco decimalium sumere bimalis potentias, ut octonariam vel sedecimalem progressionem; vel etiam altiorum; et has unius ejusdemque progressionis progressionem conferre inter se. Hac ratione exprimantur omnes quantitates, quarum in praxi usus. Hinc quia omnis fractio exprimitur per seriem infinitam terminorum ex progressionem Geometrica excerptorum periodicam, investiganda periodus, quam et jam inveni, et ope considerationis primitivorum, referendo ad divisiones terminorum progressionis Geometricae. Eodem modo progressio pro irrationalibus investiganda, ubi est periodi alteratio aliqua perpetua. Et hinc pro omnibus aequationibus algebraicis, denique pro transcendentibus. Hic methodus duplex calculandi, una admodum exotica nec dum satis excussa, per perpetuas Alternativas; altera per egregium compendium additionis characterum, cujus occasionem dedit Examen abjectionis Novenarii.

1 aequatio (1) <Homoeoptotis> (2) <homoeoptotis>, seu (3) homioptotos L 2 Restat (1) una (2) duplex L 5 f. replicatos, (1) exhib (2) ubi ... methodus (a) ex qvotientibus replicatis regrediendi ad aeqvationes (b), et contra (aa) ex his datis (bb) inveniendi (aaa) per (bbb) Qvotientes L 10 etiam (1) progressionem (2) altiorum L 12 omnes (1) Numeri (2) qvantitates L 12 usus. (1) <Hinc vel> (2) Hic opus <ex-> <inv> (3) Hinc L 13 infinitam (1) geometrice (2) geometric<am vel> periodicam (3) terminorum (a) progressionis (b) ex progressionem L 14 inveni (1) ope divisionis et considerationis (2), et ope L 16 Et (1) deniqve (2) hinc L 17 Hic (1) egregius da (2) egregia (3) methodus L 17 calculandi, (1) ali<us> admodum exoticus (a) per (b) nec dum satis excussus (2) una L 19–371,1 dedit (1) proba (2) Examen abjectionis Novenarij. (a) Hac Methodo si tot hab (b) Cum L

1 homioptotos: Gemeint ist eine andere Gleichung, welche ebenfalls die Lösung des Problems leistet. 5 per quotientes replicatos: Gemeint ist wohl W. Brounckers Kreisquadratur durch Kettenbruchentwicklung, gedr. in J. WALLIS, *Arithmetica infinitorum*, 1656, S. 181–193 (WO I S. 469–476).

14 ope considerationis primitivorum: Vgl. VII, 1 N. 92. 18 per perpetuas Alternativas: Vgl. VII, 3 N. 46 u. VII, 3 N. 66. 18 f. compendium: Vgl. VII, 5 N. 7, insbesondere S. 58. 19–371,1 Examen abjectionis Novenarii: Vgl. VII, 1 N. 75 u. 76.

Cum enim summa characterum certa lege inita, numeri divisibilis per alium; sit divisibilis per summam characterum, eadem lege initam numeri divisoris. Et quae in unum addita aliquid componunt, eorum characterum summae etiam characterum alterius summam, eodem modo component; hinc cum idem incognitum, ex diversis modis ex cognitis componi possit, certa quadam lege variationis servata, hinc si finiti ejus characteres (quod fit reductis omnibus ad integros rationales, si quidem quaesitum haberi potest) finito numero compositionum determinabuntur, sin vero infiniti, etiam infinitis modis variandum erit, servata certa progressionem, donec habeatur characterum progressio. Caeterum est et alia Methodus pro inveniendis quaesitis determinatis per radicem aequationis Algebraicae (vel transcendens) finitae quando id fieri potest. Si id quod quaeritur determinatum habeatur per aequationem infinitam pluribus communem; seu duarum incognitarum, et deinde fingatur adhuc nova aequatio duarum incognitarum; et harum duarum aequatione tollatur una incognita, quod si jam alterius incognitae valor inde haberi potest per seriem finitam, explicando arbitrariam sic, ut progressio terminetur; habebitur quaesitum. Sin minus seu id impossibile demonstratur, tunc etiam impossibile est reduci id quod quaeritur ad aequationem finitam algebraicam.

Haec methodus serviet etiam ad altiora; pro aequationibus duarum incognitarum infinitis, reducendo ad aequationes duarum incognitarum finitas, quando id fieri potest. Nimirum aequatio duarum incognitarum quaesita revocetur ad aequationes duas infinitas trium incognitarum, ipsam determinantes, seu a loco ad lineam, ad locum ad superficiem. Et fingendo aequationem finitam etiam trium incognitarum, harum trium aequationum ope, eam conferendo cum una infinitarum inveniatur aequatio finita duarum incognitarum, et conjungendo cum altera infinitarum debet prodire aequatio finita duarum incognitarum eadem quae ante.

1 characterum (1) certo modo (2) certa lege inita, (a) aequatur (b) numeri L 2 divisoris. (1) Hinc si idem numerus ex pluribus dividi possit, vel eo (2) Hin (3) Et si duo characteres summentur (4) Et aequalium characterum (5) Et quae L 3 eorum (1) summae etiam characteres (2) characterum L 4 idem (1) incognitis, (2) incognitum, ex (a) pluribus cognitis (b) diversis L 5 characteres (1) vel periodici; hinc (2) (quod L 8 progressio. (1) Est et ali (2) Caeterum L 10 potest. (1) Nimirum, v. g. si quaerat (2) Si id L 11 communem; (1) et deinde fingatur aequatio nova (2) seu duarum L 12 f. et (1) huius ope (2) harum (a) tollarum op (b) duarum aequatione (aa) toll (bb) tollunt unam incognitam (cc) tollatur L 14 finitam, (1) sumendo ar (2) explicando L 19 Nimirum (1) fingatur (2) fingantur (3) aequatio L 22 ope, (1) toll (2) eam L 22 f. aequatio (1) infinita trium (2) finita duarum incognitarum, (a) quam jungendo (aa) cum (bb) ipsa fict(a) habebitur aequatio duarum incognitarum, finita quaesita, (b) et conjungendo L 23 aequatio (1) infinita eadem (2) finita L

Applicatio hujus calculi ad Geometriam sequitur, et quae in lineis propria. Et pri-  
 mum methodus generalis problemata Geometri[c]a revocandi ad calculum, hoc fit tot  
 sumendo aequationes quot sunt loca, quorum intersectione habetur quaesitum. Demons-  
 trationes habebuntur optime aequationes revocando ad lineas rectas et earum rationes  
 5 quod semper fieri potest, perpetuo triangula similia adhibendo. Omnis formula enim hoc  
 modo considerari potest quasi compositum ex lineis rectis. Constructio quaerenda per  
 locorum intersectiones: De variis modis exhibendi loca, imprimis loca ad Circulum, rec-  
 tam, et Conicas. De locis ad superficiem et horum intersectionibus. Quomodo sciatur  
 gradus problematis propositi; si planum est quomodo optime per rectam et circulum vel  
 10 plures rectas pluresque circulos, praeparatorios, qui denique ultimos circulos producant  
 ultimas rectas, construentes, construi possit. Ubi enumerationes omnes possibiles habentur,  
 et ex illis seligi possunt optimae. Idem pro Conicis utilem pro altioribus non est  
 operae pretium. De modo seligendi incognitas quas quaeri utile est, de modo revocandi  
 problema ad loca plura, libere seu a se invicem independenter enuntiata. De catalogo  
 15 curvarum; de modo eas describendi per organa apta. De generali descriptione curva-  
 rum per intersectionem duarum rectarum parallele diversimode motarum, de aliis curvas  
 describendi modis. De focus. De Tangentibus curvarum, et de proprietatibus earum con-  
 ferendo ipsarum diversas ordinatas inter se. Ubi et de proprietatibus paradoxis, seu quae  
 an possibiles sint magna dubitandi ratio est, donec contrarium appareat. Tangentes re-  
 20 spondent differentiis, de calculo differentiali seu de tangentibus, vel de angulis curvae. De  
 Curvedine seu quantitate anguli contactus plane nova, aliaque universalia. De curvarum  
 proprietatibus, ut de earum parallelismo. De quadraturis et summis. De quadraturarum

2 fit (1) per intersec (2) tot *L* 4 optime (1) rationes (2) aequationes *L* 8 horum (1) intersec-  
 tionis (2) intersectionibus. (a) Geometria (in) (b) (de lo) (c) de ae (d) qvomodo *L* 10 f. denique (1)  
 ultimum circulum (2) ultimos circulos producant (a) ultimam rectam, construentem, pro (b) ultimas *L*  
 14 enuntiata. (1) De curvilineo (2) De curvarum tangentibus seu differentiis (a) seu de modo (b) seu de  
 collatione ordinatarum ejusdem (3) De catalogo *L* 15 De generali (1) conside (2) descriptione *L*  
 16 diversimode (1) mod(o) (2) motarum *L* 19 f. appareat (1) de mod (2) Tangentes respondent  
 differentiis, de (a) modo ex (b) calculo differentiali seu de (aa) modo ex data tangentium proprietate  
 inveniendi curvam, seu ex angulo eius. (bb) tangentibus. (aaa) et (bbb) est (ccc) vel de (aaaa) angulo  
 curvae (bbbbb) angulis curvae. *L* 22 ut erg. *L*

---

17 De focus: Vgl. VII, 7 N. 33. 21 Curvedine: Vgl. VII, 1 N. 32. 22 parallelismo: Vgl. VII, 7  
 N. 53 u. 54. 22 De quadraturis et summis: Vgl. VII, 3 N. 38.



aliarum reductione ad rationales, et de rationalium gradibus, et quomodo ad Hyperbolas imaginarias reducantur, et videndum an res ita semper redeat ad Logarithmos. De curvis transcendentibus, et earum tangentibus mira. De calculi differentialis theorematibus generalibus. De summis summarum et differentialibus differentialium. Semper tolli possunt summae, ut maneant solae differentiae. De variis aequationibus differentialibus ex eadem aequatione ducibilibus. Si aequatione differentiali data quaeratur ejus summa-  
 trix seu absoluta, id fieri potest pluribus modis, unus est reducendo ad seriem infinitam, quod semper fieri potest, et tunc quaerenda infinitae reductio ad finitam methodo supra dicta. Quaerenda tamen methodus esset serierum infinitarum se cum licet finientium. Alius modus est effingendo seriem absolutam quasi jam habitam, sive algebraicam sive  
 transcendentem, et inde ducendo differentialem, ea combinetur cum data differentiali et sublatis differentialibus. Habebitur denique absoluta adhuc semel, quae coincidere debet cum effecta. Alius modus pro quadraturis est specialiter per polygona; ubi res redit ad seriem replicatam terminorum finitas differentias habentium. Et quaerenda est parameter et aequatio seriei absoluta vel algebraice vel transcendenter; sed ut terminatio invenia-  
 tur alia methodus certo analytica haec est, si diversis methodis infinitis polygonorum progressionem sumendo quaeratur calculus generalis progressionem exhibens variis gradis communis, et tunc ipsam incognitam plerumque in exponentem ingredientem, licebit pro arbitrio sic explicare.

Nondum hic egi de mirabili nova characteristicam geometriae, qua omnia effici possunt quae calculo, sic ut characteres perpetuo, situm et motum exprimant. Hoc admirandi usus pro Machinis inveniendis, et machinis a natura adhibitis divinandis.

Utile adhiberi semper eas series, quae, si finibiles, se ipsas finiunt ut idem ex terminis primis fiat quod ex secundis. Haec methodus incognitas absolute transcendenter exhibet, etiam incognitas determinatas, et ejus quoque ope inveniri poterit, an aliquando

3 mira (1); et quomodo differentiale (2). De calculi L 6 aequatione (1) ducibilis (2) ducibilibus.  
 (a) Data (b) Si L 8 tunc (1) methodo saepe (2) quaerenda L 10 sive (1) simpliciter Tran (2) algebraicam L 13 f. seriem (1) finitam (2) replicatam L 15 absoluta (1). Quae si (2) vel L 15 transcendenter; (1) si (2) vel etiam (3) sed L 25–374, 1 an |an *streicht Hrsg.*| aliquando (1) expo (2) problema transcendens solubile (3) aequatio L

---

1 f. Hyperbolas: Vgl. VII, 7 N. 58. 2 f. De curvis transcendentibus: Vgl. deren Behandlung in VII, 6 N. 51 sowie in VII, 7 N. 49. 13 f. seriem replicatam: Vgl. VII, 4 N. 40. 20 nova characteristicam geometriae: Vgl. VII, 1 N. 9.



aequatio determinata transcendens solubilis in numeris. Constructio transcendentium, motu curvarum materialium se rectis  $\langle$ vel $\rangle$  aliis curvis applicantium. Fingantur aequationes plurium incognitarum plures; et ponendo quasdam incognitas esse curvas. Assumta curva algebraica generali et substituendo differentias in differentialibus, ut obtineatur  
 5 differentialis data.

2 applicantium. (1) Fingatur aequatio generalis (2) Fingantur  $L$

---

2 motu curvarum materialium: Vgl. VII, 7 N. 49.

NACHTRÄGE ZU  
GEOMETRISCHEN STUDIEN  
(Band 1)



## 50. NOTE SUR LES NOUVEAUX ELEMENS DE GEOMETRIE

[Mitte 1674 – Ende 1675 (?)]

**Überlieferung:** *L* Notiz: LH 35 I 9 Bl. 67. Papierfragment von unregelmäßiger Gestalt, rechts Blattrkante, an den übrigen Seiten Risskanten, Größe ca  $8 \times 3,5$  cm. 7 Z. auf Bl. 67 v<sup>o</sup>, Vorderseite leer.  
Cc 2, Nr. 495

5

Datierungsgründe: Die Verwendung der französischen Sprache lässt eine Entstehung in der Pariser Zeit vermuten. Auch eine Gemeinsamkeit mit N. 10, das frühestens Mitte 1674 verfasst worden sein kann und für welches eine Niederschrift bis Ende 1675 plausibel ist (s. dort; S. 46), deutet in diese Richtung: In beiden Stücken nennt Leibniz nur den Titel des anonym erschienenen Werkes von Arnauld, nicht aber den Autor. Falls also beide Stücke auf dieselbe gründliche Lektüre der *Nouveaux elemens* zurückgehen sollten, müsste unser Stück aus dem genannten Zeitraum stammen. — Eine Entstehung der Notiz erst nach Leibniz' Abreise aus Paris kann aber nicht ausgeschlossen werden. Eine zweite Auflage des Werkes von Arnauld erscheint 1683, und in Leibniz' Kurzzitat aus Arnaulds Werk lautet die Schreibung wie in der zweiten Auflage *voye*, nicht *voie* wie in der Erstausgabe. Womöglich zitiert Leibniz also aus der zweiten Auflage. Allerdings verwendet er auch in seinen eigenen Texten im Allgemeinen die Schreibweise *voye*. Die Argumentation mit der *similitude* von geometrischen Objekten könnte darauf hindeuten, dass die Notiz aus der frühen Hannoveraner Zeit stammt, als Leibniz seine *Analysis situs* entwickelt hat. Ebenso möglich ist jedoch ein Bezug auf Überlegungen in *De figuris similibus et de quadratura circuli* (VII, 1 N. 6). Diese Studien sind wohl im Frühjahr 1673 entstanden, was mit einer Datierung unseres Stückes auf Mitte 1674 bis Ende 1675 in Einklang steht.

*Nouv. El. de Geom.* lib. XII artic. 28. Apres avoir dit que *les circomferences des cercles sont comme leur diametres* et l'avoir prouvé selon Euclide par voye des polygones, il adjoute: *c'est la seule voye*. Cependant j'en ay trouvée une autre par la definition de la similitude.

25

---

22 *Nouv. El. de Geom.*: [A. ARNAULD], *Nouveaux elemens de geometrie*, 1667, S. 258 f. 23 selon Euclide: Vgl. EUKLEIDES, *Elementa*, XII, 1–2. 24 f. definition ... similitude: Vgl. die Definition von *figurae similes* in VII, 1 N. 6 S. 60 Z. 28 und das Resultat *a. a. O.*, S. 90 Z. 3–9.

## 51. GENERATIO CIRCULI

[November 1675 – Januar 1676]

**Überlieferung:** *L* Notiz: LH 4 IV 13c Bl. 33. 1 Streifen ca  $20 \times 5$  cm. 3 Z. unten auf Bl. 33 r°. Darüber die Aufzeichnung VI, 3 N. 29<sub>1</sub>. Der Streifen hing ursprünglich mit LH 35 X 8 Bl. 1 (= VII, 5 N. 57) zusammen.  
Cc 2, Nr. 1405 tlw.

Datierungsgründe: Die Aufzeichnung dürfte kurz nach dem von den Herausgebern auf November 1675 – Januar 1676 datierten VII, 5 N. 57 entstanden sein.

Videtur simplicius intelligi generatio circuli quam rectae. Sit figura quaedam certo sui puncto manens in certo loco, eo modo mutans locum, ut sibi semper ipsi similis appareat respectu eorundem extra ipsum, certum aliquod punctum in ea sumtum describet arcum circuli. Imo  $\mathfrak{A}$ . Opus ut sit plana figura.  $\mathfrak{A}$ .

9 Sit (1) Linea rigida quaecunque (2) qv (3) figura *L* 11 respectu ... ipsum *erg. L* 12 sit  
(1) planum (2) plana *L*

NACHTRÄGE ZU  
ZAHLENTHEORETISCHEN STUDIEN  
(Band 1)



## 52. TENTAMEN AD PROBLEMA SEX QUADRATORUM

[September – Dezember 1672]

**Überlieferung:** *L* Konzept: LH 35 XII 2 Bl. 197–198. 1 Bog. 2°. 3 S. Überwiegend zweispaltig beschrieben. — Auf Bl. 198 v° VII, 3 N. 2. Hierzu auch einige Hilfsrechnungen am Rand von Bl. 197 r°.

Cc 2, Nr. 530 tlw.

5

Datierungsgründe: Inhaltlich führt das Stück die in VII, 1 N. 42–44 angestellten Untersuchungen zum Sechs-Quadrate-Problem fort; vgl. hierzu auch HOUG, *Les recherches arithmétiques*, S. 253 u. ö. Es ist auf Papier gleicher Art wie das mittlere dieser drei Stücke geschrieben und knüpft unmittelbar an dort erarbeitete Gleichungen an. Es ist also sehr wahrscheinlich im gleichen Zeitraum entstanden. Diese Gruppe aus drei Handschriften wurde bislang auf Juni bis August 1674 datiert. Es gibt jedoch Argumente, die für eine frühere Entstehung unseres Stückes sprechen, womit auch die Datierung der drei genannten Stücke zu revidieren wäre. So lassen etwa die noch wenig ausgebauten algebraischen Fertigkeiten, die Leibniz in unserem Stück zeigt, eine Entstehung während der frühen Phase seiner Auseinandersetzung mit dem Problem plausibel erscheinen. Auch der Symbolgebrauch spricht gegen eine Datierung auf Sommer 1674: In unserem Stück wie auch in VII, 1 N. 42 stellt Leibniz die Quadratwurzel mit  $Rq$  dar, was nach dem Sommer 1673 nur noch selten vorkommt. Sein Gebrauch des modernen Gleichheitszeichens  $=$  in allen vier Stücken begrenzt die mögliche Entstehungszeit ebenfalls, da Leibniz Mitte 1674 zum stilisierten Wagebalken  $\cap$  wechselt. Und die Notation  $\mp$ , die sich in VII, 1 N. 42 findet, hätte Leibniz, nachdem er im Verlauf des Jahres 1673 beginnt, eigene Doppelvorzeichen zu entwickeln, in einem Konzept kaum mehr verwendet. Das Wasserzeichen des Trägers spricht ebenfalls für eine frühere Entstehung: Es ist ansonsten bei Stücken anzutreffen, die zwischen Sommer 1672 und Anfang 1673 entstanden sein dürften; insbesondere ist es für das im Herbst 1672 verfasste *Breviarium Consilii Aegyptiaci* (IV, 1 N. 16) belegt. Auf eine Entstehung im Herbst 1672 verweist schließlich auch der Umstand, dass das Stück VII, 3 N. 2, welches auf der vierten Seite des Bogens (Bl. 198 v°) niedergeschrieben wurde und höchstwahrscheinlich kurz nach unserem Stück entstanden ist, von den Herausgebern auf September oder Oktober 1672 datiert wird. Unser Stück dürfte also zumindest noch im Jahr 1672 verfasst worden sein.



Aequationem hanc habemus:

[Erster Ansatz]

$$\begin{aligned}
 a^4 dd + 2a^3 dd - add - d^2 &= \frac{4a^2}{9} + \frac{4a}{9} + \frac{4}{9} \\
 a^4 + \cancel{2a^3} - \cancel{a} - \cancel{d} &= \frac{4a^2}{d^2 9} + \frac{4a}{d^2 9} + \frac{4}{d^2 9} + 1 - 2a^3 + a \\
 a^3 \wedge a + 2 - a - 1 &= \frac{\langle 16 \rangle}{d^2 9} + \frac{\cancel{4}}{\cancel{d^2 9}} + \frac{4}{d^2 9a} \\
 3a^3 \wedge \cancel{1+2} - 1 - a &= \frac{20}{d^2 9} \quad \left[ + \frac{4}{d^2 9a} \right] \\
 a \wedge a^2 3 - 1 - 1 &= \frac{20}{d^2 9} \quad \left[ + \frac{4}{d^2 9a} \right] \\
 \frac{\quad}{\quad} - \frac{4}{d^2 9a} &= \frac{\quad}{\quad} + 1 \\
 da \wedge a^2 \lrcorner 3 - 1 - d &= \frac{4}{18a} + \frac{20}{18} = \left| \frac{72}{18 \wedge 18a} + \frac{360\cancel{a}}{18 \wedge 18\cancel{a}} \right.
 \end{aligned}$$

$$4 \quad (1) \ a^4 + 2a^3 - a - 1 = \frac{4a^2}{d^2 9} + \frac{4a}{d^2 9} + \frac{4}{d^2 9} \quad (2) \ a^4 + \cancel{2a^3} - \cancel{a} \ L \quad 7 \ \frac{20}{d^2 9} \ \text{erg.} \ L$$

3  $a^4 dd$ : Leibniz beginnt seine Überlegungen mit der Gleichung aus VII, 1 N. 43 S. 256 Z. 11–13. Beim Aufstellen dieser Gleichung sind ihm dort allerdings mehrere Versehen unterlaufen; vgl. *a. a. O.*, Z. 4 u. 11. Auch im vorliegenden Stück begeht er einige Fehler und bricht wiederholt ab, um neu anzusetzen.

6  $\frac{4}{d^2 9a}$ : Leibniz verwendet im Nenner Ozanams Schreibweise für Exponenten, schreibt also  $d2$  an Stelle von  $d^2$ . Auch im weiteren Verlauf des Stückes findet sie sich gelegentlich, ohne dass ihre Verwendung einer strengen Linie folgt. Hier und im Folgenden werden die Exponenten wie in der Handschrift wiedergegeben. Leibniz lässt sich von dieser Notation offenbar selbst in die Irre leiten: So erhält er in Z. 8 f., nachdem er  $\frac{4}{d^2 9a}$  mit  $d$  multipliziert,  $\frac{4}{18a}$ , und aus  $\frac{20}{d^2 9}$  wird auf gleiche Weise  $\frac{20}{18}$ .

[Zweiter Ansatz]

$$\begin{aligned}
 a^4 d^2 + 2a^3 d^2 &= \frac{\frac{4a^2}{9} + \frac{4a}{9} + \frac{4}{9}}{d^2} + a^4 d^2 + 1a^4 d^2 + 2a^3 d^2 \\
 a^4 d^2 + 2a^3 d^2 - \frac{1}{a} d^2 - \frac{1}{a^2} d^2 &= \frac{4a^2}{9d^2} + \frac{4a}{9d^2 a} + \frac{4}{9d^2 a^2} \\
 da^4 + a^3, -1, -\frac{4}{18a} &= \frac{20d}{18d} + d = \frac{21d}{18d}
 \end{aligned}$$

[Dritter Ansatz]

5

$$\begin{aligned}
 a^4 d^2 + a^3 d^2 - a d^2 - d^2 &= \frac{4a^2}{9} + \frac{4a}{9} + \frac{4}{9} - a^3 d^2 \\
 d^2 a^3 \frown a+1 \quad d^2 \frown a+1 &= \frac{4a}{9} \frown a+1 + \frac{4}{9 \frown a+1} - \frac{a^3 d^2}{a+1} \\
 \text{Fiet} \quad d^2 a^3 + d^2 &= \frac{4a}{9} + \frac{4}{9 \frown a+1} - \frac{a^3 d^2}{a+1} \\
 \text{vel} \quad a^3 + 1 &= \frac{4a}{9d^2} + \frac{4}{9d^2 \frown a+1} - \frac{a^3}{a+1} \\
 \text{vel} \quad a^3 + 1 + \frac{a^3}{a+1} &= \text{---} \\
 \text{vel} \quad 2 + \frac{1}{a+1} &= 4a^4 + \frac{4a^3}{9d^2 \frown a+1}
 \end{aligned}$$

10

---

4 Daneben:  $\frac{20d}{18d} \times \frac{1d}{1} = 20d$

2 f. (1)  $a^4 d^2 + 2a^3 d^2 = \frac{4a^2}{9} + \frac{4a}{9} + \frac{4}{9} + a d^2 + 1 d^2$  (2)  $a^4 d^2 \dots 2a^3 d^2 \quad | 4a^3 d^2 - 1a^4 d^2 - 2a^3 d^2$

gestr. |  $a^4 d^2 \quad L \quad 6 \quad -d^2 = \frac{4a^2}{| \text{3 ändert Hrsg.} |} + \frac{4a}{9} \quad L$

---

6  $a^4 d^2$ : Für den dritten Ansatz schreibt Leibniz die Ausgangsgleichung aus S. 382 Z. 3 in die hier wiedergegebene Gleichung um.

$$\begin{aligned}
 \text{vel} \quad 2 &= 4a^4 + \frac{4a^3}{9d^2} \cdot \frac{1}{a+1} - \frac{1}{a+1} \\
 \text{vel} \quad 2a+1 &= 4a^5 + 4a^4 + \frac{4a^3}{9d^2} \\
 2a+1 - 4a^5 - 4a^4 &= \frac{4a^3}{9d^2} \\
 \text{vel} \quad \frac{2a}{4a^3} + \frac{1}{4a^3} - \frac{4a^5}{4a^3} - \frac{4a^4}{4a^3} &= \frac{1}{9d^2}
 \end{aligned}$$

5

[Vierter Ansatz]

Reassumam.

Duae aequationes fundamentales hae sunt:

$$\begin{aligned}
 4a^4 + 8a^3 - 4a - 1 \cdot dd &= ee. \quad \text{Et} \\
 ee &= \left(\frac{16}{9}\right) \frac{64a^2}{36} + \frac{64a}{18} \left(\frac{32a}{9}\right) + \frac{32}{18} \left(\frac{16}{9}\right) \quad \text{vel}
 \end{aligned}$$

10

$$\begin{aligned}
 &\frac{32a^2}{18} + \frac{64a}{18} + \frac{32}{18} \quad \text{vel} \\
 ee &= \frac{16a^2}{9} + \frac{32a}{9} + \frac{16}{9}. \quad \text{Ergo} \\
 4a^4 + 8a^3 - 4a + 1 \cdot dd &= \frac{16a^2}{9} + \frac{32a}{9} + \frac{16}{9} \\
 \text{—————} \cdot dd &= 16a^2 + 32a + 16.
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 2 \text{ vel } (1) \ 2a+2 &= 4a^5 + 4a^4 + \frac{4a^3}{9d^2} - 1 \quad (2) \ 2a+1 \ L \quad 6 \text{ f. Reassumam. } (1) \text{ Propositae } (2) \text{ duae } L \\
 9 \ ee &= \left|\left(\frac{16}{9}\right) \text{ erg. } \left|\frac{64a^2}{36} + (1) \frac{64a}{36} \right. (2) \frac{64a}{18} \left|\left(\frac{32a}{9}\right) \text{ erg. } \right| + \frac{32}{18} \left|\left(\frac{16}{9}\right) \text{ erg. } \right| \text{ vel } L
 \end{aligned}$$

7 Duae aequationes: Für den vierten Ansatz greift Leibniz noch einmal auf die beiden Gleichungen, die in VII, 1 N. 43 zur Ausgangsgleichung führten, zurück: Die erste Gleichung hat er in *a. a. O.*, S. 255 Z. 25 entwickelt, die zweite übernimmt er aus *a. a. O.*, S. 256 Z. 10, wobei er den dort beim Quadrieren von  $e = \frac{8}{6}a + \frac{4}{3}$  begangenen Flüchtigkeitsfehler korrigiert. Richtigerweise hätte er jedoch von  $e = \frac{3}{2}ad + \frac{3}{4}d$  ausgehen müssen; vgl. *a. a. O.*, Anm. zu Z. 4. 12 +1: Hier dreht Leibniz versehentlich ein Vorzeichen, in der übernächsten Zeile im Zähler der Brüche ein zweites. Weitere Flüchtigkeiten treten dort hinzu.

$$\text{Ergo } \frac{dd}{1} = \frac{16a^2 + 32a + 16}{4a^4 + 8a^3 + 4a + 1, \wedge 9} = \frac{4a^2 + 8a + 4 + 1}{a^4 + 2a^3 + 4a + 1, \wedge 9} [=] \frac{4a + 8 + \frac{4}{a}}{a^3 + 2a^2 + 4 + \frac{1}{a} \wedge 9}.$$

Notandum hic est, rem esse perutilem ab una parte terminum, ab altera rationem habere. Quia ratio jam per multiplicationes et divisiones et radicum extractiones tractari, poliri, reduci potest, salva rationis identitate, termino altero intacto. Est ergo ratio materia aequationum in aequatione.

5

Idque hic egregio exemplo patet cum enim  $\frac{4a^2 + 8a + 4}{a^4 + 2a^3 + 4a + 1}$  sint aequalia  $dd$  quadrato. Videndum est, quae quibus divisa producant quadratum, et ante omnia certum est quadratum numerum divisum per quadratum producere quadratum. Quare quanquam talis solutio non futura sit reciproca, ita ut extra eam alia esse non possit, erit tamen vera, si  $\frac{4a^2 + 8a + 4}{a^4 + 2a^3 + 4a + 1, \wedge 9}$  censeatur aequale =  $ff \square^{\text{to}}$  et  $\frac{4a^2 + 8a + 4}{a^4 + 2a^3 + 4a + 1, \wedge 9}$  censeatur aequale =  $gg \square^{\text{to}}$ .

10

1 *Darüber der Ansatz zu einer Nebenrechnung:*  $\frac{8a + 4a^2 + \cancel{4} \cancel{a}}{\cancel{4}a + a^4 + 2a^3 + \cancel{1}} \not\equiv 2$

5 *Am Rande:*  $\begin{matrix} & b & & & & & aa + bb + 2ab \\ a & & a + b & ab & ba & bb \end{matrix}$

11 *Probe für a = 2 am Rand:*  $\begin{matrix} 2 & 16 \\ 2 & 16 \\ 2 & 9 \\ 2 & 41 \\ \hline 16 + 16 + 8 + 1 & 9 \\ & \hline & 369 \end{matrix}$

15

1  $\frac{16a^2 + 32a + 16}{4a^4 + 8a^3 + 4a + 1, \wedge 9}$  (1) Ergo  $dd = 4a$  (2) Hi (3) =  $\frac{4a^2 + 8a + 4 \mid + 1 \text{ erg.} \mid}{a^4 + 2a^3 + 4a + 1, \wedge 9} L$

6f. quadrato (1) Necesse est utrumque rationis terminum esse aequalem cuidam quadrato, neque (2) videndum  $L$  8 numerum *erg.*  $L$

1  $\frac{4a^2 + 8a + 4 + 1}{a^4 + 2a^3 + 4a + 1, \wedge 9}$ : Leibniz addiert im Zähler nachträglich eine 1, ergänzt den Summanden

aber nicht in allen folgenden Schritten. Der ergänzte Term geht erst in der fehlerbehafteten Überlegung in S. 386 Z. 1–3, deren Ergebnis Leibniz nicht weiter verwendet, und dann ab S. 387 Z. 11 mit in die Rechnung ein.

$$\begin{aligned} \text{Aequatio ergo est:} \quad 4a^2 + 8a + 4 + 1 &= ff \\ a^2 + 2a &= \frac{ff}{2} - \frac{2}{1} \\ a \frown a + 2 &= \frac{ff - 4}{2} \end{aligned}$$

Nota si  $a$  sumatur 1, superior quidem terminus est quadratum. Sed non inferior. Si  
5 tamen ei adjiciatur 1, est et ipse  $\square^{\text{tum}}$  9.

[*Vierter Ansatz, verworfener Abschnitt*]

Invertatur ratio, et loco  $dd = \frac{4a^2 + 8a + 4}{a^4 + 2a^3 + 4a + 1}$  dicatur  $\frac{1}{dd} = \frac{a^4 + 2a^3 + 4a + 1}{4a^2 + 8a + 4}$ .

Addatur superiori 1, erit et ipse  $\square^{\text{tum}}$ , supposito quod  $a$  sit 1, et accedet toti  $\frac{1}{dd} -$

$\frac{1}{4a^2 + 8a + 4} = \frac{a^4 + 2a^3 + 4a + 2}{4a^2 + 8a + 4}$ . Sed ita omnia perturbabuntur.

10 Ergo alia ratio investiganda est, qua ex divisione numeri dati per datum fit quadratum.  $\frac{a}{b} = cc$ . Ergo  $\frac{a}{bc} = c$ . Similiter ergo ut ad nostrum casum redeamus, si

$$\begin{aligned} \frac{4a^2 + 8a + 4}{a^4 + 2a^3 + 4a + 2} &= dd \\ \text{Ergo } \frac{4a^2 + 8a + 4}{a^4 + 2a^3 + 4a + 2 \frown d} \text{ erit} &= d \\ \text{Ergo } \frac{4a^2 + 8a + 4}{a^4d + 2a^3d + 4ad + 2d} &= d \\ 15 \quad \frac{4a^2 + 8a}{a^4d + 2a^3d + 4ad + 2d} &= d - \frac{4}{a^4d + 2a^3[d] + 4ad + 2d} \end{aligned}$$

1 +1 *erg.* L      8 toti (1)  $\frac{1}{4a} + 8$  (2)  $\frac{1}{4a^2 + 8a + 4}$  (3)  $\frac{1}{dd} - L$       9 f. perturbabuntur (1) Alia  
*nicht gestr.* (2) ergo alia L      15–387,1 d –  $\frac{4}{a^4d + 2a^3 + 4ad + 2d} \mid \frac{4a^2}{a^4d + 2a^3d + 4ad + 2d}$  *gestr.* | Si  
Numerus (1) qvi (2) per ... datum (a) est numerus 4 (b) est numerus qvi (c)  $\frac{8}{2} \nmid 4$  L

Si Numerus per alium divisus producit qua datum  $\frac{8}{2} \nmid 4$  tunc numerus divisor  
 quadratum multiplicans, producit dividendum ergo  $a^4 + 2a^3 + 4a + 2 \nmid dd = \frac{4a^2 + 8a + 4}{9}$ .

[*Vierter Ansatz, Fortsetzung des gültigen Textes*]

$$\begin{array}{r} 4a^2 + 8a \quad \nmid \quad \begin{array}{c} 3a \\ \cancel{4a} \\ 8a \end{array} + 4 + 1 \\ 2a \quad 4a \quad \hline \begin{array}{c} 2a \quad a \\ 2a \quad 4a + a \quad 4a + 2a \end{array} \end{array} \quad 5$$

Ex hac divisione patet, ut  $4a^{[2]} + 8a + 4$  fit quadratum  $2a$  [*bricht ab*]

$$\begin{array}{r} \begin{array}{c} \cancel{4a} + \begin{array}{c} 3a \\ 8a \end{array} + 4 \\ \cdot \quad \cdot \quad \cdot \\ \hline 2a \quad 1 \quad 1 \\ \hline 2a \quad \cancel{4a} + 2a \\ \quad \quad \cancel{4a} + \cancel{4a} \\ \quad \quad \cancel{4a} + a \quad 2 \quad 1 \\ \quad \quad 4a \end{array} \end{array} \quad \begin{array}{l} \text{Ergo } 3a + 4 + 1 = 4a + 3 \\ 3a + 2 = (4a) 3a + a \\ 2 = a \end{array} \quad 10$$

Si jam  $a$  supponatur esse 2, tunc prior quidem terminus  $4a^2 + 8a + 4 + 1$  erit quadratus, 15  
 sed non posterior.

---


$$\begin{array}{r} 5 \text{ f. } \textit{Am Rande:} \quad \begin{array}{r} 14 \\ \underline{9} \\ 126 \end{array} \quad \begin{array}{r} 16 \\ \underline{9} \\ 144 \end{array} \end{array}$$

$$15 \quad \textit{Probe darunter:} \quad 16 + 16 + 5 \quad 20$$

4 + 1 *erg. L* 11 Ergo (1)  $3a + 4 = 4a + 3$ . Seu  $3a + 1 = 4a$ . Ergo  $3a + 1 = 3a + 1a$ . Ergo  $a = 1$ .  
 (2)  $3a + 4 + 1 = 4a + 3$  L 15 tunc (1) 4 (2)  $4a + 8a + 4 + 1$ . erit (3) | tunc *streicht Hrsg.* | (a) prioris  
 (b) prior quidem terminus |  $4a^4$  *ändert Hrsg.* | +  $8a$  L

---

4–14 Leibniz' Versuch, die Wurzel aus  $4a^2 + 8a + 4$  zu ziehen, missglückt.

$$\begin{array}{r}
 \phantom{4a^2} + \phantom{8a} + \phantom{5} \\
 \hline
 2a \phantom{+} 1 \phantom{+} 1 \\
 \hline
 \phantom{4a^2} + \phantom{8a} + \phantom{5} \\
 \hline
 \phantom{4a^2} + \phantom{8a} + \phantom{5} \\
 \hline
 \phantom{4a^2} + \phantom{8a} + \phantom{5}
 \end{array}$$

5 Ex hoc calculo sequitur, impossibile esse, ut  $4a^2 + 8a + 5$  sit Numerus quadratus, qualiscunque supponatur  $a$ , quia scilicet oriretur aequatio inter 4 et  $2 + 1$ , seu  $4 = 3$ , quod est impossibile. Notandus est hic modus satis elegans probandi an aliquid possit exprimi calculo. Sed vereor ut sit plane sufficiens. Imo est, cum is a quo subtrahendum subtrahendo major, aliud cum minor, tunc enim mutanda potius radix.

10 Nunc ex tota fractione radicem quadratam extrahamus, si modo id possibile est: id ita tentabimus. Nota  $f$  repraesentat nominatorem nostrae fractionis ne toties scribi opus sit.

$$\frac{4a^2}{f} + \frac{8a}{f} + \frac{5}{f} \quad [bricht \ ab]$$

15

[Fünfter Ansatz]

$$\begin{aligned}
 d3 &= Rq \frac{4a^2 + 8a + 5}{4a^4 + 2a^3 + 4a + 1} \\
 4a^4 + 2a^3 + 4a + 1, \wedge ff &= 4a^2 + 8a + 5 \\
 4a^4 ff + 2a^3 ff + 4a ff + ff &= 4a^2 + 8a + 5
 \end{aligned}$$

11–13 tentabimus |Nota ... sit erg. | (1)  $\frac{4a^2}{gg}$  (2)  $\frac{4a^2}{f.} + \frac{8a}{f} + (a) \frac{4}{f} (b) \frac{5}{f} L$

16 (1)  $\frac{dd}{9}$  (2) | dd9 = nicht gestr. |  $16a^2 + 32a$  (3)  $d3 = Rq. \frac{4a^2 + 8a + 5}{4a^4 + (a)8 (b)2 | a^3 + 4a + 1} L$

11  $f$ : In S. 385 Z. 10 f. bezeichnet Leibniz den Nenner noch mit  $gg$  und den Zähler mit  $ff$ . In Z. 17 bis S. 389 Z. 1 steht  $f$  wiederum für  $3d$ . 16  $d3$ : Leibniz setzt neu an, indem er aus dem ersten und dem dritten Ausdruck der Gleichungskette in S. 385 Z. 1 die Wurzel zieht. Hierbei schreibt er im Nenner des Bruchs versehentlich  $4a^4$  anstelle von  $a^4$ , was die weitere Rechnung in diesem Ansatz beeinträchtigt.

$$\begin{aligned}
\text{Ergo} \quad 4a^4f + 2a^3f + 4af + f &= \frac{4a^2}{f} + \frac{8a}{f} + \frac{5}{f} \\
4a^43d + 2a^33d + 4a3d + 3d &= \frac{4a^2}{3d} + \frac{8a}{3d} + \frac{5}{3d} \\
12a^4d + 6a^3d + 12ad + \cancel{3d} &= \frac{\frac{4}{3}a^2}{d} + \frac{\frac{8}{3}a}{d} + \frac{\frac{5}{3}}{d} - 3d \\
\frac{5}{3d} - \frac{3d}{1} &= 12a^4d + 6a^3d + 12ad - \frac{4a^2}{3d} - \frac{8a}{3d}
\end{aligned}$$

Dividantur omnia per  $d$ , fiet:

5

$$\begin{aligned}
\frac{5}{3dd} - 3 &= 12a^4 + 6a^3 + 12a - \frac{4a^2}{3dd} - \frac{8a}{3dd} \\
\frac{5}{3dd} + \frac{4a^2}{3dd} + \frac{8a}{3dd} &= 12a^4 + 6a^3 + 12a \quad [+3] \\
\frac{\frac{5}{3dd}}{\frac{9dd}{3dd}} &= \frac{5}{9dd}
\end{aligned}$$

Et 5 est majus quam  $9dd$ . Ergo  $d$  est fractio.

Si [*bricht ab*]

10

[*Sechster Ansatz*]

$$\begin{aligned}
\frac{12a^4 + 6a^3 + 12a \wedge 3dd}{\frac{4a^2}{\cancel{3d^2}} + \frac{8a}{\cancel{3dd}}} &\times \frac{5}{9dd} \quad \frac{12a^4 + 6a^3 + 12a \wedge 27d^4}{20a^2 + 40a \text{ seu } 20a \wedge a + 1} \\
\frac{12a^{\cancel{5}4} + 12\cancel{a} + 6a^{\cancel{4}3} + 6\cancel{a} + 12a^{\cancel{2}} + 12\cancel{a} \wedge 27d^4}{20\cancel{a}}
\end{aligned}$$

8 f.  $\frac{5}{9dd}$  (1)  $\frac{\cancel{4a^2}}{\cancel{3dd}}$  – (2) hac ratio major illa (3) et 5  $L$

12–390,2  $12a^4$ : Leibniz greift für den sechsten Ansatz erneut die Gleichung aus Z. 7 auf, wobei ihm bereits beim Aufstellen der Ausgangsgleichung und sodann auch bei den weiteren Umformungen verschiedene, teils gravierende Fehler unterlaufen. Auch seine anschließende durchgehende Korrektur vermag den Ansatz nicht zu retten.



$$\frac{12a^4 + 6a^3 + 12a + (12 + 6 + 12) 30 \wedge [27]d^4}{540 \wedge 4 = 2160d}$$

$$\frac{2a^4 + a^3 + 2a + 5}{360d} \quad [bricht ab]$$

[Siebter Ansatz]

Videatur an extrahi possit radix quadrata a divisore  $f$ .

$$\begin{array}{r} 5 \quad \frac{\cancel{9a^4} + \cancel{18a^3} + \frac{33a}{\cancel{36a}} + 9}{3a^2 \quad 3a} \\ \hline \frac{\cancel{3a^2} \wedge \cancel{3a^2}}{\phantom{3a^2} 6a^2 + \cancel{3a}} \\ \phantom{\frac{\cancel{3a^2} \wedge \cancel{3a^2}}{\phantom{3a^2} 6a^2 + \cancel{3a}}} 6a^3 + 6a \end{array}$$

10 Hinc sequitur, si totum sit Numerus Quadratus, necesse esse ut  $6a^2 + 6a$  metiatur  $33a + 9$ .

2 Hilfsrechnung:  $\frac{3}{\cancel{2160} \mp 360}$   
 $\cancel{606}$

$$\begin{array}{l} 389,12-390,1 \quad (1) \frac{12a^4 + 6a^3 + 12a}{\frac{4a^2}{3d2} + \frac{8a}{3dd}} \quad (2) \frac{12a^4 + 6a^3 + 12a \wedge 3dd}{\frac{4a^2}{\cancel{3d2}} + \frac{8a}{\cancel{3dd}}} \times (a) \frac{5}{3dd} \quad \frac{12a^4 + 6a^3 + 12a \wedge 9d4}{20a^2 + 40a} \\ \phantom{389,12-390,1} \text{seu } 20a \wedge a + 1 \\ \frac{12a^4 + 12a + 6a^3 + 6a + 12a^2 + 12a \wedge 9d4}{20a} \quad \frac{12a^4 + 6a^3 + 12a + (12 + 6 + 12) 30 \wedge \cancel{9d4}}{(((20 \cup ((9d4) = 36d)) 720d)} \\ \frac{2a^4 + a^3 + 2a + 5}{120d} \quad \text{Sic duc} \quad (b) \frac{5}{9dd} \quad \frac{12a^4 + 6a^3 + 12a \wedge |9 \text{ ändert Hrsg.}| d4}{20a^2 + 40a} \quad \dots \\ \phantom{2a^4 + a^3 + 2a + 5} \text{seu } 20a \wedge a + 1 \\ \frac{12a^4 + 6a^3 + 12a + (12 + 6 + 12) 30 \wedge \cancel{9d4}}{540 \wedge 4 = 2160 \mid (((20 \cup ((9d4) = 36d)) 720d \text{ nicht gestr.})} \quad L \end{array}$$

4-391,6 radix: Im siebten Ansatz versucht Leibniz erfolglos, die Wurzel aus dem in S. 385 Z. 11 notierten, dort noch als *gg* bezeichneten Nenner zu ziehen. 14 (9d4) = 36d: Auch hier führt die Verwendung der Exponentenschreibweise Ozanams zu einem Fehler. Leibniz gibt  $9d^4$  mit  $9d4$  wieder und setzt diesen Term mit  $36d$  gleich.

$$\text{Seu ut } 6a \wedge a + 1, + 1.1.1 \text{ etc.} = 33a + 9$$

$$\text{seu } 6a \wedge a + 1, + 1 \text{ etc.} = 33a + 9$$

$$\text{erit } 6a \wedge a + 1 \wedge 1r = 33a + 9$$

$$6a^2r + 6ar = 33a + 9$$

$$33a = 6a^2r + 6ar - 9$$

$$11a = 2a^2r + 2ar - 3$$

5

[*Achter Ansatz*]

$$24 + 6 = 15 + 15$$

$$18 + 6 = 12 + 12$$

Si ab aequalibus auferas inaequalia, residua sunt inaequalia quidem, sed indagandum est tum, habeantne aliquam rationem inter se. Hoc difficile erit determinatu, quia nec ex rationibus partium datis inveniri potest ratio totorum, si partes summari in unum non possint. 10

8f. *Dazu Hilfsrechnungen:*

$$\begin{array}{ccc} \left| \frac{24}{15} \right| \frac{8}{5} & \left| \frac{6}{15} \right| \frac{2}{3} & \frac{18}{24} \left| \frac{3}{4} \right. \\ 18 \quad 12 & \frac{3}{2} \quad \frac{1}{2} \quad \frac{6}{2} & \frac{24}{30} \\ 6 \quad 12 & & \\ 18 \not\sim 3 & \cancel{12} \not\sim 1 & \cancel{18} \not\sim \frac{6}{4} \left| \frac{3}{2} \right. \\ 6 & \cancel{12} & \cancel{12} \not\sim \frac{6}{4} \left| \frac{3}{2} \right. \\ & & \frac{12}{6} \not\sim 2 \end{array}$$

15

## 53. MARGINALIE IN JACQUES DE BILLY, DIOPHANTI REDIVIVI PARS PRIOR

[August – Mitte September 1674 (?)]

**Überlieferung:** *LiH* Marginalie in J. de BILLY, *Diophanti redivivi pars prior*, Lyon, 1670:HANNOVER *Leibniz-Bibl.* Nm–A 80.

Cc 2, Nr. 00

Datierungsgründe: Auf J. de Billy ist Leibniz durch eine möglicherweise bereits 1672 verfasste Mitteilung von J. Ozanam aufmerksam gemacht worden (III, 1 N. 8). Mit mathematischen Verfahren in J. de BILLY, *Doctrinae analyticae inventum novum*, 1670, befasst sich Leibniz im August und September 1674 (VII, 1 N. 47<sub>10</sub>, dat. 25. August 1674; VII, 1 N. 48). Er erwähnt in seinem Brief an H. Oldenburg vom 16. Oktober 1674, dass J. Ozanam in Schriften von J. de Billy lobend genannt wird (III, 1 N. 35 S. 128). Die vorliegende Marginalie verweist auf eine dieser Nennungen, weitere finden sich auf S. 260 f. desselben Werkes sowie in J. de BILLY, *Diophanti redivivi pars posterior*, 1670, S. 101 f. — Der Text des Marginalienexemplars erscheint im Haupttext, die zugehörigen Seitenzahlen sind in eckigen Klammern eingefügt. Die Orthographie wurde an die Grundsätze der Textgestaltung dieser Ausgabe angepasst, Kursivierungen wurden mit übernommen. Die Marginalie von Leibniz' Hand wird als Fußnote zum zugehörigen Text wiedergegeben.

[S. 8]

...

## Appendix.

Ratio praxeos pendet a 3. 2. Euclidis, quae sic habet: *Si recta linea secta sit utcumque: rectangulum sub tota et uno segmentorum ejus comprehensum, aequale est illi quod sub segmentis comprehenditur rectangulo, et illi quod a praedicto segmento fit quadrato.* Hoc etiam in numeris demonstratur a Clavio. Hinc solves sequens Problema. *Invenire Triangulum rectangulum, in quo area octupla detracta tribus lateribus sigillatim, relinquuntur quadrati.* Si enim intacta retineantur latera trianguli specie, et quadrupletur denominator, habebis pro denominatore 82361668, et satisfiet quaestioni.

---

21 pendet: EUKLEIDES, *Elementa*, III, 2.    24 demonstratur: EUKLEIDES, *Elementorum libri XV*, hrsg. v. Chr. CLAVIUS, 1574, S. 81 f. (auch in Chr. CLAVIUS, *Opera mathematica I*, 1612, S. 85 f.).

*Hoc Problema proposui omnibus Mathematicis Galliae, missumque est in Angliam, Hollandiam, Germaniam, et alias Europae partes, nullus-[S. 9]que dedit solutionem, praeter D. Ozanam mihi in paucis charum, et mirae sagacitatis virum, Lugduni Matheseos Professore.*

---

3 *Dazu, auf der Rückseite des Titelblatts: Osannam p. 9*

## 54. NUMERUM DATUM DIVIDERE IN DUOS QUADRATOS

Mai 1675

**Überlieferung:** *L* Konzept: LH 35 IX 11 Bl. 7–8. 1 Bog. 2<sup>o</sup>.  $\frac{1}{3}$  S. gestrichenen Textes auf Bl. 7 r<sup>o</sup>. — Über dem gestrichenen Text die Datierung „May 1675“ und der zum Text auf dem Rest des Bogens gehörende Titel „Frottement part. (2)“. Unterhalb des gestrichenen Textes Teil 2 von VIII, 2 N. 34<sub>1</sub>, auf Bl. 7 v<sup>o</sup> u. 8 r<sup>o</sup> Teil 3 von VIII, 2 N. 34<sub>1</sub>, auf Bl. 8 v<sup>o</sup> der Beginn von VIII, 2 N. 34<sub>2</sub>.  
Cc 2, Nr. 965 A tlw.

5

Maji 1675

10

$y^2 + x^2 \sqcap ab$ . Sit  $y$  pariter et  $x$  talis ut fractus quoque possit esse et quidem major unitate, ergo dividendo numeratorem per suum nominatorem habebimus  $\beta + \frac{\gamma a}{\gamma + \delta} \sqcap y$  et  $\theta + \frac{\lambda a}{\lambda + \mu} \sqcap x$ . Unde  $\beta^2 + \frac{2\beta\gamma a}{\gamma + \delta} + \frac{\gamma^2 a^2}{\gamma^2 + 2\gamma\delta + \delta^2} + \theta^2 + \frac{2\theta\lambda a}{\lambda + \mu} + \frac{\lambda^2 a^2}{\lambda^2 + 2\lambda\mu + \mu^2} \sqcap ab$ .

$ab - x^2 \sqcap y^2$ . Pone  $ab \sqcap c^2 + da$ , fiet:  
 $c^2 + da - x^2 \sqcap y^2$ . Extrahendo jam radicem:

$$12f. \sqcap ab. \quad (1) \beta^2\gamma^2 + \beta^2 2\gamma\delta + \beta^2\delta^2 - (2) ab - x^2 \sqcap y^2 \quad L \quad 14-395,1 \text{ radicem: } (1) y \langle \sqcap \rangle c^2$$

$$(2) y \sqcap \frac{c^2 + da - x^2}{c} \quad (3) \text{ sit jam } L$$

4 May 1675: Die Datierung gehörte ursprünglich wohl zum vorliegenden Stück und lautete lateinisch „Maji 1675“. Leibniz hat sie nicht gemeinsam mit dem Stück gestrichen, sondern lediglich in „May 1675“ geändert, als er den französischen Titel für den später auf dem übrigen Bogen niedergeschriebenen Text ergänzte. 10  $y^2 + x^2 \sqcap ab$ : Das vorliegende Stück enthält Nebenbetrachtungen zu dem zahlentheoretischen Problem, wann eine gegebene natürliche Zahl in eine Summe aus zwei Quadraten zerlegbar ist. Leibniz behandelt dieses von Ozanam an ihn herangetragene Problem in VII, 1 N. 78 u. 79 eingehender. Die Bedeutung des Problems hebt Leibniz in seinem Brief an Oldenburg vom 20. Mai 1675 hervor (vgl. III, 1 N. 51 S. 249). — Die Setzung  $x^2 + y^2 = ba$ , bei der Leibniz im vorliegenden Stück dreimal ansetzt, findet sich in VII, 1 N. 78 S. 539 Z. 16.

$$\text{Sit jam } x^2 \sqcap z^2 + \frac{6zc}{5} + \frac{9c^2}{25}. \text{ Unde } \frac{\frac{16}{25}c^2 - \frac{6}{5}zc - z^2}{+da}.$$

$$\frac{\frac{4}{5}c - \frac{6}{8}z}{\frac{8}{5}c}$$

Et fiet:  $\frac{36}{64}z^2 \sqcap ab - c^2$ , quod est nihil.  
+1

$$ab - x^2 \sqcap y^2, \text{ seu } da + c^2 - x^2 \sqcap y^2. \text{ Pone } da \sqcap ec \mp xe, \text{ et } y \sqcap \frac{fc \mp fx}{a}. \text{ Fiet } e + c \mp x \quad 5$$

$$\sqcap \frac{f^2c \mp f^2x}{a^2}. \quad \frac{aec \mp xea}{a} + c^2 \sqcap ab.$$

$$ea^2 + ca^2 \mp xa^2 \sqcap f^2c \mp f^2x \text{ seu } x \sqcap \frac{ea^2 + ca^2 - f^2c}{\mp a^2 \mp f^2} \sqcap \frac{-a^2b + ac^2 + aec}{\mp ea}.$$

---

4 *Hilfsrechnung:*  $\frac{36}{64}$   
 $\frac{64}{100}$

10

5 f. Pone  $da \sqcap (1) ec \mp xe$ , et  $y \sqcap \frac{ec \mp xe}{a}$ , *ändert Hrsg.* | et  $y \sqcap \frac{fc \mp fx}{a}$  fiet  $e + c \mp x$

$$\sqcap \frac{f^2c \mp f^2x}{a^2}. (a) ec \mp xe (b) \frac{aec \mp xea}{a} L$$

7  $f^2c \mp f^2x$  | *ändert Hrsg.* |  $f^2x$  seu  $x (1) \sqcap \frac{a^2b - c^2a - e}{c \mp x} \sqcap (2) \sqcap \frac{ea^2 + ca^2 - f^2c}{\mp a^2 \mp f^2} L$

## 55. PROPOSITIONES DE TRIANGULIS RECTANGULIS NUMERICIS

[12. – 31. Dezember 1675]

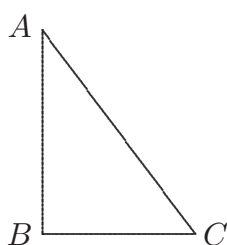
**Überlieferung:** *L* Konzept: LH 35 VIII 30 Bl. 51. 1 Bl. ca  $18,5 \times 9,7$  cm, an drei Seiten  
 beschnitten.  $1\frac{1}{3}$  S. 6 Z. auf Bl. 51 r<sup>o</sup>, 8 Z. auf Bl. 51 v<sup>o</sup>.  
 Cc 2, Nr. 00

5

Datierungsgründe: Die hier festgehaltenen Sätze entstammen teils Frénicles postum erschienenem *Traité des triangles rectangles en nombres*, teils knüpfen sie an dort formulierte Sätze an. Das Manuskript von Frénicles *Traité* bereitet Mariotte nach dessen Tod im Januar 1675 für den Druck vor, und er macht es Leibniz noch vor der Veröffentlichung zugänglich. Am 12. Dezember 1675 verwendet Leibniz Ergebnisse  
 10 hieraus, als er das ihm am Tag zuvor von Arnauld angetragene Problem behandelt, eine allgemeine Regel zu formulieren, mit der sich die pythagoreischen Tripel finden lassen (III, 1 N. 69). Zwei Teile dieser Studie betitelt Leibniz mit *De triangulo rectangulo numerico*, was den Bezug auf Frénicles Werk verdeutlicht. Das wesentliche Ergebnis der Studie findet sich direkt am Anfang unserer Notiz, diese ist also nach jener entstanden. Unsere Notiz steht auch mit fünf weiteren Stücken, die allesamt auf Dezember 1675 zu  
 15 datieren sind, in einem engen inhaltlichen Zusammenhang: Als Vorarbeiten zu III, 1 N. 69 sind die Stücke VII, 1 N. 81 u. 82 zu betrachten; insbesondere in N. 82 verwendet Leibniz eine Reihe an Definitionen und Sätzen aus dem *Traité*. Dem ersten der in unserer Notiz festgehaltenen vier Sätze widmet Leibniz zwei Beweisversuche (VII, 1 N. 83 u. 84). Den Ansatz zum zweiten der vier Sätze notiert Leibniz auch in einer gemeinsam mit Tschirnhaus angefertigten Gesprächsaufzeichnung (VII, 2 N. 61). Dort skizziert er zudem  
 20 ein rechtwinkliges Dreieck mit ganzzahligen Seitenlängen. Unsere Notiz stammt wohl aus derselben Phase wie diese fünf Stücke und dürfte daher noch im Dezember 1675 entstanden sein.

[Prop. I]

25



[Fig. 1]

$AB \sqcap b^2 - d^2$ .  $BC \sqcap 2bd$ .  $AC \sqcap b^2 + d^2$ . Latera  $\triangle^{\text{li}}$  Rectanguli numerici. Area Trianguli  $\triangle^{\text{li}}$  erit  $b^3d - bd^3$ . Ait Freniclus non posse aequari quadrato, et hanc aequationem  $b^3d - bd^3 \sqcap x^2$  esse in numeris impossibilem. Sit  $x \sqcap be + de$ , fiet:  $b^3d - bd^3 \sqcap b^2e^2 + 2bde^2 + d^2e^2$ , et dividendo utrobique per  $b+d$ , fiet aequatio haec:  $b^2d - bd^2 \sqcap e^2b + e^2d$ , aequatio impossibilis et  $b^2d - bd^2 \sqcap b+d$  aequatio rursus impossibilis in numeris.

23  $AB \dots b^2 + d^2$ : Dieses Bildungsgesetz für pythagoreische Tripel formuliert Leibniz in III, 1 N. 69 S. 324. 24 Freniclus: B. FRÉNICLE DE BESSY, *Traité des triangles rectangles en nombres*, 1676, prop. 39, S. 100–103 [Marg.]. Leibniz versucht sich in VII, 1 N. 83 u. 84 an einem Beweis des Satzes.

[Prop. II]

$$\begin{aligned}
 x^4 - y^4 &\sqcap \\
 x^2 - y^2 &\wedge x^2 + y^2 \\
 x - y &\wedge x + y, \wedge x^2 + y^2 \sqcap \text{quadrato}
 \end{aligned}$$

Impossibile est differentiam quadrato-quadratorum esse quadratum.

5

[Prop. III]

Impossibile est, si duo quadrati faciunt quadratum, illum quadratum junctum alterutri eorum facere rursus quadratum.

[Prop. IV]

Impossibile est trium quadratorum progressionis Arithmeticae differentiam esse quadratum. 10

---

7 f. *Darüber:* 16 + 9  $\sqcap$  25

10 f. *Darunter:* 1. 4. 9. 16.

$$\begin{array}{r|l}
 30 & 16 \\
 & 64 \\
 & \frac{10}{90}
 \end{array}$$

15

5 est (1) differentiarum (2) differentiam  $L$  7 si (1) qva (2) duo (a) quadrata (b) quadrati (aa) faciant (bb) faciunt  $L$

---

1 Prop. II: Der Satz entspricht der *conséquence* IV von prop. 39; *a. a. O.*, S. 108 f. Aus ihm lässt sich der Fall  $n = 4$  des Großen Fermatschen Satzes ableiten. Leibniz lässt hier lediglich Frénicles Angabe weg, dass das einfache Quadrat ungerade sein soll. — Vgl. auch die Gleichung  $y^4 - x^4 \sqcap z^2$ , die Leibniz in einer während eines Gesprächs mit Tschirnhaus entstandenen Aufzeichnung notiert (VII, 2 N. 61 S. 746 Z. 7). 6 Prop. III: Der Satz lässt sich leicht aus dem Bildungsgesetz pythagoreischer Tripel in S. 396 Z. 23 ableiten. 9 Prop. IV: Auch diese Aussage lässt sich aus prop. 39 ableiten. Sie ist äquivalent mit deren *conséquence* V; *a. a. O.*, S. 109.



56. MARGINALIE IN BERNARD FRÉNICLE DE BESSY, TRAITÉ DES  
TRIANGLES RECTANGLES EN NOMBRES  
[1676 (?)]

**Überlieferung:** *LiH* Marginalie in B. FRÉNICLE DE BESSY, *Traité des triangles rectangles en nombres*, Paris, 1676: HANNOVER *Leibniz-Bibl.* Nm–A 274.  
Cc 2, Nr. 00

Datierungsgründe: Bereits Ende 1675 befasst sich Leibniz mit dem noch ungedruckten Manuskript zu Frénicles *Traité*. Ein Resultat seiner Auseinandersetzung mit den hierin formulierten Ergebnissen ist N. 55. Nach Erscheinen des Buches 1676 und sicher, bevor er Paris im Oktober des Jahres verlässt, verschafft er sich ein eigenes Exemplar und bringt wohl bald darauf eine Randbemerkung an. — Der Text des Marginalienexemplars steht im Haupttext, die zugehörigen Seitenzahlen sind in eckigen Klammern vorangestellt. Die von Leibniz eingefügte Marginalie wird als Fußnote zu dem Text, auf den sie sich bezieht, wiedergegeben. In Leibniz' Exemplar findet sich auf S. 71 eine weitere Marginalie sowie eine handschriftliche Korrektur auf S. 76. Beide Zusätze stammen jedoch nicht von seiner Hand. Sie sind in gleicher Weise auch in einem anderen Exemplar (*Bibliothèque nationale de France, département Littérature et art*, V-18446; <http://catalogue.bnf.fr/ark:/12148/cb304637886>) angebracht worden; offenbar wurden sie vor dem Verkauf der Bücher vorgenommen. Sie werden daher nicht wiedergegeben.

[S. 6]

...

VIII.

Le quarré de la somme de deux nombres est égal au quarré de [S. 7] leur difference, et au quadruple du produit des mesmes nombres.

---

21 f. *Dazu am Rande:*  $x^2 + y^2 + 2xy$ ,  
 $x^2 + y^2 - 2xy$ ,

## 57. AD DAVENANTII PROBLEMA I

November 1676

**Überlieferung:** *L* Konzept: LBr. 695 (Oldenburg) Bl. 66. 1 Bl. ca 15 × 7 cm, mit geschwungenen Schnittkanten am linken und am unteren Rand. 1 S. auf Bl. 66 v<sup>o</sup>. Auf der Vorderseite III, 1 N. 94<sub>2</sub> und das später hinzugesetzte Datum *Novemb. 1676*.  
Cc 2, Nr. 00

5

Datierungsgründe: Auf der Vorderseite des Blattes findet sich ein Auszug aus Oldenburgs Korrespondenz, den Leibniz während seines zweiten Aufenthalts in London vom 18. bis 29. Oktober 1676 angefertigt hat und der sich insbesondere mit dem Davenantschen Problem befasst. Unter diesem Auszug hat Leibniz einen eigenen Lösungsansatz notiert (zusammen bilden sie III, 1 N. 94<sub>2</sub>). Unser auf der Rückseite niedergeschriebenes Stück befasst sich ebenfalls mit diesem Problem. Den Zettel hat Leibniz nachträglich auf November 1676 datiert. Das Datum ist wohl mit der gleichen Tinte geschrieben wie unser Stück. Es bezieht sich offensichtlich nicht auf den Briefauszug, sondern gehört zu Leibniz' eigenen Gedanken auf beiden Seiten des Blattes.

10

Novemb. 1676

15

Quatuor termini progressionis geometricae:  $a^3 \cdot a^2r \cdot ar^2 \cdot r^3 \sqcap \frac{a^4 - r^4}{a - r}$ .

Eorum quadratorum summa:  $a^6 + a^4r^2 + a^2r^4 + r^6 \sqcap q \sqcap \frac{a^8 - r^8}{a^2 - r^2}$ .<sup>(1)</sup>

Et summa cuborum:  $a^9 + a^6r^3 + r^9 \sqcap c \sqcap \frac{a^{12} - r^{12}}{a^3 - r^3}$ .<sup>(2)</sup>

15 Novemb. 1676 *erg. L auf Bl. 66 r<sup>o</sup>* 16 (1)  $a^5 + a^4r + a^3r^2$  (2)  $a^4 + a^3r + a^2r^2 + ar^3 + (a) ar^4$  (b)  $1r^4$  (3)  $a^3 + a^2r + ar^2 + r^3 \sqcap$  (4) *quatuor L*

16–18 Quatuor termini: Leibniz hält hier die Voraussetzungen des Davenantschen Problems fest; gesucht ist nun eine Gleichung, die  $r$  in Abhängigkeit von  $c$  und  $q$  ausdrückt. Durch Oldenburg hat er von diesem Problem erfahren (Oldenburg an Leibniz, 12. (22.) April 1675; III, 1 N. 49<sub>2</sub> S. 242) und sich bald darauf auch mit ihm befasst (VII, 1 N. 77 S. 537 f.; die S. 535 f. dieses Stückes hingegen stammen tatsächlich aus der Hannoverschen Zeit). Aus Oldenburgs Korrespondenz kann er im Oktober 1676 entnehmen, dass Baker das Problem erfolgreich behandelt hat. Leibniz erfährt hier aber nicht, dass es diesem gelungen ist, das Problem durch eine Gleichung siebten Grades (allerdings nicht in  $r$ , sondern in  $x := r + \frac{1}{r}$ ) zu beschreiben (vgl. III, 1 N. 94<sub>2</sub> S. 615, Erläuterung zu Z. 17–19). In seiner eigenen Überlegung zu dem Problem, die er dem Exzerpt aus Oldenburgs Brief anfügt, gelangt er über einen ersten Ansatz nicht hinaus. In unserem Stück, welches er auf der anderen Seite desselben Blattes niederschreibt, setzt er erneut an, wobei er den Quotienten der Reihe von  $r$  in  $\frac{r}{a}$  ändert.

Habemus aequationes duas:  $a^8 - r^8 \sqcap qa^2 - qr^2$ , et  $a^{12} - r^{12} \sqcap ca^3 - cr^3$ .

$$a^{12} - r^{12} \sqcap a^6 + r^6, \quad \overbrace{a^3 + r^3}^{a+r, a^2 - ar + r^2} \quad \overbrace{a^3 - r^3}^{a-r, a^2 + ar + r^2}$$

$$\overbrace{a^6 + r^6}^{a^4 - a^2 r^2 + r^4, a^2 + r^2} + \overbrace{a^2 r^2 a^2}^{(3)} \sqcap q \text{ ex 1}$$

$$\boxed{\frac{a^6}{r^6}} + a^3 r^3, \frown \frac{a^3}{r^3}, + a^3 r^3 \frac{a^3}{r^3} \sqcap c \text{ ex 2, seu } \frac{c}{\odot} \sqcap \frac{(5)}{\odot} a^3 + r^3 \text{ ex 4 explicata per 3.}$$

5 Ergo  $\frac{ca + cr}{\odot} \sqcap \frac{(6)}{\frac{a^4 + r^4}{q} + ar \frac{a^2}{r^2}} \text{ ex 5 ducta in } a + r.$

$$\text{Ergo } \frac{c}{\odot} \frown \underbrace{\frac{a^3 + r^3}{c}}_{\odot} \sqcap \frac{(7)}{\frac{q}{a^2 + r^2} + ar \frac{a^2}{r^2}} \frown \frac{a^2}{-ar} \text{ per 6 ductam in } a^2 - ar + r^2.$$

$$\text{Ergo ex 7 explicata per 5 fiet } \frac{c^2}{\odot^2} \sqcap q - \frac{[q]ar}{a^2 + r^2} + ar \frown \boxed{2} \frac{a^2}{r^2}, -a^2 r^2 \frac{a^2}{r^2}.$$

2 Daneben:  $a^3 + r^3$

4 Unter  $\boxed{\frac{a^6}{r^6}}$ :  $q - a^2 r^2 \frac{a^2}{r^2} \text{ ex 3}$

1 f.  $-cr^3$  (1)  $a^8 - r^8 \sqcap a^4 + r^4, a^2 + r^2, a + r, a - r \quad a^2 - r^2 \sqcap a + r, a - r \quad \text{Ergo}$

cq  $\sqcap \frac{\cancel{a^8 - r^8}, a^6 + r^6, \overline{a^2 + r^2 - a^2 r^2}, a^4 + r^4, +a^2 + r^2, a + r}{a^2 + ar + r^2} \text{ (2) } a^{12} L$

4  $+a^3 r^3$ ,: Der Summand  $+a^3 r^3$  ist eigentlich überflüssig. Wenn man ihn trotzdem setzt, muss auf der linken Seite von Gleichung (4) der Term  $a^3 r^3(a^3 + r^3)$  abgezogen, nicht addiert werden. Durch dieses Versehen ergibt sich ein falscher Wert für die im weiteren verwendete Größe  $\odot$ , welcher in Gleichung (9) sichtbar wird.

$\odot \quad \overset{(9)}{\sqcap} \quad 2a^3r^3 + q - \frac{a^2r^2a^2}{r^2}$ . Multiplicemus jam ipsam aeq. 6 per  $a^2 + r^2$  fiet  
 $\frac{c}{\odot}, \wedge \underbrace{a^3 + r^3}_{\frac{c}{\odot}} + ar \frac{a^2}{r^2} \,, \sqcap q, + ar, \frac{a^2}{r^2} \wedge \frac{a^2}{r^2}$ . Habebimus ergo duas aequationes  
 $\odot$   
 [Text bricht ab]

---

$2 + ar \frac{a^2}{r^2}$ : Der letzte Summand auf der linken Seite der Gleichung lautet richtig  $ar(a + r)$ .

## 58. AD DAVENANTII PROBLEMA II

[November 1676 (?)]

**Überlieferung:** *L* Konzept: LBr. 695 (Oldenburg) Bl. 67. 1 Bl. ca  $15 \times 9$  cm, mit geschwungenen Schnittkanten am rechten und oberen Rand. 1 S. auf Bl. 67 r<sup>o</sup>, Rückseite leer. —  
 5 Das Stück setzt mitten im Text ein, sein Anfang konnte nicht ermittelt werden.  
 Cc 2, Nr. 1040

Datierungsgründe: Das Stück behandelt dasselbe Problem wie N. 57 und ist auf Papier gleicher Qualität und ähnlichen Zuschnittes geschrieben; es dürfte ungefähr gleichzeitig mit jenem Stück anzusetzen sein.

10 Tres aequationes:

$$2z\omega^2 + q \sqcap z.$$

$$\left[ q + \omega z - \omega q - \omega^2 z \sqcap \frac{4c^2}{h} \sqcap \frac{z+q}{2} + \omega z - \omega q \right] \text{ seu } 4c^2 \sqcap hz + hq + 2h\omega z - 2h\omega q.$$

$\frac{z-q}{2}$

$$h \sqcap 9q^2 - 6qz + z^2.$$

Assumantur tres aliae literae, *l. m. n.* et fiat:

15  $z \sqcap dl + sm + tn$  et  $h \sqcap fl + gm + \varphi n$  et  $\omega \sqcap \alpha l + \varepsilon m + wn$ .

|                               |   |
|-------------------------------|---|
| $z^2 \sqcap d^2 l^2 + 2ds lm$ | $\omega^2 \sqcap \alpha^2 l^2 + 2\alpha \varepsilon lm$ |
| $s^2 m^2 \quad dt ln$         | $\varepsilon^2 m^2 \quad \alpha w ln$                   |
| $t^2 n^2 \quad st mn$         | $w^2 n^2 \quad \varepsilon w mn$                        |

10–13 Tres aequationes: Wie Leibniz an dieses Gleichungssystem gelangt, ist nicht bekannt. Tatsächlich behandelt es das Davenantsche Problem, bei dem die vier aufeinander folgenden Glieder  $a$ ,  $ar$ ,  $ar^2$  und  $ar^3$  einer geometrischen Folge, die Summe ihrer Quadrate  $q$  und die ihrer Kuben  $c$  gegeben sind und eine möglichst einfache Gleichung für den Zusammenhang zwischen  $r$ ,  $q$  und  $c$  gesucht wird. Sowohl über  $q$  als auch über  $c$  lässt sich  $a^6$  bestimmen; setzt man die erhaltenen Werte gleich, gelangt man zur Ausgangsgleichung  $c^2(1+r^2+r^4+r^6)^3 = q^3(1+r^3+r^6+r^9)^2$ . Wenn man nun im obigen Gleichungssystem aus der zweiten Gleichung mittels der beiden anderen Gleichungen  $h$  und  $z$  eliminiert und  $\frac{1}{\omega}$  durch  $r + \frac{1}{r}$  substituiert, kann die so erhaltene Gleichung schrittweise in die angegebene Ausgangsgleichung umgeformt werden. 12  $q + \dots - 2h\omega q$ : Bei der ersten Umformung der zweiten Gleichung unterläuft Leibniz ein Vorzeichenfehler, bei der zweiten multipliziert er die beiden Seiten der Gleichung mit unterschiedlichen Faktoren. Die korrekt umgeformte Gleichung lautet  $8c^2 = 3hq - hz + 2h\omega z - 2h\omega q$ .

$$\frac{hz \sqcap dl + sm + tn}{fl + gm + \varphi n}$$

$$\begin{array}{ll} s\varphi mn & t\varphi n^2 \\ tg \cdot \cdot & sgm^2 \\ dg lm & df l^2 \\ sf \cdot \cdot & \\ d\varphi ln & \\ tf \cdot \cdot & \end{array}$$

$$\overbrace{h\omega}^{\sqcap}$$

$$\begin{array}{ll} \varepsilon\varphi mn + w\varphi n^2 & \\ wg \cdot \cdot & \varepsilon g m^2 \\ \alpha g lm & \alpha f l^2 \\ \varepsilon f \cdot \cdot & \\ \alpha\varphi ln & \\ wf \cdot \cdot & \end{array}$$

5

$$\begin{aligned} z\omega^2 \sqcap d\alpha^2 l^3 + s\alpha^2 l^2 m + t\alpha^2 l^2 n + t\varepsilon^2 m^2 n \\ s\varepsilon^2 m^3 \cdot 2 d\alpha\varepsilon \cdot \cdot \cdot 2 d\alpha w \cdot \cdot \cdot [2] s\varepsilon w \cdot \cdot \cdot \left\{ \begin{array}{l} 2 t\alpha\varepsilon lmn \\ 2 s\alpha w \\ 2 d\varepsilon w \end{array} \right. \end{aligned} \quad 10$$

$$\begin{aligned} h\omega z \sqcap df\alpha l^3 + df\varepsilon l^2 m + sg\alpha lm^2 + dfwl^2 n + t\varphi\alpha ln^2 + sgwm^2 n + t\varphi\varepsilon mn^2 + dgwlmn \\ \begin{array}{llllllll} sg\varepsilon m^3 & dg\alpha & sf\varepsilon & d\varphi\alpha & tfw & s\varphi\varepsilon & tgw & d\varphi\varepsilon \\ t\varphi wn^3 & sf\alpha & dg\varepsilon & tf\alpha & d\varphi w & tg\varepsilon & s\varphi w & sfw \end{array} \\ s\varphi\alpha \\ tf\varepsilon \\ tg\alpha \end{aligned} \quad 15$$

Video in quo peccaverim; debebam scilicet adscribere cuilibet aliam pro arbitrio literam, ut  $z \sqcap dl + sm + tn + i\omega$ , et  $h \sqcap fl + gm + \varphi n + i\theta$ , et  $\omega \sqcap \alpha l + \varepsilon m + wn + iH$ . Quae 20  
literae  $\omega$ .  $\theta$ .  $H$ . omitti possunt cum omnes incognitae aequae alte assurgant. Posset etiam semel in universum institui calculus, quo quaelibet duae aequationes in alias incognitarum se similiter habentium transformentur, item quaelibet tres.

15 tge | sge ändert Hrsg. | sfw L



NACHTRÄGE ZU  
ALGEBRAISCHEN STUDIEN  
(Band 1 und 2)





## 59. DE AEQUATIONE QUADRATICA

[Frühjahr 1673]

**Überlieferung:** *L* Konzept: LH 35 XIV 2 Bl. 76–77. 1 Bog. 2<sup>o</sup>. 2 S. zweispaltig beschrieben.  
Textfolge Bl. 76 r<sup>o</sup>, 77 v<sup>o</sup>. Rest des Bogens leer.  
Cc 2, Nr. 849<sub>1</sub>

5

Datierungsgründe: Das Wasserzeichen des Papiers ist für das Frühjahr 1673 und von Herbst 1674 bis Frühjahr 1675 belegt. In den Jahren 1673 – 1675 verwendet Leibniz das Gleichheitszeichen = bis Mitte 1674, *Rq* als Quadratwurzelzeichen bis Herbst 1673. Das vorliegende Stück wird durch VII, 2 N. 1 fortgesetzt.

Des Cartes *Geom.* lib. 1. lit. K. pag. 6. edit. 1659.

10

Si habeatur aequatio:  $z^2 = az + b^2$ . ut inveniam  $z$ . facio Triangulum rectangulum  $NLM$ . cujus unum latus  $LM$ . sit aequale  $b$ . radici videlicet  $\square^{\text{tae}}$  quantitatis cognitae  $b^2$  alterum autem latus  $LN$ . =  $\frac{1}{2}a$ . Deinde producta  $MN$ . base ejusdem Trianguli usque ad

$O$ . ita ut  $NO$  sit aequalis  $NL$ . erit tota  $OM = z$ . Ergo:  $z = \frac{1}{2}a + \sqrt{\frac{1}{4}a^2 + b^2}$ . Quodsi

---

10 *Darüber:* NB. *Transact. Phil.* num. 64 et num. 63 ubi de lib. Slus. et Ferguson 15  
num. 49.

---

10 Des Cartes: Vgl. R. DESCARTES, *Geometria*, 1659, DGS I S. 6 f. 15 f. *Transact.* ... num. 49: Gemeint sind *An Account of two Books. I. Renati Franc. Slusii Mesolabum*. In: *Philosophical Transactions* IV, Nr. 45 vom 25. März/4. April 1669, S. 903–912; J. COLLINS, *An Account, Concerning the Resolution of Equations in Numbers*. In: *Philosophical Transactions* IV, Nr. 46 vom 12./22. April 1669, S. 929–934; *An Accompt of some Books. III. Labyrinthus algebrae, Auth. Joh. Jac. Ferguson*. In: *Philosophical Transactions* IV, Nr. 49 vom 19./29. Juli 1669, S. 996–999.



Si circulus centrum habens in puncto  $N$ . transiensque per punctum  $L$ . non secet nec tangat rectam  $MQR$ ; nullam aequatio radicem admittet, seu problema erit impossibile. Possunt autem hae radices infinitis ferme aliis modis inveniri, sed hae sunt simplicissimae.

Beaunius ad hoc locum duplices annotat demonstrationes, alteras Geometricas, alteras Algebraicas. Missis *Geometricis*, Algebraicam consideremus.  $z = \frac{1}{2}a +$  5

$\sqrt{\frac{1}{4}a^2 + b^2}$  ita demonstrat: Ergo  $\sqrt{\frac{1}{4}a^2 + b^2} = z - \frac{1}{2}a$ . Et eorum  $\square^{\text{ta}}$ .  $z^2 - az + \frac{1}{4}a^2 =$   
 $\frac{1}{4}a^2 + b^2$ . Ergo  $z^{[2]} = b^2 + az$ . Ita demonstrabitur  $y = -\frac{1}{2}a + \sqrt{\frac{1}{4}a^2 + b^2}$ . Nam ideo

$y + \frac{1}{2}a = \sqrt{\frac{1}{4}a^2 + b^2}$ . Et horum  $\square^{\text{ta}}$   $y^2 + ay + \frac{1}{4}a^2 = \frac{1}{4}a^2 + b^2$ . Ergo  $y^2 = -ay + b^2$ .

Ita demonstrabitur  $z = \frac{1}{2}a + \sqrt{\frac{1}{4}a^2 - b^2}$ . Ergo:  $z - \frac{1}{2}a = \sqrt{\frac{1}{4}a^2 - b^2}$ . Ergo horum

$\square$ .  $z^2 - az + \frac{1}{4}a^2 = \frac{1}{4}a^2 - b^2$ . Ergo  $z^{[2]} = az - b^2$ . Ita demonstrabitur quoque ul- 10

timus modus tertii casus  $z = \frac{1}{2}a - \sqrt{\frac{1}{4}a^2 - b^2}$ . Ergo  $\frac{1}{2}a - z = \sqrt{\frac{1}{4}a^2 - b^2}$ . Et  $\square^{\text{ta}}$

$\frac{1}{4}a^2 - az + z^2 = \frac{1}{4}a^2 - b^2$ . Ergo  $z^2 = az - b^2$ .

Tota inventi ratio eo nititur, ut statuendo incognitos in eodem loco, adscriptoque aliquo cognito posset extrahi Radix. Cum nec Cartesius nec alii dicant hanc aequationes reducendi Methodum ab ipso inventam, nec ego id dicere ausim. Est tum utique sum- 15  
 mae utilitatis Beaunii demonstratio contraria forma resoluta, monstrat inventi modum. Sed hoc notabile est, quod ex ipsius Cartesii lib. 3. p. 69. annotat Schotenius, eandem aequationem  $z^2 = az + b^2$  aliam quoque habere Radicem, minorem quam nihil, nempe

loco  $z = \frac{1}{2}a + \sqrt{\frac{1}{4}a^2 + b^2}$  hanc  $z = \frac{1}{2}a - \sqrt{\frac{1}{4}a^2 + b^2}$ . Quod eodem modo demonstratur.

4 ad (1) hunc Cartesii *nicht gestr.* (2) hoc locum (a) duas (b) duplices  $L$

---

4 annotat: Fl. de BEAUNE, *Notae breves*, 1659, *DGS* I S. 112–114. 17 annotat: Fr. van SCHOOTEN, *Commentarii*, 1659, *DGS* I S. 162 f. u. 281–283.

$z - \frac{1}{2}a = \sqrt{\frac{1}{4}a^2 + b^2}$ . Ergo  $\square =$  sunt:  $z^2 + \cancel{\frac{1}{4}a^2} - az = -\cancel{\frac{1}{4}a^2} + b^2$ . Hic quaestio oritur  
 an jam cum Schotenio istud  $-\frac{1}{4}a^2 + b^2$ , ubi videtur totum  $\frac{1}{4}a^2 + b^2$  esse – seu adimi  
 debere nihilo, possit concipi, ut  $b^2 - \frac{1}{4}a^2$ . Quae quaestio ad aliam redit, an radice nihilo  
 minoris quadratum possit esse aliquid. Rem in numeris experiamur, si  $2 - 4 = 0 - 2$ .  
 5 ducas in se habebis priore modo  $4 + 16 - 16 = 4$ . perinde ac si multiplicasses  $4 - 2$ . Si 0.  
 adhibeas habebis:  $0^2 + 4 - 4 = 0$ . en ergo 4. Loco numeri ergo nihilo minoris intelligenda  
 ejus inversa. Sed haec innituntur isti regulae  $- \wedge - = +$ .  $0 - 4 = 0 - 3 = 12$ . Nota  
 cum dicitur  $z = \frac{1}{2}a - \sqrt{\frac{1}{4}a^2 + b^2}$  cum  $z$ . sit minor 0. ideo  $0 - z = \sqrt{\frac{1}{4}a^2 + b^2} - \frac{1}{2}a =$   
 aliquid. Et ideo  $0 - z$  (etc.) non est semper numerus nihilo minor, si scilicet ipse  $z$ .  
 10 sit nihilo minor. Eodem modo Schotenus admonet  $y^2 = -ay + b^2$ . habere non tantum  
 radicem  $y = -\frac{1}{2}a + \sqrt{\frac{1}{4}a^2 + b^2}$ . sed et pro  $+\sqrt{\phantom{x}}$ . ponendo  $-\sqrt{\phantom{x}}$ . radicem falsam. Idem  
 in  $z = \frac{1}{2}a + \sqrt{\frac{1}{4}a^2 - b^2}$ . et aliis Schotenus non dicit, sed videtur subintelligi posse,

---

4-7 *Nebenbetrachtung: NB.* additio numeri nihilo minoris est subtractio, et sub-  
 tractio ejus additio, alterius numeri nihilo majoris.

$1 + b^2$ . (1) Ergo  $\square$ .  $z^2 + \cancel{\frac{1}{4}a^2} - \frac{1}{2}az = -\cancel{\frac{1}{4}a^2} + b^2$ . Ergo  $z^2 - az = -b^2$ . Ergo  $z = -b^2 + az$ .  
 Ergo ergo ex demonstratione ista reperi errasse Schotenus, non enim oritur ut ipse ait (2) Ergo  $L$   
 4 experiamur, (1) esto  $z = \frac{1}{2}a - \sqrt{\frac{1}{4}a^2 + b^2}$  (a) esto 1 et b esto: (2).  $\frac{1}{2} - \sqrt{\frac{1}{4} + \frac{16}{4}}$ . Ergo  $z = \frac{2}{4} - (a)$   
 $\frac{17}{4} = (0 - \frac{15}{4})$  (b) Rq  $\frac{17}{4}$  Ergo  $z - \frac{1}{2}a = -\sqrt{\frac{1}{4}a^2 + b^2} + \frac{2}{4} - \text{Rq } \frac{17}{4} - \frac{2}{4} = -\text{Rq } \frac{17}{4}$ . Ergo  $\square^{\text{ta}}$  eorum  
 $z^2 + \frac{1}{4}a^2 - az = -\frac{1}{4}a^2 + b^2$ ,  $+\frac{1}{4} + \frac{16}{4}$ ,  $+\frac{1}{4} - \frac{2}{4} - \text{Rq } \frac{17}{4} = (2)$  si  $L$

---

1  $\square =$  sunt: Leibniz erkennt zunächst nicht, dass das Minuszeichen durch das Quadrieren wegfällt,  
 und vermutet einen Fehler bei Schooten. Kurz danach erkennt er seinen Irrtum, korrigiert aber den Text  
 nicht durchgehend.

etsi hoc ille non innuat. Notat Cartesius eodem modo si has aequationes habeas:  $x^4 = -ax^2 + b^2$  tunc  $x = \sqrt{-\frac{1}{2}a + \sqrt{\frac{1}{4}a^2 + b^2}}$ . Addit Schoten: Si sit  $z^4 = az^2 + b^2$  fore  $z = \sqrt{\frac{1}{2}a + \sqrt{\frac{1}{4}a^2 + b^2}}$ . Item si sit  $z^4 = az^2 - b^2$ . fore  $z = \sqrt{\frac{1}{2}a + \sqrt{\frac{1}{4}a^2 - b^2}}$ . Radix ex  $z^4 - az^2 + \frac{1}{4}a^2 = \frac{1}{2}a - z^2$ .

Schoten ad Cartes. lib. 1. lit. M. p. 164. Quoties in problemate Geometrico determinata est unitas, seu linea quaedam quae pro unitate habetur, tunc radicem quadratam extrahere ex linea quadam, est invenire mediam proportionalem inter ipsam et unitatem. (+ Addo 1 — 2 — 3 — (6)[+]). Multiplicare lineam per lineam eo casu est invenire quartam proportionalem quae ita sit ad secundam, uti tertia ad primam, vel quae ita sit ad secundam, ut prima ad tertiam, ac proinde invenienda est linea, quae ita est ad unam datarum, ut altera datarum est ad unitatem. Dividere lineam per lineam est 3 — 6 — 1 — (2) itidem invenire quartam proportionalem, 6 — 3 — 1 —  $\left(\frac{1}{2}\right)$  seu invenire lineam quae ita sit ad unitatem, ut duae datae sunt inter se. Et haec linea quaesita repraesentat duarum linearum rationem. [:]) Quotiescunque in problemate geometrico eadem quantitas ex partibus inaequalium dimensionum componitur, toties necesse est unitatem esse datam; alioquin problema non est Geometricum, sed in Numeris solvendum. Data unitate dimensio minor supponenda multiplicari per unitatem, ut aequetur majori. (: Si unitas data non est tunc multiplicatione linearum et augetur dimensio, divisione et radicum extractione minuitur, ratio est, quia pro unitate supponitur Quadratillum vel Cubulus minor qualibet dabili. :) Caeterum si nobis data sit aequatio Geometrica in qua unitas in linea quadam data est, multiplicatio ista divisioque et differenda est, dum absoluta sit aequationis politura seu reductio. Et reductio facienda est, quasi problema esset in Numeris, facta politura, fiant multiplicationes divisionesque etc. [per] 1 ut adhibita data unitate.

1 Cartesius (1) idem esse, si loco (a)  $z = (b) z^2 = az + b^2$ . intelligas  $z^4 = az^2 + b^4$ . fieri enim

$$z = \sqrt{\frac{1}{2}a + \sqrt{\frac{1}{4}a^2 + b^2}} \quad (aa) \quad \text{Et si } y \quad (bb) \quad \text{Et si } x^4 = -a \quad (2) \quad \text{eodem } L$$

Schoten ad Cartes. lib. 1. lit. M. p. 164. *Geom.*

In aequatione data  $z^2 = az - b^2$ . necesse est  $b$  non esse majus quam  $\frac{1}{2}a$ . alioquin  
 aequatio est impossibilis. Debet enim  $b^2$  subtrahi ex  $\frac{1}{4}a^2$ . Sed cum sit  $z^2 - az = -b^2$ .  
 seu  $az - z^2 = b^2$ . et fiat:  $z^2 - az + \frac{1}{4}a^2 = b^2 + \frac{1}{4}a^2$  non video quid coegerit Schotenum  
 5 dicere  $b^2$  subtrahi debere ex  $\frac{1}{4}a^2$ . cum addantur potius sibi. Idem in numeris experiamur.  
 $a$  esto 6.  $b$  esto 4. patet  $b$  esse majus quam  $\frac{1}{2}a$ . Quaeritur  $z$ . Cum  $z$ . sit  $Rq \sqrt{b^2 + \frac{1}{4}a^2} + a$ .  
 $b^2 = 16$ .  $\frac{1}{4}a^2 = 9$ .  $a = 6$ . Ergo  $Rq \sqrt{b^2 + \frac{1}{4}a^2} + a$

$$Rq \sqrt{16 + 9} = 5 + 6 = 11.$$

Sed hoc absurdum. Ratio est quod non dicendum  $z = Rq \sqrt{b^2 + \frac{1}{4}a^2} + a$ . quasi fuisset  
 10 initio quidem  $z - a$ . Nam quid in eodem jure dici potuisset  $a - z$ . Utrum ergo eligi debeat  
 ex aequatione determinandum, et aequatio data monstrat  $a$  esse majus quam  $z$ . quoties  $b$

4f. *Dazu:* Recte Schotenius. Vide sequentem plagulam. NB.

1 Schoten ... *Geom. erg. L* 3  $\frac{1}{4}a^2$ . (1) Cum fiat  $z^2 + az - \frac{1}{4}a^2 = b^2 - \frac{1}{4}a^2$  (2) sed (3)  
 sed  $L$  6f.  $+a$ . (1) Erit  $6 + Rq$  (2) Erit  $6 + (Rq \sqrt{16 + 9}) = 5$ . Ergo  $z$  erit 11. probemus (aa)  
 $z^2 = b^2$  (bb)  $z^2 = az - b^2$ . (b)  $4 + 9 = Rq 13$ .  $z = Rq 13 + 6$ . Ergo  $z^2 = 13 + 36 + Rq 156$  (12) Ergo  
 $z^2 = az - b^2$  (3)  $b^2 = 16$   $L$  10  $z - a$ . (1) sed intelligi debet (2) Nam  $L$  11  $qvam$   
 61 36 + 21 circiter 36  
 circiter  $\sqrt{\quad}$   
 57c.  
 $z$ . (1) est enim  $z^2 = az - b^2$  (2) quoties  $L$

4 fiat: Auf der rechten Seite der folgenden Gleichung müsste  $-b^2$  stehen. Leibniz glaubt zunächst  
 irrtümlich an einen Fehler bei Schooten, erkennt aber später seinen Irrtum und merkt dies an. Im  
 Folgenden beeinträchtigen weitere Versehen die Rechnungen.  $6 + a$ : Richtig wäre  $\frac{1}{2}a$ . Der Fehler  
 pflanzt sich fort. 12 sequentem plagulam: VII, 2 N. 1.

est majus quam  $\frac{1}{2}a$ . Quod quaeremus ex ipsa aequatione. Necessaria enim ista inquisitio est, ad extrahendas radices ex Apotomis.  $z = az - b^2$ . Jam  $z$  supponitur esse quantitas nihilo major, ergo  $az$  est majus quam  $b^2$ . Ergo  $az = b^2 + bx$ . Ergo  $\frac{az}{b} = b + x$ . Ergo  $\frac{az}{b} - b = x$ . seu  $\frac{az - b^2}{b} = x$ . Jam supponitur  $a$  majus quam  $b$ . seu  $b + y = a$ . Erit  $\frac{bz + yz - b^2}{b} = x$ . seu  $bz + yz - b^2 = xb$ . vel  $bz + yz = xb + b^2$ . vel  $z = \frac{xb + b^2}{b + y}$ . Sed

5

quaerenda est brevior via.

$$z^2 = az - b^2. \text{ Ergo } z = Rq_{\downarrow} az - b^2_{\downarrow}.$$

$$z^2 + b^2 = az. \quad z^2 + b^2 + 2zb = az + 2zb.$$

$$z + b = Rq_{\downarrow} az + 2zb_{\downarrow}.$$

$$\text{Item: } z^{[2]} + 2az + a^2 = 3az + a^2 - b^2.$$

10

$$\text{Ergo } z + a = Rq_{\downarrow} 3az + a^2 - b^2_{\downarrow}.$$

$$\text{Similiter } 2az + b^2 + a^2 = z^2 + 2b^2 + az.$$

$$\text{Ergo } a + b = Rq_{\downarrow} z^2 + 2b^2 + az_{\downarrow}.$$

Sed jam quaeramus  $a - b$ . quoniam  $a$  supposuimus majus quam  $b$ . et videamus qualia caetera futura sint. Id ita fiet:

15

$$z^2 + b^2 + a^2 - 2ab = az - \cancel{b^2} + \cancel{b^2} + a^2 - 2ab. \text{ Ergo}$$

$$b^2 + a^2 - 2ab = az - \cancel{b^2} + \cancel{b^2} + a^2 - 2ab - z^2. \text{ Ergo cumque } a \text{ sit majus ex hypothesi}$$

pro eo supponamus  $b + c$ . Ergo erit

$$\cancel{b^2} + \cancel{b^2} + c^2 + \cancel{2cb} - \cancel{2b^2} - \cancel{2bc} = bz + cz + \cancel{2b^2} + \cancel{2c^2} + 4cb - \cancel{2b^2} - \cancel{2bc} - z^2.$$

$$\text{Ergo } c = Rq_{\downarrow} bz + cz + 4cb - z^2_{\downarrow}.$$

20

$$\text{Ergo } c^2 + z^2 = bz + cz + 4cb.$$

$$c^2 = bz + cz + 4cb - z^2.$$

$$\text{Ergo } z^2 = bz + cz + 4cb - c^2.$$

$$4 \text{ seu } (1) a + y = b. \text{ erit } \frac{az + yz - b^2}{b} = x \quad (2) b + y = a \quad L \quad 7 \text{ Ergo } |z^2 \text{ ändert Hrsg.}| = Rq \quad L$$

11 f.  $z + a = Rq_{\downarrow} 3az + a^2 - b^2_{\downarrow}$  (1) Similiter  $z + b^2 + 2zb = az + 2zb$  Ergo  $z -$  (2) Similiter  $L$  14 jam (1) constituamus  $a -$  (2) quaeramus  $L$

---

2  $z = az - b^2$ : Leibniz weicht ab von der Anfangsgleichung  $z = az - b^2$ , zu der er ab Z. 7 zurückkehrt.  
 12 Similiter: Auf der rechten Seite der Gleichung fehlt der Term  $+a^2$ , die anschließende Folgerung ist nicht richtig.  
 18 Ergo erit: Die folgenden Umformungen sind fehlerhaft.



$$\text{Ergo } \frac{z^2}{z} = z = b + c + \frac{4cb}{z} - \frac{c^2}{b}.$$

Ergo si  $a$  est majus quam  $b$ . tunc  $z$ . est majus quam  $b$ . item majus quam  $c$ . Restat inquirendum an sit majus quam  $b + c = a$ . Quod sciemus si determinabimus utrum majus

$$\text{sit } \frac{4cb}{z} \text{ an } \frac{c^{[2]}}{b}. \frac{4cb}{z} \times \frac{c^2}{b} = \dots \frac{4cb^2 - c^2z}{zb}. 4cb^2 \text{ etc.} = c^2z \text{ etc. Ergo } \cancel{4b^2} \frac{\text{etc.}}{c^4} = \frac{cz}{4} \frac{\text{etc.}}{c^4}.$$

$$5 \quad \text{Ergo } b = \frac{Rq \, cz}{2}. \text{ Ergo } c^2 = z \sim \frac{Rq \, cz}{4} + cz + 4c Rq \frac{cz}{2} - z^2. c^2 = \frac{Rq \, z^3 c}{2} + cz + \frac{Rq \, 16c^3 z}{2} - z^2.$$

$$c^4 + z^4 + \mathbf{2} z^2 c^2 = \frac{z^3 c}{2} + \cancel{c^2 z^2} + \frac{8c^3 z}{\mathbf{2}}. \text{ Nondum Exitum reperio. Per numeros manifestum}$$

est  $z$ . non esse majus quam  $a$ . sed contra dicendum  $a - z = Rq \, \lceil b^2 + \frac{1}{4} a^2 \rceil = 5$ . Ita enim

$$6 \quad a = 5 + z. \text{ Ergo } a - 5 = z. \text{ Ergo } z = 1.$$

---


$$4 \quad \text{Nebenrechnung: } \frac{4cb^2 - c^2z}{zb}$$

$$10 \quad 8 \quad \text{Darunter: Vide seq.}$$

$$\begin{aligned} 3 \quad b + c = a. \quad (1) \text{ Redeamus ad initia. } z^2 = az - b^2. \text{ si } a = b. \text{ Ergo } z^2 = bz - b^2. \text{ Ergo } z^2 + b^2 + (2) \\ \text{Qvod } L \quad 8 \quad z = 1. \mid (1) \, z = (2) \, z^2 = az - b^2 \text{ Male calcularam initio } (3) \frac{aa + 4zz = 4az}{6 \quad 16} \quad 4az - aa = 4a \\ \wedge z - a \quad 4zz \quad 4az - \text{gestr.} \mid L \end{aligned}$$

---

6  $c^4 + z^4 + \mathbf{2} z^2 c^2$ : Leibniz unterlaufen beim Quadrieren Flüchtigkeitsfehler. Er versucht eine numerische Probe. 10 Vide seq.: Leibniz setzt die Untersuchung in VII, 2 N. 1 fort.

## 60. EXEMPLA AEQUATIONIS QUADRATICAE ET BIQUADRATICAE

[10.–11. Oktober 1675]

**Überlieferung:** *L* Konzept: LH 35 XIII 1 Bl. 408–409. Rest eines Bog. 2<sup>o</sup>: Von Bl. 408 fehlt oben ein Ausschnitt von ca  $20 \times 18,5$  cm, im unteren Drittel ein Streifen von ca  $17,5 \times 1,5$  cm; von Bl. 409 fehlt unten ein Streifen von ca  $19,5 \times 4$  cm. 9 Z. gegenläufig auf Bl. 408 v<sup>o</sup>. Die ersten 8 Zeilen sind vom Schluss des Textes von VII, 7 N. 55 überschrieben, die Zahlenbeispiele am Ende von Z. 21 befinden sich unterhalb des herausgeschnittenen Streifens. — Auf dem Rest des Trägers N. 27 sowie VII, 5 N. 33; VII, 6 N. 10; VII, 7 N. 55. Cc 2, Nr. 00

Datierungsgründe: Beim vorliegenden Stück handelt es sich um Notizen, die Leibniz vor N. 27 und vor VII, 7 N. 55 verfasste. Sie sind dem Duktus nach vermutlich zusammen mit den Aufzeichnungen von VII, 6 N. 10 entstanden, die wahrscheinlich nach VII, 5 N. 32 vom 10. Oktober 1675 und vor dem auf den 11. Oktober 1675 datierten VII, 5 N. 33 verfasst sind. Möglicherweise besteht ein inhaltlicher Zusammenhang zu Gesprächsnotizen von Leibniz und Tschirnhaus (vgl. VII, 2 N. 55 S. 715).

$$x^4 \boxed{+px^3} + qx^2 + rx + s \sqcap 0.$$

$$\begin{array}{r} x - 3 \sqcap 0 \\ x + 4 \sqcap 0 \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{r} x - 3 \sqcap 0 \\ x + 4 \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{r} x + 4 \\ x + 4 \sqcap 0 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} x + b \\ x + c \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{r} x^2 - 3x \\ + 4x - 12 \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{r} x^2 + 1x \sqcap 12 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} x^2 + bx \\ + c \bullet + bc \end{array} \quad \begin{array}{r} \langle 9 \rangle + 3 - 12 \sqcap 0 \end{array} \quad \begin{array}{r} \frac{x+1}{\langle 1 \rangle} \sqcap \frac{12}{x} \end{array} \quad \begin{array}{r} \frac{-4+1 \sqcap -3}{1} \sqcap \frac{12}{-4} \end{array} \quad \begin{array}{r} \frac{3+1}{1} \sqcap \frac{12}{3} \end{array}$$

15 *Darüber:*  $p \sqcap s \sqcap -10$

## 61. ÜBERLEGUNG ZU BINOMISCHEN AUSDRÜCKEN

[November 1675]

**Überlieferung:** *L* Konzept: LH 35 VIII 30 Bl. 46. 1 Bl. ca 19,5 × 10,8 cm, rechts unregelmäßig, unten leicht geschwungen beschnitten. 1 S. auf Bl. 46 v<sup>o</sup>. Die Schnitte verlaufen zum Teil durch die Rechnungen. — Auf der Vorderseite VII, 7 N. 58.  
Cc 2, Nr. 1134 tlw.

Datierungsgründe: Das auf der Vorderseite niedergeschriebene Stück *Imaginarie usus ad comparisonem circuli et hyperbolae* (VII, 7 N. 58) trägt das Datum 29. November 1675.

$$x^3 \sqcap 3a^2b + 3ab^2 + a^3 + b^3$$

$$x^2 \sqcap a^2 + 2ab + b^2$$

$$x \sqcap a + b$$

$$\frac{x^3 \sqcap \frac{3a^2b + 3ab^2 + a^3 + b^3}{\langle a^2 + 2ab \rangle + b^2}}{\langle x^2 \rangle} \sqcap 3b + \frac{\overline{-3ab^2 + a^3 \sqcap \odot} - 2b^3}{a^2 + 2ab + b^2 \sqcap x^2}, \wedge x^2 \sqcap x^3$$

$$\underbrace{3bx^2 - 3ab^2 + a^3 \sqcap x^{(3)} - 2b^3}_{\langle \sqcap \odot \rangle}$$

12 „ $\wedge x^2$ “: Leibniz rechnet fortlaufend. 14  $\sqcap \odot$ : Der unterhalb der geschweiften Klammer liegende Teil der Betrachtung ist abgeschnitten.

## 62. NOTAE AD TRIANGULA NUMERORUM ET AD ALGEBRAM

[Erste Hälfte Mai 1676]

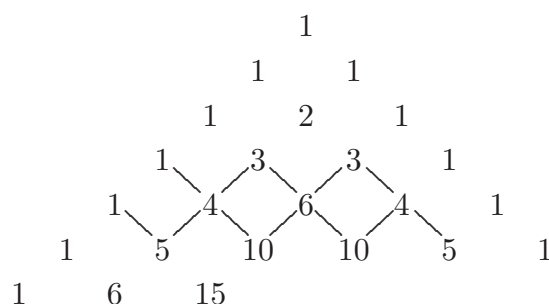
**Überlieferung:** *LuT* Aufzeichnung (Tschirnhaus für Leibniz mit Bemerkungen von Leibniz):LH 35 XV 5 Bl. 16. 1 Bl. 2<sup>o</sup>. 1 S. auf Bl. 16 v<sup>o</sup>. — Auf Bl. 16 r<sup>o</sup> Leibniz' eigenhändiger Auszug seines Briefes an H. Bond vom 13. Mai 1676 (II, 1 N. 127 bzw. III, 1 N. 80<sub>2</sub>).

5

Cc 2, Nr. 1418

Datierungsgründe: Die Anordnung der beiden Stücke lässt vermuten, dass das vorliegende Stück zuerst auf dem Blatt gestanden hat. Es dürfte aber nicht wesentlich früher als der Auszug anzusetzen sein. Der Brief an H. Bond war bereits am 18. Mai 1676 in London (s. III, 1 S. 374), woraus sich die Datierung ergibt.

10

[*Erster Teil*][*Tschirnhaus*]

15

0 1 2 3 4 5 6 7

20

1 3 5 7 9

2 3

2 4 6 8 10

9

27

81

81

24

24

57

25

13–19 Die Verbindungsstriche sowie einige der Einsen des Schemas stammen möglicherweise von Leibniz' Hand. 20 Den Verbindungsbogen hat wahrscheinlich Leibniz hinzugefügt; vgl. VII, 1 N. 92 S. 594 (Februar 1676) u. N. 94 S. 613 (April 1676).

[Zweiter Teil]

[Leibniz]

|  |  |
|--|--|
|  | $0, 1, \text{ „} + 1 \sqcap 1$<br>$1, 2, \text{ „} + 2 \sqcap 4$<br>$2, 3, \text{ „} + 3 \sqcap 9 \text{ etc.}$    |
|  | <hr/> $0, 1, 2, \text{ „} + 1 \sqcap 1$<br>$1, 2, 3, \text{ „} + 2 \sqcap 8$<br>$2, 3, 4, \text{ „} + 3 \sqcap 27$ |
|  | $1, 4, \text{ „} + 4, 3 \sqcap 16$<br>$3, 6, \text{ „} + 6, 3 \sqcap 36$   |

[Dritter Teil]

[*Tschirnhaus*]

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c}$$

$$1\text{---}2\text{---}3$$

$$a+b, \varphi \mathbf{Z}c$$

$$\frac{1}{a} + \frac{2}{a+b} + \frac{1}{b}$$

$$\frac{1}{a} + \frac{3}{2a+b} + \frac{3}{a+2b} + \frac{1}{b}$$

17 Darunter in Tschirnhaus' Hand, schräg gesetzt und verwischt:  $\frac{2c+4cc}{2c} \cdot \frac{2c^3}{2c^3}$

$$6 \quad 0, 1, 2 \dots n \text{ erg. } L \quad 9 \quad (1) \quad 3, 4, + 4 \quad n \quad 16 \quad (2) \quad 1, 4, , L \quad 15 \quad a + c, \neq 2b \quad T, \text{ ändert Hrsq.}$$

$$3, 6, + 3, 6 \quad n \quad 36$$

$$3, 6, + 3, 4 \quad n$$

$$16 \quad \frac{1}{a} \left( \frac{2}{a + b} \right) + \frac{1}{c} \quad T, \text{ ändert Hrsq.}$$

13-17  $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c}$ : Vgl. das drei Monate zuvor von Tschirnhaus in VII,3 N.55 S.732 Z.11–S.733 Z.6 entwickelte harmonische Dreieck.

[Vierter Teil]

$$\begin{array}{l} a + b \not\propto cc + 2cd + dd \\ a \not\propto cc \qquad b \not\propto 2cd \end{array}$$

$$a^2 + 2ab + b^2 \not\propto c^3 + 3cd^2 + d^3$$

$$\begin{array}{lll} a^2 \not\propto c^3 & 2ab \not\propto 3c^2d & b^2 \not\propto 3cd^2 + d^3 \\ a \not\propto \sqrt{c^3} & b \not\propto \frac{3c^2d}{2a} & \frac{9c^4dd}{4c^3} \not\propto 3c^3d + d^3 \\ & & \frac{9cdd}{4} \end{array} \quad 5$$

$$\begin{array}{l} 9cdd \not\propto 12c^3d + d^3 \\ 9cd \not\propto 12c^3 + dd \\ \hline dd \not\propto 9cd - 12c^3 \\ d \not\propto 3c + \sqrt{9cc - 12c^3} \\ d \not\propto 3c + c\sqrt{9 - 12c} \end{array} \quad 10$$

$$\begin{array}{l} 3 \ b \not\propto 2cd \mid a+b \not\propto \text{gestr.} \mid T \quad 5 \ (1) \ b^2 \not\propto d^2 \ (2) \ b^2 \not\propto 3cd^2 + d^3 \ T \quad 6 \ (1) \ c^3 + 3c^2d + \frac{9c^4dd}{4a^2} \not\propto \\ 3c^3d + d^3 \ (2) \ \frac{9c^4dd}{4c^3} \not\propto 3c^3d + d^3 \ T \end{array}$$

1–420,13 Vierter Teil: Im letzten Teil des Stückes werden Gleichungen der Form  $(a+b)^n = (c+d)^{n+1}$  für  $n = 1, 2$  und  $3$  betrachtet, wobei jeweils  $a^n = c^{n+1}$  sowie  $na^{n-1}b = (n+1)c^nd$  gesetzt wird.  
 3  $b \not\propto 2cd$ : Unter den gegebenen Voraussetzungen ergibt sich  $d = 0$  und folglich auch  $b = 0$ . Außer den trivialen Lösungen der so reduzierten Gleichung existieren für  $n = 1$  keine Lösungen.  
 4  $c^3 + 3cd^3 + 3c^3d + d^3$ : Gemeint ist  $c^3 + 3c^2d + 3cd^2 + d^3$ . Das Versehen geht in die rechte Gleichung von Z. 6 ein und belastet so die Berechnung von  $d$  im vorliegenden Ansatz; weitere Fehler treten hinzu. Im Neuansatz ab S. 420 Z. 1 geht Tschirnhaus von der korrekten 3. Potenz des Binoms  $c + d$  aus und gelangt zu einem aussagekräftigen Ergebnis. Diesem zufolge existieren für  $n = 2$  auch nicht-triviale reelle Lösungen der Gleichung. Dabei legt die Wahl einer der Größen die drei anderen fest.

$$\begin{array}{lll}
a^2 \propto c^3 & 2ab \propto 3c^2d & b^2 \propto 3cd^2 + d^3 \\
a \propto \sqrt{c^3} & 2b\sqrt{c^3} \propto 3c^2d & \frac{9ddc}{4} \propto 3cd^2 + d^3 \\
& 2b \propto \frac{3c^2d}{2\sqrt{c^3}} & 9ddc \propto 12cd^2 + 4d^3 \\
& b \propto \sqrt{\frac{9c^4dd}{4c^3}} & 9dc \propto 12cd + 4dd \\
& b \propto \sqrt{\frac{9cdd}{4}} & 9c \propto 12c + 4d \\
& b \propto \frac{3d}{2}\sqrt{c} & 0 \propto 3c + 4d \\
& bb \propto \frac{9ddc}{4} & -3c \propto 4d
\end{array}$$

[Leibniz]

$$\boxed{a^3} + \boxed{3a^2b} + 3ab^2 + b^3 \propto \boxed{c^4} + \boxed{4c^3d} + 6c^2d^2 + 4cd^3 + d^4$$

$$10 \quad a^3 \propto c^4 \quad 3a^2b \propto 4c^3d \quad b \propto \frac{4c^3d}{3a^2 \propto 3\sqrt[3]{c^8}} \quad a \propto \sqrt[3]{c^4}$$

$$\text{Ergo } b \propto \frac{4}{3}\sqrt[3]{\frac{c^3d^3}{c^2}} \quad b \propto \frac{4}{3}\sqrt[3]{\frac{d^3}{c^2}} \quad ab \propto \frac{4c^3d}{3\sqrt[3]{c^4}}$$

$$3ab^2 \propto 3\sqrt[3]{c^4}, \frac{16d}{9}\sqrt[3]{\frac{1}{c^2}} + b^3$$

$$3\sqrt[3]{c^2}, \frac{16d}{9} + \frac{64}{27}\frac{d^3}{c^2} \propto 6c^2d^2 + 4cd^3 + d^3 \quad [\text{Rechnung bricht ab}]$$

$$10 \text{ f. } b \propto \frac{4c^3d}{3a^2 \propto 3\sqrt[3]{c^8} \text{ erg.}} \quad a \propto \sqrt[3]{c^4} \quad (1) \text{ Ergo } \frac{3\sqrt[3]{c^4}, 16c^6d^2}{3\sqrt[3]{c^8}} + \frac{64c^9d^3}{.} \quad (2) \text{ Ergo } 3a \quad (3) \text{ Ergo } b \propto$$

$$(a) \frac{4}{3}\sqrt[3]{\frac{c^3d^3}{c^8}} \quad (b) \frac{4}{3}\sqrt[3]{\frac{c^3d^3}{c^2}} \quad L$$

$$11 \quad b \propto \frac{4}{3}\sqrt[3]{\frac{c^3d^3}{c^2}}: \text{Richtig wäre } b = \frac{4}{3}d\sqrt[3]{c}. \text{ Zusammen mit weiteren Versehen in der Gleichung der}$$

nächsten Zeile belastet der Fehler die Rechnung bis zu ihrem Abbruch. — Tatsächlich gilt für  $n = 3$ , dass die Gleichung nur triviale Lösungen mit  $b = 0$  und  $d = 0$  besitzt. 12  $3ab^2 \propto \dots b^3$ : Leibniz rechnet fortlaufend, daher besteht keine Gleichheit zwischen den beiden Seiten der Gleichung.

### 63. AD THEOREMA EXTRACTIONUM NEUTONI

[24. August – September 1676]

**Überlieferung:** *L* Konzept: LH 35 II 1 Bl. 53-54. 1 Bog. 2°. 1 $\frac{1}{4}$  S. auf Bl. 53 v° unten und Bl. 54 r°. Auf dem Rest des Bogens die 2. Hälfte von Fassung B des Briefes an H. Oldenburg vom 27. August 1676 (III, 1 N. 89).  
Cc 2, Nr. 1505 B tlw.

5

Datierungsgründe: Die Fassung B des Briefes an Oldenburg ist zwischen dem 24. und 27. August 1676 geschrieben worden. Der Text von N. 63 schließt unmittelbar daran an. Abgesehen von den Z. 20 f. auf dieser Seite und S. 423 Z. 12 – S. 424 Z. 8 (inklusive der Variante zu S. 423 Z. 11 f.) ist er im selben Duktus geschrieben und dürfte zeitgleich mit den verwandten Überlegungen in den *Randbemerkungen zum ersten Brief Newtons* (III, 1 N. 886) und in *Ad Neutoni epistolam priorem* (VII, 2 N. 80, dat. September 1676) entstanden sein.

10

$\frac{1}{\boxed{3} \overline{a^2 + z^2}} [\cap] \overline{a^2 + z^2}^{-3} \cap \overline{P + PQ}^{\frac{m}{n}}$  posito  $P \cap a^2$ .  $Q \cap \frac{z^2}{n}$ .  $n \cap 1$ .  $m \cap -3$  et fiet  
 $\overline{a^2 + z^2}^{-3} \cap \frac{1}{a^6} - \frac{3z^2}{1a^8} + \frac{4, 3, z^4}{2, 1, a^{10}} - \frac{5, 4, 3, z^6}{3, 2, 1, a^{12}}$  et fiet  $\frac{8, 1z^2}{a} - \frac{8, 3z^4}{1a^3} + \frac{8, 4, 3z^6}{2, 1, a^5}$ , quorum  
summa erit:  $\odot$ .

15

$\frac{8, 1z^3}{3a} - \frac{8, 3z^5}{1, 5a^3} + \frac{8, 4, 3z^7}{2, 1, 7, a^5} - \frac{8, 5, 4, 3, z^9}{3, 2, 1, 9a^7}$  etc. Notabile hic semper fractionem inferiore in serie  $\odot$  abire dividendo.

$8, 1z^2 - 8, 3z^4 + 8, 6z^6 - 8, 10z^8 + 8, 15z^{10}$ . Et area Circularis segmenti divisa per 8, erit  $\frac{1z^3}{3} - \frac{3z^5}{5} + \frac{6z^7}{7} - \frac{10z^9}{9}$  etc.

$\overline{P + PQ}^{\frac{m}{n}} \cap P^{\frac{m}{n}} + \frac{m-0}{1n} aQ + \frac{m-1}{2n} bQ + \frac{m-2}{3n} cQ$ . Sit  $P \cap a^2$ . et  $Q \cap \frac{z^2}{a^2}$  et  
 $PQ \cap z^2$ , et  $m \cap -1$ . et  $n \cap 1$ . fiet  $\frac{1}{a^2} - \frac{z^2}{a^4} + \frac{z^4}{a^6}$  etc.

20

17 serie  $\odot$  | in nihilum *gestr.* | abire *L* 20 f.  $\overline{P + PQ}^{\frac{m}{n}}$  ... etc. *erg. L*

13–15  $\frac{1}{\boxed{3} \overline{a^2 + z^2}}$  ...  $\odot$ : Vgl. den Brief von Newton an Oldenburg für Leibniz und Tschirnhaus,

III, 1 N. 885 S. 538 Z. 4 f. 20 f.  $\overline{P + PQ}^{\frac{m}{n}}$  ... etc.: Vgl. *a. a. O.* S. 535 Z. 20 und S. 537 Z. 14 – S. 538 Z. 3 sowie VII, 2 N. 80 S. 864 Z. 9.



Videndum an generalis expressio Neutoniana quantitatum irrationalium simplicium per infinitam seriem rationalem serviat ad inveniendas facile tangentes seu differentias, et contra summas vel quadraturas. Nimirum data quantitate composita ex pluribus rationalibus simplicibus non erit opus tollere irrationales ad investigandas differentias ut  
 5 vulgo necesse est. Sed exhibitis singulis irrationalibus per infinitam seriem rationalium et in unum additis, et multiplicato quolibet termino per numerum divisionis, fit quantitas differentiae, diviso, habetur quantitas summae. Ubi notabilis est posse semper seriem infinitam multiplicatione factam exprimi rursus per quantitatem finitam, quia aliunde tangentes inveniri possunt, et proinde tandem reperiri poterit progressio seu regulas uni-  
 10 versalis hujus regressus, sed regressus a seriebus divisione factis non erit semper in potestate, nisi forte supponendo exponentes fictitias. Et fortasse hac methodo omnes incognitae alias intractabiles ad fictitias poterunt reduci exponentes, seu incognitas ingredientes in exponentem. Porro quoniam ope progressionum diligentium omnia ista possunt inveniri, ideo poterunt generales inveniri regulae pro omnibus quantitibus affectis, item pro puris  
 15 sed compositis.

Videndum an ex aequationibus infinitis quoque possit extrahi radix hac methodo, id enim ad perfectionem ejus necessarium videtur. Id si nullo alio hoc certe modo infallibiliter fiet, si infinita illa aequatio nunc hic nunc illic finiatur, et ita extrahatur, differentiae radicum singulatim ex partibus inventarum, dabunt radicem ex totis. Forte et Vietae mo-  
 20 dus ex affectis extrahendi huc poterit applicari, <t>antum videndum an inchoare liceat ab infimo, ut alioquin a summo item an a summo id est a dimensione infinita inchoari possit.

In mea quoque illa methodo generalissima, qua duabus datis seriebus infinitis radi-  
 <c>em cognitam includentibus invenitur cognita pure videtur via inveniri posse inveniendi  
 25 valorem incognitae in integris si scilicet ipsis aequationibus infinitis arbitrariae quantitates ascribantur simul et adimantur, quae ut opus cum caeteris <c>onjunctae faciant destrui divisores sive fractiones, quod foret pulcherrimum.

3 Nimirum (1) exposita (2) data L 5 rationalium (1) investigari (2) et L 12 ad (1) methodos  
 (2) fictitias L 18 f. differentiae (1) extractionum (2) radicum L 25 f. quantitates (1) crescentes  
 ac decres (2) ascribantur L

---

19 f. Vietae modus: Fr. VIÈTE, *De numerosa potestatum resolutione*, 1600 (VO S. 162–228).  
 23 methodo generalissima: VII, 3 N. 62.

$b^z + e^z \overset{(1)}{=} a$ . invenire  $z$ . Sit  $b^z \overset{(2)}{=} \omega$ .  $e^z \overset{(3)}{=} y$ . et  $\omega + y \overset{(4)}{=} a$ . invenietur  $z$  ex aequ. 2. et rursus  $z$  ex aequ. 3 quos duos valores aequando invenietur relatio inter  $\omega$  et  $y$ . per aequationem infinitam cumque alia ejusmodi aequatio nota sit per aequ. finitam 4, hinc alterutrius valorem ex 4. in infinita substituendo, restabit valor unius, infinite affectus unde radix extrahatur, et habebitur valor ipsius  $\omega$  verbi gratia per solos  $b$ . *e. a.* pure. 5  
Ergo et valor ipsius  $z$  pure habebitur quantumlicet exacte, non tamen prorsus liquido per infinitam seriem, sed per potestates quantitatis quae infinita  $\langle s \rangle$ erie habetur, quanquam fateor nihilominus tandem ex hac aliquam infinitam seriem concipi posse. Caeterum notabilis hic usus divulsionum. Maximi ista sunt usus ad omnia problemata mirifica, in quibus quotcunque sint ejusmodi incognitae in exponente, semper ad appropinquationes 10 quantumvis exactas reducenda.

$$\overline{P + PQ^{\frac{m}{n}}} \overset{a}{=} P^{\frac{m}{n}} + \frac{m-0n}{1n} aQ + \frac{m-1n}{2n} bQ + \frac{m-2n}{3n} cQ$$

11 f. reducenda. (1) Theorema Extractionum:  $\overline{P + PQ^{\frac{m}{n}}} \overset{a}{=} P^{\frac{m}{n}} + \frac{m-0}{1n} aQ + \frac{m-1}{2n} bQ + \frac{m-2}{3n} cQ$

etc.  $\sqrt[3]{\frac{r}{2} + \sqrt{\frac{r^2}{4} - \frac{q^3}{27}}} + \sqrt[3]{\frac{r}{2} - \sqrt{\frac{r^2}{4} - \frac{q^3}{27}}}$ . Sit  $\frac{r}{2} \overset{a}{=} P$ . et  $Q \overset{b}{=} \frac{\sqrt[3]{\frac{r^2}{4} - \frac{q^3}{27}}}{\frac{r}{2}}$ . et  $m \overset{c}{=} 1$ , et  $n \overset{d}{=} 3$  fiet:

$\sqrt[3]{\frac{r}{2} + \sqrt{\frac{r^2}{4} - \frac{q^3}{27}}} \overset{a}{=} \sqrt[3]{\frac{r}{2}} + \frac{1}{3} Q \sqrt[3]{\frac{r}{2}} + \frac{0}{6} \frac{1}{3} Q^2$ . Sed hic jam cessat extractionis ob 0. et frustra continuatur

foret ergo radix  $\sqrt[3]{\frac{r}{2} + \frac{1}{3} Q \sqrt[3]{\frac{r}{2}}}$  quod absurdum. Ergo satius credo erit si semper  $n$  sumamus pro unitate, alioqui si  $n$  integer affirmativus numerus (a) nunquam (b) semper fieri posset extractio quod absurdum.

An forte ita *Dazu am Rand, nicht gestr.*:  $m - 2n \overset{a}{=} 0$ . | et  $\frac{m}{n} \overset{b}{=} b$  erg. | ergo  $m \overset{c}{=} 2n \overset{d}{=} bn$  (aa)  $\frac{m}{n} \overset{e}{=} b$ .

Ergo (bb) ergo  $2 \overset{f}{=} b$ . Ergo non procedit extractionis finis, (aaa) nisi cum  $b$  est integer (aaaa) sive *nicht gestr.* (bbbb) adeoque et  $\frac{m}{n}$  (bbb) nisi cum  $b$  siue  $\frac{m}{n}$  est integer. Qvaerendum aliud theorema, in qvo in locum  $m - 0$ , vel  $m - 1$  etc. ingrediatur aliquid de  $Q$ , ut scilicet fiat extractio vera quando id fieri potest.

(2)  $\overline{P + PQ^{\frac{m}{n}}} \overset{a}{=} L$

Ita enim fiet in exemplo proposito

$$\begin{aligned}
 & 3 + \frac{1}{1}Q - \frac{2,1}{1,2}Q^2 + \frac{5,2,1}{1,2,3}Q^3 - \frac{8,5,2,1}{1,2,3,4}Q^4 + \frac{11,8,5,2,1}{1,2,3,4,5}Q^5 \text{ etc. } \sqcap \quad \frac{3}{\sqrt[3]{\frac{r}{2}}} \sqrt[3]{\frac{r}{2} + Q} \text{ et} \\
 & 3 - \frac{1Q}{1} - \frac{2,1}{1,2}Q^2 - \frac{5,2,1}{1,2,3}Q^3 - \frac{8,5,2,1}{1,2,3,4}Q^4 - \frac{11,8,5,2,1}{1,2,3,4,5}Q^5 \text{ etc. } \sqcap \quad \frac{3}{\sqrt[3]{\frac{r}{2}}} \sqrt[3]{\frac{r}{2} - Q}. \\
 & \text{Ergo } \frac{\sqrt[3]{\frac{r}{2} + Q} + \sqrt[3]{\frac{r}{2} - Q}}{\frac{2\sqrt[3]{\frac{r}{2}}}{3}} \sqcap 3 - \frac{2,1}{1,2}Q^2 - \frac{8,5,2,1}{1,2,3,4}Q^4 - \frac{14,11,8,5,2,1}{1,2,3,4,5,6}Q^6 \text{ [etc.]}
 \end{aligned}$$

- 5 Tolluntur sic imaginariae demum perfecta foret per series infinitas extractio quae exhiberet radicem terminatam quando id fieri potest.

$$\frac{\overline{P + PQ^{\frac{m}{n}}}}{P^{\frac{m}{n}}} \sqcap 1 + \underbrace{\frac{m - 0n}{1n}}_a aQ + \underbrace{\frac{m - 1n}{2n}}_b bQ + \underbrace{\frac{m - 2n}{3n}}_c cQ + \dots$$

## 64. DE AEQUATIONIBUS CUBICIS ET BIQUADRATIS REDUCTIS

[Oktober – Dezember 1676]

**Überlieferung:** *L* Konzept: LH 35 XII 2 Bl. 150. 1 Bl. 2°. Ca.  $\frac{2}{3}$  S. auf Bl. 150 v°. Die erste Zeile der Seite gehört zu VII, 3 N. 73 (vgl. *a. a. O.*, S. 835 Z. 13). — Auf Bl. 150 r° der Rest von VII, 3 N. 73 sowie VIII, 2 N. 99. Beschriftung der beiden Seiten des Blattes gegenläufig. Cc 2, Nr. 1515 B

5

Datierungsgründe: Vgl. die Gründe für die Datierungen von VII, 3 N. 73 sowie VIII, 2 N. 99, insbesondere die Erwähnung von J. B. TAVERNIER, *Les six voyages*, 2 Bde, Paris, 1676 in letzterem Stück. Wie wir aus einem Brief von Leibniz an Ferdinand von Fürstenberg aus dem Dezember 1676 (I, 2 N. 209 S. 239) wissen, hatte er das am 1. Oktober 1676 erschienene Werk noch zur Kenntnis genommen, bevor er drei Tage darauf Paris verließ. Da auf dem Blatt offensichtlich zuerst VII, 3 N. 73, dann VIII, 2 N. 99 und zuletzt unser Stück niedergeschrieben wurde, stellt der 1. Oktober 1676 den *terminus post quem* dar. Das Papier stammt aus Paris; sein Wasserzeichen ist ansonsten für März bis August 1676 belegt. Eine Verwendung des Papiers in den auf Leibniz' Abreise aus Paris folgenden Monaten ist naheliegend.

10

$$x^4 * qx^2 + rx + s \sqcap 0$$

15

$$x \sqcap \frac{ay + b}{cy + d} \quad x^2 \sqcap \frac{a^2y^2 + 2aby + b^2}{c^2y^2 + 2cdy + d^2}$$

$$x^4 \sqcap \frac{y^4 + 4by^3 + 6b^2y^2 + 4b^3y + b^4}{c^4y^4 + 4c^3dy^3 + 6c^2d^2y^2 + 4cd^3y + d^4}$$

Et aequatio erit:

$$x^4 \quad 1 \quad \frown \quad a^4y^4 \quad + \quad 4a^3by^3 \quad + \quad 6a^2b^2 \quad + \quad 4ab^3y \quad + \quad b^4$$

$$\begin{array}{cccccc} * & & * & & * & & * & & * & & * \\ qx^2 & q & \frown & a^2c^2y^4 & 2a^2cdy^3 & a^2d^2y^2 & 2abd^2y & d^2b^2 \\ & & & & 2abc^2y^3 & 4abcdy^2 & 2b^2cdy & \\ & & & & & c^2b^2y^2 & & \end{array}$$

20

$$\begin{array}{cccccc} rx & r & \frown & ac^3y^4 & 3ac^2dy^3 & 3acd^2y^2 & ad^3y & bd^3 \\ & & & & bc^3y^3 & 3bc^2dy^2 & 3bcd^2y & \end{array}$$

25

$$\begin{array}{cccccc} s & s & \frown & c^4y^4 & 4c^3dy^3 & 6c^2d^2y^2 & 4cd^3y & d^4 \end{array}$$

18 f. erit: (1)  $| 1 y^4 + 4b y^3 + 6b^2 y^2 + 4b^3 y + b^4$  nicht gestr. | (2)  $x^4 - 1 \frown L$   
 $s \cdots + 4sc^3d \cdots + 6sc^2d^2 \cdots + 4scd^3 \cdots + d^4s$

$$d \sqcap -\frac{4\cancel{b} + 2q\cancel{b}c^2 + r\cancel{b}c^3}{2qc + 3rc^2 + 4sc^3}, b$$

$$c^2$$

---

425,21–23 *Nebenrechnung:*

$$\begin{array}{r}
 a^2 y^2 + 2ab y + b^2 \\
 c^2 y^2 + 2cd y + d^2 \\
 \hline
 + a^2 d^2 y^2 + 2abd^2 y + d^2 b^2 \\
 + 2a^2 cd y^3 + 4acdb \cdot + 2cdb^2 \cdot \\
 a^2 c^2 y^4 + 2abc^2 \dots + c^2 b^2 \cdot
 \end{array}$$

425,24 f. *Nebenrechnung:*

$$\begin{array}{r}
 a y + b \\
 c y + d \\
 \hline
 ad y + db \\
 ac y^2 + bc y \\
 \hline
 c^2 y^2 + 2cd y + d^2 \\
 \hline
 ad^2 c y^2 + ad^3 y + d^3 b \\
 d^2 bc \cdot \\
 \hline
 + 2acd^2 y^2 + 2cd^2 b y \\
 + 2ac^2 d y^3 + 2bc^2 d y^2 \\
 \hline
 ac^2 d y^3 + c^2 b d y^2 \\
 ac^3 y^4 + c^3 b y^3
 \end{array}$$

---

425,16–426,20  $x \sqcap \frac{ay+b}{cy+d}$ : Leibniz setzt in S. 425 Z. 16 zunächst  $x := \frac{y+b}{cy+d}$  und gelangt im Fol-

genden, nachdem er in der Ausgangsgleichung 4. Grades  $x$  substituiert und die Gleichung mit  $(cy+d)^4$  multipliziert hat, durch Koeffizientenvergleich zu dem Ergebnis für  $d$  in Z. 1. Dann ändert er die Setzung

in  $x := \frac{ay+b}{cy+d}$  und ergänzt entsprechend den Koeffizienten  $a$  und seine Potenzen in den Umformungen

auf S. 425 sowie in den zugehörigen Nebenrechnungen auf S. 426, passt jedoch das Ergebnis für  $d$  nicht an. Der Ansatz, den Leibniz hier verfolgt, um  $d$  zu bestimmen, ist ohnehin untauglich: Zwar formt er die Ausgangsgleichung erfolgreich in eine andere Gleichung 4. Grades (S. 425 Z. 19–26) um, doch ist die neue Gleichung nicht äquivalent zur Ausgangsgleichung. Die Voraussetzungen für einen Koeffizientenvergleich sind somit nicht gegeben.

$2\cancel{e}qa^{[2]} + 3rc^2a + 4sc^2 \not\equiv 0$ . Tunc in termino secundo non supererit  $d$ , adeoque ope ipsius  $d$  possumus tollere terminum penultimum nulla habita ratione secundi. Sed malim quod evanescit  $b$ .

$$x^3 \cdot qx + r \not\equiv 0$$

$$x \not\equiv \frac{y+b}{cy+d} \quad x^3 \not\equiv \frac{y^3 + 3by^2 + 3b^2y + b^3}{c^3y^3 + 3c^2dy^2 + 3cd^2y + d^3} \quad 5$$

|        |              |          |     |            |     |          |     |        |    |
|--------|--------------|----------|-----|------------|-----|----------|-----|--------|----|
| $1x^3$ | $[1] \wedge$ | $y^3$    | $+$ | $3by^2$    | $+$ | $3b^2y$  | $+$ | $b^3$  |    |
| *      |              | *        |     | *          |     | *        |     | *      |    |
| $qx$   | $[q] \wedge$ | $c^2y^3$ |     | $bc^2y^2$  |     | $2bcdy$  |     | $bd^2$ |    |
|        |              |          |     | $2cdy^2$   |     | $d^2y$   |     |        |    |
| $r$    | $[r] \wedge$ | $c^3y^3$ |     | $3c^2dy^2$ |     | $3cd^2y$ |     | $d^3$  | 10 |

$$d \not\equiv -\frac{+3 + 1c^2}{2c + 3c^2} b$$

---

8f. *Nebenrechnung:*

$$\begin{array}{r}
 c^2y^2 + 2cdy + d^2 \\
 \hline
 y + b \\
 \hline
 + bc^2y^2 \quad 2bcdy \quad bd^2 \\
 c^2y^3 \quad 2cdy^2 \quad d^2y
 \end{array} \quad 15$$

2 terminum (1) ultim (2) penultimum  $L$      3 quod (1) rursus quia (2) evanescit  $L$

---

11  $d \not\equiv$ : Leibniz verfolgt auch für die reduzierte Gleichung 3. Grades den untauglichen Ansatz des Koeffizientenvergleichs. Dabei berücksichtigt er allerdings die Koeffizienten  $q$  und  $r$  nicht.



NACHTRÄGE ZU  
DIFFERENZEN, FOLGEN, REIHEN  
(Band 3)





## 65. DE MODIS EXPRIMENDI SERIES

[Herbst 1672 – Anfang 1673]

**Überlieferung:** *L* Konzept: LH 35 V 3 Bl. 8. 1 Zettel ca  $19,3 \times 5,8$  cm. 1 S.  
Cc 2, Nr. 00

Datierungsgründe: Leibniz verwendet den Begriff *fundamentum progressionis* für das Bildungsgesetz einer Folge vor allem von Herbst 1672 bis Anfang 1673. 5

### De modis exprimendi series, seu de earum regulis fundamentalibus

Progressiones aliae sunt fundamenti simplicis, aliae fundamenti compositi, fundamentum simplex est: cum dato termino uno, inveniri potest sequens, fundamentum compositum est, cum opus est pluribus terminis antecedentibus ad inveniendum sequentem; et prout multis terminis opus est, fundamentum est compositum primi, secundi[,] tertii gradus. Fundamentum maxime compositum est, cum opus est omnibus terminis praecedentibus cognitis, ad inveniendum sequentem. 10

10 inveniri (1) possunt sequentes (2) potest *L*

## 66. DE SECTIONE POTESTATUM PER SERIES

[Ende 1675 – Anfang 1676 (?)]

**Überlieferung:** *L* Notiz: LH 35 XIII 1 Bl. 446. 1 Zettel ca  $18,2 \times 3,5$  cm. 1 S.  
Cc 2, Nr. 00

- 5            Datierungsgründe: Das verwendete Gleichheitszeichen  $\sqcap$  zeigt, dass die Aufzeichnung nicht vor Mitte 1674 entstanden ist. Möglicherweise besteht ein inhaltlicher Bezug zu den Untersuchungen von Potenzen mit gebrochenen oder irrationalen Exponenten von Januar (N. 23<sub>1</sub>) und Februar 1675 (N. 23<sub>2</sub>). Das Wasserzeichen des Papiers stimmt mit jenem von LH IV 8 Bl. 20 (VI, 3 N. 33<sub>4</sub>) überein, was auf eine Entstehung im Zeitraum von Ende 1675 bis Anfang 1676 hindeutet.

- 10             $x \sqcap b+c$ . erit  $x^{\frac{1}{2}} \sqcap \overline{b+c}^{\frac{1}{2}}$ , seu  $\sqrt{x} \sqcap \sqrt{b+c}$ . Ponatur  $\sqrt{x} \sqcap \sqrt{b} + \sqrt{c} + d\sqrt{bc}$  et quaeritur valor ipsius  $d$ . Fiet  $\sqrt{b+c} \sqcap \sqrt{b} + \sqrt{c} + d\sqrt{bc}$  et  $\sqrt{b+c} - \sqrt{b} - \sqrt{c} \sqcap d\sqrt{bc}$  sive  $b+c - 2\sqrt{b^2+bc} - 2\sqrt{c^2+bc} + 2\sqrt{bc} + b+c$ , breviter quaerendus potius valor ipsius  $d\sqrt{bc}$ . Sed res eodem redibit. Ita tentabimus invenire seriem, quae sectiones potestatum minus regularium adhibeat. Ex his poterunt forte interpolari series quae exprimunt
- 15 numeros figuratos, quibus ad sectiones potestatum usus est.

14 forte (1) suppleri (2) interpolari *L*

NACHTRÄGE ZUR  
INFINITESIMALMATHEMATIK  
(Band 4 und 5)



## 67. DE CONOEIDIBUS

[Frühjahr 1673 (?)]

**Überlieferung:** *L* Konzept: LH 35 VII 1 Bl. 80. 1 Bl. 8°. 1 S.  
Cc 2, Nr. 00

Datierungsgründe: Das vorliegende Stück basiert vermutlich auf Leibniz' Studium von H. FABRI, *Synopsis geometrica*, 1669, im Frühjahr 1673; vgl. insbesondere S. 59–62 u. 188–205 sowie die Unterstreichungen im Text und die Marginalien zum Text und zu den zugehörigen Figuren in seinem Handexemplar (VII, 4 N. 1 S. 7–9 u. S. 20). 5

*Trouver une ligne, surface plane, courbe, solide homogene, à une ligne[,] surface, solide. Par exemple les Elemens du Conoeide Parabolique sont en raison des appliquées du Triangle.* Eodem modo inveniri potest solidum, cujus Elementa seu plana secundum axem sint in ratione applicatarum hyperbolae, seu in ratione altitudinum reciproca. Hoc erit Conoeides Hyperboloeidicum generatum esse rotatione circa suum axem figurae, cujus applicatae sunt in ratione altitudinum reciproca subduplicata, nam harum applicatarum quadrata, erunt in ratione altitudinum reciproca. Ergo et circuli applicatarum rotatione facti. Habemusque sic Methodum generalem solvendi hoc problema: Datae figurae planae conoeides proportionale exhibere. Nimirum Figura plana cujus Elementa sint in subduplicata ratione figurae planae datae, rotetur circa suum axem; et Conoeides productum erit figurae planae datae proportionale. Hinc habemus Methodum datae cuilibet figurae planae exhibendi solidam proportionalem. Superficiem autem conoeidicam datae figurae 10 15 20

9 Trouuer (1) un solide homogene à un plan. (2) | une *erg. Hrsg.* | ligne *L* 10 sunt *L ändert Hrsg.*

proportionalem exhibemus ipsius figurae datae descripto Conoeide. Itaque etiam cuilibet figurae planae superficiem curvam proportionalem exhibere possumus. Lineae etiam cuilibet proportionalem figuram curvam exhiberi posse constat. Hoc autem conoides secundo aliter habebuntur aliae series quae ad priorem reducentur.

---

1 exhibemus: Die Mantelfläche des Konoids ist nicht proportional zur Fläche unter der erzeugenden Kurve. Damit ist auch die Folgerung unbegründet.

## 68. NOTAE AD RADICUM SERIES

[Frühjahr bis Sommer 1673]

**Überlieferung:** *L* Konzept: LH 38 Bl. 22. 1 Bl. 4°.  $\frac{1}{4}$  S. quergeschrieben auf Bl. 22 r°. —

Auf dem Rest der Seite um 90° gedreht VIII, 1 N. 11 sowie eine nicht von Leibniz' Hand stammende fragmentarische Notiz, welche die Aussage „72 + 5 (id <est> 77) ad rd ita [ut] 72 ad tang“ und darunter stehend das Wort „rad“ umfasst. Rückseite leer.

Cc 2, Nr. 1557

5

Datierungsgründe: Das auf derselben Seite des Blattes niedergeschriebene Stück VIII, 1 N. 11 wird von den Herausgebern aus inhaltlichen Gründen auf Sommer 1673 datiert. Sehr ähnliche Formeln wie in unserer Notiz finden sich in den Stücken VII, 4 N. 15<sub>2</sub> und 16<sub>1</sub>. Diese datieren die Herausgeber auf Frühjahr bzw. spätes Frühjahr 1673. Bei unserer Notiz könnte es sich um eine nicht zu Ende geführte Nebenbetrachtung zu den dortigen Überlegungen handeln.

10

$$\begin{array}{cccc}
 \gamma & 2\gamma - 1 & 3\gamma - 3 & 4\gamma - 6 \\
 \hline
 & & \gamma & \\
 \gamma & \frac{2\gamma - 1}{\gamma} & \frac{3\gamma - 1 - 2}{\gamma} & \frac{4\gamma - 1 - 2 - 3}{\gamma} \\
 \gamma & \gamma & \gamma & \gamma \\
 Rq \gamma & Rq_{\downarrow} 2\gamma - 1_{\downarrow} & Rq_{\downarrow} 3\gamma - 3_{\downarrow} & Rq_{\downarrow} 4\gamma - 6_{\downarrow} \\
 & Rq \ 2\gamma - \frac{1\gamma}{\gamma} = & & \\
 & Rq \ \gamma, \wedge 2 - \frac{1}{\gamma} & & 
 \end{array}$$

15

$$14 \quad \frac{2\gamma - 1}{\gamma} \ (1) \quad \frac{3\gamma - 3}{\gamma} \ (2) \quad \frac{3\gamma - 1 - 2}{\gamma} \ L$$

$$13 \quad \frac{\gamma \dots 4\gamma - 6}{\gamma}: \text{Vgl. diese Darstellung mit der in VII, 4 N. 15}_2 \text{ S. 246 Z. 4, wo im Nenner allerdings}$$

$\beta$  anstelle von  $\gamma$  steht. 16  $Rq \ \gamma \dots Rq_{\downarrow} 4\gamma - 6_{\downarrow}$ : Diese Zeile ist fast identisch mit *a. a. O.*, S. 255 Z. 2 sowie mit *a. a. O.*, N. 16<sub>1</sub> S. 256 Z. 22; dort wird jedoch jeweils die Dreieckszahl 3 übersprungen.



$Rq\ 1$  $Rq\ 2 - \frac{1}{\gamma}$  $Rq\ 3 - \frac{3}{\gamma}$  $Rq\ 4 - \frac{6}{\gamma}$

$\frac{2\gamma}{1} =$  $\frac{3\gamma}{3} =$  $\frac{4\gamma}{6} =$  $\frac{5}{15}$  $\frac{6}{21}$

$2\ \frac{2\gamma}{1} = (1)\ \frac{2\gamma\cdot}{1}\ (2)\ |\ ^2\ streicht\ Hrsg.\ |$  $\frac{3\gamma\cdot}{3} = |\ \gamma\cdot\ gestr.\ |$  $\frac{4\gamma}{6} = \quad |\ \frac{4}{\langle 10 \rangle}\ gestr.\ |$  $\frac{5}{15}\ \frac{6}{21}\ L$

## 69. CYLINDER SINUUM EX APPLICATIS PARABOLICIS

[Sommer 1673]

**Überlieferung:** *L* Konzept: LH 42 V Bl. 7. Ca.  $\frac{2}{3}$  eines Bl. 2<sup>o</sup>, von dem die linke untere Ecke abgeschnitten und die rechte untere Ecke ausgerissen sind. 9 Z. auf Bl. 7 r<sup>o</sup>. Darunter eine Aufzeichnung zur Rechenmaschine (Druck in Reihe VIII vorgesehen). Bl. 7 v<sup>o</sup> leer.

5

Cc 2, Nr. 00

Datierungsgründe: Das Wasserzeichen des Papiers ist für Ende 1672 bis Herbst 1673 nachgewiesen. Die inhaltlichen Bezüge zu VII, 4 N. 26 u. VII, 4 N. 31 deuten auf eine Entstehung im Sommer 1673 hin.

$$\sqrt{ax} \wedge \sqrt{ax} \text{ vel } \sqrt{ax} \wedge \sqrt{a^2 - ax} = \sqrt{a^3x - a^2x^2}, \smile a = \sqrt{ax - x^2}. \text{ Sinus.}$$

$$\bigwedge_x \quad \bigwedge_{a-x}$$

Ergo parabolicae applicatae in se inverse ductae cylindro sinuum aequantur.

10

$$a^2 -, a - x \square. \text{ fiet } a^2 - a^2 - x^2 - 2ax.$$

$$\begin{array}{c} \diagup \quad \diagdown \\ a^2 + x^2 - 2ax \end{array}$$

$$\sqrt{\frac{\beta a}{\gamma} x} = \sqrt{\frac{\beta^2 a^2}{\gamma^2} - \frac{\beta a x}{\gamma}} \text{ [, ] } \wedge [\sqrt{\phantom{x}}] ax = \sqrt{\frac{\beta^2 a^3 x}{\gamma^2} - \frac{\beta a^2 x^2}{\gamma}}. \text{ Divisum per } a \text{ dat}$$

$$\bigwedge \frac{\beta a}{\gamma} - x$$

$$\sqrt{\frac{\beta^2 a}{\gamma^2} - \frac{\beta}{\gamma} x^2} = z \text{ applicata Ellipseos quia } z^2 = \frac{\beta^2 a}{\gamma^2} - \frac{\beta x^2}{\gamma}. \text{ Ergo } \frac{\beta z^2}{\gamma} = v^2 = \frac{\beta a}{\gamma} - x^2.$$

9  $\smile a$ : Leibniz rechnet hier und in der Folge fortlaufend. 10 Ergo ... aequantur: Vgl. VII, 4

N. 26 prop. 2 S. 426 sowie VII, 4 N. 31 S. 550. 11  $-2ax$ : Richtig wäre  $+2ax$ . 13  $\sqrt{\frac{\beta^2 a}{\gamma^2}}$ : Richtig

wäre  $\sqrt{\frac{\beta^2 ax}{\gamma^2}}$ . Leibniz rechnet konsequent weiter und setzt dann irrtümlich eine Gleichung für  $\frac{\beta z^2}{\gamma}$  statt

für  $\frac{\gamma z^2}{\beta}$  an. Die Versehen beeinträchtigen die Rechnungen, jedoch nicht die allgemeine Aussage.

## 70. QUADRATURA CIRCULI EX HYPERBOLIS DERIVATA

[Herbst 1673]

**Überlieferung:** *L* Konzept: LH 42 V Bl. 27. 1 Bog. 2°, oben auf der linken Seite von Bl. 27 r° fehlt eine halbe Seite, oben rechts ein Fünftel einer Seite.  $\frac{1}{2}$  S. auf der linken Seite von Bl. 27 r°. Der Text wurde quer über Berechnungen zur Rechenmaschine geschrieben. Auf der rechten Seite sind weitere Berechnungen und N. 8, auf Bl. 27 v° Figuren zur Rechenmaschine. Die Figuren und Berechnungen zur Rechenmaschine sind Gegenstand von Reihe VIII.  
Cc 2, Nr. 00

10 Datierungsgründe: S. N. 8.

$$\langle - \rangle \frac{a^3}{a^2 + y^{(2)}} \langle - \rangle \frac{2a^4y}{a^2 + y^2}$$

$$\overline{a + y}, \square \wedge \frac{a^3}{a^2 + y^2} (= x) = \frac{a^4 + a^3y}{a - y + \frac{2y^2}{a + y}}.$$

Ergo  $a^2x + y^2x + a^3$ .

$$a^2 + y^2 - x^2 = 0.$$

$$15 \quad a^2 + y^2 = \frac{a^2 - y^2 + 2y^2}{a + y} = a - y + \frac{2y^2}{a + y}.$$

$$a^2 + y^2.$$

$$\frac{a^2}{y} + y, \wedge y.$$

$$\frac{a^2}{\frac{a^2}{y} + y, \wedge y}$$

$$11 \text{ f. } \frac{2a^4y}{a^2 + y^2} \quad (1) \quad \frac{a^2}{a^2 + y^2} = x \quad \text{Ergo } a^2x + y^2x + a^2 \quad (2) \quad \frac{a^3}{a^2 + y^2} = x \quad \text{Ergo } a^2x + y^2x + a^3$$

$$(3) \quad a^2 + y^2 \quad (4) \quad \overline{a + y}, \square \wedge \frac{a^3}{a^2 + y^2} \quad L \quad 15 \quad a^2 + y^2 = (1) \quad a^2 - y^2 + 2y^2 \quad (2) \quad \frac{a^2 - y^2 + 2y^2}{a + x} = a - y + \frac{2y^2}{a + x}$$

$$(3) \quad \frac{a^2 - y^2 + 2y^2}{a + y} \quad L \quad 16 \text{ f. } a^2 + y^2. \quad (1) \quad | a + y, y - \text{streicht Hrsg.} | \quad (2) \quad \frac{a^2}{y} + y, \wedge y \quad L$$

---


$$15 \quad a^2 + y^2 = \frac{a^2 - y^2 + 2y^2}{a + y}: \text{Leibniz rechnet hier fortlaufend.}$$

$$\frac{\frac{a^2}{y}}{\frac{a^2}{y} + y} = \frac{\frac{a^2}{y^2}}{\frac{a^2}{y^2} + 1} = \frac{x}{a}. \text{ Ergo } \frac{\frac{1}{y^2}}{\frac{a^2}{y} + y} = \frac{x}{a^3}.$$

$$\frac{\frac{a^2}{y}}{\frac{a^2}{y} + y} = \frac{x}{a} = 1 - \frac{y}{\frac{a^2}{y} + y} = 1 - \frac{y^2}{a^2 + y^2}.$$

$$\frac{\frac{a^2}{y}}{y + \frac{a^2}{y}} = \frac{a^2}{y^2} - \frac{\frac{a^4}{y^3}}{y + \frac{a}{y}} = \frac{a^2}{y^2} - \frac{a^4}{y^4 + ay^3} = \frac{a^2y^4 + a^3y^3 - a^4y^2}{y^6 + ay^5} =$$

$$\frac{a^3}{a^2y^2 + a^3y - a^4} = \frac{x}{a}.$$

|       |   |  |  |   |  |   |
|-------|---|--|--|---|--|---|
| Patet | { | $\begin{aligned} & + \frac{a^3}{y^2 + ay} = \frac{a^3}{y + a} \wedge y \\ & + \frac{a^4}{y^3 + ay^2} \\ & - \frac{a^5}{y^4 + ay^3}, \end{aligned}$ | scil. momentum ejus est<br>cylinder hyperbol.<br>cujus momentum est figurae<br>praecedentis seu primae cylinder<br>2 <sup>dae</sup> cylinder | } | Ergo ex harum<br>trium figura-<br>rum quadratu-<br>ra sequitur<br>quadratura<br>circuli. | 5 |
|-------|---|--|--|---|--|---|

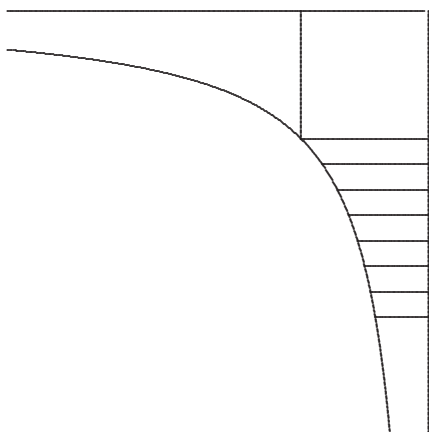
$$1 = \frac{\frac{a^2}{y^2}}{\frac{a^2}{y^2} + 1} \text{ erg. } L$$

6 momentum | rursus *gestr.* | est (1) figura praecedens (2) figurae

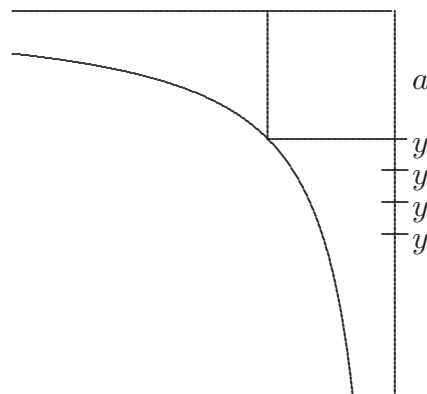
praecedentis | seu primae *erg.* | cylinder *L*

$$3 \frac{\frac{a^2}{y}}{y + \frac{a^2}{y}} = \dots = \frac{a^2}{y^2} - \frac{a^4}{y^4 + ay^3} : \text{ Die Auswirkungen der beiden fehlerhaften Umformungen ziehen}$$

sich bis ans Ende durch die Berechnungen.



[Fig. 1a]



[Fig. 1b]

$$\frac{a^3}{y^2 + ay} = \frac{a^3}{y \underbrace{a+y}_p} = \frac{a^3}{yp}.$$

$$a^3 - \cancel{xyy} - ayx = 0.$$

$$\begin{array}{c} \swarrow \quad \searrow \\ p - y \\ | \\ -pyx + \cancel{y^2x} \end{array}$$

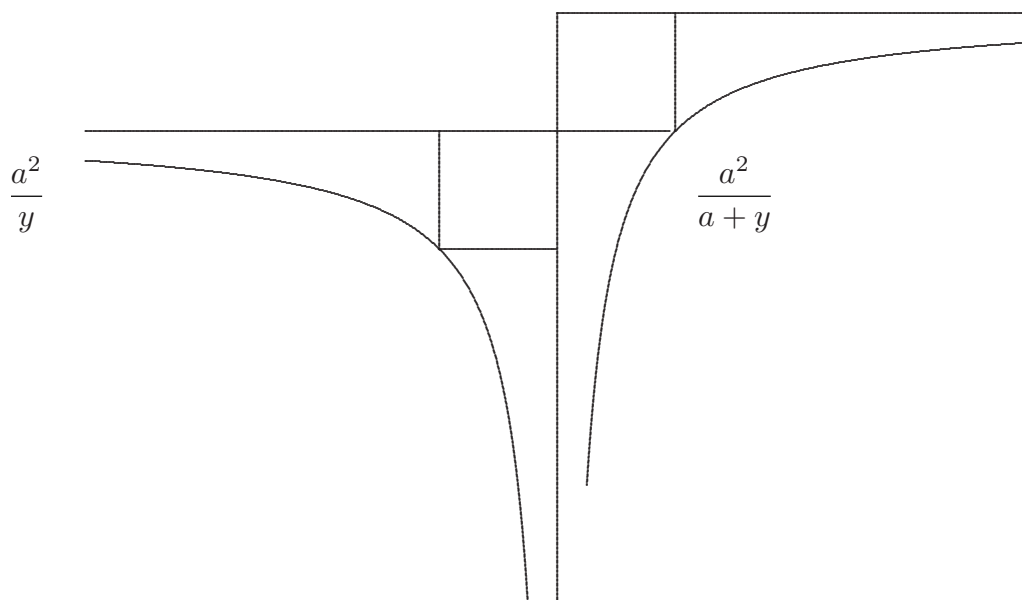
$$\text{Ergo } a^3 - pyx = 0.$$

$$\begin{array}{c} \swarrow \quad \searrow \\ a + y \end{array}$$

$$\frac{a^2}{a + y} \sim \frac{a^2}{y}.$$

5

$$\begin{array}{l} 2f. \frac{a^3}{yp} \quad (1) \quad a^3 - \cancel{xyy} - ayx \quad (2) \quad a^3 - \cancel{xyy} - ayx \quad L \\ \quad \quad \quad \swarrow \quad \searrow \quad \quad \quad \swarrow \quad \searrow \\ \quad \quad \quad p - y \quad \quad \quad p - y \\ \quad \quad \quad | \quad \quad \quad | \\ \quad \quad \quad -pyx + \cancel{y^2x} \quad \quad \quad -pyx + \cancel{y^2x} \end{array} \quad 4f. \quad 0. \quad (1) \quad \text{fiet } a^3 - ayx \quad (2) \quad \frac{a^2}{a + y} \sim \frac{a^2}{y} \quad L$$



[Fig. 2]

Ejusdem Hyperbolae applicatae ita ut hoc loco positae, in se invicem ducantur.

## 71. DE SOLIDIS ANALYTICIS

[Dezember 1674]

**Überlieferung:** *L* Konzept: LH 35 I 17 Bl. 11+17. 1 Bog. 2°.  $\frac{1}{3}$  S. auf Bl. 17 v°. — Auf dem restlichen Bogen N. 19<sub>1</sub>.  
Cc 2, Nr. 00

5

Datierungsgründe: N. 71 ist vor dem auf Dezember 1674 datierten N. 19<sub>1</sub> auf den Bogen geschrieben worden, vermutlich in Zusammenhang mit den Exzerpten aus J. WALLIS, *Mechanica*, 1670–1671 (VIII, 2 N. 8).

10 Solida Analytica possunt homogenea esse figuris quadratricibus non analyticis. Imo id quotidie evenit, quia solidorum elementa sunt spatia quorum spatiorum saepissime non habetur quadratura.

Cylindri Hyperbolici residuum ungula semiquadrantali absecta est homogeneum figurae logarithmorum. Idem de aliis solidis facile fingi potest. Hinc etiam quoties problema quoddam Mechanicum eo redactum est, ut quaeratur descriptio cujusdam figurae quadratricis, exhibeatur solidum quoddam Geometricum, id figurae quaesitae homogeneum  
15 erit. Et dici poterit vires esse ut solidorum ejusmodi portiones.

9 analyticis. | Exemplum in Hyperbola dari potest. *gestr.* | Imo *L* 12f. homogeneum (1) figurae quae sit f (2) figurae *L*

---

12 ungula semiquadrantali: Leibniz kennt den Ausdruck aus J. WALLIS, *Mechanica*, 1670–1671, pars 2, S. 547f. (*WO* I S. 918f.); vgl. VII, 6 N. 34 S. 385.

## 72. TABULA DIFFERENTIARUM ET SUMMARUM

[April 1675]

**Überlieferung:** *L* Konzept: LH 37 V Bl. 6–7. 1 Bog. 4°. 8 Z. in drei Spalten kopfstehend im oberen Viertel von Bl. 7 r°. Im zweiten Viertel der Seite, ebenfalls kopfstehend, VIII, 2 N. 33. Untere Hälfte der Seite sowie Rückseite leer. Auf Bl. 6 r° u. v° Teile von VIII, 2 N. 32.

5

Cc 2, Nr. 945 D

Datierungsgründe: Das Stück VIII, 2 N. 32 zur mechanischen Reibung, das das andere Blatt des Bogens sowie einen weiteren Bogen einnimmt, ist von Leibniz selbst auf April 1675 datiert.

$$xy \sqcap a^2. \text{ Ergo } y \sqcap \frac{a^2}{x}. \text{ Ergo } z \sqcap \frac{a^2}{x} - \frac{a^2}{x+\beta} \text{ seu } z \sqcap \frac{a^2x + a^2\beta - a^2x}{x^2 + x\beta}. \text{ Ergo } z \sqcap \frac{a^2\beta}{x^2}. \quad 10$$

$$z \sqcap \frac{a^3}{x^2}. \text{ Unde } \frac{a^3}{x^2} - \frac{a^3}{x^2 + 2x\beta \boxed{+\beta^2}} \sqcap \omega. \text{ Unde: } \frac{\boxed{a^3x^2} + 2a^3x\beta \boxed{-a^3x^2}}{x^4}. \text{ Ergo}$$

$$\omega \sqcap \frac{2a^3\beta}{x^3}.$$

$$\frac{a^4}{x^3} - \frac{a^4}{x^3 + 3x^2\beta \boxed{+3x\beta^2 + \beta^3}} \sqcap \wp. \frac{\boxed{a^4x^3} + 3a^4x^2\beta \boxed{-a^4x^3}}{x^6} \text{ seu } \frac{3a^4\beta}{x^4} \sqcap \wp.$$

10  $xy \sqcap a^2$ : Wie in VIII, 2 N. 33, das offensichtlich nach unserem Stück auf derselben Seite niedergeschrieben wurde, startet Leibniz mit einer Kegelschnittgleichung (dort lautet sie  $ax = y^2$ ). Hier wie dort wird sodann eine Größe  $z$  bestimmt: hier über  $z := y(x) - y(x + \beta)$ , dort einmal ebenso (*a. a. O.*, S. 285 Z. 15 f.), einmal über  $z := y(x + \beta) - y(x)$  (*a. a. O.*, Z. 13; vgl. auch VIII, 2 N. 31<sub>2</sub> S. 263 Z. 12).

10  $z \sqcap \frac{a^2\beta}{x^2}$ : Leibniz berechnet hier das infinitesimale Element der Ordinate;  $z$  entspricht dabei  $dy$  und

$\beta$  entspricht  $dx$ . Die Vereinfachung zum Ergebnis  $z = \frac{a^2\beta}{x^2}$  entspricht dem zu dieser Zeit üblichen Verfahren, ebenso der Verzicht auf ein mögliches negatives Vorzeichen, da nur Streckenlängen betrachtet werden.

11  $z \sqcap \frac{a^3}{x^2}$ : Leibniz berechnet nun die Differenzen der Differenzen etc. Die Gleichung für  $z$

wird homogen als  $z = \frac{a^3}{x^2}$  angesetzt,  $\omega$  entspricht also  $dz$  bzw.  $ddy$  und  $\wp$  ist  $d\omega$  bzw.  $ddy$ .



5

|         |                 |                                  |                        |                        |                        |
|---------|-----------------|----------------------------------|------------------------|------------------------|------------------------|
|         | $\frac{a^2}{x}$ | $\frac{a^3}{x^2}$                | $\frac{2a^4}{x^3}$     | $\frac{3a^5}{x^4}$     | ...                    |
| Termini |                 | Differentiae<br>1 <sup>mae</sup> | 2 <sup>dae</sup>       | tertia                 | etc.                   |
|         |                 |                                  |                        |                        |                        |
|         |                 | Omn. $a$                         | Omn. $x$               | Omn. $x^2$             | Omn. $x^3$             |
| $a$     | $x$             |                                  | $\frac{x^2}{2a}$       | $\frac{x^3}{3a^2}$     | $\frac{x^4}{4a^3}$     |
| Termini |                 | Summae<br>1 <sup>mae</sup>       | 2 <sup>dae</sup>       | tertia                 |                        |
|         |                 |                                  |                        |                        |                        |
| $a$     | $\frac{a^2}{x}$ | $\frac{a^3}{2x^2}$               | $\frac{a^4}{3x^3}$     | $\frac{a^5}{4x^4}$     |                        |
|         |                 | Omn. $\frac{a^2}{x^2}$           | Omn. $\frac{a^3}{x^3}$ | Omn. $\frac{a^4}{x^4}$ | Omn. $\frac{a^5}{x^5}$ |

|   |                             |         |                            |                    |                    |     |
|---|-----------------------------|---------|----------------------------|--------------------|--------------------|-----|
| 2 | <i>darunter gestrichen:</i> | $x$     | $\frac{x^2}{2a}$           | $\frac{x^3}{3a^2}$ | $\frac{x^4}{4a^2}$ | $L$ |
|   |                             | Termini | Summae<br>1 <sup>mae</sup> | 2 <sup>dae</sup>   | tertia             |     |

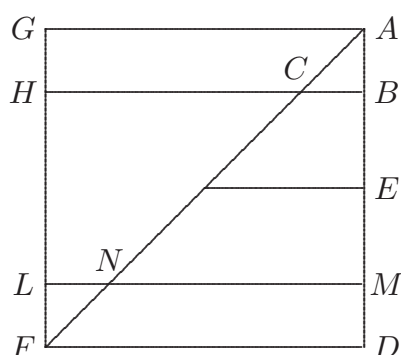
## 73. QUADRATURA PER FIGURAE COMPLEMENTUM

[Herbst 1675 (?)]

**Überlieferung:** *L* Konzept: LH 35 VII 1 Bl. 25. 1 Zettel von max.  $19,4 \times 4,3$  cm. 10 Z. auf Bl. 25 r°. Am unteren Rand Gleichung mit binomischer Formel ohne Bezug zum Text:  $y^3 \sqcap x^3 + a^3 + 3a^2x + 3ax^2$ .  
Cc 2, Nr. 00

5

Datierungsgründe: Das Wasserzeichen des Papiers ist für Oktober und November 1675 belegt.

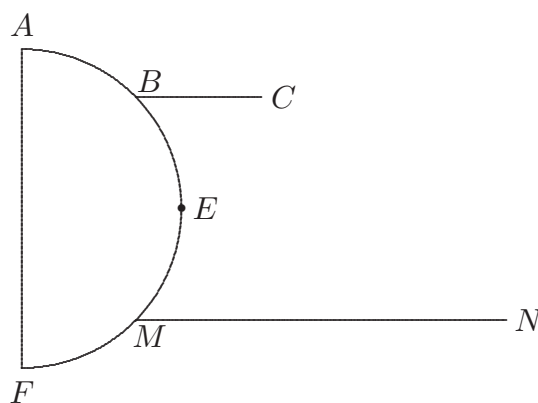


[Fig. 1]

Trianguli quaeritur area, seu summa omnium  $x$ . seu summa omnium  $AB$ . seu summa omnium  $BC$ . Hoc ut fiat necesse est ut in considerationem intret etiam finitam esse lineam  $ABD$ . trianguli altitudinem. Bisecetur in  $E$ . compleatur rectangulum  $ADFG$ , id est quadratum  $GA$ , quia supposui  $AB \sqcap BC$ . Producat  $BCH$  dum ipsi  $FG$  occurrat in  $H$ . Eodem modo ducatur  $MNL$ , posito  $DM \sqcap AB \sqcap GH$  erit  $HC \sqcap MN$ . et  $BC \sqcap LN$ . Ergo  $BC + MN \sqcap GA$ . et in quibuslibet aliis punctis binis simul semper fiet  $GA$ . Ergo ubi ad  $E$  ventum erit, cessabitur, et fiet rectang.  $GAE \sqcap$  Triangulo  $ADF$ .

10 omnium | AC ändert Hrsg. | Hoc L      14 fiet | GH ändert Hrsg. | ergo L

9 Trianguli quaeritur area: Vgl. VII, 1 N. 36 S. 227 f. sowie VII, 3 N. 19 S. 246.



[Fig. 2]

Haec et cycloidi et infinitis aliis idgenus applicari possunt si  $AB$  arcus  $\cap$  applicatae  $BC$ , et sit infra portio priori aequalis, et similis  $FME \cap ABE$  et  $MN \cap$  arcui  $AEM$  erit rursus  $MN + BC \cap$  curvae Totae.

---

2 cycloidi: Vgl. H. FABRI, *Synopsis geometrica*, 1669, S.382 f. und die zugehörige Figur 24 auf Tafel 3 [Marg.] (Vermerk in VII, 4 N. 1 S. 21) sowie VII, 5 N. 74.

## 74. PROBLEMATA TANGENTIUM INVERSA

[November 1675 – Ende 1676 (?)]

**Überlieferung:** *L* Konzept: LH 35 XIII 2b Bl. 14. 1 dreieckiger Zettel max.  $6,5 \times 12$  cm. 2 S.  
Cc 2, Nr. 00

Datierungsgründe: Das in der Nebenbetrachtung verwendete Integralsymbol führt Leibniz Ende Oktober 1675 ein. Inhaltlich mit der Nebenbetrachtung vergleichbare Überlegungen stellt Leibniz im späteren Zusatz zu VII, 6 N. 1 S. 33–37 an, der vermutlich im Sommer 1676 entstanden ist.

5

## P r o b l e m a t a   t a n g e n t i u m   i n v e r s a

Seriem invenire in qua terminus antecedens aequetur summae omnium sequentium.  
Est Geometrica dupla.

10

Seriem invenire, cujus area aequetur altitudini in constantem:

|   |          |
|---|----------|
| 1 | <i>a</i> |
| 2 | <i>b</i> |
| 3 | <i>c</i> |
| 4 | <i>d</i> |

$a \sqcap 1 \wedge a$ .  $a + b \sqcap 2a$ . Ergo  $b \sqcap 3a$ . Ergo est ad triangulum.

15

Hac methodo saepe problema Tangentium inversa credo solvemus.

---

8   *Darüber Nebenbetrachtung:*

$$a \quad \frac{x}{1} + \frac{x^2}{1,2} + \frac{x^{(3)}}{1,2,3}$$

$$\int a \sqcap x + x^2$$

8   P r o b l e m a t a   . . .   i n v e r s a   e r g .   *L*

---

15 Ergo  $b \sqcap 3a$ : Die Rechnung ist unstimmg. Wenn mit  $a, b, c, d$  die Höhen bezeichnet werden, so müssen diese proportional zu den Zahlen 1, 2, 3, 4 gewählt werden, d. h.  $b = 2a, c = 3a, d = 4a$ . Bezeichnet man damit die Differenzen der Höhen, so müsste  $a = b = c = d$  gelten.

19  $\int a \sqcap x + x^2$ :

Für  $a = \frac{x}{1} + \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{6}$  etc. wäre  $\int a \, dx = \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{6} + \frac{x^4}{24}$  etc.

$$a \sqcap b + c + d + e$$

$$b \sqcap c + d + e$$

$$c \sqcap d + e$$

$$d \sqcap e$$

5

$$d \sqcap \delta + e$$

$$c \sqcap \kappa + \delta + 2e$$

$$b \sqcap \beta + \kappa + 2\delta + 4e$$

$$a \sqcap \alpha + \beta + 2\kappa + 4\delta + 8e$$

Si non  $\sqcap$  sed  $\sqcap$  ponuntur omittemus  $\delta$ .  $\kappa$ .  $\beta$ .  $\alpha$ . Nam si

10

$$a \sqcap b + c + d + e$$

$$b \sqcap c + d + e$$

$$c \sqcap d + e$$

$$d \sqcap e$$

$$c \sqcap 2e$$

$$\text{fiet } b \sqcap 4e$$

$$a \sqcap 8e$$

75. P. BERTHET, QUADRATURA PER PROGRESSIONEM  
GEOMETRICAM

9. Februar 1676

**Überlieferung:** *LuB* Gesprächsaufzeichnung (Leibniz und Bertet): LH 35 II 1 Bl. 315. 1 Bl.,  
ca 15 × 15 cm. 1 S. auf Bl. 315 r°. Bl. 315 v° leer. — Gedr.: III, 1 N. 76 Ausfertigung A (tlw.  
= Z. 8–12, S. 452 Z. 1–4 und S. 453 Z. 1 f.).  
Cc 2, Nr. 1304

5

[Leibniz]

9. Feb. 1676.

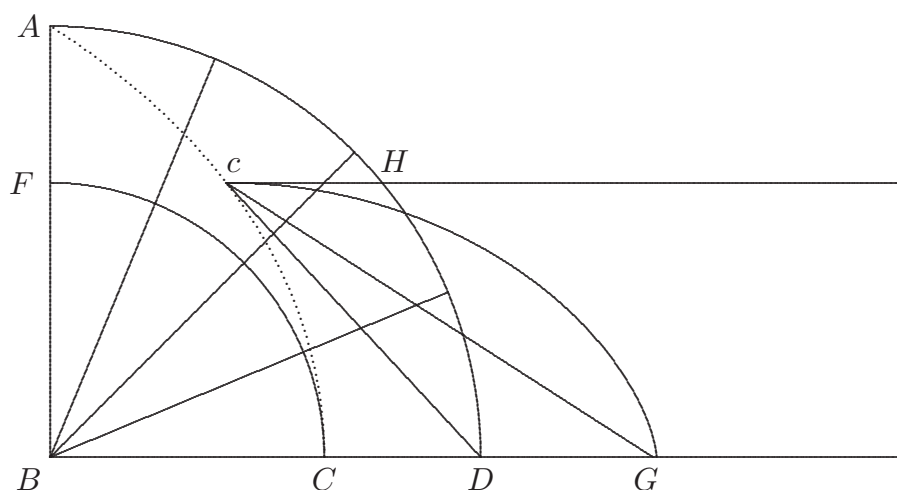
P. Berthet

10

Quadratura per progressionem geometricam

Le P. Berthet.

[Bertet, um 90° gedreht]

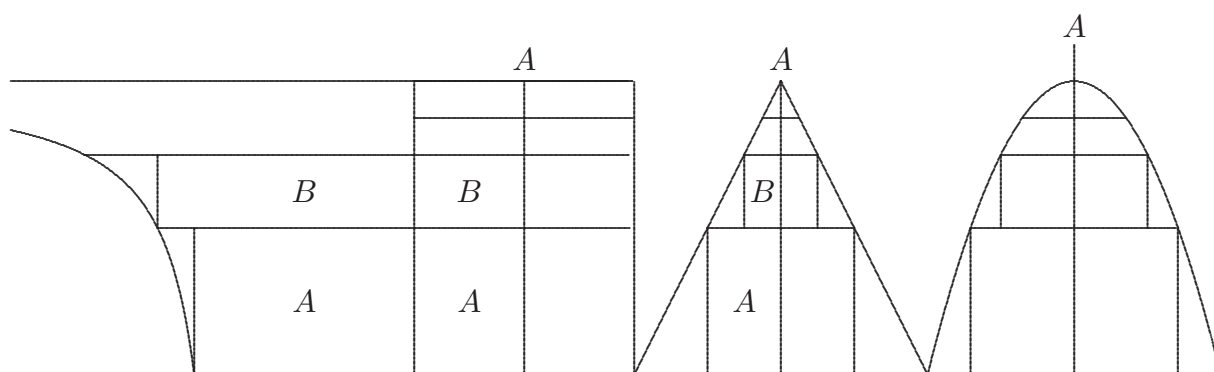


[Fig. 1]

9 9 Feb. 1676. *erg. L*    10f. P. ... *geometricam erg. L*    12 Le P. Berthet *erg. L*

14 *Fig. 1*: Die Orientierung der Figur stellt die ursprüngliche Ausrichtung des Blatts zu Beginn der Aufzeichnungen dar. Die Bezeichnung *G* ist gegenüber der Figur um  $-90^\circ$  gedreht und stimmt in ihrer Ausrichtung mit derjenigen der nachfolgenden Figuren bis S. 453 Z. 2 überein. Die Abfolge der Drehungen des Blatts und die Spuren des Erläuterns in *Fig. 2* belegen die Entstehung des Stücks in einer Gesprächssituation. — Bertet setzt die nachträgliche Verlängerung von *cH* nach rechts nicht in *H*, sondern im Schnittpunkt der äußeren Kreislinie mit der Zykloide an.

[In der Hauptrichtung des Texts]



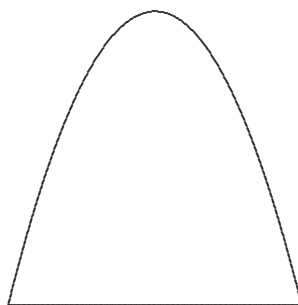
[Fig. 2]

[Leibniz]

Quadraturae secto axe in partes Geometrice proportionales.

5

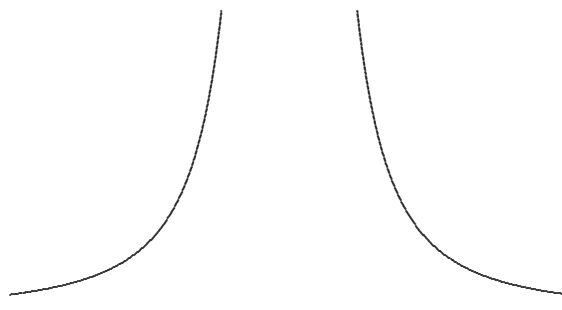
[Bertet]



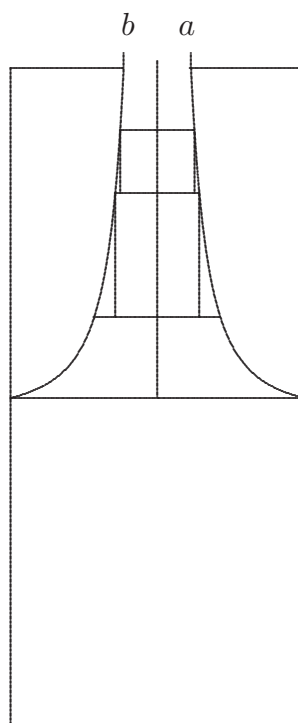
[Fig. 3]

4 secto (1) linea (2) axe  $L$

2 Fig. 2: In den eingeschriebenen Rechtecken finden sich jeweils etwa mittig bis zu zehn Punkte, wie sie als Spuren beim Hindeuten auf Einzelheiten mit der Feder entstehen.



[Fig. 4]

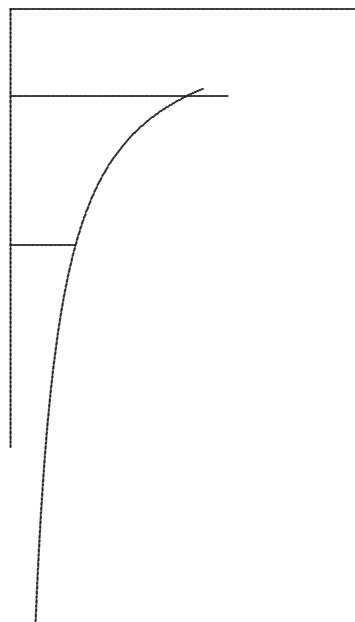


[Fig. 5]

1 *Fig. 4*: Bei der Kurve handelt es sich wohl um eine Bertetsche Antiparabel, bei der in der Handschrift die beiden Äste von  $\frac{1}{x^2}$  nicht symmetrisch ausgeführt wurden. Zudem fällt der Abstand zwischen beiden Ästen zu klein aus. Leibniz erwähnt die Bezeichnung der Kurve und ihre Eigenschaften kurze Zeit vorher in VII, 5 N. 64. Im selben Stück verweist er auf das bevorstehende Treffen mit Bertet, bei dem die vorliegende Gesprächsaufzeichnung entstand. 2 *Fig. 5*: Die Beschriftung ist gegenüber der Figur um  $180^\circ$  gedreht. Sie stimmt in ihrer Ausrichtung mit derjenigen der nachfolgenden Figur überein. — Vgl. VII, 5 N. 64 Fig. 1.

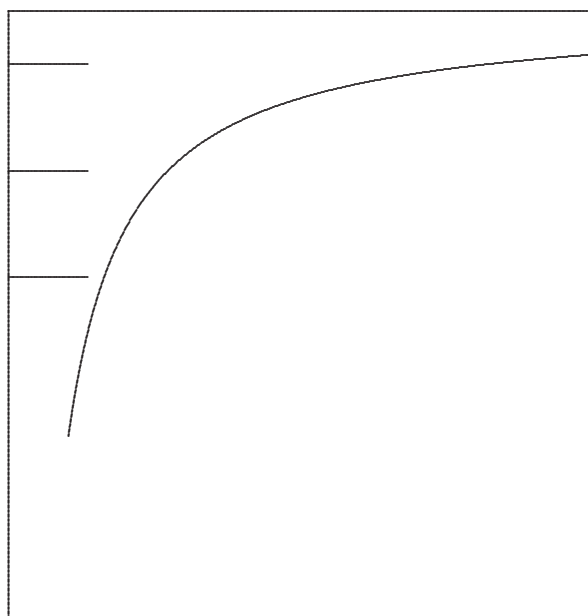


[Um  $180^\circ$  gedreht]



[Fig. 6]

[In der Hauptrichtung des Texts]



[Fig. 7]

## 76. MARGINALIEN IN PHILIPPE DE LA HIRE, DE CYCLOIDE

[15. September 1676 – Mai 1678 (?)]

**Überlieferung:** *LiH* Marginalien in Ph. de LA HIRE, *De cycloide*, Paris, 1676: GOTHA  
 Forschungsbibliothek Gotha der Universität Erfurt Chart. A 448–449 Bl. 212–216.  
 Cc 2, Nr. 00

5

Datierungsgründe: Der Druck der Schrift von La Hire, der gemäß der Angabe auf S. 6 auf den 15. September 1676 oder kurze Zeit später fiel, kann als *terminus post quem* angesetzt werden, zumal Leibniz in seinen letzten Tagen in Paris ein Exemplar der gerade erschienenen Schrift erhalten haben kann. Die Behauptung des in der Marginalie erwähnten Theorems hat Leibniz bereits im Sommer 1673 wohl Huygens (III, 1 N. 29 S. 115) und Oldenburg (III, 1 N. 30 S. 119 Z. 24 – S. 120 Z. 12) mitgeteilt, ohne einen Beweis anzugeben, den er jedoch bereits kannte (VII, 4 N. 17 S. 344–346). Veröffentlicht wurde das Theorem erst in Leibniz' Beitrag *Extrait d'une lettre de M. Leibniz écrite d'Hanovre à l'auteur du Journal touchant la quadrature d'une portion de la roulette*, der am 23. Mai 1678 im *Journal des sçavans* erschien. Sowohl der Ansatz des dort angeführten Beweises als auch seine Formalisierung als Gleichung von Summen und Differenzen der Größen von Teilflächen der Figur, deren weitere Zerlegungen und Zusammensetzungen durch waagrechte geschweifte Klammern verdeutlicht werden, sind bereits vor dem Druck der Schrift von La Hire belegt (VII, 6 N. 20 S. 215 Z. 16 – S. 216 Z. 13; VII, 6 N. 30; VII, 6 N. 51 S. 551 Z. 19 – S. 553 Z. 12, insbesondere VII, 5 N. 86 S. 573 Z. 10 – S. 574 vom Juni 1676). Ebenso ist in LH 35 VIII 30 Bl. 3 (Druck in einem späteren Band), bei dem es sich wohl um eine frühe Fassung des Beitrags handelt, die Leibniz im Sommer 1677 an Arnold Eckhard geschickt hatte (vgl. II, 1 N. 148 S. 547 Z. 18–21), und in den Textzeugen der Abfertigung für Jean Paul de La Roque vom 25. April 1678, die den fertigen Beitrag enthielt (III, 2 N. 158), weder eine inhaltliche noch eine formale Weiterentwicklung festzustellen. Bezüge auf La Hire belegen zudem Leibniz' Auseinandersetzung mit dessen Schrift, an die Leibniz die vorliegenden Marginalien setzte, bei der Vorbereitung der Veröffentlichung. Die Ergänzung eines Zusatzes im Textzeugen *L<sub>b</sub>* der Abfertigung für La Roque, der sich auf den zu diesem Zeitpunkt bereits gedruckten Beitrag von Leibniz bezieht (III, 2 N. 158 S. 389 Z. 16–28), verdeutlicht, dass sich auch eine spätere Ergänzung der Marginalie zu Leibniz' Theorem nicht ausschließen lässt. — Der Text des Marginalienexemplars erscheint im Haupttext, die zugehörigen Seitenzahlen sind in eckigen Klammern eingefügt. Die Orthographie und die Textauszeichnungen wurden an die Grundsätze der Textgestaltung dieser Ausgabe angepasst. Marginalien von Leibniz' Hand werden als Fußnoten zum Text wiedergegeben.

[auf Tafel, ohne Seitenzählung]

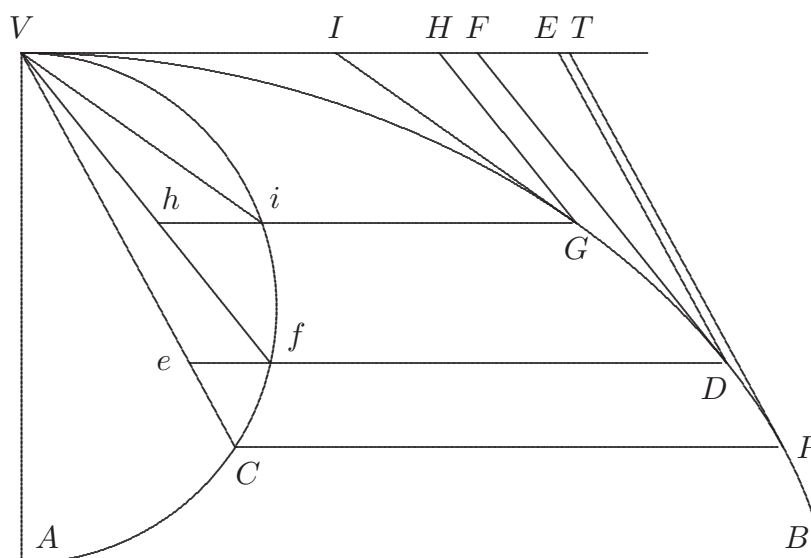


Fig. 1

[auf S. 1]

Phil. de la Hire

De Cycloide.

5

Lemma.

Esto semicyclois  $BPV$  descripta a puncto  $V$  volutione semicirculi  $ACV$  supra rectam  $AB$ , qui Circulus est genitor, recta  $BA$  basis,  $VA$  Axis, et punctum  $V$  Vertex.

Ducatur in circulo chorda quaedam  $CV$  et  $CP$  parallela  $BA$  et  $PT$  parallela  $CV$ ,  
 10 dico rectam  $PT$  contingere Cycloidem in puncto  $P$ . Cujus propositionis demonstrationem  
 quod multi doctissimi geometrae per solam Cycloidis descriptionem demonstraverint,  
 illam idcirco praetermittam.

4 Links am oberen Rand: De Coni sect. la Hire

5 Rechts am Rand als Fortsetzung des Titels: et Conicis sectionibus

15

7 Marginalie im Druck: Fig. 1.

Propositio I<sup>a</sup>

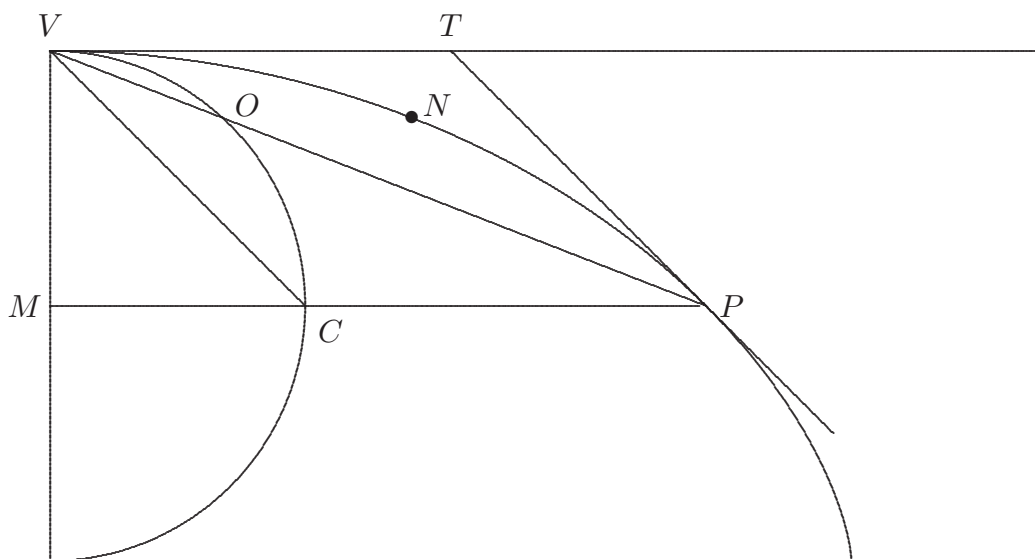
Exposita semicycloide ut supra. Ducta contingente  $TV$  in vertice  $V$  et parallela basi. Agatur recta  $PT$  contingens Cycloidem in aliquo puncto  $P$ , et  $PC$  parallela basi, et connectatur  $CV$ : Dico triangulum mixtilineum  $PTV$  esse aequale Circuli segmento correspondenti  $VC$ .

5

...

2 *Marginalie im Druck*: Fig. 1.

2–5 *Am Rand*:



Theorema meum: Retorta  $VOCPNV$  dupla segmenti cycloidalis  $VPNV$ . Si  $M$  ponatur centrum circuli erit Triang.  $VMC$  aequ. Segmento cycloidalis  $VPNV$ .

10

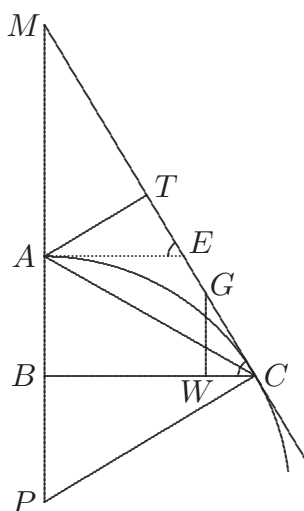
10 Triang *erg.*  $L$

## 77. INVENIRE GENERATRICEM TROCHOIDIS

[Ende 1676]

**Überlieferung:** *L* Notiz: LH 35 VIII 10 Bl. 8. 1 Bl. ca 12 × 20cm. 1½ S.  
Cc 2, Nr. 00

- 5        Datierungsgründe: Der Träger des Stückes hing ursprünglich mit jenem des von Leibniz auf Ende 1676 datierten Stückes *Generalis diatyposis* (N. 49) zusammen.



[Fig. 1]

$BP, p.$   $GC, c.$

$dx:dy :: y:p.$  Ergo  $\overline{dx} p$  aequ.  $\overline{dy} y$  et  $\int \overline{p dx}$  aequ.  $\frac{1}{2}yy$ , si  $p$  datur ex data  $x$ . Quod

10 si  $p$  datur ex  $y$ , fiet  $x$  aequ.  $\int \frac{dy y}{p}.$

$AT:TE :: dx:dy.$   $TE$  aequ.  $AT \frac{dy}{dx}.$

8 (1)  $AT:TE :: dx:dy.$  (2)  $BP, p.$  *L*      11  $TE$  aequ.  $AT \frac{dy}{dx}$  erg. *L*

$EC : AB :: dc : dx$  fiet  $EC$  aequ.  $\frac{dc}{dx}x$  et  $TC$  aequ.  $TE + EC$ , seu  $TC$  aequ.  $AT \frac{dy}{dx} + \frac{dc}{dx}x$ .

Jam  $AT^2 + TC^2$  aequ.  $xx + yy$ . Sit  $AT$  aequ.  $\theta$ , et  $TC$  sit  $z$  fiet  $\theta^2 + z^2$  aequ.  $xx + yy$  unde differentialiter fiet:  $\theta d\theta + z dz$  aequ.  $x dx + y dy$ .

$$AT : AE :: dx : dc \text{ seu } AT \text{ aequ. } AE \frac{dx}{dc}.$$

5

$$MA : MB \text{ seu } t - x : x :: AE : BC, y.$$

$$\text{Ergo } AE \text{ aequ. } \frac{ty - xy}{x}. \text{ Ergo } AT \text{ aequ. } \frac{\overline{ty - xy} dx}{x dc}. \text{ Est autem } t \text{ aequ. } y \frac{dx}{dy}. \text{ Ergo}$$

$$AT \text{ seu } \theta \text{ aequ. } \frac{yy d\bar{x}^2}{x dy dc} - y \frac{dx}{dc}. \text{ Jam data curvae quadratura datur } \int \theta dc, \text{ et eadem data}$$

$$\text{datur } \int y dx. \text{ Ergo data curvae quadratura datur } \int \frac{yy d\bar{x}^2}{dy}. \text{ Quam relationem in curva}$$

praesenti habent  $AT, TC, AC$ , eam in trochoide ejus habent  $CB, BP, PC$ .

10

$AT$  ductae in  $GC$ , seu  $\theta$  in  $dc$ , sunt in trochoide ipsae  $y$  ductae in  $dx + dp$ .

Data trochoide invenire ejus generatricem, reducitur ad hoc problema, dato elemento trochoidis invenire curvam. Nam data curva dantur ejus  $AP$ , ergo et differentiae ipsarum; sunt autem ipsae eadem cum ipsis  $GC$  generatricis, seu cum curvae generatricis Elementis. Contra ex data methodo inveniendi generatricem, videndum an habeatur methodus inveniendi curvam elementi quaesiti. Et desideratur, ut ex datis differentiis

15

1  $TE + EC$ . (1) fiet: (2) seu  $L$  3f. fiet ... differentialiter erg.  $L$  5 seu (1)  $AE$   $t - x$  (2)

$AT$  aeqv  $L$  7  $\frac{ty - xy}{x}$ . Ergo (1)  $AE$  (2)  $AT$   $L$  12 Data (1) curva invenire eius trochoidem, est (2)

trochoide  $L$  12f. problema, (1) data curva invenire elementum curvae (2) dato elemento | trochoide ändert Hrsg. | invenire  $L$  13 data (1) Trochoide (2) curva  $L$  14–16  $GC$  (1) Trochoidis, seu cum curvae trochoidis (2) generatricis, ... Elementis. (a) Et contra si data (b): sed non contra licebit ex data generatric (c) contra ex | dato ändert Hrsg. | methodo inveniendi generatricem, (aa) non habetur methodus (bb) videndum ... inveniendi (aaa) curvae (bbb) curvam  $L$

---

6  $t - x : x$ : Leibniz setzt  $t = MB$ . Das korrekte Verhältnis lautet daher  $(t - x) : t = AE : y$ . Der Fehler belastet die Überlegungen bis Z. 9.

ipsarum  $AP$  habeatur curva; seu ut ex datis  $dx + d\frac{\overline{dy}y}{dx}$  aequ.  $dx\ x''$  fiet  $x + \frac{dy\ y}{dx} \sqcap$   
 $\int \overline{dx\ x''}$  et  $x\ dx + dy\ y$  aequ.  $\overline{dx\ \int \overline{dx\ x''}}$  seu  $\frac{1}{2}xx + \frac{1}{2}yy$  aequ.  $\int \overline{dx\ \int \overline{dx\ x''}}$ . Unde patet opus  
 prius esse ad quadraturas, adhuc ut ex data methodo inveniendi trochoidis generatricem,  
 reperiatur methodus pro elemento curvae. Prius enim invenienda (trochoides) curva cujus  
 5 differentiae  $AP$  sint datae quod fit ut dixi per quadraturas.

1 ex datis (1)  $x$  et (2)  $dx + (a)\ dy\ (b)\ \frac{d\overline{dy}y}{dx}\ (c)\ d\frac{\overline{dy}y}{dx}\ L\quad 2\ x\ dx + dy\ y\ (1)\ \text{aeqv}\ \int\int\ (2)\ \text{aeqv}$   
 $(a)\ \int \overline{dx\ \int \overline{dx\ x''}}\ (b)\ \overline{dx\ \int \overline{dx\ x''}}\ L\quad 4\ \text{invenienda}\ (1)\ \text{tro}\ (2)\ (\text{trochoides})\ L$

---

1  $x''$ : Leibniz erklärt diese ungewöhnliche Notation hier nicht. Ihre Bedeutung ergibt sich aus der Gleichung, in der sie verwendet wird. Diese ist äquivalent zu  $dx\ x'' = dx + dp$  und lässt sich zu  $x'' = 1 + \frac{dy^2}{dx^2}$  beziehungsweise zu  $x'' = \left(\frac{dc}{dx}\right)^2$  umformen;  $x''$  ist hier also das Quadrat des Bogenelements. — Die gleiche Notation findet sich bereits in dem gut drei Jahre älteren Stück VII, 4 N. 39<sub>2</sub> auf S. 650, dort allerdings ist sie nur ein merktechnisches Hilfsmittel.

# VERZEICHNISSE





## PERSONENVERZEICHNIS

Verfasser bzw. Mitverfasser von hier abgedruckten Stücken werden mit den gesamten Seitenzahlen genannt, ebenso Personen, auf die sich ein ganzes Stück bezieht. Bei Autoren ist zusätzlich das Schriftenverzeichnis heranzuziehen. Variierende Namensformen werden nur separat aufgeführt, wenn sie stärker abweichen. Kursivdruck weist auf eine Nennung ausschließlich im Herausgebertext hin.

- |  |  |
|--|--|
| <p>A p o l l o n (Pythius) (myth.): S. <b>334</b> f.</p> <p>A p o l l o n i o s (Apollonius) von Perge † um 190 v. Chr.: S. <b>42. 72</b> f. <b>75. 205</b>.</p> <p>A r c h i m e d e s (Archimede) von Syrakus † 212 v. Chr.: S. <b>42. 70. 72</b> f. <b>75. 166. 308</b>.</p> <p>A r c h y t a s (Architas) von Tarent † um 365 v. Chr.: S. <b>338</b>.</p> <p>A r n a u l d (Arnaldus), Antoine † 1694: S. <b>27. 46. 271. 377. 396</b>.</p> <p>A r t e m i s (Pythias) (myth.): S. <b>334</b> f.</p> <p>A u s o n i u s, Decimus Magnus † um 394: S. <b>326</b>.</p> <p>A v a u x s. Mesmes, Jean Antoine (II) de.</p> <p>B a k e r, Thomas † 1689: S. <b>399</b>.</p> <p>B a r i l l o n d'Amoncourt, Paul de, marquis de Branges † 1691: S. <b>275</b>.</p> <p>B a r r o w, Isaac † 1677: S. <b>309. 311</b>.</p> <p>B e a u n e (Beaunius), Florimond de † 1652: S. <b>409</b>.</p> <p>B e e c k m a n, Isaac (Isaacus Middelburgensis) † 1637: S. <b>324. 328. 330</b> f. <b>333</b> f. <b>335. 341</b>.</p> <p>B e r t e t (Berthet), Jean SJ † 1692: S. <b>292. 451</b> bis <b>454</b>.</p> <p>B i l l y, Jacques de SJ † 1679: S. <b>392</b> f.</p> <p>B o i n e b u r g, Johann Christian Reichsfreiherr von † 1672: S. <b>68. 275</b>.</p> <p>B o i n e b u r g, Philipp Wilhelm Reichsfreiherr von † 1717: S. <b>275</b>.</p> <p>B o m b e l l i, Rafael † 1572: S. <b>66</b>.</p> <p>B o n d, Henry † 1678: S. <b>417</b>.</p> <p>B o r r e l, Jean † 1572: S. <b>66</b>.</p> <p>B o u l l i a u, Ismael (Bullialdus, Ismael) † 1694: S. <b>66. 70</b>.</p> <p>B o u r g o i n, Charles OAD † 17. Jh.: S. <b>356–361</b>.</p> <p>B r a m e r (Bramerus), Benjamin † 1648: S. <b>349</b>.</p> <p>B r a n d s h a g e n, Jobst Dietrich † nach 1716: S. <b>322</b> f.</p> | <p>B r i g g s (Bridgius), Henry † 1630: S. <b>33</b>.</p> <p>B r u n e t t i, Cosimo † ca. 1680: S. <b>205</b>.</p> <p>C a n d o r s. Leremite.</p> <p>C a r d a n o, Girolamo † 1576: S. <b>43</b>.</p> <p>C a r d i n e t, Claude (Cardinet, Claudius) † 1694: S. <b>302</b>.</p> <p>C a r t e s i u s s. Descartes.</p> <p>C a v a l i e r i (Cavalerius), Bonaventura CASH † 1647: S. <b>42. 70. 76</b>.</p> <p>C h a r i k l e a, Romanfigur: S. <b>334</b>.</p> <p>C l a v i u s, Christoph SJ † 1612: S. <b>75</b> f. <b>392</b>.</p> <p>C l e r s e l i e r, Claude de † 1684: S. <b>322</b>.</p> <p>C o l l i n s, John † 1683: S. <b>78. 80. 301. 355. 362</b>.</p> <p>C o m m a n d i n o (Commandinus), Federico † 1575: S. <b>75</b> f.</p> <p>C o u r c i e r, Pierre SJ † 1692: S. <b>302–308</b>.</p> <p>C o u r t i n, Honoré † 1703: S. <b>275</b>.</p> <p>D a l F e r r o, Scipione (Ferreus, Scipio) † 1526: S. <b>43</b>.</p> <p>D e b e a u n e s. Beaune.</p> <p>D e s B i l l e t t e s (Des Billets), Gilles Filleau † 1720: S. <b>271. 272</b>.</p> <p>D e s c a r t e s (Cartesius, des Cartes), René † 1650: S. <b>42</b> f. <b>67</b> f. <b>70. 73–76. 77. 117</b> f. <b>122. 127</b> f. <b>281</b> bis <b>291. 322–355. 407–409. 411</b> f.</p> <p>D e t t o n v i l l e [Pseud.] s. Pascal.</p> <p>D i e n e r i n n e n der Psyche s. Psyche (myth.).</p> <p>E c k h a r d, Arnold † 1685: S. <b>455</b>.</p> <p>E u k l e i d e s (Euclide, Euclides), um 300 v. Chr.: S. <b>71. 73. 75. 77. 238. 353. 377. 392</b>.</p> <p>E u t o k i o s (Eutocius) von Askalon * um 480: S. <b>75</b>.</p> |
|--|--|

- Faulhaber, Johann † 17. Jh.: S. **337. 339.**
- Ferguson, Johan Jacob † 1691: S. **407.**
- Fermat (Fermatius), Pierre de † 1665: S. **16. 68. 75 f. 138. 148. 205 f. 226. 230. 246. 248. 250. 255.**
- Ferreus s. Dal Ferro.
- Fogel, Martin † 1675: S. **362.**
- Fortunatus, Romanfigur: S. **247.**
- Frénicle de Bessy (Freniclus), Bernard † 1675: S. **84. 396. 397. 398.**
- Fürstenberg, Ferdinand Reichsfreiherr von † 1683: S. **425.**
- Fürstenberg, Wilhelm Egon Fürst von † 1704: S. **275.**
- Gaignières (Ganierius), Aimé de † nach 1661: S. **140.**
- Galilei (Galilaeus), Galileo † 1642: S. **42. 75 f.**
- Gallois, Jean † 1707: S. **9.**
- Gassendi, Pierre † 1655: S. **68.**
- Girard, Albert (Girardus, Albertus) † 1632: S. **66. 70. 76.**
- Gombaud, Antoine, gen. Chevalier de Méré (Chevalier de Melé, Chevalier de Meslé) † 1684: S. **226 f.**
- Gosselin (Gosselinus), Guillaume † um 1590: S. **66 f.**
- Gouffier, Artus, 5<sup>e</sup> duc de Roannais (dux Roannesius) † 1696: S. **257. 258. 269.**
- Gregorius s. Gregory u. Saint-Vincent.
- Gregorius a S. Vincentius (a S. V.) s. Saint-Vincent.
- Gregorius, Jacobus s. Gregory.
- Gregory, James (Gregorius, Jacobus) † 1675: S. **66. 74 f. 83. 85. 362.**
- Guldin (Guldinus), Paul SJ † 1643: S. **76.**
- Harod de Senevas, Melchior, marquis de Saint-Romain (de S. Romain) † 1694: S. **34.**
- Harsdörffer (Harsdorfer), Georg Philipp † 1658: S. **27.**
- Heuraet (Heuratus), Hendrik van † 1660(?): S. **75 f. 77. 141. 177.**
- Hobbes (Hobbius), Thomas † 1679: S. **68 f.**
- Hudde (Huddenius), Jan † 1704: S. **75 f. 77. 99. 129. 131. 134. 140. 148.**
- Huygens (Hugenius, Huguens), Christiaan † 1695: S. **9. 66. 70. 76. 148. 219. 226. 228. 301. 455.**
- Huygens, Constantijn † 1687: S. **332 f.**
- Isaacus Middelburgensis s. Beeckman.
- Jungius, Joachim (Jungius, Joachimus) † 1657: S. **71.**
- Kircher, Athanasius SJ † 1680: S. **5.**
- La Hire, Philippe de † 1718: S. **455–457.**
- La Loubère, Antoine de SJ † 1664: S. **34.**  
Neffe: s. La Loubère (Lalouvera), Simon de.
- La Loubère (Lalouvera), Simon de † 1729: S. **34. 46.**  
Onkel: s. La Loubère, Antoine de SJ.
- La Roque, Jean Paul de † 1691: S. **455.**
- Le Pailleur, Jacques † 1654: S. **204.**
- Leremite gen. Candor, Gui † 1720: S. **356.**
- Ludwig XIV., König von Frankreich † 1715: S. **275.**
- Malebranche, Nicolas Or † 1715: S. **271.**
- Mariotte, Edme † 1684: S. **42. 396.**
- Mathion (Matthion), Oded Louis OSB † 1700: S. **83.**
- Maurolico (Maurolycus), Francesco † 1575: S. **138.**
- Mengoli (Mengolus), Pietro † 1686: S. **309. 313.**
- Mercator, Nicolaus † 1687: S. **189.**
- Méré (Melé, Meslé), chevalier de s. Gombaud.
- Mersenne, Marin OM † 1648: S. **16. 68. 76. 138. 333.**
- Mesmes, Jean Antoine (I) de, comte d'Avaux, président à mortier † 1673: S. **275.**  
Sohn: s. Mesmes, Jean Antoine (II).
- Mesmes, Jean Antoine (II) de, gen. comte d'Avaux † 1709: S. **275.**  
Vater: s. Mesmes, Jean Antoine (I).
- Middelburgensis s. Beeckman.
- Morland, Sir Samuel † 1695: S. **211.**
- Mourgues, Michel SJ † 1713: S. **46.**

- Newton, Isaac † 1727: S. [421](#). [422](#).
- Oldenburg, Heinrich † 1677: S. [66](#). [203](#). [301](#). [355](#). [392](#). [394](#). [399](#). [421](#). [455](#).
- Ozanam (Osannam), Jacques † 1718: S. [382](#). [390](#). [392](#). [393](#). [394](#).
- Pacioli, Luca OFM † 1517: S. [227](#).
- Pappos (Pappus) von Alexandria † nach 320: S. [72](#) f. [75](#).
- Pascal (Pascalius), Blaise (Dettonville, Amos [Pseud.]) † 1662: S. [13–24](#). [75](#) f. [138–140](#). [203](#) bis [207](#). [226](#). [230](#). [246](#). [248](#). [250](#). [255](#). [257](#). [271–274](#).
- Pell (Pellius), John † 1685: S. [33](#).
- Périer, Étienne † 1680: S. [205](#). [271](#).
- Piccinini, Alessandro † um 1638: S. [332](#).
- Placcius, Vincent † 1699: S. [46](#).
- Polybius cosmopolitanus [Pseud.]: S. [324](#).
- Praetorius, Michael † 1621: S. [332](#).
- Psyche (myth.): S. [334](#) f.  
Dienerinnen: S. [334](#) f.
- Pythagoras von Samos † um 480 v. Chr.: S. [352](#).
- Pythias s. Artemis.
- Pythius s. Apollon.
- Remmelin, Johann † 1632: S. [339](#).
- Roannais (Roannesius) s. Gouffier.
- Roberval (Robervallius), Gilles Personne de † 1675: S. [68](#). [75](#) f.
- Roth, Peter (Roth, Petrus) † 1617: S. [349](#).
- Saint-Romain s. Harod.
- Saint-Vincent, Grégoire de (Gregorius; S. V., Gregorius a; S. Vincentius, Gregorius a) SJ † 1667: S. [75](#) f. [87](#). [189](#).
- Schenckel, Lambert Thomas (Schenkelius, Lambertus) † 1624 oder 1630: S. [337](#).
- Schönberger, Ulrich † 1649: S. [79](#).
- Schönborn, Melchior Friedrich Reichsfreiherr von † 1717: S. [275](#).
- Schooten (Schoten, Schotenius) d. J., Frans van † 1660: S. [66](#). [73–75](#). [77](#). [131](#). [141](#). [182](#). [409–412](#).
- Schwenter (Schwenterus), Daniel G. † 1636: S. [7](#).
- servantes de Psyché s. Psyche (myth.).
- Sluse (Slusius), René-François Walter de † 1685: S. [66](#). [70](#). [75](#) f. [205](#). [315](#). [407](#).
- Soverus, Bartholomaeus † 1629: S. [362](#).
- S. Romain s. Harod de Senevas.
- Stevin (Stevinus), Simon † 1620: S. [75](#) f. [335](#).
- Sturm, Johann Christoph (Sturmius, Johannes Christophorus) † 1703: S. [78](#).
- Theagenes, Romanfigur: S. [334](#).
- Torricelli (Torricellius), Evangelista † 1647: S. [76](#).
- Tschirnhaus, Ehrenfried Walther von † 1708: S. [208](#). [321](#). [322](#) f. [346](#). [351](#). [355](#). [396](#) f. [415](#). [417](#) bis [420](#). [421](#).
- Valerio, Luca (Valerius, Lucas) † 1618: S. [76](#).
- Varisco, Varisco (Varisci, Variscus) † 1631: S. [362](#).
- Veen, Otto van (Venius, Otho) † 1629: S. [78](#). [80](#).
- Viète, François (Vieta, Franciscus) † 1603: S. [42](#) bis [44](#). [66–68](#). [76](#). [117](#) f. [122](#). [127](#) f. [205](#). [219](#). [422](#).
- Wallis (Wallisius), John † 1703: S. [69](#). [76](#). [77](#). [84](#). [89](#). [177](#).
- Ward, Seth † 1689: S. [69](#).
- Wernher, Johann Balthasar † 1743: S. [241](#).
- Wilkins, John † 1672: S. [69](#).
- Wren (Wrennus), Sir Christopher † 1723: S. [76](#). [77](#).

## SCHRIFTENVERZEICHNIS

Das Schriftenverzeichnis (SV.) enthält die im Text und in den Apparaten angeführte Literatur. Darin sind Autoren verzeichnet, die Leibniz grundsätzlich zugänglich waren. Abkürzungen von in den Erläuterungen oder Überlieferungen erwähnter Literatur werden im Verzeichnis der Abkürzungen von Schriften aufgeführt. Noch nicht edierte Leibniz-Stücke sind im Verzeichnis der erwähnten Leibnizhandschriften zu finden. — Jeder Autor und Sachtitel erhält eine Leitnummer, die Reihenfolge der Einzelwerke ist chronologisch. Werke mit eigenhändigen Eintragungen von Leibniz sind mit dem Zusatz [Marg.] versehen. Für die Erwähnung von Autorennamen ist auch das Personenverzeichnis mit heranzuziehen. Kursiv gedruckte Seitenangaben weisen auf eine Nennung ausschließlich im Herausgebertext hin.

1. *An Account of some Books. III. Labyrinthus algebrae, Auth. Joh. Jac. Ferguson.* In: *Philosophical Transactions* IV Nr. 49 vom 19./29. Juli 1669 S. 996–999: S. **407**.
2. *An Account of two Books. I. Renati Franc. Slusii Mesolabum.* In: *Philosophical Transactions* IV Nr. 45 vom 25. März/4. April 1669 S. 903–912: S. **66**, **407**.
- ANDERSON, A. [Hrsg.] s. SV. N. 97,7.
3. APOLLONIOS
  1. *Conica* (Κονικά): S. **75**, **205**.
  2. *De tactionibus* (᾽Επαφῶν): S. **205**.
4. APULEIUS, *Metamorphoses*: S. **334**.
5. ARCHIMEDES
  1. *De conoidibus et sphaeroidibus* (Περὶ κωνοειδέων καὶ σφαιροειδέων): S. **75**.
  2. *De lineis spiralibus* (Περὶ ἐλίκων): S. **75**.
  3. *De planorum aequilibriis* (᾽Επιπέδων ἰσορροπίων): S. **75**.
  4. *De sphaera et cylindro* (Περὶ σφαίρας καὶ κυλίνδρου): S. **75**, **308**.
  5. *Dimensio circuli* (Κύκλου μέτρησις): S. **75**.
  6. *Quadratura parabolae* (Τετραγωνισμὸς παραβολῆς): S. **75**, **166**.
6. ARNAULD, A., *Nouveaux elemens de geometrie*. Paris 1667; 2. Aufl. ebd. 1683; Den Haag 1690. [Darin u. a.: PASCAL, Bl., SV N. 69,10]: S. **27**, **46**, **47**, **204**, **377**.  
— s. a. SV. N. 56,218.
7. AUSONIUS, D. M., *Eclogae*: S. **326**.
8. BAILLET, A.
  1. *La vie de Monsieur Des-Cartes*. 2 Bde. Paris 1691: S. **322**, **325–327**.
  2. *La Vie de Mr Des-Cartes. Réduite en abrégé*. Paris 1692: S. **322f.**, **325**.
9. BARROW, I., *Lectiones geometricae: In quibus (praesertim) generalia curvarum linearum symptomata declarantur*. London 1670; Titelauf. in: *Lectiones XVIII ... in quibus opticorum phaenomenon genuinae rationes investigantur, ac exponuntur. Annexae sunt Lectiones aliquot geometricae*. London 1672 [Marg.]; ergänzte Titelauf. in: *Lectiones opticae et geometricae*. London 1674: S. **311**.
- BARTHOLIN, R. [Hrsg.] s. SV. N. 35,2.
10. BEAUNE, Fl. de, *In geometriam Renati des Cartes notae breves*. In: SV. N. 35,1 S. 119 bis 161; 2. Aufl. in: SV. N. 35,2 Tl I S. 107 bis 142: S. **409**.
- BEECKMAN, I. s. SV. N. 24,13.
11. BERTET, J.
  1. Bertet für Leibniz, s. SV. N. 56,222.  
— s. a. SV. N. 56,217.
12. BILLY, J. de
  1. *Doctrinae analyticae inventum novum collectum ... ex variis epistolis quas ... misit D. P. de Fermat*. Mit separater Paginierung in: SV. N. 25,1: S. **392**.
  2. *Diophanti redivivi, Pars prior: In qua, non casu putatum est, sed certissima methodo, & analysi subtiliore, innumera enodantur pro-*

- blemata, quae aliud quam triangulum rectangulum spectant.* Lyon 1670 [Marg.]: S. 392 f.
3. *Diophanti redivivi, Pars posterior: In qua, non casu, ut putatum est, sed certissima methodo, & analysi subtiliore, innumera enodantur problemata, quae aliud quam triangulum rectangulum spectant.* Lyon 1670: S. 392.
- BOINEBURG, J. Chr. v. s. SV. N. 56,200.
13. BOMBELLI, R., *L'Algebra*. Bologna 1579: S. 66.
14. BRAMER, B.
1. *Kurtzer Bericht eines Schreg oder Winckel Instruments, darmit alle auß und eingebo-gene Schregen abzunemen.* Marburg 1615: S. 348.
  2. *Bericht und gebrauch Eines Proportional Linials: Neben kurtzem Unterrichts Eines Parallel Instruments.* Marburg 1617: S. 348.
  3. *Trigonometria Planorum Mechanica oder Unterricht und Beschreibung eines neuwen und sehr bequemen Geometrischen Instruments, zu allerhand Abmessung und Solvirung der Planischen Triangel: derogleichen bißhero nicht gesehen worden.* Marburg 1617: S. 348.
15. BRIGGS, H., *Trigonometria Britannica: Sive de doctrina triangulorum libri duo: Quorum prior continet constructionem canonis sinuum tangentium & secantium, una cum logarithmis sinuum & tangentium ad gradus & graduum centesimas & ad minuta & secunda centesimis respondentia.* Gouda 1633: S. 33.
- BRUNETTI, C. s. SV. N. 87,3
16. BUTEO, J., *Logistica, quae et Arithmetica vulgo dicitur in libros quinque digesta.* Lyon 1559: S. 66.
17. CARDANO, G.
1. *Practica arithmeticae et mensurandi singularis.* Mailand 1539; Nachdr. in: SV. N. 17,3 Bd IV S. 13–216: S. 227.
  2. *Artis magnae, sive de regulis algebraicis, liber unus.* Nürnberg 1545; Nachdr. in: SV. N. 17,3 Bd IV S. 221–302: S. 43.
  3. *Opera omnia.* 10 Bde. Lyon 1663. [Darin in Bd IV u. a.: SV. N. 17,1–2]: S. 43.
18. CAVALIERI, B.
1. *Geometria indivisibilibus continuorum nova quadam ratione promota.* Bologna 1635;
  2. Aufl. ebd. 1653: S. 76.
  2. *Exercitationes geometricae sex.* Bologna 1647: S. 76.
19. CEULEN, L. van, *Fundamenta arithmetica et geometrica.* Hrsg. W. Snell. Leiden 1615: S. 338.
20. CLAVIUS, Chr.
1. *Euclidis Elementorum Libri XV.* Rom 1574; 4. Ausg. Frankfurt 1607 [Marg.]; Nachdr.: SV N. 20,4 Bd 1: S. 76. 392.
  2. *Fabrica et usus instrumenti ad horologiorum descriptionem peropportuni.* Rom 1586; Nachdr. (tlw.) mit separater Paginierung in: SV. N. 20,4 Bd 4: S. 348.
  3. *Geometria practica.* Rom 1604 [u. ö.]; Nachdr.: SV. N. 20,4 Bd 2: S. 76. 338.
  4. *Opera mathematica.* 5 Bde. Mainz 1611 bis 1612. [Darin u. a. als Bd 1: Nachdr. von SV. N. 20,1; als Bd 2: Nachdr. von SV. N. 20,3; in Bd 4 u. a. SV. N. 20,2 (tlw.)]: S. 348. 351. 392.
21. COLLINS, J.
- Schriften:
1. *An Account, Concerning the Resolution of Equations in Numbers.* In: *Philosophical Transactions* IV Nr. 46 vom 12./22. April 1669 S. 929–934: S. 407.
  2. *Commercium epistolicum D. Johannis Collins et aliorum de analysi promota.* London 1712 [eigentlich 1713] [Marg.]: S. 78. 80.
- Briefe:
3. Collins an Oldenburg für Tschirnhaus, Ende Mai 1676. [Gedr.: III, 1 N. 82<sub>2</sub> S. 382 bis 407]: S. 355.
  - s. a. SV. N. 56,227.
22. CONIMBRICENSES
1. *Commentarii Collegii Conimbricensis Societatis Iesu, in octo libros physicorum Aristotelis Stagiritae.* Lyon 1594: S. 338.
  2. *In libros ethicorum Aristotelis ad Nicomachum aliquot Conimbricensis cursus disputationes.* Lyon 1608: S. 325.



23. COURCIER, P.  
 1. *Opusculum de Sectione superficiei sphaericae*. Paris 1663: S. **307**.  
 2. *Supplementum Sphaerometriae, sive Triangularium et aliarum in Sphaera figurarum quoad areas mensuratio*. Pont-à-Mousson 1675: S. **302–308**.
24. DESCARTES, R.  
 S c r i f t e n :  
 1. *Aquae comprimentis in vase ratio reddita*. Ms. [Gedr.: DO X S. 67–74; JB IV S. 52–55]: S. **335**.  
 2. *Calcul de Mons. Descartes*. Ms. [Gedr.: DO X S. 659–680]: S. **351**.  
 3. *Cartesius*. Ms. [Gedr.: DO XI S. 647–653; CARRAUD, *Cartesius*]: S. **322**.  
 4. *Discours de la Methode ... Plus La Dioptrique. Les Météores. Et La Géométrie. Qui sont des essais de cete Methode*. Leiden 1637; [auch in: DO VI S. 1–515]. [Darin u. a.: SV. N. 24,5–6]; lat. Fassung ohne *Géométrie* u. d. T. *Specimina philosophiae* in: SV. N. 24,8 S. 71–206.  
 5. *La Dioptrique*. In: SV. N. 24,4 S. 1–153 (2. Zählung); [auch in: DO VI S. 79–228]; lat. Fassung u. d. T. *Dioptrice* in: SV. N. 24,8 S. 71–206; [auch in: DO VI S. 584–650]: S. **70**.  
 6. *La Géométrie*. In: SV. N. 24,4 S. 297–413 (2. Zählung) [u. ö.]; [auch in: DO VI S. 367 bis 485]; lat. Fassung u. d. T. *Geometria* in: SV. N. 35,1 S. 1–118; 2. Ausg. in: SV. N. 35,2 Tl I S. 1–106: S. **67f. 70. 73f. 76f. 83. 122. 341. 343. 345. 407**.  
 7. *Meditationes de prima philosophia*. Paris 1641; [auch: DO VII]: S. **68**.  
 8. *Specimina philosophiae*. Amsterdam 1644 [u. ö.]. [lat. Fassung von SV. N. 24,4 (ohne *Géométrie*); Darin u. a.: SV. N. 24,5]  
 9. *Musicae Compendium*. Utrecht 1650; [auch in: DO X S. 89–141]: S. **333f.**  
 10. *Lettres*. Hrsg. Cl. de Clerselier. 3 Bde. Paris 1657–1667 [Marg.]; lat. Fassung u. d. T. *Epistolae*. Amsterdam 1668–1682. [Darin u. a. SV. N. 24,14–15; MERSENNE, M., SV. N. 61,7]: S. **73. 332**.  
 11. *Opuscula posthuma physica et mathematica*. Amsterdam 1701 [Marg.]. [Darin u. a. SV. N. 24,12].  
 12. *Regulae ad directionem ingenii*. Ms. [Gedr.: SV. N. 24,11 S. 1–66 (4. Zählung); auch in: DO X S. 349–488]: S. **323**.  
 B r i e f e :  
 13. Descartes an Beeckman, 26. März 1619. [Gedr.: DO X S. 154–160; JB S. 58–61]: S. **341**.  
 14. Descartes an Elisabeth von Pfalz-Simmern, November 1643. [Gedr.: SV. N. 24,10 Bd 3 S. 461–465; DO IV S. 37–42]: S. **73**.  
 15. Descartes an Constantijn Huygens, 1646. [Gedr.: SV. N. 24,10 Bd 3 S. 587–588; auch in: DO IV S. 678–683]: S. **332**.  
 — s. a. SV. N. 61,7.
25. DIOPHANTUS von Alexandria  
 1. *Arithmeticon libri sex et de numeris multangulis liber unus. Cum commentariis C. G. Bacheti V. C. observationibus D. P. de Fermat Senatoris Tolosani. Accessit Doctrinae analyticae inventum novum, collectum ex variis ejusdem D. de Fermat epistolis*. Hrsg. S. Fermat. Toulouse 1670 [Marg.]. [Darin u. a. BILLY, J. de, SV. N. 12,1 u. DIOPHANTUS von Alexandria, SV. N. 25,2].  
 2. *De multangulis numeris liber unus*. Mit separater Paginierung in: SV. N. 25,1: S. **16. 138**.
26. *Divers ouvrages de mathématique et de physique. Par messieurs de l'Académie Royale des Sciences*. Paris 1693. [Darin u. a.: HUYGENS, Chr., SV. N. 47,7; DERS., SV. N. 47,8]: S. **148**.  
 — ECKHARD, A. s. SV. N. 56,229.  
 — ELISABETH von Pfalz-Simmern s. SV. N. 24,14.
27. EUKLEIDES von Alexandria, *Elementa* (Στοιχεῖα): S. **71. 73. 77. 238. 348. 351. 353. 360. 377. 392**.
28. EUTOKIOS, *Commentarii in libros Archimedis, De sphaera et cylindro, Dimensio circuli, De planorum aequilibriis* (Σχόλια): S. **75**.

29. FABRI, H., *Synopsis geometrica cui accessere tria opuscula, nimirum, De linea sinuum et cycloide, De maximis et minimis, centuria, et Synopsis trigonometriae planae*. Lyon 1669 [Marg.]: S. [84](#). [435](#). [448](#).
30. FAULHABER, J.
  1. *Ein sehr nützlicher New erfundener Gebrauch eines Niederländischen Instruments zum abmessen und Grundlegen mit sehr geschwindem vorthail zu Practiciern*. Augsburg 1610: S. [348](#).
  2. *Neue Geometrische und Perspectivische Inventiones Etlicher sonderbahrer Instrument*. Frankfurt/M. 1610: S. [348](#).
  3. *Wahrhafftige und Gründliche Solution oder Auflößung einer Hochwichtigen Frag*. Ulm 1618: S. [337](#).
  4. *Appendix oder Anhang der Continuation deß Newen Mathematischen Kunstspiegels*. Augsburg 1621. [Darin u. a.: REMMELIN, J., SV. N. 77]: S. [339](#).
  5. *Miracula arithmetica. Zu der Continuation seines Arithmetischen Wegweisers gehörig*. Augsburg 1622: S. [324](#). [348](#). [352](#).
  6. *Zwey und Viertzig Secreta, welche er in deß H. Reichs Statt Augspurg öffentlich zu Affigieren, und männiglich zulehren ... Beweilligung erlangt hat*. Augsburg 1622: S. [337](#).
  7. *Weitere Continuation deß Privilegirten Mathematischen Kunstspiegels*. Ulm 1626: S. [348](#).
- FERDINAND von Paderborn, Bischof s. SV. N. 56,228.
31. FERMAT, P. de  
S c h r i f t e n :
  1. *De solutione problematum geometricorum per curvas simplicissimas et unicuique problematum generi proprie convenientes dissertatio tripartita*. 1657–1658. Ms. [Gedr.: SV. N. 31,3 S. 110–115; auch in: FO I S. 118–132]: S. [76](#).
  2. *De linearum curvarum cum lineis rectis comparatione dissertatio geometria, autore M. P. E. A. S.* Toulouse 1660; Nachdr. in: SV. N. 31,3 S. 89–109; [auch in: FO I S. 211–254]: S. [76](#).
  3. *Varia opera mathematica*. Hrsg. S. de Fermat. Toulouse 1679 [Marg.]. [Darin u. a. SV. N. 31,1–2]: S. [76](#). [226](#). [246](#). [248](#).
- B r i e f e :
  4. Fermat an Mersenne, Anfang Juni 1638. [Gedr.: FO II S. 63–70; MERSENNE, *Correspondance* VII S. 272–283]: S. [16](#). [138](#).
  5. Fermat an Mersenne, Februar/März 1642. [Gedr.: tlw. in SV. N. 61,5, praefatio, §IV, Bl. a1 v<sup>o</sup>–a2 r<sup>o</sup>; FO I S. 195–198; MERSENNE, *Correspondance* XI S. 55–58]: S. [68](#).
  - s. a. SV. N. 69,11–13.
  - FERMAT, S. de [Hrsg.] s. SV. N. 25,1. 31,3.
32. *Fortunatus*. Augsburg 1509: S. [247](#).
33. FRÉNICLE DE BESSY, B.
  1. *Solutio duorum problematum circa numeros cubos et quadratos*. Paris 1675: S. [84](#).
  2. *Traité des triangles rectangles en nombres*. Hrsg. E. Mariotte. Paris 1676 [Marg.]: S. [396](#) bis [398](#).
34. GALILEI, G.
  1. *Discorsi e dimostrazioni matematiche*. Leiden 1638; Nachdr. in: SV. N. 34,2; [auch in: GO VIII S. 39–318 u. GO I S. 187–208]: S. [76](#).
  2. *Opere*. 2 Bde. Bologna 1656. [In Bd 2 mit separater Paginierung: SV N. 34,1]
  - GALLOIS, J. s. SV. N. 47,9.
35. *G e o m e t r i a*
  1. *Geometria, a Renato Des Cartes anno 1637 gallice edita; nunc autem cum notis Florimondi de Beaune ... in linguam latinam versa, et commentariis illustrata, opera atque studio Francisci a Schooten*. Leiden 1649. [Darin u. a.: DESCARTES, R., SV. N. 24,6; BEAUNE, Fl. de, SV. N. 10; SCHOOTEN, Fr. van, SV. N. 84,3; DERS., SV. N. 84,4.]: S. [73](#).
  2. *Geometria, a Renato Des Cartes anno 1637 gallice edita; postea autem una cum notis Florimondi de Beaune ... in latinam linguam versa, et commentariis illustrata, opera atque studio Francisci a Schooten ... Nunc demum ab eodem diligenter recognita,*



- locupletioribus commentariis instructa, multisque egregiis accessionibus ... exornata.* 2 Tle. Amsterdam 1659–1661 [Marg.]. [In Tl I u. a.: DESCARTES, R., SV. N. 24,6; BEAUNE, Fl. de, SV. N. 10; SCHOOTEN, Fr. van, SV. N. 84,3; DERS., SV. N. 84,2; DERS., SV. N. 84,4; HUDDE, J., SV. N. 45; HEURAET, H. van, SV. N. 43. In Tl II u. a.: SCHOOTEN, Fr. van, *Principia matheseos universalis, seu introductio ad geometriae methodum Renati Des Cartes*. Hrsg. R. Bartholin; BEAUNE, Fl. de, *De aequationum natura, constitutione et limitibus, opuscula duo*. Hrsg. R. Bartholin; WITT, J. de, *Elementa curvarum linearum*. Hrsg. Fr. van Schooten; SCHOOTEN, Fr. van, *Tractatus de concinnandis demonstrationibus geometricis ex calculo algebraico*. Hrsg. P. van Schooten]: S. 73.
36. GIRARD, A.  
1. *Invention nouvelle en l'algebre ... Tant pour la solution des equations, que pour recognoistre le nombre des solutions qu'elles reçoivent*. Amsterdam 1629; Nachdr. Leiden 1884: S. 66. 70.  
2. [Hrsg.] s. SV. N. 89,3.
37. GOSSELIN, G., *De arte magna, seu de occulta parte numerorum, quae et algebra, et almu-cabala vulgo dicitur, libri quatuor. In quibus explicantur aequationes Diophanti*. Paris 1577 [Marg.]: S. 66.
38. GREGORY, J.  
1. *Vera circuli et hyperbolae quadratura*. Padua 1667; Nachdr. ebd. 1668 [Marg.]: S. 83. 85.  
2. *Geometriae pars universalis*. Padua 1668 [Marg.]: S. 66. 74.  
3. *Exercitationes geometricae*. London 1668 [Marg.]: S. 219.
39. GULDIN, P., *Centrobaryca*. Bd 1 Buch I Wien 1635; Bd 2 Buch II–IV ebd. 1640–1641: S. 76.
40. HARSDÖRFFER, G. Ph., *Delitiae mathematicae et physicae. Der Mathematischen und Philosophischen Erquickstunden zweyter Theil*. Nürnberg 1651. [Fortsetzung v.: SV. N. 86,2]: S. 27.
41. HELIODOROS von Emesa, *Aithiopika* (Αἰθιοπικῶν βιβλία ι'): S. 334.
42. HERIGONE, P., *Supplementum cursus mathematici*. Paris 1642; Titelauf. u. d. T. *Cursus mathematici tomus sextus ac ultimus, sive supplementum*. Paris 1644: S. 68.
43. HEURAET, H. van, *Epistola de transmutatione curvarum linearum in rectas*. In: SV. N. 35,2 Tl I S. 517–520: S. 77. 177.
44. HOBBS, Th.  
1. *Leviathan, or the Matter, Form, & Power of a Common-Wealth Ecclesiasticall and Civil*. London 1651; auch mit separater Paginierung in überarbeiteter Form als lat. Fassung in: SV. N. 44,4: S. 69.  
2. *Elementorum philosophiae sectio prima De corpore*. London 1655; auch mit separater Paginierung in überarbeiteter Form in: SV. N. 44,4: S. 68. 69.  
3. *Examinatio et emendatio mathematicae hodiernae*. London 1660; auch mit separater Paginierung in überarbeiteter Form in: SV. N. 44,4: S. 69.  
4. *Opera Philosophica, Quae Latine scripsit, Omnia*. Amsterdam 1668. [Darin u. a.: SV. N. 44,3; SV. N. 44,2; SV. N. 44,1]: S. 68.  
— s. a. SV. N. 56,199 u. 56,204.
45. HUDDE, J., *Epistolae duae, quarum altera de aequationum reductione, altera de maximis et minimis agit*. In: SV. N. 35,2 Tl I S. 406–516: S. 77. 99. 129. 134. 140. 148.
46. HULSIUS, L.  
1. *Ander Tractat Der Mechanischen Instrumenten Levini Hulsii: Gründlicher unterricht des neuen BüchsenQuadrants, wie derselbe, das grosse Geschütz, bey Tag oder bey Nacht zurichten gebraucht sol werden*. Nürnberg 1603: S. 348.  
2. *Erster Tractat Der Mechanischen Instrumenten Levini Hulsii: Gründtlicher, augenscheinlicher Bericht dess neuen geometrischen gruntreissenden Instruments, Planimetra genandt*. Nürnberg 1604: S. 348.

3. *Vierdter Tractat der Mechanischen Instrumenten Levini Hulsii. Gründtliche Beschreibung des Diensthafften unnd Nutzbahrn Instruments Viatorii oder Wegzählers.* Nürnberg 1605: S. 348.
47. HUYGENS, Chr.  
Schriften:  
1. *Theoremata de quadratura hyperboles, ellipsis et circuli ex dato portionum gravitatis centro, quibus subiuncta est εἰσαγωγὴ cyclo-metriae cl. viri Gregorii a S. Vincentio.* Leiden 1651; [auch in: HO XI S. 281–337]: S. 76.  
2. *De circuli magnitudine inventa.* Leiden 1654; [auch in: HO XII S. 113–181]: S. 76.  
3. *Réduction de la rectification de la parabole à la quadrature de l'hyperbole et de la quadrature de la surface du conoïde parabolique à celle du cercle.* 1657. Ms. [Gedr.: HO XIV S. 234–270]: S. 76.  
4. *De ratiociniis in ludo aleae.* In: SV. N. 84,5 S. 517–534: S. 226–228. 230. 241.  
5. *Recherches sur les propriétés géométriques de la cycloïde.* 1658–59. Ms. [Gedr.: HO XIV S. 347–376]: S. 76.  
6. *Recherches sur la théorie des développées.* 1659. Ms. [Gedr.: HO XIV S. 387–405]: S. 76.  
7. *Demonstratio regulae de maximis et minimis.* 1667. Ms. [Gedr.: SV. N. 26 S. 326–330; auch in: HO XX S. 229–241]: S. 76. 148.  
8. *Regula ad inveniendas tangentes linearum curvarum.* 1667. Ms. [Gedr.: SV. N. 26 S. 330 bis 335; auch in: HO XX S. 243–255]: S. 76.  
9. *Extrait d'une lettre de M. Hugens de l'Académie Royale des Sciences à l'Auteur de ce Journal, touchant les phenomenes de l'Eau purgée d'air,* 25. Juli 1672. In: *Journal des Sçavans*, S. 133–140: S. 9.  
10. *Horologium oscillatorium sive de motu pendulorum ad horologia aptato demonstrationes geometricae.* Paris 1673 [Marg.]; [auch in: HO XVIII S. 69–365 u. XVI S. 315–318]: S. 66. 70. 76.  
Briefe:  
11. Huygens an Leibniz, s. SV. N. 56,210. — s. a. SV. N. 56,205. 56,209. u. 56,216.
- HUYGENS, C. s. SV. N. 24,15.
48. *Journal des Sçavans.* Paris (Amsterdam) 1665 ff.:  
— 25. Juli 1672: S. 9.  
— 23. Mai 1678: S. 455.
49. JUNGIIUS, J., *Geometria Empirica.* Rostock 1627; 2. Aufl. Hamburg 1649 [Marg.]: S. 71.
50. KEPLER, J., *Epitome astronomiae Copernicanae.* Linz 1620: S. 327.
51. KIRCHER, A., *Ars magna sciendi, in XII libros digesta, qua nova & universali methodo per artificiosum combinationum contextum de omni re proposita plurimis & prope infinitis rationibus disputari, omniumque summaria quaedam cognitio comparari potest.* Amsterdam 1669: S. 5.  
— s. a. SV. N. 56,198.
52. LA HIRE, Ph. de, *De cycloïde.* Paris 1676 [Marg.]: S. 455–457.
53. LA LOUBÈRE, S. de  
Schriften:  
1. *De la résolution des équations, ou de l'extraction de leurs racines.* Paris 1732: S. 34.  
Briefe:  
2. La Loubère an Leibniz, s. SV. N. 56,232.
54. LA MARINIÈRE, L. de (?), *La maison des jeux academiques.* Paris 1665: S. 242.  
— LA ROQUE, J. P. de s. SV. N. 56,230.
55. LEEMANN, B.  
1. *Sonnen Uhren zuo ryssen mit allen jren Stunden, ohn alle müßliche Theilung dess Equinoctials, (wie es aber bisshär gebrucht worden) auch ohne einige Veränderung dess Circkels.* Zürich 1587: S. 348.  
2. *Instrumentum instrumentorum: Horologiorum sciotericorum.* Zürich 1604: S. 348.
56. LEIBNIZ, G. W.  
Schriften:  
1. *Disputatio Juridica posterior. De Conditionibus.* Leipzig 1665; [auch in: VI,1 N. 6 S. 125–150]: S. 239.  
2. *Dissertatio de Arte Combinatoria.* Leipzig 1666; [auch in: VI,1 N. 8 S. 163–230]: S. 5. 6. 9–12. 78.

3. *Specimina Juris*. 1667–1669. Ms. [Gedr.: VI, 1 N. 11 S. 365–430]: S. **239**.
4. *Über Drucken und Setzen*. 1671 (?). Ms. [Gedr.: VIII, 1 N. 56 S. 547–549]: S. **65**.
5. *De numeris combinatoriis*. Frühjahr bis Herbst 1672. Ms. [Gedr.: VII, 3 N. 3 S. 17–29]: S. **9. 11. 15**.
6. *Propositiones quaedam physicae*. Frühjahr bis Herbst 1672 (?). Ms. [Gedr.: VI, 3 N. 2 S. 4–72]: S. **9**.
7. *De artibus resolvendi progressionem irreductam*. Juli – Dezember 1672. Ms. [Gedr.: VII, 3 N. 4 S. 30–49]: S. **19**.
8. *Differentiae numerorum harmonicorum et reciprocorum triangularium*. September – Oktober 1672. Ms. [Gedr.: VII, 3 N. 2 S. 10–16]: S. **381**.
9. *Breviarium*. Herbst 1672. Ms. [Gedr.: IV, 1 N. 16 S. 383–399]: S. **381**.
10. *Confessio philosophi*. Herbst 1672 – Winter 1672/73 (?). Ms. [Gedr.: VI, 3 N. 7 S. 115 bis 149]: S. **271**.
11. *Aus und zu Galileis Discorsi*. Herbst 1672 bis Winter 1672/73. Ms. [Gedr.: VI, 3 N. 11 S. 163–168]: S. **16**.
12. *Tentamen primum pertinens ad problema quod dicitur sex quadratorum*. Herbst 1672 bis Frühjahr 1673 [ehem. Dat.: Juni – August 1674]. Ms. [Gedr.: VII, 1 N. 42 S. 246–253]: S. **381**.
13. *Duos numeros quadratos invenire, quorum differentiae sint quadratae. Tentamen secundum pertinens ad problema quod dicitur sex quadratorum*. Herbst 1672 – Frühjahr 1673 [ehem. Dat.: Juni – August 1674]. Ms. [Gedr.: VII, 1 N. 43 S. 254–261]: S. **381 f. 384**.
14. *Tentamen tertium pertinens ad problema quod dicitur sex quadratorum*. Herbst 1672 bis Frühjahr 1673 [ehem. Dat.: Juni – August 1674]. Ms. [Gedr.: VII, 1 N. 44 S. 262–263]: S. **381**.
15. *Considerationes de aequatione quadratica*. Ende 1672 – Frühjahr 1673. Ms. [Gedr.: VII, 2 N. 1 S. 3–5]: S. **407. 412. 414**.
16. *Mathematica*. Ende 1672 – Frühjahr 1673. Ms. [Gedr.: VII, 1 N. 106 S. 653–674]: S. **18 f.**
17. *Marginalien in Barrows Lectiones geometricae*. Ende Januar 1673 – 1716 (?). Ms. [Gedr.: VII, 5 N. 43 S. 301–309]: S. **311**.
18. *De bipartitionibus numerorum eorumque geometricis interpretationibus*. 1. Halbjahr 1673 (?). Ms. [Gedr.: VII, 1 N. 36 S. 217–228]: S. **447**.
19. *Observata philosophica in itinere Anglicano sub initium anni 1673*. März 1673. Ms. [Gedr.: VIII, 1 N. 1 S. 3–19]: S. **33**.
20. *De fractionibus summandis*. März – 16. Mai 1673. Ms. [Gedr.: VII, 3 N. 10 S. 131–138]: S. **17**.
21. *Tabulae serierum fractionum*. März bis 24. Mai 1673. Ms. [Gedr.: VII, 3 N. 11 S. 139–148]: S. **17**.
22. *Zu Fabri, Synopsis geometrica*. Frühjahr 1673. Ms. [Gedr.: VII, 4 N. 1 S. 3–26]: S. **84. 435. 448**.
23. *Mathematicae collectionis plagulae* ♢. Frühjahr 1673. Ms. [Gedr.: VII, 4 N. 10 S. 114 bis 163]: S. **45**.
24. *Mathematicae collectionis plagulae* ▯. Frühjahr 1673. Ms. [Gedr.: VII, 4 N. 15 S. 220 bis 255]: S. **437**.
25. *De figuris similibus et de quadratura circuli*. Frühjahr 1673. Ms. [Gedr.: VII, 1 N. 6 S. 60–96]: S. **355. 377**.
26. *De geometria seu potius algebra mechanica*. Frühjahr – Sommer 1673. Ms. [Gedr.: VII, 1 N. 8 S. 104–108]: S. **62**.
27. *Characteristica geometrica. De lineis et angulis*. Frühjahr – Sommer 1673 (?). Ms. [Gedr.: VII, 1 N. 9 S. 109–119]: S. **373**.
28. *De problematis Geometriae Cartesii. De compositione rationum*. Frühjahr – Sommer (?) 1673. Ms. [Gedr.: VII, 1 N. 110 S. 679 bis 689]: S. **355**.
29. *De additione serierum progressionis arithmeticae*. April – Mai 1673. Ms. [Gedr.: VII, 3 N. 19 S. 242–248]: S. **447**.
30. *Mathematicae collectionis plagulae* ♠. Spätes Frühjahr 1673. Ms. [Gedr.: VII, 4 N. 16 S. 256–331]: S. **355. 437**.

31. *Mathematicae collectionis plagulae se-iunctae*. Spätes Frühjahr 1673. Ms. [Gedr.: VII, 4 N. 17 S. 332–360]: S. **44. 455.**
32. *Comme les pilotes prennent les hauteurs sur mer*. Sommer 1673. Ms. [Gedr.: VIII, 1 N. 11 S. 102–103]: S. **437.**
33. *De ductibus*. Sommer 1673. Ms. [Gedr.: VII, 4 N. 26 S. 425–464]: S. **439.**
34. *Triangulum characteristicum ellipsis*. Sommer 1673. Ms. [Gedr.: VII, 4 N. 28 S. 501 bis 517]: S. **45.**
35. *Notae maxime ad circuli quadraturam relatae*. Sommer 1673. Ms. [Gedr.: VII, 4 N. 31 S. 548–550]: S. **439.**
36. *Fines geometriae*. Sommer 1673. Ms. [Gedr.: VII, 4 N. 36 S. 594–597]: S. **67f. 355.**
37. *De paraboloeidum et hyperboloeidum quadratura III*. Sommer 1673. Ms. [Gedr.: VII, 4 N. 39 S. 617–655]: S. **460.**
38. *De functionibus plagulae quattuor*. August 1673. Ms. [Gedr.: VII, 4 N. 40 S. 656–710]: S. **45. 192. 373.**
39. *Dissertatio de arithmetico circuli tetragonismo*. Herbst 1673 und Juli (?) 1676. Ms. [Gedr.: VII, 6 N. 1 S. 3–40]: S. **449.**
40. *Summa progressionis harmonicae I*. Ende 1673 – Mitte 1674. Ms. [Gedr.: VII, 3 N. 27 S. 315–319]: S. **17.**
41. *Summa progressionis harmonicae II*. Ende 1673 – Mitte 1674. Ms. [Gedr.: VII, 3 N. 28 S. 320–326]: S. **13. 17.**
42. *Aequatio ex circuli et sectionis conicae intersectione oriens*. Ende Dezember 1673 – Juni 1674. Ms. [Gedr.: VII, 7 N. 7 S. 42–58]: S. **66. 74. 83.**
43. *Quadratura circuli arithmetica, sive per infinitam seriem numerorum rationalium*. Erste Hälfte 1674. Ms. [Gedr.: VII, 6 N. 4 S. 53–74]: S. **45.**
44. *Data basi, angulo ad basin, rectangulo sub lateribus invenire triangulum*. Anfang – Mitte 1674 [ehem. Dat.: Ende 1674 – Ende 1675]. Ms. [Gedr.: VII, 1 N. 14 S. 134–146]: S. **44.**
45. *De la méthode de l'universalité I*. Mai bis Juni 1674. Ms. [Gedr.: VII, 7 N. 10 S. 75 bis 112]: S. **41. 43. 241. 355.**
46. *De la méthode de l'universalité II*. Juni 1674. Ms. [Gedr.: VII, 7 N. 11 S. 113–141]: S. **41. 43. 241. 355.**
47. *Essay de la Méthode des Universels*. Mitte 1674. Ms. [Gedr.: VII, 7 N. 14 S. 151–166]: S. **41. 43.**
48. *Essay de la Méthode de l'universalité*. Mitte 1674. Ms. [Gedr.: VII, 7 N. 15 S. 167 bis 174]: S. **355.**
49. *Excerpta ex Slusiani Mesolabi Analysi*. Mitte 1674. Ms. [Gedr.: VII, 7 N. 16 S. 175 bis 188]: S. **66. 70.**
50. *De radicibus ex binomiis quantitativis extrahendis specimen universale*. Sommer 1674. Ms. [Gedr.: VII, 3 N. 33 S. 348–352]: S. **165.**
51. *Analysis ad alias res quam quantitates applicata*. Sommer – Herbst 1674 (?). Ms. [Gedr.: VI, 3 N. 44 S. 412–414]: S. **60. 62.**
52. *Datis duobus lateribus et area, invenire triangulum*. August 1674 (?). Ms. [Gedr.: VII, 1 N. 11 S. 124–125]: S. **44. 83.**
53. *Tentamina atque solutiones pertinentes ad problema: Invenire tres numeros, quorum summa sit quadratus, et summa quadratorum ab ipsis sit quadrato-quadratus*. August 1674. Ms. [Gedr.: VII, 1 N. 47 S. 266–329]: S. **41. 392.**
54. *De summa quadratorum aequanda numero dato*. August – Oktober 1674 (?). Ms. [Gedr.: VII, 1 N. 66 S. 468–471]: S. **368.**
55. *Methodus triplicium aequalitatum. Invenire methodum generalem ex uno exemplo*. 25. August 1674. Ms. [Gedr.: VII, 1 N. 48 S. 330–336]: S. **392.**
56. *Aequatio quadratica duarum incognitarum in numeris exequenda*. 25. August bis 2. September 1674. Ms. [Gedr.: VII, 1 N. 116 S. 713–722]: S. **368.**
57. *De aequationibus quadraticis duarum incognitarum in numeris rationalibus resolvendis*. Ende August 1674. Ms. [Gedr.: VII, 1 N. 117 S. 723–729]: S. **368.**

58. *De resolvenda aequatione  $z^2 + x^2 = ab$ . Continuatio schediasmatis de aequationibus quadraticis duarum incognitarum in numeris rationalibus resolvendis.* Ende August bis 2. September 1674. Ms. [Gedr.: VII, 1 N. 118 S. 730–735]: S. 368.
59. *De resolvenda aequatione  $3l^2 = (x+l)^2 + (z+l)^2$ . Continuatio schediasmatis de aequationibus quadraticis duarum incognitarum in numeris rationalibus resolvendis.* Ende August – 2. September 1674. Ms. [Gedr.: VII, 1 N. 119 S. 736–739]: S. 368.
60. *Specimen de divulsionibus aequationum ad problemata indefinita in numeris rationalibus solvenda.* 2. September 1674. Ms. [Gedr.: VII, 1 N. 120 S. 740–755]: S. 368.
61. *Schediasma de aequationibus numericis affectis ad puras reducendis solutionis habendae causa.* Anfang September 1674. Ms. [Gedr.: VII, 1 N. 121 S. 756–765]: S. 368.
62. *Schediasma de homogeneo aequationum numericarum solutionis habendae causa tollendo.* Anfang September 1674. Ms. [Gedr.: VII, 1 N. 122 S. 766 f.]: S. 368.
63. *Methodus generalis exequendi in numeris aequationem quadraticam quamlibet duarum incognitarum, quae in se non ducuntur.* 2. bis 10. September 1674. Ms. [Gedr.: VII, 1 N. 123 S. 768–776]: S. 368.
64. *Aequatio quadratica duarum incognitarum in numeris exequenda: Methodus solvendi problemata in integris.* Vor dem 10. September 1674. Ms. [Gedr.: VII, 1 N. 124 S. 777–782]: S. 368.
65. *De aequationum transformationibus cubicarum et quadrato-quadraticarum: maxime per explicationem incognitae.* 12. September 1674. Ms. [Gedr.: VII, 1 N. 127 S. 814–827]: S. 42.
66. *De aequationibus ad circulum invenendis.* September 1674. Ms. [Gedr.: VII, 1 N. 130 S. 835–846]: S. 44.
67. *De solvendis aequationibus tertii gradus.* September 1674. Ms. [Gedr.: VII, 1 N. 133 S. 860–862]: S. 42.
68. *Methodo tangentium flexus curvarum contrarii facile deprehenduntur.* September bis Oktober 1674. Ms. [Gedr.: VII, 5 N. 10 S. 109–111]: S. 59. 84.
69. *La raison du diamètre à la circonference du cercle.* September – Oktober 1674. Ms. [Gedr.: VII, 6 N. 5 S. 75 f.]: S. 59.
70. *De variis curvis notae.* September bis November 1674. Ms. [Gedr.: VII, 5 N. 11 S. 112]: S. 84.
71. *Schediasma de superficiebus conoeidum.* 3. Oktober 1674 und Januar 1676. Ms. [Gedr.: VII, 5 N. 6 S. 31–42]: S. 45. 66. 70.
72. *Schediasma de Methodo Tangentium inversa ad Circulum applicata.* Oktober 1674. Ms. [Gedr.: VII, 5 N. 7 S. 43–95]: S. 76. 84. 370.
73. *De Methodo Tangentium inversa per aequ. duarum radicum aequalium.* Oktober 1674. Ms. [Gedr.: VII, 5 N. 8 S. 96–106]: S. 84.
74. *Annotatio ad methodum tangentium inversam.* Oktober 1674. Ms. [Gedr.: VII, 5 N. 9 S. 107 f.]: S. 84.
75. *Schediasma de Focis Conicarum.* Oktober 1674. Ms. [Gedr.: VII, 7 N. 33 S. 357–363]: S. 372.
76. *Problematum constructio per curvam et circulum.* Oktober – Dezember 1674. Ms. [Gedr.: VII, 7 N. 40 S. 426–441]: S. 70.
77. *De arte construendi. De methodis aequationes algebraicas solvendi.* Herbst 1674. Ms. [Gedr.: VII, 2 N. 3 S. 7–33]: S. 66.
78. *De serierum summis et de quadraturis plagulae quindecim.* Oktober 1674 und Anfang 1678 – Ende 1679. Ms. [Gedr.: VII, 3 N. 38 S. 382–554]: S. 84. 86. 355. 372.
79. *Schediasma de radicibus cubicis.* Oktober 1674. Ms. [Gedr.: VII, 1 N. 139 S. 889–899]: S. 42.
80. *Reductio Circuli ad Figuram Rationalem aequivalentem.* Oktober 1674. Ms. [Gedr.: VII, 6 N. 8 S. 92–106]: S. 219.
81. *Denkschrift betr. die Befreiung des Prinzen Wilhelm von Fürstenberg und die Friedensverhandlungen.* Oktober (?) 1674. Ms. [Gedr.: I, 1 N. 318 S. 469–473]: S. 275.



82. *De progressionibus et geometria arcana et methodo tangentium inversa*. Dezember 1674. Ms. [Gedr.: VII, 3 N. 39 S. 555–574]: S. 84.
83. *Serierum summa per differentiarum momenta*. Oktober 1674 – Januar 1675. Ms. [Gedr.: VII, 3 N. 40 S. 575–597]: S. 84. 192.
84. *Aus und zu Gosselins De arte magna*. Oktober 1674 – Januar 1675. Ms. [Gedr.: VII, 3 N. 41 S. 598–605]: S. 66.
85. *De inscriptorum et circumscriptorum usus*. November 1674. Ms. [Gedr.: VII, 5 N. 12 S. 113 f.]: S. 62. 84.
86. *Calculus per instrumenta*. November bis Anfang Dezember 1674 [ehem. Dat.: Dezember 1674]. Ms. [Gedr.: VII, 1 N. 142 S. 904 f.]: S. 62.
87. *Curva analytica sensibilibus non differens a quadratrice quadam*. November – Anfang Dezember 1674 [ehem. Dat.: Anfang (?) Dezember 1674]. Ms. [Gedr.: VII, 5 N. 13 S. 115 f.]: S. 84.
88. *Ad schedam inquisitionis in methodum tangentium inversam Ovalis exemplo*. Spätsommer – 24. Dezember 1674. Ms. [Gedr.: VII, 5 N. 14 S. 117–119]: S. 84.
89. *De Methodo Tangentium inversa exemplum*. 1.–24. Dezember 1674. Ms. [Gedr.: VII, 5 N. 15 S. 120–130]: S. 84.
90. *Problemata Methodi Tangentium inversae*. 1.–24. Dezember 1674. Ms. [Gedr.: VII, 5 N. 16 S. 131–139]: S. 84.
91. *Methodi Tangentium inversae exemplum seu inquisitio in Methodum qua Cartesius invenit proprietates suarum ovalium lib. 2. Geom.* 1.–24. Dezember 1674. Ms. [Gedr.: VII, 5 N. 17 S. 140–158]: S. 84.
92. *De Trochoeidibus et Relationibus Reductarum ad ordinatas*. 24. Dezember 1674. Ms. [Gedr.: VII, 5 N. 18 S. 159–168]: S. 84. 129. 132.
93. *Appendix schediasmatis de Trochoeidibus et relatione Reductarum ad ordinatas*. 24.–31. Dezember 1674. Ms. [Gedr.: VII, 5 N. 19 S. 169–173]: S. 84.
94. *De problematis quadraturarum reducendis*. 24.–31. Dezember 1674. Ms. [Gedr.: VII, 5 N. 20 S. 174–179]: S. 84.
95. *Figurae regulares in circulo, de anguli sectione*. Dezember 1674. Ms. [Gedr.: VII, 1 N. 13 S. 130–133]: S. 66.
96. *Methodus tangentium inversa*. Dezember 1674 – Januar 1675. Ms. [Gedr.: VII, 5 N. 21 S. 180–183]: S. 84.
97. *Aus und zu John Wallis, Mechanica sive De motu*. Letzte Monate 1674 – erste Monate 1675. Ms. [Gedr.: VIII, 2 N. 8 S. 64–106]: S. 444.
98. *De Triangulo Curvarum characteristico*. Januar 1675. Ms. [Gedr.: VII, 5 N. 22 S. 184 bis 191]: S. 84.
99. *De Trochoeidibus generis compositi*. Januar 1675. Ms. [Gedr.: VII, 5 N. 23 S. 192 bis 194]: S. 84.
100. *Momenta Curvae Parabolicae. De maximis et minimis*. Januar 1675. Ms. [Gedr.: VII, 5 N. 24 S. 195–199]: S. 84.
101. *De meis figuris segmentorum*. Januar 1675. Ms. [Gedr.: VII, 5 N. 25 S. 200 f.]: S. 84.
102. *De figuris analyticis figurae analyticae quadratricis capacibus*. Januar 1675. Ms. [Gedr.: VII, 5 N. 26 S. 202–207]: S. 84. 355.
103. *Methodus Tangentium inversa nunc tandem explicata*. Januar 1675. Ms. [Gedr.: VII, 5 N. 27 S. 208–228]: S. 84.
104. *Resolutio aequationum ad imitationem progressionis decadicae*. Januar 1675. Ms. [Gedr.: VII, 2 N. 5 S. 37–39]: S. 20.
105. *De examine per novenarium in calculo analytico*. Januar 1675. Ms. [Gedr.: VII, 1 N. 75 S. 528–532]: S. 370.
106. *Ars examinandi calculos analytico*. Januar 1675. Ms. [Gedr.: VII, 1 N. 76 S. 533 bis 534]: S. 370.
107. *Errores in Cartesii Geometria*. Januar 1675 (?). Ms. [Gedr.: VII, 7 N. 48 S. 505]: S. 355.
108. *De geometrica descriptione figurarum transcendentium quadratricium*. Januar 1675. Ms. [Gedr.: VII, 7 N. 49 S. 506–535]: S. 355. 373 f.

109. *Inquisitiones de resolutionibus aequationum cubicarum intractabilium I.* März – Mai 1675. Ms. [Gedr.: VII, 2 N. 17 S. 183–193]: S. **66**.
110. *Figura segmentorum.* März – Dezember 1675. Ms. [Gedr.: VII, 5 N. 31 S. 236–238]: S. **44**.
111. *Problema Davenantii.* Kurz nach dem 22. April 1675 u. 1677 – (?) [ehem. Dat.: Kurz nach dem 22. April 1675]. Ms. [Gedr.: VII, 1 N. 77 S. 535–538]: S. **399**.
112. *De detrimento motus. Frottement.* April 1675. Ms. [Gedr.: VIII, 2 N. 31 S. 260–266]: S. **445**.
113. *De detrimento motus. Pars secunda.* April 1675 [Gedr.: VIII, 2 N. 32 S. 267–284]: S. **445**.
114. *Rechnungen zur Reibung.* April 1675. Ms. [Gedr.: VIII, 2 N. 33 S. 285 f.]: S. **445**.
115. *De la retardation du mouvement par le frottement.* Mai 1675. Ms. [Gedr.: VIII, 2 N. 34 S. 287–324]: S. **394**.
116. *Summa quadratorum aequalis numero dato, solvere problemata in integri.* Mai 1675. Ms. [Gedr.: VII, 1 N. 78 S. 539–543]: S. **394**.
117. *Quadrati aequales numero dato.* Mai 1675. Ms. [Gedr.: VII, 1 N. 79 S. 544–546]: S. **394**.
118. *Zu Bombellis Algebra.* August 1675 und Herbst 1675 (?). Ms. [Gedr.: VII, 2 N. 49 S. 659–670]: S. **66**.
119. *La quadrature du cercle par une progression rationelle.* 10. September – Oktober 1674. Ms. [Gedr.: VII, 6 N. 7 S. 88–91]: S. **41 f. 45**.
120. *Metiri frustum Coni recti.* 10. Oktober 1675. Ms. [Gedr.: VII, 5 N. 32 S. 239–242]: S. **415**.
121. *De frusto conii recti. De quadratura hyperbolae et circuli arithmetica.* 10. – 11. Oktober 1675. Ms. [Gedr.: VII, 6 N. 10 S. 108 f.]: S. **213. 415**.
122. *Triangulum Characteristicum.* 11. Oktober 1675. Ms. [Gedr.: VII, 5 N. 33 S. 243–247]: S. **213. 415**.
123. *Figura similis seu parallela.* Erste Hälfte Oktober 1675 (?). Ms. [Gedr.: VII, 7 N. 53 S. 543–545]: S. **372**.
124. *De curvae similis constructione.* 15. Oktober 1675. Ms. [Gedr.: VII, 7 N. 54 S. 546 bis 551]: S. **372**.
125. *De variatione aequationis curvae.* Mitte bis Ende Oktober 1675. Ms. [Gedr.: VII, 7 N. 55 S. 552 f.]: S. **213. 415**.
126. *Calculus et Constructio.* 20. Oktober 1675. Ms. [Gedr.: VII, 7 N. 56 S. 554–556]: S. **215**.
127. *Historia Tetragonisticae Conicae.* 31. Oktober 1675. Ms. [Gedr.: VII, 5 N. 41 S. 296–297]: S. **222**.
128. *Modus datis duabus figuris inveniendi proprietatem communem, ut nullis aliis quam ipsis communis sit.* 31. Oktober 1675. Ms. [Gedr.: VII, 1 N. 17 S. 156–158]: S. **222**.
129. *De resolutionibus aequationum cubicarum triradicalium. De radicibus realibus, quae interventu imaginariarum exprimuntur. Deque sexta quadam operatione arithmetica.* Oktober 1675. Ms. [Gedr.: VII, 2 N. 51 S. 678 bis 700]: S. **301**.
130. *Varia ad algebram et curvas. De curvarum tangentibus inveniendis.* Oktober (?) 1675. Ms. [Gedr.: VII, 2 N. 55 S. 713–718]: S. **415**.
131. *Progressio harmonica.* Oktober – Dezember 1675. Ms. [Gedr.: VII, 3 N. 49 S. 681 bis 690]: S. **208**.
132. *Gespräche mit Tschirnhaus und anderen.* Oktober 1675 – Februar 1676 (?). Ms. [Gedr.: VI, 3 N. 33 S. 380–385]: S. **432**.
133. *Linea Berthetiana.* 3. November 1675. Ms. [Gedr.: VII, 5 N. 45 S. 317–320]: S. **292**.
134. *Determinationum progressio in infinitum.* Anfang November 1675. Ms. [Gedr.: VII, 3 N. 46 S. 668–675]: S. **370**.
135. *Imaginarie usus ad comparationem Circuli et Hyperbolae.* 29. November 1675. Ms. [Gedr.: VII, 7 N. 58 S. 560 f.]: S. **373. 416**.
136. *De problematibus irregularibus.* November 1675 – Januar 1676. Ms. [Gedr.: VII, 5 N. 57 S. 420–422]: S. **378**.

137. *Imaginarie*. Anfang Dezember 1675 [ehem. Dat.: Dezember 1675]. Ms. [Gedr.: VII, 2 N. 61 S. 745–746]: S. **396f**.
138. *Numeri ex duobus quadratis compositi*. Dezember 1675. Ms. [Gedr.: VII, 1 N. 81 S. 549–552]: S. **396**.
139. *De triangulo rectangulo numerico*. 12. Dezember 1675. Ms. [Gedr.: VII, 1 N. 82 S. 553 f.]: S. **396**.
140. *Demonstrandum est: Aream trianguli rectanguli numerici quadratum esse non posse*. Am oder kurz nach dem 12. Dezember 1675. Ms. [Gedr.: VII, 1 N. 83 S. 555–565]: S. **369. 396**.
141. *Demonstrandum est aream trianguli rectanguli in numeris non posse esse quadratum*. Dezember 1675. Ms. [Gedr.: VII, 1 N. 84 S. 566–568]: S. **369. 396**.
142. *De problemate a duce de Roannez proposito*. Dezember 1675. Ms. [Gedr.: IV, 4 N. 139 S. 727–735]: S. **257**.
143. *De triangulo harmonico*. Dezember 1675 bis Februar 1676. Ms. [Gedr.: VII, 3 N. 53 S. 704–714]: S. **223**.
144. *Ouverture nouvelle des nombres multiples, et des diviseurs des puissances. Aditus ad novam contemplationem de numeris multiplis per omnium numerorum dispositionem et punctationem*. 3. Januar 1676. Ms. [Gedr.: VII, 1 N. 86 S. 576–578]: S. **369**.
145. *Figura numerorum ordine dispositorum et punctatorum ut appareant qui multipli qui primitivi*. Etwa 3. Januar 1676. Ms. [Gedr.: VII, 1 N. 87 S. 579–581]: S. **369**.
146. *De quadratis quadrato-quadratisque*. Januar 1676. Ms. [Gedr.: VII, 1 N. 88 S. 582]: S. **298. 369**.
147. *De numeris figuratis divisoribusque potestatum*. Januar 1676. Ms. [Gedr.: VII, 1 N. 89 S. 583–586]: S. **257. 260f. 369**.
148. *De constructione aequationum altiorum graduum*. Januar 1676. Ms. [Gedr.: VII, 7 N. 60 S. 574 f.]: S. **205. 272**.
149. *L'antiparabole de Bertet*. Januar 1676. Ms. [Gedr.: VII, 5 N. 64 S. 441 f.]: S. **453**.
150. *Hexagrammum Pascalianum, Mysticum ut vocat, idemque semper Conicum*. Januar 1676. Ms. [Gedr.: VII, 7 N. 61 S. 576–579]: S. **203. 205. 272**.
151. *Conica Pascaliana*. Januar 1676. Ms. [Gedr.: VII, 7 N. 62 S. 580–583]: S. **205. 272**.
152. *Pascalii Generatio Conisectionum*. Januar – 30. August 1676. Ms. [Gedr.: VII, 7 N. 63 S. 584–590]: S. **205. 272**.
153. *Marginalien in Pascals Essay pour les coniques*. Januar – September 1676 (?). Ms. [Gedr.: VII, 7 N. 64 S. 591 f.]: S. **205. 272**.
154. *Formula aequationis sexti gradus. Exemplum calculi lubrici*. 2. Februar 1676. Ms. [Gedr.: VII, 2 N. 76 S. 848–851]: S. **351**.
155. *In Archimedis lemmatibus*. 2. Februar 1676. Ms. [Gedr.: VII, 1 N. 23 S. 180–181]: S. **351**.
156. *De aequationibus pluribus ad unam reducendis*. 7. Februar 1676. Ms. [Gedr.: VII, 2 N. 77 S. 852–857]: S. **135**.
157. *Numeri progressionis harmonicae*. 8. Februar 1676. Ms. [Gedr.: VII, 3 N. 54 S. 715 bis 730]: S. **292**.
158. *Progressionis harmonicae proprietas*. Am oder kurz nach dem 8. Februar 1676. Ms. [Gedr.: VII, 3 N. 55 S. 731–733]: S. **292. 418**.
159. *De numero formarum deque disputatione cum Mariotto*. 10. Februar 1676. Ms. [Gedr.: VII, 1 N. 90 S. 587–589]: S. **369**.
160. *De natura numerorum primorum et in genere multiplorum*. 12. Februar 1676 und Anfang April 1676. Ms. [Gedr.: VII, 1 N. 92 S. 594–598]: S. **369f. 417**.
161. *Observation de Monsieur de Mariotte*. Februar 1676. Ms. [Gedr.: VII, 1 N. 91 S. 590 bis 593]: S. **369**.
162. *Remedia et vires medicamentorum*. 24. Februar 1676. Ms. [Gedr.: VIII, 2 N. 76 S. 682–684]: S. **281. 322**.
163. *Über Descartes' Nachlass*. Februar 1676 (?). Ms. [Gedr.: VI, 3 N. 34 S. 386 f.]: S. **281. 322. 325**.
164. *Sectio anguli per instrumentum*. 28. März 1676. Ms. [Gedr.: VII, 1 N. 24 S. 182]: S. **322. 346**.



165. *Trouver les pignons*. Frühjahr 1676. Ms. [Gedr.: VIII, 1 N. 71 S. 632 f.]: S. 299. 301.
166. *De serie ad circulum per determinationes*. März – August 1676. Ms. [Gedr.: VII, 3 N. 66 S. 805–808]: S. 370.
167. *De trisectione anguli*. 2. April 1676. Ms. [Gedr.: VII, 1 N. 27 S. 188–190]: S. 300.
168. *Tabula numerorum punctata*. 2. April 1676. Ms. [Gedr.: VII, 1 N. 94 S. 613]: S. 417.
169. *De veritatibus, de mente, de Deo, de universo*. 15. April 1676. Ms. [Gedr.: VI, 3 N. 71 S. 507–513]: S. 292. 299.
170. *Aus und zu Mengolis Circolo*. Ende April 1676. Ms. [Gedr.: VII, 6 N. 13 S. 113–131]: S. 309.
171. *Quadratura Cycloidis. Figurae sinuum*. Ende April – Anfang Mai 1676. Ms. [Gedr.: VII, 5 N. 74 S. 510–514]: S. 448.
172. *Quadraturae Circuli Arithmeticae pars prima*. April – Juni 1676. Ms. [Gedr.: VII, 6 N. 20 S. 178–257]: S. 355. 455.
173. *Aus und zu der Logique von Mariotte*. Mai – Juli 1676 (?). Ms. [Gedr.: VI, 3 N. 22 S. 327–331]: S. 16.
174. *De summa seriei in qua numeratores arithmetici, nominatores geometrici*. 24. Mai 1676. Ms. [Gedr.: VII, 3 N. 59 S. 755–756]: S. 321.
175. *De angulo contactus*. Am oder kurz nach dem 24. Mai 1676 [ehem. Dat.: April – Juli 1676]. Ms. [Gedr.: VII, 1 N. 32 S. 205]: S. 372.
176. *De curva logarithmica*. Ende Mai 1676. Ms. [Gedr.: VII, 7 N. 67 S. 599–601]: S. 309.
177. *Extractio radicum per infinitam seriem*. Juni 1676. Ms. [Gedr.: VII, 3 N. 62 S. 783 bis 797]: S. 422.
178. *De quadraticae*. Juni 1676. Ms. [Gedr.: VII, 5 N. 86 S. 563–574]: S. 455.
179. *De exponentibus et indicibus ad quadraturas applicatis. De Maximis et Minimis. Curva Hastaria. Methodus tangentium inversa*. Juni 1676. Ms. [Gedr.: VII, 5 N. 88 S. 577–592]: S. 355.
180. *De ptertorta et segmento cycloidali*. Juni – Juli 1676. Ms. [Gedr.: VII, 6 N. 30 S. 358 f.]: S. 455.
181. *Ad sectionis conicae cujuslibet centrum assignabile habentis quadraturam generalem*. Juni – Juli 1676. Ms. [Gedr.: VII, 6 N. 31 S. 360–368]: S. 369.
182. *De quadratura arithmetica circuli ellipseos et hyperbolae*. Juni – September 1676. Ms. [Gedr.: VII, 6 N. 51 S. 520–676]: S. 355. 369. 373. 455.
183. *De summis per calculum inversum ex differentiis, deque Methodo tangentium inversa; et quadraturae Circuli impossibilitate*. Juli 1676. Ms. [Gedr.: VII, 5 N. 89 S. 593–597]: S. 355.
184. *Methodus tangentium inversa*. Juli 1676. Ms. [Gedr.: VII, 5 N. 90 S. 598–602]: S. 355.
185. *Solutio problematis Cartesii inversarum*. Juli 1676. Ms. [Gedr.: VII, 5 N. 91 S. 603–605]: S. 355.
186. *De inventione logarithmorum sine tabulis*. Juli – 24. August 1676. Ms. [Gedr.: VII, 6 N. 34 S. 380–392]: S. 444.
187. *Dissertatio exoterica de usu geometriae, et statu praesenti, ac novissimis ejus incrementis*. August – September 1676. Ms. [Gedr.: VII, 6 N. 49 S. 483–518]: S. 68. 355.
188. *Coniques, excerpta*. 20.–30. August 1676. Ms. [Gedr.: VII, 7 N. 72 S. 634 f.]: S. 205. 272.
189. *Ad Neutoni epistolam priorem*. September 1676. Ms. [Gedr.: VII, 2 N. 80 S. 861–864]: S. 421.
190. *Expressio seriei per numerum primum et ultimum*. Oktober – Dezember 1676. Ms. [Gedr.: VII, 3 N. 73 S. 834–835]: S. 425.
191. *Notizen zu unterschiedlichen Gegenständen*. Oktober – Dezember 1676. Ms. [Gedr.: VIII, 2 N. 99 S. 770–771]: S. 425.
192. *Calculus tangentium differentialis*. November 1676. Ms. [Gedr.: VII, 5 N. 96 S. 612–618]: S. 363.
193. *Extrait d’une lettre de M. Leibniz écrite d’Hanovre à l’auteur du Journal touchant la quadrature d’une portion de la roulette*, 23. Mai 1678. In: *Journal des Sçavans*, S. [2]10–[2]11: S. 455.

194. *Definitiones: punctum, linea, voluntas, perceptio, sentire*. Sommer 1678 – Sommer 1679 (?). Ms. [Gedr.: VI, 4 N. 25 S. 72–77]: S. **275**.
195. *De incerti aestimatione*. 11./21. September 1678. Ms. [Gedr.: VI, 4 N. 34 S. 91–101]: S. **237. 241**.
196. *Notata quaedam G. G. L. Circa vitam et doctrinam Cartesii*. Frühjahr 1689 – Herbst 1689 (?). Ms. [Gedr.: VI, 4 N. 376 S. 2057 bis 2065]: S. **326**.
197. *Nouveaux essais sur l'entendement humain*. Sommer 1703 – Sommer 1705. Ms. [Gedr.: VI, 6 N. 2 S. 39–527]: S. **79**.
- Briefe:
198. Leibniz an Kircher, 16. Mai 1670. [Gedr.: II, 1 N. 20a S. 71–73]: S. **5**.
199. Leibniz an Hobbes, 13./23. Juli 1670. [Gedr.: II, 1 N. 25 S. 90 ff]: S. **69**.
200. Johann Chr. von Boineburg an Leibniz, 7. November (?) 1672. [Gedr.: I, 1 N. 194 S. 284–286]: S. **275**.
201. Leibniz für die Royal Society, 3./13. Februar 1673. [Gedr.: III, 1 N. 4 S. 22–29]: S. **33**.
202. Ozanam für Leibniz, Anfang März 1673. [Gedr.: III, 1 N. 8 S. 34–38]: S. **392**.
203. Leibniz an Melchior Friedrich von Schönborn, 31. März 1673. [Gedr.: I, 1 N. 225 S. 329–332]: S. **275**.
204. Leibniz an Hobbes, 1674. [Gedr.: II, 1 N. 119 S. 385]: S. **69**.
205. Leibniz für [Huygens (?)], Sommer 1674. [Gedr.: III, 1 N. 29 S. 114–117]: S. **44 f. 455**.
206. Leibniz an Oldenburg, 15. Juli 1674. [Gedr.: III, 1 N. 30 S. 118–121]: S. **455**.
207. Leibniz an Oldenburg, 16. Oktober 1674. [Gedr.: III, 1 N. 35 S. 126–131]: S. **392**.
208. Leibniz für [Mariotte (?)], Oktober 1674. [Gedr.: III, 1 N. 38 S. 136–141]: S. **41 f. 355**.
209. Leibniz für Huygens, Oktober 1674. [Gedr.: III, 1 N. 39 S. 141–169]: S. **219. 355**.
210. Huygens an Leibniz, 6. November 1674. [Gedr.: III, 1 N. 40 S. 169–171]: S. **219**.
211. Oldenburg an Leibniz, 22. April 1675. [Gedr.: III, 1 N. 49 S. 216–245]: S. **66. 399**.
212. Leibniz an Oldenburg, 20. Mai 1675. [Gedr.: III, 1 N. 51 S. 246–251]: S. **394**.
213. Leibniz für die Brüder Périer, 4. Juni 1675. [Gedr.: III, 1 N. 53 S. 253]: S. **203. 226**.
214. Die Brüder Périer für Leibniz, 4. (?) Juni 1675. [Gedr.: III, 1 N. 54 S. 253–254]: S. **226**.
215. Leibniz an Oldenburg, 12. Juni 1675. [Gedr.: III, 1 N. 55 S. 254–256]: S. **203**.
216. Leibniz an Huygens, etwa Mitte September 1675. [Gedr.: III, 1 N. 61 S. 276–280]: S. **301**.
217. Leibniz an Bertet, 3. (?) November 1675. [Gedr.: III, 1 N. 68 S. 308–310]: S. **292 f.**
218. Leibniz an Arnould, Sendung vom 12. Dezember 1675. [Gedr.: III, 1 N. 69 S. 310 bis 326]: S. **46. 369. 396**.
219. Leibniz an Oldenburg, 28. Dezember 1675. [Gedr.: III, 1 N. 70 S. 326–334]: S. **203**.
220. Leibniz an Melchior Friedrich von Schönborn, Anfang Januar 1676. [Gedr.: I, 1 N. 266 S. 397–398]: S. **275**.
221. Die Brüder Périer für Leibniz, Januar 1676. [Gedr.: III, 1 N. 74 S. 364]: S. **226**.
222. Bertet für Leibniz, etwa Februar 1676. [Gedr.: III, 1 N. 76 S. 366–370]: S. **292. 451**.
223. Leibniz an Oldenburg, Sendung vom 13. Mai 1676. [Gedr.: III, 1 N. 80 S. 374–381; tlw. auch gedr. als: II, 1 N. 127 S. 408–410]: S. **417**.
224. Oldenburg an Leibniz, Sendung vom 5. August 1676. [Gedr.: III, 1 N. 88 S. 430 bis 558]: S. **309. 362. 421**.
225. Leibniz an Oldenburg, 27. August 1676. [Gedr.: III, 1 N. 89 S. 558–586]: S. **355. 421**.
226. Leibniz an É. Périer, 30. August 1676. [Gedr.: III, 1 N. 90 S. 587–591]: S. **205**.
227. Leibniz für Oldenburg und Collins, 18. bis 29. Oktober 1676. [Gedr.: III, 1 N. 96 S. 622–656]: S. **301**.
228. Leibniz an Bischof Ferdinand von Paderborn, Dezember 1676. [Gedr.: I, 2 N. 209 S. 238–240]: S. **425**.
229. Leibniz an Eckhard, Sommer 1677. [Gedr.: II, 1 N. 148 S. 542–547]: S. **455**.
230. Leibniz an La Roque, 25. April 1678. [Gedr.: III, 2 N. 158 S. 386–389]: S. **455**.

231. Leibniz an Malebranche, 22. Juni/2. Juli 1679. [Gedr.: II, 1 N. 207 S. 716–727]: S. **271**.
232. La Loubère an Leibniz, 24. Januar 1683. [Gedr.: III, 3 N. 435 S. 769–771]: S. **46**.
233. Leibniz an Placcius, 27. Juni/7. Juli 1690. [Gedr.: II, 2 N. 80 S. 325–329]: S. **46**.
234. Leibniz an Johann Balthasar Wernher, 6./16. Oktober 1697. [Gedr.: III, 7 N. 148 S. 591–599]: S. **241**.
- MALEBRANCHE, N. s. SV. N. 56,231.
- MARIOTTE, E.  
1. [Hrsg.] s. SV. N. 33,2.  
— s. a. SV. N. 56,208.
57. MAROLOIS, S., *Opera Mathematica*. Amsterdam 1614: S. **338**.
58. MAUROLICO, F., *Arithmeticonum libri duo*. Venedig 1575: S. **138**.
59. MENGOLI, P.  
1. *Geometriae speciosae elementa*. Bologna 1659: S. **309**. **313**.  
2. *Circolo a gl'illustrissimi signori March. Alessandro Fachenetti e signori del Reggimento di Bologna*. Bologna 1672: S. **309**.
60. MERCATOR, N., *Logarithmotechnica: sive methodus construendi logarithmos nova, accurata, et facilis ... cui nunc accedit vera quadratura hyperbolae, et inventio summae logarithmorum ... Huic etiam jungitur Michaelis Angeli Riccii Exercitatio geometrica de maximis et minimis ...*. London 1668 [Marg.]: S. **157**. **189**.
61. MERSENNE, M.  
S c r i f t e n :  
1. *Harmonicorum libri*. Paris 1635: S. **11**.  
2. *Harmonie Universelle. Contenant la Théorie et la Pratique de la Musique*. Paris 1636: S. **332f**.  
3. *Les nouvelles pensées de Galilée*. Paris 1639: S. **76**.  
4. *Cogitata physico-mathematica, in quibus tam naturae quam artis effectus admirandi certissimis demonstrationibus explicantur*. Paris 1644. [Darin: *Tractatus de mensuris, ponderibus, atque nummis. De hydraulicis, et pneumaticis phaenomenis. Ars navigandi super et sub aquis, cum tractatu de magnetete, et harmoniae theoreticae, practicae et instrumentalis*; SV. N. 61,5; *Ballistica, et acontismologia*].  
5. *Tractatus mechanicus theoreticus et practicus*. Mit separater Paginierung in: SV. N. 61,4. [Darin u. a.: FERMAT, P. de, SV. N. 31,5 (tlw.)]: S. **68**.  
6. *L'optique et la catoptrique*. Hrsg. J. Fr. Nicéron. Paris 1651: S. **76**.  
B r i e f e :  
7. Mersenne an Descartes, 28. April 1638. [Gedr.: SV. N. 24,10 Bd 3 S. 380–384; auch in: *DO II* S. 116–122]: S. **68**.  
— s. a. SV. N. 31,4–5.
62. MORLAND, S., *The Description and Use Of Two Arithmetick Instruments*. London 1673 [Marg.]: S. **211**.
63. MOURGUES, M., *Nouveaux elemens de geometrie*. Toulouse 1680: S. **46**.
64. *Mysterium arithmeticum, sive, cabalistica et philosophica inventio, nova admiranda et ardua, qua numeri ratione et methodo computentur, mortalibus a mundi primordio abdita, et ad finem non sine singulari omnipotentis Dei provisione revelata. Cum illuminatissimis laudatissimisque; Fraternalitatis Roseae crucis famae viris humiliter et sincere dicata*. [o. O.] 1615: S. **324**.
- NICÉRON, J. Fr. [Hrsg.] s. SV. N. 61,6.
65. OLDENBURG, H.  
1. Oldenburg an Leibniz, s. SV. N. 56,211 u. 56,224.  
2. Oldenburg an Tschirnhaus, Sendung von Ende Mai 1676. [Gedr.: III, 1 N. 82 S. 381 bis 407]: S. **355**.  
3. Oldenburg an Tschirnhaus, etwa 20. Oktober 1676. [Gedr.: III, 1 N. 94 S. 605–615]: S. **399**.  
— s. a. SV. N. 21,3. 56,206–207. 56,212. 56,215. 56,219. 56,223. 56,225. u. 56,227.
66. OZANAM, J., Ozanam für Leibniz, s. SV. N. 56,202.

67. PACIOLI, L., *Summa de arithmetica geometria proportioni et proportionalita*. Venedig 1494: S. 227.
68. PAPPUS von Alexandria, *Mathematicae collectiones* (Συναγωγή): S. 73. 75. 205.
69. PASCAL, Bl.  
Schriften:  
1. *Essay pour les coniques*. Einblattdruck. Paris 1640; [auch in: PO I S. 252–260]: S. 76.  
2. *Histoire de la roulette, appelée autrement la trochoïde, ou la cycloïde*. [o. O.] 1658; lat. Fassung u. d. T. *Historia trochoidis sive cycloidis, gallice, la roulette*. [o. O.] 1658; [auch in: PO VIII S. 195–223]: S. 76.  
3. *Lettres de A. Dettonville contenant quelques-unes de ses inventions de géometrie*. Paris 1658–59; [auch in: PO VIII S. 323–384 u. IX S. 1–149]: S. 76.  
4. *Traité de l'équilibre des liqueurs et de la pesanteur de la masse de l'air*. Paris 1663; [auch in: PO III S. 143–292]: S. 206.  
5. *Traité du triangle arithmétique avec quelques autres petits traités sur la même matière*. Paris 1665 [Marg.]. [Darin: SV. N. 69,6–9]; [auch in: PO III S. 433–593, 341 bis 367, 311–339]: S. 13–24. 226. 248. 260 f.  
6. *Traité du Triangle Arithmétique*. Mit separater Paginierung in: SV. N. 69,5; [auch in: PO III S. 445–464]: S. 11. 139.  
7. *Divers usages du Triangle Arithmétique*. Mit separater Paginierung in: SV. N. 69,5; [auch in: PO III S. 465–477]: S. 15.  
8. *Usage du triangle arithmétique, Pour déterminer les partys. Usage du triangle arithmétique, pour trouver les puissances des Binomes et Apotomes*. Mit separater Paginierung in: SV. N. 69,5; [auch in: PO III S. 478–503]: S. 206. 226. 230. 248.  
9. *Traité des ordres numériques. De numericis ordinibus tractatus. De numerorum continuorum productis. Numericarum potestatum Generalis resolutio. Combinationes. Potestatum numericarum summa. De numeris multiplicibus*. Mit separater Paginierung in: SV. N. 69,5; [auch in: PO III S. 504–593, 341–367, 311–339]: S. 15. 16–24. 138. 140. 204.  
10. *Solution d'un des plus célèbres et de plus difficiles problèmes d'arithmétique, appelé communément les quarrés magiques*. In: SV. N. 6 S. 325–346: S. 204.  
Briefe:  
11. Pascal an Fermat, 29. Juli 1654. [Gedr: PO III S. 375–393]: S. 205 f. 226.  
12. Pascal an Fermat, 24. August 1654. [Gedr.: PO III S. 399–419]: S. 206. 226. 248.  
13. Pascal an Fermat, 27. Oktober 1654. [Gedr.: PO III S. 429]: S. 206.  
– PÉRIER, É. s. SV. N. 56,226.  
70. PÉRIER, B., Périer, É. u. Périer, L., Die Brüder Périer für Leibniz, s. SV. N. 56,214 u. 56,221. — s. a. SV. N. 56,213.  
71. *Philosophical Transactions*. London 1665 ff.:  
— I Nr. 16, 6./16. August 1666: S. 69.  
— IV Nr. 45, 25. März/4. April 1669: S. 66. 407.  
— IV Nr. 46, 12./22. April 1669: S. 407.  
— IV Nr. 48, 21. Juni/1. Juli 1669: S. 77.  
— IV Nr. 49, 19./29. Juli 1669: S. 407.  
— VI Nr. 73, 17./27. Juli 1671: S. 69.  
— VI Nr. 75, 18./28. September 1671: S. 69.  
— VII Nr. 87, 14./24. Oktober 1672: S. 69.  
— VII Nr. 90, 20. Januar 1672/30. Januar 1673: S. 76.  
72. PICCININI, A., *Intavolatura di Liuto, et di Chitarrone, libro primo*. Bologna 1623: S. 332.  
– PLACCIUS, V. s. SV. N. 56,233.  
73. PLATON, *Timaïos* (Τίμαιος): S. 325. 334.  
74. POISSON, N. J., *Commentaire ou Remarques sur la Methode de René Descartes*. Vendome 1670; [tlw. auch in: DO X S. 197–198, 255, 476]: S. 322. 325. 338.  
75. PORTA, G. B., *Magiae naturalis libri XX*. Neapel 1589: S. 325. 337 f. 351.  
76. PRAETORIUS, M., *Syntagma Musicum ex veterum et recentiorum ecclesiasticorum auctorum lectione ... Tomus secundus ... Darinnen Aller Musicalischen Alten und Newen ... Instrumenten Nomenclatur*. Wolfenbüttel 1619: S. 332.

77. REMMELIN, J., *Copiae Eines uber die Inventiones, Secreta unnd Wissenschaften Herrn Johann Faulhabers / ertheilten Testimonii*. In: SV. N. 30,4 S. [4f.]: S. [339](#). [341](#). [346](#).
78. ROTH, P., *Arithmetica philosophica; oder schöne neue wolgegründte überauß künstliche Rechnung der Coß oder Algebrae, in 3 Th. getheilet*. Nürnberg 1608: S. [349](#).  
– ROYAL SOCIETY s. SV. N. 56,201.
79. SAINT-VINCENT, Gr. de, *Opus geometricum quadraturae circuli et sectionum conii decem libris comprehensum*. Antwerpen 1647. [Marg.]: S. [76](#). [87](#). [189](#).
80. SARASA, A. A. de, *Solutio problematis a R. P. Marino Mersenno Minimo propositi*. Antwerpen 1649 [Marg.]: S. [87](#). [189](#).
81. SCALIGER, J. J., *Opus Novum de Emendatione Temporum in Octo Libros tributum*. Paris 1583: S. [212](#).
82. SCHEINER, Chr., *Pantographice, seu ars delineandi res: Quaslibet per parallelogrammum lineare seu cavum mechanicum mobile*. Rom 1631: S. [348](#).
83. SCHENCKEL, L.
  1. *De memoria libri duo*. In quorum primo, ex auctoribus fide dignis tractatur, quam illa in quibusdam fueris admirabilis, quas utilitates, et quam paene incredibiles, artificio adjuta, producat effectus. In secundo est, ars memoriae ex ipso D. Thoma Aquinate, Aristotele, M. T. Cicerone. Douai 1593: S. [337](#).
  2. *Gazophylacium Artis Memoriae ... His accesserunt de eadem Arte Memoriae adhuc*
  3. *Opuscula: quorum 1. Ionnis Austriaci. 2. Hieronymi Marafioti. 3. Ioh. Sp. Herd.* Straßburg 1609: S. [337](#).
  3. *Brevis tractatus de utilitatibus et effectibus admirabilibus artis memoriae*. Augsburg [1614(?)] : S. [337](#).– SCHÖNBORN, M. F. v. s. SV. N. 56,203 u. 56,220.
84. SCHOOTEN, Fr. van
  1. *De organica conicarum sectionum in plano descriptione, tractatus*. Leiden 1646. [Darin u. a.: SV. N. 84,2].
  2. *Appendix, de cubicarum aequationum resolutione*. In: SV. N. 84,1 S. 91–117; 2. Aufl. in: SV. N. 35,2 Tl I S. 345–368: S. [66](#). [70](#).
  3. *In geometriam Renati Des Cartes commentarii*. In: SV. N. 35,1 S. 162–294; 2. Aufl. in: SV. N. 35,2 Tl I S. 143–344: S. [68](#). [73](#) f. [77](#). [83](#). [141](#). [182](#). [409](#). [411](#) f.
  4. *Additamentum*. In: SV. N. 35,1 S. 295–336; 2. Aufl. in: SV. N. 35,2 Tl I S. 369–400: S. [319](#).
  5. *Exercitationum mathematicorum libri quinque*. Paris 1657. [Darin u. a.: HUYGENS, Chr., SV. N. 47,4]: S. [131](#). [226–228](#). [230](#).
  6. [Hrsg.] s. SV. N. 35,1–2. 97,7.– Schooten, P. van [Hrsg.] s. SV. N. 35,2.
85. SCHOTT, C., *Organum mathematicum libris IX. explicatum*. Würzburg 1668: S. [210](#).
86. SCHWENTER, D.
  1. *Geometriae practicae novae tractatus ... Tractatus I.: Darinnen auß rechtem Fundament gewissen wird; wie man in der Geometria auff dem Papier und Lande, mit denen darzu gehörigen Instrumenten, als Circkel, Richtscheid, Winckelhacken ... dieselben verfahren unnd operirn solle*. Nürnberg 1618: S. [348](#).
  2. *Deliciae Physico-Mathematicae. Oder Mathematic. und philosophische Erquickstunden*. Nürnberg 1636. [Fortsetzung: SV. N. 40]: S. [7](#).
87. SLUSE, R.-Fr. de  
Schriften:
  1. *Mesolabum seu duae mediae proportionales inter extremas datas ... exhibitae*. Lüttich 1659; 2. Aufl. ebd. 1668 [Marg.]. [Rezension in SV. N. 2]: S. [66](#). [70](#). [76](#). [315](#).
  2. *An extract of a letter from the excellent Renatus-Franciscus Slusius ... written to the Publisher ... concerning his short and easie method of drawing tangents to all geometrical curves*. In: *Philosophical Transactions* VII Nr. 90 vom 20. Januar 1672/30. Januar 1673 S. 6059: S. [76](#).Briefe:
  3. Sluse an Brunetti, Oktober 1657. [Gedr.: PO VII S. 243–245]: S. [205](#).



- SNELL W. [Hrsg.] s. SV. N. 19.
88. SOVERUS, B., *Curvi ac recti proportio . . . promota libris sex*. Padua 1630 [Marg.]: S. **362**.
89. STEVIN, S.  
 1. *Problematum geometricorum libri V*. Antwerpen 1583: S. **76**.  
 2. *De Beghinselen der weeghconst.* Leiden 1586: S. **335**.  
 3. *Les oeuvres mathematiques*. Hrsg. A. Girard. Leiden 1634: S. **76**.
90. STURM, Joh. Chr., *Universalia Euclidea: hoc et Liber Quintus Euclidis universalissimis inque omni entium genere veris demonstrationibus confirmatus*. Den Haag 1661: S. **78**.
91. TARTAGLIA, N., *General Trattato di Numeri, et Misuri*. 6 Bde. Venedig 1550–1560: S. **227**. **338**.
92. TAVERNIER, J. B., *Les six voyages*. 2 Bde. Paris 1676 [Marg.]: S. **425**.
93. TORRICELLI, E., *Opera geometrica*. Florenz 1644; [auch in: TO I, 1 S. 1–230 u. TO I, 2 S. 101–232]: S. **76**.
- Tschirnhaus, E. W. v. s. SV. N. 21,3. 65,2–65,3.
94. VALERIO, L.  
 1. *De centro gravitatis solidorum*. 3 Bde. Rom 1604: S. **76**.  
 2. *Quadratura parabolae per simplex falsum: Et altera quam secunda Archimedis expeditior Ad Martinum Columnam*. Rom 1606: S. **76**.
95. VEEN, O. van, *Le theatre moral de la vie humaine*. Brüssel 1672: S. **78**. **80**.
96. VERGIL (P. Vergilius Maro), *Aeneis*: S. **71**. **329**.
97. VIÈTE, Fr.  
 1. *In artem analyticam isagoge seorsim excussa ab opere restitutae mathematicae analyseos, seu, algebra nova*. Tours 1591; Nachdr. u. a. in: SV. N. 97,8 S. 1–12: S. **66f**.  
 2. *Supplementum geometriae*. Tours 1593; Nachdr. in: SV. N. 97,8 S. 240–257: S. **76**. **219**.  
 3. *Variorum de rebus mathematicis responsorum, liber VIII*. Tours 1593; Nachdr. in: SV. N. 97,8 S. 347–435: S. **76**.  
 4. *Ad problema, quod omnibus mathematicis totius orbis construendum proposuit Adrianus Romanus Francisci Vietae responsum*. Paris 1595; Nachdr. in: SV. N. 97,8 S. 305–324: S. **76**.  
 5. *De numerosa potestatum ad exagesim resolutione*. Paris 1600; Nachdr. in: SV. N. 97,8 S. 163–228: S. **127**. **422**.  
 6. *Apollonius Gallus*. Paris 1600; Nachdr. in: SV. N. 97,8 S. 325–346: S. **205**.  
 7. *De aequationum recognitione et emendatione tractatus duo*. Hrsg. A. Anderson. Paris 1615; Nachdr. in: SV. N. 97,8 S. 82–161: S. **44**. **67**.  
 8. *Opera mathematica, . . . recognita, opera atque studio Fr. a Schooten*. Leiden 1646 [Marg.]. [Darin u. a.: SV. N. 97,1–7]: S. **122**.
98. WALLIS, J.  
 1. *Elenchus geometriae Hobbiana. Sive, geometricorum, quae in ipsius ‚Elementis Philosophiae‘, à Thoma Hobbes Malmesburiensi proferuntur, refutatio*. Oxford 1655: S. **69**.  
 2. *Operum mathematicorum pars altera*. Oxford 1656. [Darin u. a.: SV. N. 98,3]: S. **77**.  
 3. *Arithmetica infinitorum*. Mit separater Paginierung in: SV. N. 98,2; [auch in: WO I S. 355–478]: S. **84**. **370**.  
 4. *Operum mathematicorum pars prima*. Oxford 1657: S. **77**.  
 5. *Tractatus duo, prior de cycloide . . . Posterior . . . de cissoide*. Oxford 1659 [Marg.]; [auch in: WO I S. 489–569]: S. **77**.  
 6. *Hobbius heauton-timorumenos, or, A consideration of Mr. Hobbes his dialogues: in an epistolary discourse, adressed, to the Honourable Robert Boyle*. London 1662: S. **69**.  
 7. *Animadversions of Dr. Wallis, upon Mr. Hobs's Late Book, De principiis et rationatione geometrarum*. In: *Philosophical Transactions* I Nr. 16 vom 6./16. August 1666, S. 289–294: S. **69**.  
 8. *Thomae Hobbes quadratura circuli confutata*. Oxford 1669: S. **69**.  
 9. *Thomae Hobbes quadratura circuli denuo refutata*. Oxford 1669: S. **69**.  
 10. *Mechanica: sive, de motu, tractatus geometricus*. 3 Tle. London 1670–1671; [auch in: WO I S. 570–1063]: S. **77**. **89**. **444**.

11. *An Answer of Dr. Wallis to Mr. Hobbe's Rosetum Geometricum in a Letter to a Friend in London, Dated July 16.* In: *Philosophical Transactions* VI Nr. 73 vom 17./27. Juli 1671, S. 2202–2209: S. 69.
12. *An Answer to Four Papers of Mr. Hobs, lately published in the months of August, and this present September, 1671.* In: *Philosophical Transactions* VI Nr. 75 vom 18./28. September 1671 S. 2241–2250: S. 69.
13. *Dr. John Wallis his Answer, by Way of Letter to the Publisher, to the Book, Entituled Lux Mathematica, etc.* In: *Philosophical Transactions* VII Nr. 87 vom 14./24. Oktober 1672 S. 5067–5073: S. 69.
99. WARD, S. u. Wilkins, J., *Vindiciae academiarum Containing, Some briefe Animadversions upon Mr. Websters Book, Stiled, The Examination of Academies. Together with an Appendix concerning what M. Hobbs, and M. Dell have published on this Argument.* Oxford 1654: S. 69.
- WERNHER, J. B. s. SV. N. 56,234.
100. WREN, Chr., *Generatio corporis cylindroidis Hyperbolici.* In: *Philosophical Transactions* IV N. 48 vom 21. Juni/1. Juli 1669 S. 961 f.: S. 77.

## VERZEICHNIS DER ABKÜRZUNGEN VON SCHRIFTEN

- BAILLET = BAILLET, A., *La vie de Monsieur Descartes*, 2 Bde. Paris 1691 (= SV. N. 8,1).
- BAILLET, *Abrégé* = BAILLET, A., *La Vie de Mr Des-Cartes. Réduite en abregé*. Paris 1692 (= SV. N. 8,2).
- BIERMANN, *Spezielle Untersuchungen* = BIERMANN, K.-R., *Spezielle Untersuchungen zur Kombinatorik durch G. W. Leibniz. 2. Mitteilung*. In: *Forschungen und Fortschritte*, 30 (1956), S. 169–171.
- BOS, *Redefining Geometrical Exactness* = BOS, H. J. M., *Redefining Geometrical Exactness: Descartes' Transformation of the Early Modern Concept of Construction. Sources and Studies in the History of Mathematics and Physical Sciences*. New York 2001.
- CAPPELLI, *Dizionario* = CAPPELLI, A., *Dizionario di abbreviature latine ed italiane*. Mailand 1899.
- CARDANO, *Opera* = CARDANO, G., *Opera omnia*. 10 Bde. Lyon 1663; Nachdr.: Stuttgart–Bad Cannstatt 1966 (= SV. N. 17,3).
- CARRAUD, *Cartesius* = *Cartesius*. Hrsg. V. Carraud. In: *Archives de Philosophie*, 48 (1985), 3 [Beigabe:] *Bulletin Cartésien XIV*, S. 1–6.
- Cc 2 = *Catalogue critique des manuscrits de Leibniz. Fascicule II (Mars 1672 – Novembre 1676)*. Hrsg. A. Rivaud u. a. Poitiers 1914–1924; Nachdr.: Hildesheim [u. a.] 1986.
- COSTABEL, *Descartes: Exercices* = DESCARTES, R., *Exercices pour les éléments des solides. Essai en complément d'Euclide. Progymnasmata de solidorum elementis*. Hrsg. P. Costabel. Paris 1987.
- COSTABEL, *L'initiation mathématique* = COSTABEL, P., *L'initiation mathématique de Descartes*. In: *Archives de philosophie*, 46 (1983), S. 627–646.
- COSTABEL, *Traduction française* = COSTABEL, P., *Traduction française de notes de Leibniz sur les Coniques de Pascal*. In: *Revue d'histoire des sciences*, 15 (1962), S. 253–268; Nachdr. in: *L'oeuvre scientifique de Pascal*. Paris 1964, S. 85–101.
- COUTURAT, *Opusc. et fragm.* = *Opusculs et fragments inédits de Leibniz*. Hrsg. L. Couturat. Paris 1903; Nachdr.: Hildesheim 1961 u. 1966.
- DESCARTES, *Bibliothek Descartes* = DESCARTES, R., *Bibliothek Descartes in acht banden*. Hrsg. E.-J. Bos u. H. van Ruler. Amsterdam 2010 ff.
- DESCARTES, *Cogitationes* (Wohlers) = DESCARTES, R., *Regulae ad directionem ingenii. Cogitationes privatae*. Lateinisch-Deutsch. Hrsg. u. Übers. Chr. Wohlers. Hamburg 2011.
- DESCARTES, *Dekaruto zenshu* = DESCARTES, R., *Dekaruto zenshu*. Hrsg. T. Tokoro, Übers. A. Mori. Tokio 1993 ff.
- DESCARTES, *Etude du bon sens* (Carraud) = DESCARTES, R., *Etude du bon sens. La recherche de la vérité. Et autres écrits de jeunesse (1616–1631)*. Hrsg. V. Carraud u. G. Olivo. Paris 2013.
- DESCARTES, *Kişisel Düşünceler* (Altuner) = Descartes, R., *Kişisel Düşünceler*. Hrsg. u. Übers. (tlw.) I. Altuner. In: *Sosyal Bilimler Dergisi / Journal of Social Sciences*, Nr. 6 (Ekim / October 2014), S. 13–20.



- DESCARTES, *Les Olympiques de Descartes* (Hallyn) = DESCARTES, R., *Les Olympiques de Descartes*. Hrsg. F. Hallyn. Genf 1995.
- DESCARTES, *Oeuvres philosophiques* (Alquié) = DESCARTES, R., *Oeuvres philosophiques*. Hrsg. F. Alquié. 3 Bde. Paris 1963–1973 [u. ö.].
- DESCARTES, *Opere postume* (Belgioioso) = DESCARTES, R., *Opere postume 1650–2009*. Hrsg. G. Belgioioso. Bologna 2014.
- DESCARTES, *Philosophical Writings* (Anscombe) = DESCARTES, R., *Philosophical Writings*. Hrsg. u. Übers. E. Anscombe u. P. Th. Geach. Upper Saddle River 1954 (1971).
- DESCARTES, *Philosophical Writings* (Cottingham) = DESCARTES, R., *Philosophical Writings*. Hrsg. J. Cottingham, R. Stoothoff u. D. Murdoch. Cambridge 1985.
- DESCARTES, *Shisaku shiki* = DESCARTES, R., *Shisaku shiki* [*Cogitationes privatae*]. In: *Dekaruto suugaku-shizengaku ronshu* [*The Mathematical-Physical Writings of Descartes*]. Hrsg. H. Yamada, Übers. S. Ikeda [u. a.]. Tokio 2018, S. 79–109.
- DESCARTES, *Shisaku shiki-Yakukai* = DESCARTES, R., *Shisaku shiki-Yakukai*. Hrsg. u. Übers. T. Tokoro. In: *Chuo daigaku bungakubu kiyo* [*Bulletin de la Faculté des Lettres, Université de Chuo*], Bd 89 (1978), S. 1–22; Bd 97 (1980), S. 1–37; Bd 105 (1982), S. 1–50; Bd 113 (1984), S. 1–31.
- DESCARTES, *Teokset* (Jansson) = DESCARTES, R., *Teokset I, Yksityisiä ajatelmia; Järjen käyttöohjeet; Metodien esitys; Optiikka; Kirjeitä 1619–1640. (Cogitationes privatae; Regulae ad directionem ingenii; Discours de la méthode; Dioptrique.)*. Hrsg. S. Jansson, T. Aho [u. a.]. Helsinki 2001 (2015).
- DESCOTES, *Géométries de Port-Royal* = *Géométries de Port-Royal*. Hrsg. D. Descotes. Paris 2009.
- DGS = *Geometria, a Renato Des Cartes anno 1637 gallice edita, ... in latinam linguam versa, et commentariis illustrata, opera atque studio Francisci a Schooten*. 2. Aufl. 2 Tle. Amsterdam 1659–1661 (= SV. N. 35,2).
- DO = DESCARTES, R., *Oeuvres*. Hrsg. Ch. Adam u. P. Tannery. 12 Bde. Paris 1879–1910; 2. Aufl. ebd. 1964–1972; Neuauf. in 11 Bden ebd. 1996.
- DOC = DESCARTES, R., *Oeuvres complètes*. Bd 1. *Premiers écrits. Règles pour la direction de l'esprit*. Hrsg. J.-M. Beyssade u. D. Kambouchner. Paris 2016.
- FEDERICO, *Descartes on Polyhedra* = FEDERICO, P. J., *Descartes on Polyhedra. A Study of the 'De Solidorum Elementis'*. New York 1982.
- FO = FERMAT, P. de, *Oeuvres*. Hrsg. P. Tannery u. Ch. Henry. 4 Bde. Paris 1891–1922.
- FOUCHER DE CAREIL, *Oeuvres inédites de Descartes* = FOUCHER DE CAREIL, L. A., *Oeuvres inédites de Descartes, précédées d'une introduction sur la méthode*. 2 Bde. Paris 1859 u. 1860.
- GERHARDT, *Analysis* = GERHARDT, C. I., *Die Entdeckung der höheren Analysis*. Halle 1855.
- GERHARDT, *Desargues und Pascal* = GERHARDT, C. I., *Desargues und Pascal über die Kegelschnitte*. In: *Sitzungsberichte der Königlich Preussischen Akademie der Wissenschaften*. Berlin 1892, S. 183 bis 204.
- GERHARDT, *Differentialrechnung* = GERHARDT, C. I., *Die Entdeckung der Differentialrechnung durch Leibniz mit Benutzung der Leibnizschen Manuscripte auf der Königlichen Bibliothek zu Hannover*. Halle 1848.

- GERHARDT, *Math. Schr.* = *Leibnizens mathematische Schriften*. Hrsg. C.I. Gerhardt. 7 Bde. Berlin, Halle 1849–1863; Nachdr.: Hildesheim 1961 u. 1971.
- GERHARDT, *Phil. Schr.* = *Die Philosophischen Schriften von Gottfried Wilhelm Leibniz*. Hrsg. C.I. Gerhardt. 7 Bde. Berlin 1875–1890.
- GO = GALILEI, G., *Opere*. Edizione Nazionale. 20 Bde. Florenz 1890–1909; Nachdr. ebd. 1929 u. 1939 [u. ö.].
- GOLDENBAUM, *Indivisibilia vera* = GOLDENBAUM, U., *Indivisibilia vera. How Leibniz Came to Love Mathematics*. In: *Infinitesimal Differences*. Hrsg. dies. u. D. Jesseph. Berlin/New York 2008, S. 53–94.
- GOUHIER, *Les premières pensées* = GOUHIER, H., *Les premières pensées de Descartes. Contribution à l'histoire de l'anti-renaissance*. Paris 1958.
- HAMMOND, *Frescobaldi* = HAMMOND, F., *Girolamo Frescobaldi and a Decade of Music in Casa Barberini: 1634–1643*. In: *Studien zur italienisch-deutschen Musikgeschichte XII*. Hrsg. F. Lippmann. Köln 1979 (= *Analecta Musicologica*, 19), S. 94–124.
- HAWLITSCHKE, *Johann Faulhaber* = HAWLITSCHKE, K., *Johann Faulhaber 1580–1635. Eine Blütezeit der mathematischen Wissenschaften in Ulm*. Ulm 1995.
- HEW = HOBBS, Th., *The English Works of Thomas Hobbes of Malmesbury. Now first Collected and Edited*. Hrsg. W. Molesworth. 11 Bde. London 1839–1845. Nachdr.: Aalen 1962; ebd. 1966.
- HO = HUYGENS, Chr., *Oeuvres complètes*. Hrsg. D. Bierens de Haan, J. Bosscha u. a. 22 Bde. Den Haag 1888–1950.
- HOL = HOBBS, Th., *Opera philosophica quae latine scripsit omnia in unum corpus nunc primum collecta*. Hrsg. W. Molesworth. 5 Bde. London 1839–1845; Nachdr.: Aalen 1961; ebd. 1966; Bristol 1999.
- HOUG, *Les recherches arithmétiques* = HOUG, M., *Les recherches arithmétiques de Leibniz à Paris. Sur certaines questions de nombres dans la seconde moitié du XVIIe siècle*. Dissertation. Paris 2019.
- ITARD, *L'introduction* = ITARD, J., *L'introduction à la géométrie de Pascal*. In: *Revue d'Histoire des Sciences*, 15 (1962), S. 269–286; Nachdr. in: *L'oeuvre scientifique de Pascal*. Paris 1964, S. 103 bis 107.
- JONQUIÈRES, *Écrit posthume (BM)* = JONQUIÈRES, E. de, *Écrit posthume de Descartes intitulé 'De solidorum elementis'*. In: *Bibliotheca Mathematica*, 3. Folge, 4 (1890), S. 43–55.
- JONQUIÈRES, *Écrit posthume (MA)* = JONQUIÈRES, E. de, *Écrit posthume de Descartes. De solidorum elementis. Texte latin (original et revu) suivi d'une traduction française avec notes*. In: *Mémoires de l'Académie des Sciences de l'Institut de France*, 2ème série, 45 (1890), S. 325–379.
- JB = *Journal tenu par Isaac Beeckman de 1604 à 1634*. Hrsg. C. de Waard. 4 Bde. Den Haag 1939.
- KVASZ, *Descartes on Mathematics, Method and Motion* = KVASZ, L., *Descartes on Mathematics, Method and Motion. On the Role of Cartesian Physics in the Scientific Revolution*. Cham 2024.
- KW = KEPLER, J., *Gesammelte Werke*. Hrsg. Bayerische Akademie der Wissenschaften. 22 Bde. München 1937–2017.

- LEIBNIZ, *Obras filosóficas y científicas* = LEIBNIZ, G. W., *Obras filosóficas y científicas*. Hrsg. J. A. Nicolás, Granada 2007 ff.
- LDK = KNOBLOCH, E., *Der Beginn der Determinantentheorie. Leibnizens nachgelassene Studien zum Determinantenkalkül*. Textband. Hildesheim 1980 (= *arbor scientiarum*. Beiträge zur Wissenschaftsgeschichte. Reihe B: Texte. Bd II).
- LKK = KNOBLOCH, E., *Die mathematischen Studien von G. W. Leibniz zur Kombinatorik*. Bd 1: Abhandlungsband. Wiesbaden 1973; Bd 2: Textband. Wiesbaden 1976 (= *Studia Leibnitiana Supplementa*. Bd XI u. XVI).
- MACKENSEN, *Vorgeschichte* = MACKENSEN, L. von, *Die Vorgeschichte und die Entstehung der 4-Spezies-Rechenmaschine von Gottfried Wilhelm Leibniz nach bisher unerschlossenen Manuskripten und Zeichnungen mit einem Quellenanhang der Hauptdokumente*. Dissertation. München 1968.
- MANDERS, *Descartes et Faulhaber* = MANDERS, K., *Descartes et Faulhaber* In: *Archives de philosophie*, 58 (3), S. 1–12.
- MARONNE, *Une autre géométrie* = MARONNE, S., *Une autre géométrie de Descartes. Le problème des trois bâtons ou comment bien démêler les équations*. In: *Cheminer avec Descartes. Concevoir, raisonner, comprendre, admirer et sentir*. Hrsg. Th. Gress. Paris 2018, S. 313–341.
- MEHL, *Descartes en Allemagne* = MEHL, É., *Descartes en Allemagne, 1619–1620. Le contexte allemand de l'élaboration de la science cartésienne*. 2. erw. Aufl. Strasbourg 2019.
- MERSENNE, *Correspondance* = MERSENNE, M., *Correspondance*. Hrsg. C. de Waard u. a. 16 Bde. Paris 1931–1986.
- NATUCCI, *Il ,De Solidorum Elementis' di Cartesio* = NATUCCI, A., *Il ,De Solidorum Elementis' di Cartesio*. In: *Mathesis*, 12 (1920), S. 117–127.
- Ouvrages, 1693* = *Divers ouvrages de mathématique et de physique. Par messieurs de l'Académie Royale des Sciences*. Paris 1693 (= SV. N. 26).
- PARMENTIER, *L'estime des apparences* = LEIBNIZ, G. W., *L'estime des apparences. 21 manuscrits de Leibniz sur les probabilités, la théorie des jeux, l'espérance de vie*. Hrsg. u. Übers. M. Parmentier. Paris 1995.
- PASCAL, *Oeuvres* (Bossut) = PASCAL, Bl., *Oeuvres*. Hrsg. Ch. Bossut, 5 Bde. La Haye 1779.
- PASCAL, *Oeuvres complètes* (Chevalier) = PASCAL, Bl., *Oeuvres complètes*. Hrsg. J. Chevalier. Paris 1954 [u. ö.].
- PASCAL, *Oeuvres complètes* (Lafuma) = PASCAL, Bl., *Oeuvres complètes*. Hrsg. L. Lafuma. Paris 1963 [u. ö.].
- PASCAL, *Oeuvres complètes* (Le Guern) = PASCAL, Bl., *Oeuvres complètes*. Hrsg. M. Le Guern, 2 Bde. [Paris] 1998 u. 2000.
- PASCAL, *Oeuvres complètes* (Mesnard) = PASCAL, Bl., *Oeuvres complètes*. Hrsg. J. Mesnard, 4 Bde. [Paris] 1964–1992.
- PASCAL, *Opere complete* (Romeo) = PASCAL, Bl., *Opere complete*. Hrsg. M. V. Romeo. Mailand 2020.
- Pascal im Kontext, 2006* = *Pascal im Kontext. Sämtliche Werke auf CD-ROM*. Berlin, 2. erw. Aufl. 2006.

- PO = PASCAL, B., *Oeuvres*. Hrsg. L. Brunschvicg [u. a.], 14 Bde. Paris 1904–1914; Nachdr.: Vaduz 1965.
- POISSON, *Commentaire* = POISSON, N. J. *Commentaire ou remarques sur la méthode de René Descartes*. Vendôme 1670 (= SV. N. 74).
- PROUHET, *Notice* = PROUHET, E., *Notice sur la partie mathématique des Oeuvres inédites de Descartes, deuxième partie, publiée par le comte Foucher de Careil*. In: *Revue de l'instruction publique*, 1. November 1860, S. 484–487.
- REMAKI, *L'art combinatoire* = REMAKI, A., *L'art combinatoire en tant qu'art d'inventer chez Leibniz, sur la période 1672–1680*. Dissertation. Paris 2021. HAL-ID: tel-03948833, Version 1 (20. Januar 2023).
- RIVOLETTI, SEEGER, *Heliodorus redivivus = Heliodorus redivivus. Vernetzung und interkultureller Kontext in der europäischen Äthiopika-Rezeption*. Hrsg. Chr. Rivoletti u. St. Seeber. Stuttgart 2018.
- SASAKI, *Descartes's Mathematical Thought* = SASAKI, Ch., *Descartes's Mathematical Thought*. Dordrecht 2003.
- SCHNEIDER, *Johannes Faulhaber* = SCHNEIDER, I., *Johannes Faulhaber 1580–1635*. Basel 1993.
- SHEA, *The Magic of Numbers and Motions* = SHEA, W., *The Magic of Numbers and Motions. The Scientific Career of René Descartes*. Canton, Mass. 1991.
- TATON, *L'oeuvre* = TATON, R., *L'oeuvre de Pascal en géométrie projective*. In: *Revue d'histoire des sciences*, 15 (1962), S. 197–252; Nachdr. in: *L'oeuvre scientifique de Pascal*. Paris 1964, S. 17 bis 72.
- TATON, *Sur l'invention de la machine arithmétique* = TATON, R., *Sur l'invention de la machine arithmétique*. In: *L'oeuvre scientifique de Pascal*, Paris 1964, S. 207–228.
- TO = TORRICELLI, E., *Opere*. Hrsg. G. Loria u. G. Vassuva. 4 Bde. Faenza 1919–1944.
- VO = VIÈTE, Fr., *Opera mathematica, ... recognita, opera atque studio Francisci a Schooten*. Leiden 1646; Nachdr.: Hildesheim 1970 (= SV. N. 97,8).
- WIENER, *Leibniz Selections* = *Leibniz Selections*. Hrsg. Ph. P. Wiener. New York 1951.
- WO = WALLIS, J., *Opera mathematica*. 3 Bde. Oxford 1693–1699; Nachdr.: Hildesheim 1972.
- ZWIERLEIN, *Pascal* = *Pascal*. Hrsg. E. Zwierlein. München 1997.

## SACHVERZEICHNIS

Die Grundsprache des vorliegenden Sachverzeichnisses ist deutsch. Leibniz' *termini technici* erscheinen in Kursivschrift; lateinische und französische Versionen eines Begriffes sind dabei in der Regel zu einem Eintrag zusammengefasst. Die Sachworte sind alphabetisch geordnet, die Untergliederung in Einzelfällen auch systematisch. Kursiv gedruckte Seitenangaben beziehen sich auf Herausgebertext.

- abjectio novenarii*: S. 370.  
*Académie Royale des Sciences*: S. 77.  
*actio*: S. 80. 327.  
*acus*: S. 332.  
*adaequare*: S. 306.  
*additio*: S. 20 f. 60. 62. 81 f. 151. 204. 218. 370. 410.  
*Addition*: S. 47. 49. 78. 81 f. 237. 365.  
*Ägypten*: S. 334.  
     s. a. *Bucolia*. *Chemmis*. Nil.  
*aequalitas*: S. 80. 125. 269. 283.  
*aequatio*: S. 62. 68. 71. 80. 82 (Def.). 83. 88–91. 97  
     bis 101. 107. 110. 118. 122–125. 127. 129–135.  
     138. 140–142. 160–164. 167–168. 173–175. 177.  
     180–184. 186–188. 194–201. 214. 217 f. 220. 222.  
     312–317. 319. 341. 343. 345. 351. 363. 366. 368  
     bis 374. 382. 385 f. 388. 396. 400–403. 407. 409.  
     411–413. 422 f. 425.  
*ad decimum gradum*: S. 222.  
*ad nonum gradum*: S. 218.  
*affecta*: S. 89 f. 101.  
*algebraica*: S. 370 f.  
*analytica*: S. 313.  
*assumta*: S. 133.  
*biquadratica*: S. 425.  
     *terminus secundus*: S. 427.  
     *terminus penultimus*: S. 427.  
*collatitia*: S. 132. 162.  
*cubica*: S. 70. 188. 197. 200. 314 f. 425.  
*differentialis*: S. 373.  
*duarum radicum aequalium*: S. 162.  
*figurae logarithmicarum*: S. 86.  
*finita*: S. 369. 371. 423.  
*fundamentalis*: S. 384.  
*geometrica*: S. 411.  
*homioptotos*: S. 370.  
*impossibilis*: S. 396. 412.  
*infinita*: S. 371. 422 f.  
*literals*: S. 130.  
*logarithmica, logarithmorum*: S. 187 f. 312 f. 319.  
*numerica*: S. 130.  
*plana*: S. 195.  
*pura*: S. 89 f.  
*quadratica*: S. 317.  
*quadrato-cubica*: S. 197.  
*quadrato-quadratica*: S. 194. 197 f.  
*4. dimensionum*: S. 180.  
*quinti gradus*: S. 197.  
*rationalis*: S. 315.  
*rectangularis*: S. 368.  
*secundi gradus*: S. 131.  
*7 dimensionum*: S. 182.  
*similis*: S. 80. 162. 164. 218.  
*simplex*: S. 315 f.  
*surdesolida*: S. 194. 198. 218.  
*tertii gradus*: S. 131.  
*transcendens*: S. 371. 374.  
*unius dimensionis*: S. 182.  
*vigesimi gradus*: S. 218.  
     s. a. *équation*. Gleichung. Gleichung, algebraische.  
*aequator*: S. 303 f.  
*aer*: S. 94. 116. 329 f.  
*aerarium*  
     *propositionum geometricarum*: S. 75.  
     *publicum*: S. 73.  
     *theorematum*: S. 75.  
*affectus*: S. 326.  
*agir*: S. 272 (Def.).  
*aire d'une figure*: S. 45.

- Algebra: S. 66–77. 82. 83. 84. 86–167. 218 f. 287 f. 301. 321. 341. 368–374. 407–427.  
 s. a. *aequatio*. *analyse*. *analysis*. *ars analytica*.  
 Gleichung, algebraische.
- amor*: S. 327.
- analogia*: S. 130. 135. 180. 182. 186–188. 312 f. 315. 318. 320.  
*simplex*: S. 315.
- analyse*: S. 42. 229.
- analysis*: S. 66 f. 69 f. 72. 74. 80 (Def.). 83 f. 117 f. 136. 148. 165. 218 f. 311.  
*situs*: S. 377.
- analystae*: S. 81.
- analytica*: S. 67. 71 (Def.).  
*locorum*: S. 70.
- analyticus*: S. 73.
- angelus*: S. 327.
- angulus*: S. 70. 75. 92. 97. 102–106. 113 f. 117. 119. 121. 125 f. 219. 281–284. 286–288. 302–308. 347. 349. 353. 364. 366. 372.  
*acutus*: S. 306.  
*contactus*: S. 372.  
*externus*: S. 281.  
*obliquus*: S. 113.  
*planus*: S. 281–284.  
*rectus*: S. 75. 105 f. 113. 117. 131. 281. 302 f. 342. 345. 352.  
*semirectus*: S. 97. 106.  
*solidus*: S. 281–284. 348.  
*externus*: S. 281 (Def.). 283.  
*rectus*: S. 281.
- animal*: S. 327.
- animus*: S. 82. 325 f.
- année*  
*bissextile*, *bissexta*: S. 209. 211 f.  
*julienne*, *de la période julienne*: S. 211 f.
- annulus*: S. 94. 116 f.
- Antiparabel: S. 292. 453.
- apotoma*: S. 413.
- appareance*: S. 230–236. 239. 241. 247–249. 251.  
 s. a. *difficulté*. *facilité*. *probabilité*. Wahrscheinlichkeit.
- appropinquatio*: S. 84. 165. 182. 190. 423.  
*analytica*: S. 319.
- approximation*  
*géométrique*: S. 44.  
*par des nombres*: S. 44.
- arbitrium liberum*: S. 327.
- archivum geometrarum*: S. 72.
- arithmetica*: S. 67. 78.
- Arithmetik: S. 48–56. 57 f. 67. 78. 223–225.  
 s. a. *additio*. Addition. *arithmetica*. Division. Multiplikation. Potenz. Rechnung. Subtraktion. Wurzelziehen.
- ars*: S. 67. 72 f. 77. 83 f. 94. 103. 116. 119. 160. 206. 319.  
*analytica*: S. 84. 218.  
*conjecturalis*: S. 84.  
*per demonstrationem*: S. 84.  
*characteristica*: S. 83. 241.  
*combinatoria*: S. 6. 78. 82 f. 136. 217.  
*comparandi formulas similes*: S. 80.  
*dechiffrandi*: S. 84.  
*formandi characteres*: S. 80.  
*impressorica*: S. 65.  
*inveniendi*: S. 82.  
*memoriae*: S. 337.
- artifex*: S. 117.
- atome*: S. 10.
- attractio*: S. 81. 328.
- Automat, *automatum*: S. 338.  
 magnetischer Seiltänzer: S. 338.  
 Taube des Archytas: S. 338.
- axiome*, *axioma*, *axiomata*: S. 233. 360.  
*Euclidea*: S. 71.
- Baumdiagramm: S. 240. 243. 257.
- Binom: S. 398. 416.  
 2. Potenz: S. 267.  
 3. Potenz: S. 267.  
 Beziehung zwischen Binomen in 1., 2. und 3. Potenz: S. 416.  
 Beziehung zwischen 1. und 2. Binomischer Formel: S. 398.  
 $n$ -ten und  $(n + 1)$ -ten Grades: S. 419.  
 s. a. *binomium*.
- Binomialkoeffizienten: S. 261.
- Binomialreihe: S. 421–423.

- binomium*: S. 148. 156 f. 160. 162. 164 f. 168. 174  
 bis 177. 180–182. 187 f.  
*infinitum*: S. 157.  
*logarithmicum*: S. 187.  
*birectangulum*: S. 305–308.  
 Bourges: S. 356.  
 Brandenburg: S. 275.  
 Brennspiegel: S. 76.  
 Bruchzahl  
 erweitern: S. 57.  
 gleichnamig machen: S. 57.  
 unechte: S. 48–56.  
*Bucolia*: S. 334 f.  
*caecus*: S. 79.  
*calcul*, *calculus*: S. 42 f. 62–68. 71–75. 78. 80 (Def.).  
 81–84. 101. 110. 127–131. 133. 135. 144. 147 f.  
 160 f. 163. 180. 186. 195. 199. 217 f. 220–222.  
 226. 229. 231. 233. 240. 249. 253. 270. 367. 372 f.  
 388. 403.  
*algebraicus*: S. 82. 368.  
*analyticus*: S. 83. 129.  
*combinationum*: S. 81.  
*combinatorius*: S. 82.  
*des partis* s. Teilungsproblem.  
*differentialis*: S. 369. 372 f.  
*generalis*: S. 83. 217. 222. 373.  
*geometricus*: S. 83.  
*literalis*: S. 62. 66. 129.  
*mathematicus*: S. 81.  
*numeralis*: S. 66.  
*symbolicus*: S. 67. 69.  
*canal*: S. 296.  
*capacitas*: S. 7.  
*catalogus aequationum*: S. 131.  
*catena*, *catenula*: S. 71. 93 f. 214.  
*scientiarum*: S. 325.  
*cause*: S. 272 (Def.).  
*celeritas*: S. 94. 118. 328 f. 335.  
*cercle*: S. 44 f. 273 f. 377.  
*circonférence*: S. 377.  
*diamètre*: S. 377.  
*chapeau de Fortunatus* s. Wunschhütlein.  
*character*: S. 20–23. 59. 63–65. 78. 80–82. 84. 136.  
 204. 215 f. 218–219. 267–268. 287. 351. 370 f.  
 373.  
*capitalis*: S. 215.  
*incidens*: S. 215.  
*numericus*: S. 20 f.  
*characteristica*: S. 80–83.  
*generalis*: S. 82.  
*geometriae*: S. 373.  
*charitas*: S. 327.  
 Chemie, Geheimtinte: S. 351.  
*Chemmis*: S. 334.  
*chiffre*: S. 325.  
*chorda*, *chorde*: S. 65. 93 f. 274. 302. 334. 456.  
*circinus*: S. 127. 339–341. 343–348.  
*circulus*: S. 43. 70. 74 f. 83. 86 f. 93–95. 98. 218. 275.  
 282. 285. 302. 307 f. 331. 336. 338. 347. 362. 370.  
 372. 378. 408 f. 435. 441. 456 f.  
*magnus*: S. 304.  
*cochlea*: S. 117 f.  
*cogitatio*: S. 80. 82. 216. 323.  
*cognitio*: S. 326 f.  
*columba Architae*: S. 338.  
*combinaison*, *com2naison*, *combinatio*, *com2natio*:  
 S. 5. 11 f. (Def.). 15. 32. 60. 82. 261 f.  
*nombre de toutes les com2naisons*: S. 12.  
*combinatoria*: S. 78 f. 80 f (Def.). 82 f.  
*empirica generalis*: S. 82.  
*comoedus*: S. 323.  
*compendium*: S. 8. 72. 76.  
*calculi*: S. 73. 80. 82.  
*ratiocinandi*: S. 72.  
*complexio*, *complexion*: S. 6. 10–12 (Def.).  
*exponent*: S. 11 (Def.).  
*nombre des complexions d'un exponent donné*:  
 S. 12.  
*nombre de toutes les complexions de 4*: S. 12.  
*com(p – g)naisons*: S. 244.  
*conica*: S. 205. 272.  
*conoeide*, *conoeis*, *conoïs*: S. 84. 435 f.  
*constructio*, *construction*: S. 22. 43. 83. 103. 107.  
 118. 122. 125. 127. 151. 219. 345. 356. 367. 372.  
 374.  
*aequationum*: S. 42 f. 70.  
*duarum mediarum proportionalium*: S. 70.



- d'une équation*: S. 43.  
*geometrica*: S. 60. 68. 127. 219.  
*linearis*: S. 220. 265.  
*problematum tetragonisticorum*: S. 83.  
*transcendentium*: S. 374.  
 s. a. *construction. constructor. lieu. locus.*  
*conquaternatio, con4natio, con4naison*: S. 11 f. (Def.) 15.  
*constructor*: S. 86. 98. 105. 110. 113.  
*conternaison, con3naison, conternatio, con3natio*: S. 11 f. (Def.). 15. 132 f. 261 f.  
*nombre de toutes les con3naisons*: S. 12.  
*toutes les con3naisons de 10 choses données*: S. 12.  
*continu*: S. 272 f. (Def.).  
*continuum*: S. 82.  
*conus*: S. 282. 284. 336.  
*rectangulus*: S. 282.  
*corde*: S. 333 f.  
*corps, corpus*: S. 10. 68. 94. 272 (Def.). 281–284. 286–291. 325 f. 332. 335. 337. 353 f. 356. 359.  
*géométrie*: S. 273.  
*regulare*: S. 282. 284.  
*sensibile*: S. 326.  
*solidum*: S. 281–283.  
*courbe*: S. 45.  
*décrite par l'évolution du cercle*: S. 45.  
 s. a. *curva.*  
*cubulus*: S. 411.  
*cubus*: S. 97. 135. 170. 173. 195. 199. 204. 218. 267. 282. 285. 289. 310. 343–345. 348. 352. 364. 399.  
*curva*: S. 68. 74 f. 84. 88 f. 92. 97 f. 100. 117 f. 127 f. 131. 159. 177. 222. 307. 310. 329. 365. 372–374. 448. 459 f.  
*algebraica*: S. 374.  
*analytica*: S. 88. 131.  
*anonyma*: S. 219.  
*conica*: S. 369.  
*geometrica*: S. 131.  
*generatrix*: S. 459.  
*homogenea*: S. 84.  
*logarithmica*: S. 310. 363–365.  
*materialis*: S. 374.  
*semianalytica*: S. 88.  
*transcendens*: S. 373.  
*curvatura*: S. 281. 329.  
*cycle solaire*: S. 208.  
*cycloide, cycloeis, cyclois*: S. 44. 68. 70. 86. 89. 448. 456 f.  
*quadrature d'un segment*: S. 44.  
*cylinder*: S. 93. 116 f. 340. 441.  
*hyperbolicus*: S. 441. 444.  
*sinuum*: S. 439.  
*cyphra*: S. 319.  
*datum*: S. 275 (Def.).  
 Davenantsches Problem: S. 399–401. 402 f.  
 1. Ansatz (Leibniz): S. 399.  
 2. Ansatz (Leibniz): S. 399–401.  
 3. Ansatz (Leibniz): S. 402 f.  
 Ausgangsgleichung: S. 402.  
 Darstellung durch Gleichung 7. Grades (Baker): S. 399.  
 Beschreibung durch System aus drei Gleichungen: S. 402.  
 Voraussetzungen: S. 399. 402.  
*decagonum*: S. 289. 291.  
*dechiffratio*: S. 85.  
*definitio, definition*: S. 9. 81 (Def.). 272.  
*demonstratio, demonstration*: S. 34. 47. 71–76. 81 (Def.). 84. 125. 147. 204. 206. 352. 359. 372. 409 f. 456.  
*algebraica*: S. 409.  
*analytica*: S. 75.  
*geometrica*: S. 72. 74. 219. 409.  
*linearis*: S. 71–74.  
*literals*: S. 74.  
*mechanica*: S. 219.  
*memorabilis*: S. 141.  
*Pythagorica*: S. 352.  
*désapparence (des-apparence) s. difficulté.*  
*descriptio*: S. 101. 113. 444.  
*cycloidis*: S. 456.  
*figurae quadratricis*: S. 444.  
*generalis curvarum*: S. 372.  
*uno tractu*: S. 219.  
*determinatio*: S. 127. 143.  
*determinatum*: S. 275 f. (Def.).  
*deus*: S. 79. 204. 327. 361.  
 Deutschland: S. 324. 393.  
 Dezimalsystem: S. 48–56.



- diametre, d'un cercle*: S. 45.  
 Dichtung: S. 326 f.  
*dièse (dièze)*: S. 334.  
*differentia, differentiae*: S. 6. 47. 81. 84. 103. 123 f. 144. 147. 152. 156. 167. 180. 191–193. 268–269. 277 f. 287. 308. 311. 351. 367. 369. 372–374. 397. 422. 446. 459 f.  
*differentiarum*: S. 6.  
 *finita*: S. 373.  
*potestatum*: S. 367.  
*1<sup>mae</sup>*: S. 446.  
*quadrato-quadratorum*: S. 397.  
*quadratorum*: S. 397.  
*radicum*: S. 422.  
*2<sup>dae</sup>*: S. 446.  
*sinuum*: S. 33.  
*tertia*: S. 446.  
 s. a. Differentiale. Differenzierung.  
 Differentiale: S. 445 f. 458–460.  
 höherer Ordnung: S. 445 f.  
 Differentialgleichung: S. 373.  
 Differentialrechnung: S. 445 f. 459 f.  
 Gegenüberstellung mit Integralrechnung: S. 446.  
 s. a. *differentia*. Differentiale. Differentialgleichung. Infinitesimalmathematik.  
*differentialis*: S. 367. 370. 373 f.  
*differentialium*: S. 373.  
 Differenz, Differenzen (*differentien*): S. 47. 373.  
 Differenzenschema: S. 5. 6 f.  
*difficulté*: S. 230. 234. 235. 238 f. 250. 252.  
 s. a. *appearance. facilité. probabilité*. Wahrscheinlichkeit.  
*dimensio, dimension*: S. 44 f. 64 f. 68. 98. 122. 129 bis 132. 136. 138 f. 151. 155 f. 165. 167. 180. 182. 260. 272 f. 307. 352. 362. 411. 422.  
*curvilineorum*: S. 68.  
*transcendens*: S. 84.  
*dioptra*: S. 118.  
 Dioptrik: S. 70.  
*directio, direction*: S. 102–104. 118 f. 123. 273.  
*discerptio*: S. 5. 6–8. 25. 27. 29. 31. 32. 81.  
*disposition*: S. 10 f. (Def.).  
*distance*: S. 273 (Def.).  
*diversitas*: S. 81.  
*divinare*: S. 7 f.  
*divinitas*: S. 336.  
*divisio*: S. 60. 62. 81 f. 156. 197 f. 218. 220 f. 351. 367. 370. 385–387. 411. 422.  
*continua*: S. 220.  
*continui in infinitum*: S. 82.  
*motus*: S. 82.  
*spatii*: S. 82.  
 Division: S. 81 f. 223–225.  
 Dividend: S. 224. 387.  
 Divisor: S. 224. 368 f. 371. 387. 390.  
 s. a. Überwärtsdivision.  
*divulsio*: S. 423.  
*doctrina*: S. 82–84.  
*de aequationum determinationibus*: S. 127.  
*analytica generalis*: S. 77.  
*combinatoria, seu de eodem et diverso*: S. 80. 81.  
*de combinationibus*: S. 81.  
*de commatibus seu distinctionibus*: S. 82.  
*de discerptionibus*: S. 81.  
*de formis*: S. 80.  
*de formularum comparationibus*: S. 83.  
*de harmonia*: S. 81 (Def.).  
*de magnitudine in universum*: S. 71.  
*de magnitudinum commensurabilitate aut incommensurabilitate seu de numeris*: S. 77.  
*de motibus, de motu*: S. 77. 219.  
*de qualitate*: S. 78. 80.  
*de quantitate*: S. 78. 81.  
*de radicibus et divisoribus*: S. 81.  
*de rationibus*: S. 67. 77.  
*de spatiis*: S. 77.  
*de summa serierum infinitarum*: S. 157.  
*hypothesium*: S. 83.  
*mathematica*: S. 75.  
*dodecaedron, dodecaedrum*: S. 285. 289.  
 Doppelvorzeichen s. *signa ambigua*.  
 Dreieck, Dreiecke: S. 16. 43 f. 59. 84. 117. 139. 284 bis 288. 299 f. 302–307. 321. 329. 338. 350 f. 353. 407. 435. 447. 449. 457.  
 ähnliche: S. 73. 126 f. 299. 328. 359 f. 372.  
 arithmetisches: S. 14. 139. 157. 260. 265 f. 417.  
 Darstellung bei Pascal: S. 137. 260.  
 weitere Darstellung: S. 260. 265 f.  
 Fläche: S. 338. 447. 457.

- gemischtliniges: S. 457.  
 gleichschenkliges: S. 304–306. 321. 328. 345.  
 gleichseitiges: S. 300. 307.  
 gleichwinkliges: S. 360.  
 harmonisches (Tschirnhaus): S. 418.  
 Höhe: S. 447.  
 Inkreis: S. 336.  
 numerisches: S. 396 f.  
 rechtwinkliges: S. 43. 73. 106. 121 f. 306. 308. 321. 328. 392. 407.  
 schiefwinkliges: S. 306.  
 sphärisches: S. 304. 306–308.  
     *anti-birectangulum*: S. 303 (Def.).  
     *birectangulum*: S. 303 (Def.). 306.  
 Umkreis: S. 336. 338.  
     s. a. *triangle*. *triangulum*. *trigonum*. Tripel.  
 Dreieckslehre: S. 41. 43 f.  
     Konstruktionsaufgaben: S. 41. 43 f.  
 Dreieckszahl s. Zahlen, figurierte.  
 Drucktechnik: S. 65.  
*ductus*: S. 116. 152. 190.  
     *linearum*: S. 71 f. 75. 80. 83. 219.  
     *rationum*: S. 82.  
*effect*, *effectus*: S. 272 (Def.).  
*eicosaedron*: S. 284.  
     s. a. *icosaedrum*.  
 Eis: S. 105. 332.  
*elateriolum*, *elaterium*: S. 63. 94.  
*elementum*, *elementa*: S. 73. 77. 215. 435. 459 f.  
     *geometrica*: S. 27.  
     *solidorum*: S. 281. 444.  
 Ellipse: S. 35. 307. 439.  
     Ordinate: S. 439.  
*empirica*: S. 71.  
 England: S. 393.  
*enthusiasmus*: S. 327.  
*enumeratio*: S. 6. 372.  
*époque vulgaire* s. Zeitrechnung, christliche.  
*équation* (*aequation*): S. 42 f.  
     *ad circulum*: S. 43.  
     *cubique*: S. 42 f.  
     *de l'infinitesième degré*: S. 42.  
     *quarre-quarrée*: S. 43.  
     s. a. *aequatio*. Gleichung.  
 Ereignis (Wahrscheinlichkeitstheorie): S. 230. 258. 262.  
 Erwartungswert: S. 241.  
*espace*: S. 11. 42. 272 f. (Def.).  
     *curviligne*: S. 42.  
     *rectiligne*: S. 42.  
*esprit*: S. 11.  
*essentia*: S. 219.  
*etendu*: S. 272 (Def.). 273.  
*etymologia*: S. 82.  
 Europa: S. 393.  
*euthynsis* (εὐθύνσις): S. 68.  
*evolutio*: S. 83.  
*exégèse numérique*: S. 44.  
 Experiment: S. 82. 84. 206. 325 f. 328–332. 337 f. 349–351.  
     s. a. *experimentum*. Mechanik. Optik. Wahrscheinlichkeitsrechnung.  
*experimentum*: S. 82. 84. 206.  
     *opticum*: S. 82.  
     *staticum*: S. 82.  
*explicatio characterum*: S. 81.  
*exponens*, *exponent*: S. 11 f. 29. 31. 32. 87. 89. 122. 124. 136. 138. 147 f. 151 f. 156 f. 159 f. 177–179. 222. 267 f. 287 f. 313. 369. 373. 422 f.  
*fictitia*: S. 422.  
*fractus*: S. 160. 163. 165.  
*indeterminata*: S. 369.  
*integer*: S. 160. 165.  
*irrationalis*: S. 160.  
*rationalis*: S. 165.  
*surdus*: S. 165.  
 Exponenten  
     Schreibweise (Ozanam): S. 382. 390.  
     s. a. *exponens*.  
 Exponentialkurve: S. 86–88. 90–92. 95. 330. 444.  
     s. a. *figura logarithmica*. *linea logarithmica*. *linea proportionum*.  
*expressio*: S. 60.  
*face*, *facies*: S. 82. 261–264. 267. 282–284. 286–288. 336. 352 f.  
     s. a. Würfelspiel, Zahl der Ausgänge.  
*facilité*: S. 230. 234. 235 f. 239. 247. 248. 252.  
     s. a. *apparence*. *difficulté*. *probabilité*. Wahrscheinlichkeit.

Feldmessung, Instrument zur Entfernungsmessung:  
S. 356–361.

*ferie, jour de la semaine*: S. 208–212.

*nombres des feries*: S. 209.

*premier jour de la semaine (dimanche)*: S. 209.

*quatrième ferie (mercredi)*: S. 212.

*septième ferie (samedi)*: S. 212.

*règle pour trouver les feries*: S. 208–212.

*figura, figure*: S. 43. 45. 59. 67. 71. 80 f. 84. 86 f. 91.

97 f. 113–120. 123. 125. 167. 176–178. 192 f. 219.

222. 245. 284 f. 302. 312. 323. 325. 326. 329. 336.

345. 352. 365. 378. 435 f. 441. 444.

*ad analysin irrevocabilis*: S. 311.

*analytica*: S. 89.

*angulorum*: S. 86.

*combinatoria*: S. 159.

*curva*: S. 436.

*geometrica*: S. 80. 159.

*homogenea*: S. 89.

*logarithmica, logarithmorum*: S. 86 f. 92. 444.

*mensurabilis*: S. 285.

*non analytica*: S. 89. 444.

*perfecta*: S. 222.

*plana*: S. 281. 378. 435 f.

*quadratrix*: S. 444.

*similis*: S. 87. 222. 378.

*simplex*: S. 177.

*solida*: S. 435.

*summatix*: S. 193.

*transcendens*: S. 87.

*triangularis*: S. 336.

Fischfang: S. 337.

Fixsterne: S. 334.

*focus*: S. 131. 372.

Folge: S. 6–8. 16. 19. 45. 70. 83–85. 130. 138. 140 f.

143 f. 148. 151. 156 f. 165–167. 175–179. 190–193.

217 f. 222. 263. 265. 267. 277 f. 285. 325. 330.

348. 352. 368–371. 373. 421–424. 431 f. 436. 449.

arithmetische: S. 85. 140. 175. 178. 267. 288. 313.

319 f. 369. 397.

Brüche: S. 165.

Differenzen: S. 6. 33. 84. 156. 167. 191–193. 277 f.

287. 311. 367. 369. 372–374. 397. 422. 445 f.

459 f.

endliche: S. 166. 369. 371.

geometrische: S. 6–8. 175 f. 178–180. 190. 192 f.

253 f. 277 f. 293. 312. 319. 330. 348. 367. 369 f.

399. 402. 449. 451.

Quotient: S. 399. 402.

viergliedrige

Summe über Kuben der Glieder: S. 399. 402.

Summe über Quadrate der Glieder: S. 399.

402.

(Gregory): S. 85.

harmonische: S. 17. 190. 193. 295.

umgedrehte harmonische: S. 234 f.

Limes: S. 369.

logarithmische: S. 313.

monoton fallende: S. 175.

natürliche Zahlen: S. 17. 21.

Primzahlen: S. 277.

rekursive: S. 369 f. 373.

spezielle

$$a_n = \frac{n\gamma - \Delta_{n-1}}{\gamma}: \text{S. 437.}$$

$$a_n = \sqrt{n\gamma - \Delta_{n-1}}: \text{S. 437.}$$

$$a_n = \sqrt{n - \frac{\Delta_{n-1}}{\gamma}}: \text{S. 438.}$$

$$a_n = \frac{n\gamma}{\Delta_{n-1}}: \text{S. 438.}$$

unbestimmte: S. 368.

unendliche: S. 83. 156 f. 166. 175 f. 181. 368–370.

373. 422–424.

s. a. *processio. progressio*. Reihenentwicklung.  
*series*.

*forma, forme*: S. 11 f. S. 67. 77. 80. 88. 101. 106.

121 f. 188. 216 f. 277.

*aenea*: S. 63.

*combinatoria*: S. 215.

*corporea*: S. 327.

*discordans*: S. 216.

*imperfecta*: S. 215.

*partialis*: S. 217.

*perfecta*: S. 215–217.

*composita*: S. 215.

*elementaris*: S. 215–217.

*rerum*: S. 78.

*semiconcordans*: S. 216.

*stannea*: S. 63.

- formula*: S. 61. 79 f. 82–84. 122. 124. 129 f. 132. 134  
bis 136. 139. 142–144. 147 f. 150–152. 156. 160.  
162. 165. 186 f.  
*explicatrix*: S. 151.  
*quadratica*: S. 317.  
*similis*: S. 80.
- fractio, fraction*: S. 7. 61. 81. 99. 140. 144. 167. 175  
bis 177. 180. 187. 212. 252. 254. 282 f. 318. 343.  
370. 388 f. 421 f.  
*decimalis*: S. 24.  
*sexagenaire, sexagenaria*: S. 57 f.  
*prime, prima*: S. 57 f.  
*seconde, secunda*: S. 57 f.  
*troisième*: S. 57 f.
- Frankreich: S. 393.
- frustum*: S. 63–65.
- functio*: S. 83.
- fundamentum*: S. 166.  
*compositum*: S. 431.  
*constructionis*: S. 151.  
*inventi mirabilis*: S. 326.  
*scientiae*: S. 329.  
*seriei*: S. 277.  
*simplex*: S. 431.
- generatio*  
*circuli*: S. 378.  
*rectae*: S. 378.
- generatrix trochoidis*: S. 458. 459 f.
- genesis*: S. 327.
- geometria, géométrie*: S. 34. 42–44. 67. 72 f. 83 f.  
117. 122. 127 f. 206 f. 218 f. 272. 355. 372 f.  
*aleae*: S. 206.  
*d'Apollonius*: S. 42.  
*d'Archimède*: S. 42.  
*de curvilignes*: S. 44.  
*de rectilignes*: S. 42–44.  
*practica*: S. 100.  
*pura*: S. 83.  
*pure*: S. 272.  
*rectilinea*: S. 117 f.
- Geometrie: S. 34. 41–45. 67 f. 70–77. 83 f. 100. 117 f.  
122. 127 f. 206 f. 218 f. 272 f. 299 f. 321. 352–355.  
372 f. 377 f.
- Kategorien geometrischer Probleme: S. 41. 42–45.
- Konstruktion: S. 60. 68. 71–75. 80. 83. 127. 219 f.  
265.
- Satz, Sätze: S. 71–76. 218.  
Beweis: S. 34. 69–77.  
Grundsätze: S. 70 f. 73. 83. 272–274.  
Sammlung: S. 73–77.  
Satz des Pythagoras: S. 73. 352.
- s. a. Dreieck. *geometria. géométrie*. Gerade, Ge-  
raden.
- Gerade, Geraden: S. 67 f. 75. 87. 92–95. 97 f. 101  
bis 106. 113–121. 123–125. 131. 159. 205. 273 f.  
302. 310 f. 329. 336. 350. 365 f. 372. 374. 378.  
392. 409. 456 f.  
ähnliche: S. 273.  
bewegliche: S. 97.  
gleiche: S. 68. 92. 273. 315.  
imaginäre: S. 93. 118. 123. 125.  
konstante: S. 103. 120 f. 180.  
parallele: S. 92.  
senkrechte: S. 104.  
unbegrenzte: S. 97.  
unbestimmte: S. 92. 120.  
unbewegliche: S. 102.  
s. a. *ligne droite. linea recta. recta*.
- Germania*: S. 324.
- Gewicht: S. 7.  
Gewichtssätze: S. 7.
- Gewinnanteil: S. 228. 230. 234–239. 242. 248. 254.  
s. a. Teilungsproblem.
- Gewinnwahrscheinlichkeiten  
Verhältnis der: S. 228–230. 246.  
s. a. *apparence*. Spieltheorie. Wahrscheinlich-  
keit. Wahrscheinlichkeitsrechnung.
- gibbositas*: S. 308.
- Glas: S. 105.
- Gleichung: S. 62. 68. 71. 80. 82 (Def.). 83. 86. 88  
bis 91. 97–101. 107. 110. 118. 122–125. 127. 129  
bis 135. 138. 140–142. 160–164. 167 f. 173–175.  
177. 180–184. 186–188. 194–201. 214. 217 f. 220.  
222. 312–317. 319. 341. 343. 345. 351. 363. 366.  
368–374. 382. 384–386. 388. 396. 400–403. 407.  
409. 411–413. 422 f. 425.  
diophantische: S. 368 f.  
endliche: S. 369. 371. 423.  
Exponentialgleichung: S. 187 f. 312 f. 319. 423.

- homogene Schreibweise: S. 445.  
 Hyperbel: S. 99. 445.  
 Kegelschnitt: S. 44. 445.  
 Kreis: S. 44.  
 Parabel: S. 90.  
 transzendente: S. 371. 374.  
 unendlichen Grades: S. 42. 371. 422 f.  
 unmögliche: S. 396. 412.  
 s. a. *aequatio*. Differentialgleichung. *divulsio*.  
*équation*. Gleichung, algebraische.  
 Gleichung, algebraische: S. 89 f. 101. 130. 132 f. 313.  
 370 f.  
 1. Grades: S. 182. 449.  
 2. Grades: S. 131. 195. 317. 407–415.  
 3. Grades: S. 42. 70. 131. 188. 197. 200. 314 f.  
 341–345. 363 f. 427.  
 reduzierte: S. 427.  
 Lösungsverfahren: S. 341–345. 351.  
 Koeffizientenvergleich: S. 427.  
 Substitution der Variablen: S. 427.  
 4. Grades: S. 43. 74. 180. 194. 197 f. 411. 415. 425 f.  
 Lösungsverfahren:  
 Koeffizientenvergleich: S. 426.  
 Substitution der Variablen: S. 425.  
 reduzierte: S. 425.  
 5. Grades: S. 194. 197 f. 218.  
 7. Grades: S. 182. 399.  
 9. Grades: S. 218.  
 10. Grades: S. 222.  
 20. Grades: S. 218.  
 Lösungsverfahren: S. 309. 368 f.  
*constructio aequationum*: S. 67. 70. 74.  
 Gleichungszirkel: S. 340–345.  
 Koeffizientenvergleich: S. 67. 132. 162.  
 Logarithmen: S. 310.  
 Reihenansatz: S. 309.  
 spezielle  
 $(a + b)^n = (c + d)^{n+1}$ : S. 419 f.  
 triviale Lösungen: S. 419 f.  
*glissatorium*: S. 105.  
*globe*, *globus*: S. 63–65. 334.  
 Glücksspiele s. Kartenspiel. Münzwurf. Würfelspiel.  
*gnomon*: S. 284. 286–288.  
*gnomonica*: S. 206. 336.  
 Gordischer Knoten: S. 324.  
*grammatica rationis*: S. 82.  
*grandeur*: S. 42. 253. 273.  
*gravitas*: S. 329 f.  
*gravitatio*: S. 335.  
 Größe: S. 42. 60. 64. 67. 71. 77 f. 81–83. 85. 119 f.  
 122–124. 127. 136. 151 f. 156. 160 f. 164. 181.  
 183. 186. 188–191. 195. 201. 219. 253. 267. 273.  
 276. 284. 308. 314. 319 f. 330. 354. 366–370. 372.  
 407 f. 411. 413. 422 f.  
 bekannte: S. 60.  
 endliche: S. 422.  
 irrationale: S. 82. 160 f. 422.  
 logarithmische: S. 313.  
 negative: S. 313.  
 positive: S. 366.  
 rationale: S. 160 f. 422.  
 unbekannte: S. 60.  
 unendliche: S. 185.  
 unendlich kleine: S. 185.  
 vierdimensionale: S. 352.  
 s. a. *grandeur*. *magnitudo*. *nombre*. *numerus*.  
*quantitas*. Zahl.  
*habitus*: S. 327.  
 Hannover, herzogliche Bibliothek: S. 362.  
*harmonia*, *harmonie*: S. 43. 81. 148. 151. 327.  
*Helvetia*: S. 34.  
*hemisphaerium*: S. 303.  
 Hexachord: S. 333.  
*hexaedrum*, *hexaedre*: S. 263–265. 268. 354.  
 hexagesimal s. sexagesimal.  
*hexagonum*: S. 286. 289. 291.  
*hexangulum*: S. 289.  
*hieroglyphicon*: S. 336.  
*horologium*: S. 336. 348.  
*oscillatorium*: S. 105.  
 Hydromechanik: S. 292.  
 Kanal: S. 292. 296.  
 Hydrostatik: S. 335.  
 Hyperbel: S. 70. 90. 193. 307. 314. 362. 373. 435.  
 440–444. 453 f.  
 Anwendung in der Dioptrik: S. 70.  
 Gleichung: S. 90.  
 höhere: S. 178.  
 Ordinate: S. 193. 435. 443.

- Quadratur: S. 87. 440–443.  
 Rotationskörper: S. 435.  
 Zylinder: S. 441.  
     Moment: S. 441.  
     Zylinderhuf: S. 89. 444.  
*hyperbola*: S. 70. 193. 314. 362. 435. 443 f.  
     *imaginaria*: S. 373.  
     *simplex*: S. 90.  
*hyperboloeis*: S. 178.  
*hypothesis*: S. 85. 125 f. 277. 413.  
 Ichnographie: S. 205.  
*icosaedrum*: S. 289.  
     s. a. *eicosaedron*.  
*idea*: S. 69. 79. 219.  
*identitas*: S. 80. 81.  
*image*: S. 359.  
*imaginarium*: S. 82.  
*imaginatio*: S. 71. 219. 308. 326 f. 337.  
     *humana*: S. 82.  
*imago*: S. 337. 350.  
*inaequalitas*: S. 283. 328 f.  
*inclinatio*: S. 117. 125. 281. 283 f. 335.  
*incognita*: S. 67.  
*increnatura*: S. 113 (Def.). 115 f. 118.  
*indivisibilia*: S. 72.  
 Indivisiblenmethode (Archimedes): S. 72.  
*inductio*: S. 78. 84. 277.  
     *combinatoria*: S. 82.  
 Induktion: S. 78. 82–84.  
     (Frenicle): S. 84.  
     (Wallis): S. 84.  
*infini*: S. 273.  
 Infinitesimalmathematik: S. 437 f. 445 f. 458–460.  
     infinitesimales Element: S. 157 f. 185. 445. 460.  
     s. a. *differentiae*. Differentiale. Differentialgleichung. Differentialrechnung. Indivisiblenmethode. Integrale. Integration. Kurve, Quadratur. Kurve, Rektifikation. Tangentenrechnung.  
*infinitum*: S. 79.  
*ingenium*: S. 324–326.  
     *humanum*: S. 324.  
*instructio*: S. 80.  
 Instrument: S. 62–65. 79. 86–130. 213 f. 338. 348. 356–361. 363–366.  
     algebraisches: S. 62–65. 86–128. 130. 213 f. 363 bis 366.  
     arithmetisches: S. 82. 206.  
     Entfernungsmessung: S. 356–361.  
     Geschützaufsatz: S. 348. 349.  
     Konstruktion von Kegelschnitten: S. 339.  
     Konstruktion von Sonnenuhren: S. 348.  
     Konstruktion von Zylinderschnitten: S. 340.  
     Musik: S. 331–334.  
     Planimeter: S. 348.  
     Pantograph: S. 348 f.  
     Parallelinstrument: S. 103. 120.  
     Schrittzähler: S. 348 f.  
     Winkelmessung: S. 348.  
     Winkelteilung: S. 322. 346 f.  
     s. a. *circinus*. *constructor*. *instrument*. *instrumentum*. *machina*. *organum*. *perspicillum*.  
     Proportionalzirkel.  
*instrument*, *instrumentum*: S. 65. 79. 100 f. 103. 107. 117 f. 120. 122. 124–130. 214. 338. 348. 356. 360. 366.  
     *algebraicum*: S. 101. 110. 113. 122. 130.  
     *arithmeticum*: S. 82. 206.  
     *de musique*: S. 332.  
 Integrale: S. 446.  
 Integration: S. 446. 458–460.  
     Schreibweise nach Cavalieri: S. 446.  
     s. a. *summae*. Integrale. Quadratur.  
*intellectus*: S. 326.  
*intersectio*, *intersection*: S. 42. 67. 70. 74 f. 87–89. 100. 114. 116. 119. 121. 205. 274. 308. 343. 345. 372.  
*inventio*, *invention*: S. 43. 72. 83. 204. 218.  
     *duarum mediarum proportionalium*: S. 70.  
     *geometrica*: S. 168.  
     *irrationalium*: S. 218.  
     *summarum*: S. 369.  
     *tangentium*: S. 67. 141.  
*inventum*: S. 16. 67. 68 f. 72. 75. 77. 82. 93. 313. 351. 409.  
     *admirandum*: S. 73.  
     *ingeniosum*: S. 323.  
     *mirabilis*: S. 326.  
*irrationalitas*: S. 366.  
*isochronismus*: S. 70.



- jardin des ombres*: S. 325.
- Kalender, Kalenderrechnung: S. 208–212.  
 ewiger (Morland): S. 211.  
 Gemeinjahr: S. 211.  
 Gregorianischer: S. 209. 211.  
*premier janvier nouveaux style*: S. 212.  
 Julianischer: S. 211.  
 Schaltjahr: S. 209. 211 f.  
 Schalttag: S. 211.  
 s. a. *année*. Zeitrechnung.
- Kartenspiel: S. 227. 230.  
*piquet*: S. 227. 230.  
 Spielstärke: S. 230.  
*triomphe*, Trumppfspiel: S. 242.
- Kegelschnitt: S. 44. 205. 307. 330. 339. 456.  
 Gleichung  
 allgemeine: S. 44.  
 Hyperbel: S. 445.  
 Kreis: S. 44.  
 Schnitt mit Kreis: S. 74.  
 s. a. Ellipse. Hyperbel. Kreis. Parabel.
- Kettenbruchentwicklung: S. 370.
- Kettenlinie: S. 330.
- Köln: S. 275.  
 Friedenskongress: S. 275.
- Kombination  
 mit Wiederholung: S. 258. 259.  
 ohne Wiederholung: S. 262.
- Kombinatorik: S. 5–32. 60–65. 78–85. 129–167. 215  
 bis 219. 222. 258 f. 261. 262. 277–280.  
 Grundmenge: S. 11.  
 Satz, Sätze: S. 61. 78. 80. 82.  
 Stichprobe: S. 11.  
 Tafeln: S. 60 f. 129–135. 137. 157. 159. 163 f. 222.  
 367.  
 s. a. *ars combinatoria. combinaison. combinatoria*.
- Königsberg, Universität: S. 79.
- Konstruktion: S. 22. 42 f. 70. 83. 103. 107. 118. 122.  
 125. 127. 151. 219. 345. 367. 372. 374.  
 geometrische: S. 60. 68. 127. 219 f. 265.  
 punktweise: S. 87.  
 s. a. *constructio. construction. constructor. de-  
 scriptio. lieu. locus*.
- Kreis, Kreise: S. 36. 43. 45. 70. 74 f. 86 f. 90. 93–95.  
 98. 218. 273–275. 282. 285. 302. 304. 307 f. 331.  
 336. 338. 347. 362. 370. 372. 378. 408 f. 435. 441.  
 456 f.  
 Bogen: S. 274. 448.  
 Durchmesser: S. 45. 273–275.  
 Evolvente: S. 45.  
 Flächeninhalt: S. 275.  
 Gleichheit: S. 273.  
 Gleichung: S. 44.  
 Kreisreihe: S. 70.  
 Kreisviereck: S. 351.  
 Möndchen: S. 40.  
 Ordinate: S. 435.  
 Quadratur: S. 41 f. 45. 362. 440 f.  
 arithmetische: S. 41 f. 45.  
 Schnitt mit Kegelschnitt: S. 74.  
 (Parabel): S. 74. 83.  
 Segment: S. 59. 421. 457.  
 Sekantensatz: S. 351.  
 Sehne: S. 274.  
 Sektor: S. 59. 231.  
 s. a. *cercle. circulus. cycle. rota. roue*.
- Kubikzahl, Zerlegung: S. 418.
- Kurve, Kurven  
 (Bertet): S. 292. 293.  
 Bogenelement: Quadrat: S. 460.  
 Evolute: S. 83.  
 Evolvente: S. 45. 83.  
 Klassifizierung: S. 84.  
 (Descartes): S. 67. 117.  
 (Fabri): S. 84.  
 parallele: S. 36.  
 Quadratur: S. 70. 85. 87. 362. 440–443. 451 f. 458  
 bis 460.  
 s. a. Integralrechnung. Integration. *quadratu-  
 ra. quadrature*.
- Rektifikation: S. 68. 88. 177. 362.
- Rollkurve: S. 78. 83 f. 86–89. 458–460.
- Schnitte: S. 88. 100.
- transzendente: S. 330. 373. 444.  
 Tangente: S. 373. 422.
- s. a. Antiparabel. *courbe. curva*. Ellipse. Expo-  
 nentialkurve. *figura*. Hyperbel. Kegelschnitt.  
 Kettenlinie. Kreis. *lieu. ligne. linea. locus*.

- Logarithmus, Kurve. Parabel. *quadratrix*.  
*retorta*. Zykloide.
- Längengradbestimmung: S. 334 f.
- laetitia*: S. 325.
- La Flèche: S. 325.
- lapis lydius*: S. 218.
- largeur*: S. 272.
- larva*, *larvatus*: S. 323. 325.
- lettre dominicale*: S. 208.
- levitas*: S. 330.
- lex*: S. 61. 78. 116. 119. 371.  
     *calculi*: S. 221.  
     *combinationis*, *combinationum*: S. 80. 82.  
     *homogeneorum*: S. 86.  
     *variationis*: S. 371.
- libra*: S. 7.
- lieu*, *lieux*: S. 42 f. 44. 209. 212. 227. 237. 255. 272 f.  
     (Def.). 334 f. 359.  
     intersection des: S. 42.
- lieue*: S. 296.
- ligne*: S. 273 f. 326. 357. 359–361. 435.  
     *courbe*: S. 42.  
     *droite*: S. 42. 273 f.  
     s. a. *linea*.
- limes*: S. 60. 65. 99. 127. 135. 308. 325.
- linea*: S. 67. 71 f. 74 f. 80. 83 f. 94. 97. 99. 101. 103.  
     123. 135. 139. 142. 157. 159. 187. 218 f. 267.  
     273. 285. 287. 302. 307. 312. 316. 329 f. 336. 340.  
     342 f. 345. 347. 352. 371. 408. 411. 436. 447. 452.  
     *aequationum*: S. 363.  
     *aequinotialis*: S. 336.  
     *analytica*: S. 84.  
     *circini mesolabi*: S. 345.  
     *combinatoria*: S. 157.  
     *curva*: S. 343.  
     *geometrica*: S. 67.  
     *indescriptibilis*: S. 84.  
     *logarithmica*: S. 193. 214. 310–312.  
     *mesolaba*: S. 83.  
     *proportionum*: S. 330.  
     *recta*: S. 75. 302. 336. 350. 372. 392.  
     *rigida*: S. 94. 113. 120. 378.  
     *simplex*: S. 282.
- lineola*: S. 193. 221. 408.
- litera*: S. 67.  
     *cognita*: S. 63.  
     *incognita*: S. 63.
- locus*: S. 64. 67. 70. 80. 118. 131. 135. 219. 308. 332.  
     335. 338. 363. 371 f. 378.  
     *ad circum*: S. 372.  
     *ad conicam*: S. 372.  
     *ad lineam*: S. 371.  
     *ad rectam*: S. 372.  
     *ad superficiem*: S. 131. 371 f.  
     *aequationis*: S. 363.  
     *imaginis*: S. 350.  
     *planus*: S. 205.  
     *solidus*: S. 205.  
     *vacuus*: S. 332.
- logarithmica*: S. 219. 315. 365.  
     *cylindrica*: S. 363.
- Logarithmus: S. 33. 86 f. 168. 174–176. 180–182.  
     187–192. 311–313. 315. 317–320. 364 f. 373. 444.
- Kurve: S. 86–92. 95. 219. 309–318. 363–366. 444.  
     Asymptote: S. 92. 310. 364.  
     Ordinate: S. 87. 312.  
     Schnitt mit anderen Kurven: S. 87 f.  
     Tangente: S. 87. 310.  
     Zylinder: S. 363.
- Rechnung: S. 309. 313.
- Rückführung auf Hyperbelquadratur: S. 87.
- logarithmus*, *logarithmi*, *logarithme*: S. 33. 86 f.  
     168. 174–176. 180–182. 187–192. 311–313. 315.  
     317–320. 364 f. 373. 444.  
     *logarithmorum*: S. 86. 312.
- Logik: S. 241.
- London: S. 275. 309. 399. 417.  
     Royal Society: S. 362.
- longimetrie*: S. 356.
- longitudo*: S. 7.
- longueur*: S. 272.
- Loreto: S. 327.
- lucrum*: S. 238. 254.  
     s. a. Gewinnanteil.
- ludus*: S. 206.
- lux*: S. 73. 118. 312. 327. 349 f.
- Lyon: S. 393.



- Maastricht: S. 275.  
*machina*: S. 8. 94. 98–100. 103–106. 114. 116–118. 123. 125. 127. 363. 373.  
   *analytica*: S. 62.  
   *a natura adhibita*: S. 373.  
   *combinatoria*: S. 62. 129.  
   *constructrix*: S. 98.  
   *construendi aequationes*: S. 363.  
 Magnetismus: S. 338.  
*magnitudo*: S. 60. 67. 71. 77. 83. 119 f. 123. 164. 201. 219. 267. 276.  
   *cognita*: S. 60.  
   *incognita*: S. 60.  
   *infinita*: S. 185.  
   *infinite parva*: S. 185.  
*mandoline*: S. 332. 334.  
*Maschine*: S. 8. 62. 94. 98–100. 103–106. 114. 116 bis 118. 123. 125. 127. 129. 363. 373.  
   *natürliche*: S. 373.  
   s. a. Automat. Instrument. *machina*.  
*materia*: S. 206. 214. 332. 349. 385.  
*mathesis*: S. 204. 206. 285. 367. 393.  
*Mechanik*: S. 42. 122.  
   Experiment: S. 100. 328 f. 331.  
*medietas*: S. 306.  
*membrum*: S. 217.  
*memoria*: S. 72. 337.  
*mens*: S. 73. 157. 166. 220. 325 f.  
*mensura*: S. 7. 285. 315. 318. 336. 367.  
*mensuratio*: S. 302.  
*mesolabum*: S. 341. 343. 345.  
*Methode, Methoden*: S. 16. 43–45. 238. 254 f.  
   der reinen Mathematik: S. 367–374.  
   s. a. Indivisiblenmethode. *methode*. *methodus*.  
     *modus*. *ratio*. Tangentenrechnung.  
*methodus, méthode*: S. 16. 19 f. 32. 43–45. 60 f. 65. 67. 69. 83. 86 f. 94. 99. 122. 126. 134 f. 164. 166 f. 182. 186. 190. 192. 201. 204 f. 238. 254 f. 313. 316. 319. 367–373. 409. 422. 435. 449. 459 f.  
   *analytica*: S. 373.  
   *Barroviana*: S. 311.  
   *calculi*: S. 367.  
   *Cartesiana*: S. 68. 70.  
   *constructionis*: S. 367.  
   *de l'universalité, des universels*: S. 41. 43. 241.  
   *de maximis et minimis*: S. 68. 148.  
   *differentiarum reciproca*: S. 84.  
   *directa*: S. 367.  
   *duplex*: S. 370.  
   *extrahendi radices rationales*: S. 367.  
   *Fermatiana*: S. 148.  
   *functionum seu tangentium inversarum*: S. 83.  
   *generalis*: S. 167. 372. 435.  
   *generalissima*: S. 422.  
   *Huddeniana, Huddenii*: S. 99. 148.  
   *infinita*: S. 373.  
   *infinitorum*: S. 166.  
   *linearis*: S. 70.  
   *perspectivae*: S. 205.  
   *reciproca seu regressuum*: S. 367.  
   *Schotenii*: S. 182.  
   *Slusiana*: S. 315.  
   *symbolica*: S. 70.  
   *tangentium inversa*: S. 84.  
   *tollendi irrationales*: S. 368.  
   *universalitatis*: S. 41.  
 Middelburg: S. 330. 335.  
*miraculum*: S. 324.  
*miroir*: S. 326. 356. 359 f.  
   *ardent*: S. 326.  
   *immobile*: S. 356.  
   *parabolique*: S. 326.  
   *plan*: S. 359.  
 Mnemonik: S. 337.  
   s. a. *ars memoriae*.  
*modus*: S. 63. 70. 79. 80. 83. 103. 119 f. 122. 130 f. 134. 141 f. 157. 160. 176. 188. 190. 204. 216–218. 228. 277. 306. 315. 333. 337 f. 368–373. 378. 388. 408–410. 422. 431.  
   *generalis*: S. 82.  
   *inventi*: S. 409.  
   *naturalis*: S. 335.  
   *resolvendi*: S. 368.  
*momentum*: S. 64. 81. 126 f. 130. 180. 315. 329 f. 349. 441.  
   *differentiarum*: S. 192 f.  
   *physicum*: S. 94.  
 Mond: S. 334. 337 f.

*morbus**animi*: S. 325.*corporis*: S. 325.*motus*: S. 65. 71. 77. 80. 82 f. 93. 98–100. 102–104. 106 f. 113 f. 116–119. 121–123. 125–127. 219. 315. 327–331. 335–338. 362. 365. 373 f.*ad spiralem*: S. 336.*circularis*: S. 330. 336.*perpetuus*: S. 337.*rectus*: S. 330 f. 338.*moyenne proportionelle* s. Proportionale, mittlere.  
*muance*: S. 334.*multiplicatio*: S. 8. 17 f. 47. 60. 62. 65. 81 f. 88. 126 f. 141. 151. 156 f. 198. 218. 221 f. 284. 316. 367. 385. 411. 422.*continua*: S. 176. 220.*per crucem*: S. 144.

Multiplikation: S. 46 f. 81 f.

s. a. *multiplicatio*.*mundus*: S. 323. 327.

Münzwurf: S. 230.

## Musik

Instrument: S. 332–334.

Theorie: S. 332–334.

s. a. *dièze. corde. mandoline. muance. mutatio. ré mobile. sol. testudo. vox. vox dura. vox mollis. vox naturalis.**mutatio*: S. 77. 114. 117. 120. 334.*natura*: S. 64. 82. 88. 94. 129. 218. 272. 373.*binomii*: S. 176.*calculi*: S. 131. 161.*combinationum*: S. 148.*instrumenti*: S. 127.*logarithmorum*: S. 312.*numerorum combinatoriorum*: S. 163.*posterius*: S. 272.*prius*: S. 272 (Def.).*progressionis*: S. 278.*geometricae*: S. 312.*rerum*: S. 100. 123. 163. 221.*navigatio*: S. 83.*nervus*: S. 331. 336. 338.

Niederlande: S. 393.

Nil: S. 334 f.

Nimwegen: S. 275.

Friedenskongress: S. 275.

*nombre*: S. 10–12. 90. 315.*des complexions d'un exposant donné*: S. 12.*de toutes les com2naisons*: S. 12.*de toutes les complexions de 4*: S. 12.*de toutes les con3naisons*: S. 12.*pyramidale, pyramide*: S. 16. 262.*triangulaire*: S. 261 f. 437 f.s. a. *numerus*. Zahl.*notae**ambiguitatis* s. *signa ambigua*.*disjunctivorum* s. *signum disjunctivi*.

Notation, mathematische: S. 59. 80–84. 408.

s. a. *character. characteristic*.*numerus*: S. 6–8. 17–24. 27. 29. 31–33. 47. 60 f. 63 f. 67. 70 f. 77. 82. 84. 93. 99–101. 110. 122. 127–131. 134. 138–144. 156 f. 160. 165–167. 174–180. 182. 187 f. 190–193. 204. 222. 257. 265–269. 277 f. 281–284. 287–289. 307 f. 310 f. 313. 319 f. 325. 330. 343. 345. 348. 351 f. 354. 362. 364. 367. 369–371. 374. 385–387. 392. 396. 410–412. 414. 422 f.*absolutus*: S. 343. 345.*algebraicus*: S. 288.*arithmeticus*: S. 176. 179. 192 f.*binarius*: S. 282. 343.*combinatorius*: S. 156 f. 159. 163–167. 266. 369.*constans*: S. 174.*cubicus, cubus*: S. 204. 289.*dodecaedronalis*: S. 289.*eicosaedronalis*: S. 289.*figuratus*: S. 136. 157. 267. 287 f. 432.*finitus*: S. 167. 180.*formarum*: S. 277 f.*fractus*: S. 99. 164. 166. 177.*impar*: S. 8. 33. 164.*integer*: S. 164.*irrationalis*: S. 157. 166.*magico-magicus*: S. 204.*naturalis*: S. 87. 157. 267.*nihilo major*: S. 410.*nihilo minor*: S. 410.*octaedronalis*: S. 289.*par*: S. 8. 164. 282.

- perfectus*: S. 348.  
*primitivus*: S. 277. 369.  
*probatorius*: S. 151.  
*pyramidalis, pyramis*: S. 139. 143. 159. 267.  
*quadrato-quadratus*: S. 204.  
*quadratus*: S. 8. 161. 164. 204. 385. 388. 390.  
*quarti gradus seu quadrato quadratus*: S. 19.  
*rationalis*: S. 157. 369.  
*surdus*: S. 99.  
*tetraedronalis*: S. 289.  
*triangularis*: S. 141. 143. 267. 348.  
*triangulo-triangularis*: S. 267.  
*verus*: S. 99. 127.  
s. a. *nombre*. Zahl.
- obex*: S. 116–118. 121.  
Oktaeder: S. 259.  
*octaedronalis*: S. 284.  
*octaedrum*: S. 282. 289.  
*octagonum*: S. 286. 291.  
*olympica*: S. 327.  
*operatio*: S. 82.  
*analytica*: S. 81.  
*combinationum*: S. 80.  
Optik: S. 325 f.  
Experiment: S. 82. 100. 325 f. 349 f.  
Instrument: S. 79. 325 f. 356–361.  
Lichtbrechung: S. 349 f.  
Satz, Sätze: S. 79.  
Spiegelkabinett: S. 325 f.  
Wissenschaft: S. 79.  
s. a. *dioptra*. Dioptrik. *miroir*. *perspicillum*. *refractio*.  
*organum*: S. 372.  
*orthographia*: S. 82.  
Ostern: S. 327.  
Oxford: S. 69.  
Wadham College: S. 69.
- Padua: S. 362.  
Parabel: S. 45. 68. 70. 74 f. 83. 88. 90. 159. 307. 326. 336.  
Gleichung: S. 90.  
höhere: S. 68. 159. 177 f.  
Ordinate: S. 178. 439.
- Quadratur: S. 68.  
Rektifikation: S. 177.  
Normale: S. 74.  
Ordinate: S. 439.  
Quadratur: S. 68. 70. 83 f.  
Rollkurve: S. 78. 83. 86–89.  
Rotationskörper: S. 45. 84. 435 f.  
Schnitt mit Kreis: S. 74. 83.  
Schnitt mit Trochoide: S. 88.  
Trilineum: S. 84.  
*parabole*: S. 45.  
*sommet*: S. 45.  
*paraboloeis*: S. 68.  
Parallelogramm: S. 103 f. 120.  
bewegliches: S. 103. 365 f.  
*parallelogrammum*: S. 103. 120.  
*mobile*: S. 366.  
*parameter*: S. 370. 373.  
Paris: S. 5. 9. 46. 207. 281. 323 f. 455.  
Académie Royale des Sciences: S. 77.  
Konvent der unbeschuhten Augustiner: S. 356.  
*partie*: S. 272 (Def.). 273.  
*sensible*: S. 272.  
*partys des jeux*: S. 206.  
*passio*: S. 326.  
*pentagonum*: S. 285. 287–289.  
*période julienne* (Scaliger): S. 211 f.  
Epoche: S. 212.  
s. a. Kalender. Zeitrechnung.  
*persona*: S. 323.  
*perspectiva, perspective*: S. 205. 325.  
*perspicillum*: S. 118.  
Philosophie: S. 326 f.  
*piquet* s. Kartenspiel.  
Planet, Planeten:  
Bewegung: S. 5.  
Materie: S. 5.  
s. a. Mond. Sonne.  
*planum*: S. 65. 84. 93 f. 100 f. 103 f. 106 f. 113 f. 116. 119 f. 123. 125 f. 131. 135. 281. 285. 340. 372. 435.  
*obliquum*: S. 339.  
*poinct*: S. 273.  
Poitou (Poictou): S. 227.  
*polus*: S. 302 f.

- Polyeder s. *cubus*. *dodecaedron*, *dodecaedrum*. *eico-saedron*. *hexaedre*. *hexaedrum*. *icosaedrum*. Oktaeder. *octaedrum*. *prisma*. *pyramide*. *pyramis*. *tetraedrum*. Würfel.
- polygonalis*: S. 285.
- polygonum*, *polygone*: S. 11. 307 f. 373. 377.
- rectilineum*: S. 307 f.
- regulare*: S. 307 f.
- sphaericum*: S. 308.
- pondus*: S. 7. 106. 206. 284. 288 f. 331. 335–338.
- Pont-à-Mousson: S. 302.
- Potenz
- Symbolschreibweise: S. 352.
- s. a. *exponens*. *potestas*.
- potestas*: S. 18 f. 87. 127. 141. 148. 157. 160. 163. 167. 174. 190. 197. 204. 218. 266–268. 367–369. 422 f. 432.
- affecta*: S. 218.
- pura*: S. 71. 218. 368.
- pouce*: S. 357.
- practica Italica*: S. 8.
- praecepta analytica*: S. 71. 73.
- principium*, *principia*, *principe*: S. 103. 114. 228 f. 239. 245. 249. 253. 272 f. 325. 359.
- Archimedis*: S. 70.
- artis combinatoriae*: S. 136.
- Cavalerii*: S. 70.
- général*: S. 229.
- geometriae*: S. 83.
- inveniendi*: S. 69. 82.
- motus*: S. 114. 338.
- premier*: S. 272.
- ratiocinandi*: S. 82.
- prisma*, *triangularis*: S. 117.
- privatio*: S. 327.
- probabilité*, *probabilitas*: S. 230. 239 f. 277.
- s. a. *apparence*. *difficulté*. *facilité*. Wahrscheinlichkeit.
- Problem, Probleme: S. 41–45. 394 f. 399–401. 402 f.
- Davenantsches s. Davenantsches Problem.
- geometrisches: S. 41–45.
- Kategorien geometrischer Probleme: S. 41. 42–45.
- Gnomonik: S. 336.
- inverses Tangentenproblem: S. 449.
- Konstruktionsaufgaben der Dreieckslehre: S. 41. 43 f.
- Mechanik: S. 444.
- (Roannais): S. 258. 269.
- solides: S. 44.
- Zahl der Ausgänge beim Wurf von *T* unterscheidbaren Würfeln, welche *R* Sechsen zeigen, s. Würfelspiel, Problem.
- zahlentheoretisches: S. 41. 394 f.
- Zerlegung einer Zahl in zwei Quadratzahlen: S. 394 f.
- s. a. *problema*, *problemata*. *problème*.
- problema*, *problemata*, *problème*: S. 11. 18. 41–45. 67 f. 72. 74 f. 82 f. 88. 97. 117 f. 133. 156. 180. 205. 267–269. 277. 304–308. 369. 372. 392 f. 399 bis 401. 402 f. 409. 423. 435. 459.
- ad duo loca*: S. 70.
- curviligne*: S. 42.
- Davenantii* s. Davenantsches Problem.
- des centres de gravité*: S. 42.
- des partis* s. Teilungsproblem.
- diophantea*: S. 368.
- geometricum*, *de géométrie*: S. 41–45. 94. 372. 411.
- mechanicum*, *de la mécanique*: S. 42. 444.
- ordinarium*: S. 122.
- palmarium*: S. 267.
- planum*: S. 372.
- rectilineum*, *rectiligne*: S. 42. 122.
- quadraturarum*: S. 70.
- sex quadratorum* s. Sechs-Quadrate-Problem.
- solidum*, *solide*: S. 44. 197.
- surdesolidum*: S. 197.
- tangentium inversa*: S. 449.
- tetragonisticum*: S. 83.
- transcendens*: S. 369. 373.
- processio*: S. 352.
- profondeur*: S. 272.
- progressio*, *progression*: S. 6–8. 16. 19. 45. 70. 130. 148. 156 f. 217 f. 222. 278. 285. 348. 368–371. 373. 422. 431.
- arithmetica*: S. 140. 175. 178. 267. 288. 313. 319 f. 369. 397.
- naturalis*: S. 267.

- geometrica, géométrique*: S. 6. 175 f. 178–180. 190. 192 f. 253 f. 312. 319. 330. 367. 369 f. 399. 451.  
*bimalis*: S. 370.  
*dupla*: S. 6–8. 277 f.  
*octonaria*: S. 370.  
*sedecimalis*: S. 370.  
*harmonica*: S. 17. 190.  
*infinita*: S. 181.  
*logarithmica*: S. 313.  
*mathematica*: S. 330.  
*naturalis*: S. 138.  
*numerorum figuratorum*: S. 157.  
*polygonorum*: S. 373.  
*sénaire*: S. 263.  
*somme d'une*: S. 45.  
*progymnasmata*: S. 281.  
*proportio, proportion*: S. 237. 239. 243. 285. 332. 360. 367.  
*harmonique*: S. 44.  
*media*: S. 119 f. 125.  
 Proportionale, mittlere: S. 43. 70 f. 90. 92. 103 f. 106. 119 f. 122. 125. 343. 411.  
 Proportionalzirkel: S. 339. 340–345.  
*propositio, proposition*: S. 16. 20. 27. 67. 72–77. 94. 140. 173. 205. 216. 304–308. 362. 396 f. 456 f.  
*geometrica*: S. 75.  
 Punkt (Schnitt zweier Linien): S. 274.  
*pyramide*: S. 16.  
 Pyramidalzahl s. Zahlen, figurierte.  
*pyramis*: S. 84. 139. 282. 329. 352–354.  
*aequilatera*: S. 282.  
*rectangula*: S. 352.  
 Pyrenäen: Grotte: S. 80.  
*quadratillum*: S. 411.  
*quadratoquadratum*: S. 19. 336. 397.  
*quadratrix*: S. 219. 311. 330. 444.  
*quadratum*: S. 60. 73. 160 f. 174. 182. 191. 199. 275. 283. 285–287. 291. 344 f. 348. 351 f. 354. 370. 385 bis 387. 392. 396 f. 410. 435. 447.  
 Quadratur s. Kurve, Quadratur.  
*quadratura, quadrature*: S. 44. 70. 81. 83. 85. 372 f. 422. 441. 444. 452. 459 f.  
*circuli*: S. 362. 441.  
*figurarum*: S. 81.  
*analytica*: S. 167.  
*parabola, parabolica*: S. 70. 83.  
*rationalis*: S. 369.  
 Quadratzahl: S. 394 f.  
 Summe zweier Quadratzahlen: S. 394 f.  
 Zerlegung: S. 418.  
*qualitas, qualité*: S. 61. 78. 80. 163. 272.  
*quantitas*: S. 64. 78. 81–83. 85. 122–124. 127. 136. 151 f. 156. 160 f. 181. 183. 186. 188–191. 195. 284. 308. 314. 319 f. 330. 354. 367. 369 f. 372. 407 f. 411. 413. 422 f.  
*affecta*: S. 422.  
*affirmativa*: S. 366.  
*finita*: S. 422.  
*fracta*: S. 160 f.  
*in speciem impossibilis*: S. 367.  
*in speciem possibilis*: S. 367.  
*irrationalis*: S. 82. 422.  
*logarithmica*: S. 313.  
*negativa*: S. 313.  
*progressionis arithmeticae*: S. 320.  
*quatuor dimensionum*: S. 352.  
*rationalis*: S. 160 f. 422.  
*surda*: S. 160 f.  
*quasi-situs*: S. 84.  
*racine*: S. 42 f.  
*cubique*: S. 43.  
*d'une équation*: S. 42–44.  
*cubique*: S. 43.  
*quarre-quarrée*: S. 43.  
*tirée analytiquement*: S. 42.  
*tirée exactement*: S. 42.  
*tirée géométriquement*: S. 42.  
*tirée par approximation*: S. 42. 44.  
 s. a. *radix*. Wurzel.  
*radius*: S. 121. 125. 345. 349 f.  
*radix*: S. 18 f. 61. 67. 71. 81 f. 89. 97–101. 107. 110. 122. 127. 129 f. 140 f. 162. 182. 186. 188. 195. 218. 267. 284–288. 315. 319. 343. 345. 351. 354. 368 f. 371. 385. 388. 390. 394. 407. 409–411. 413. 422 f. 437 f.  
*affecta*: S. 348. 368.  
*affirmativa*: S. 122.  
*cubica*: S. 319. 343.

- falsa*: S. 97. 410.  
*imaginaria*: S. 301.  
*indefinita*: S. 134.  
*irrationalis*: S. 130. 134.  
*negativa*: S. 97.  
*pura*: S. 368.  
*quadrata*: S. 388. 411.  
*rectangula*: S. 354.  
*rationalis*: S. 367 f.  
*realis*: S. 99. 127. 301.  
*vera*: S. 98 f. 101. 122. 127. 135.  
 s. a. *racine*. Wurzel.
- ratio*  
 (Grund): S. 6. 70. 82 f. 116. 118. 122. 138. 161. 166. 186. 194. 206. 268. 285. 308. 315. 327. 336 f. 372. 411 f.  
 (Methode): S. 32. 70. 72. 74–76. 105 f. 119. 124. 134. 148. 156 f. 160. 165. 167. 176. 180. 188. 266. 278. 370. 392. 409.  
 (Verhältnis): S. 67. 71. 77. 83. 86–88. 92–94. 101. 116. 126. 164. 186. 188. 219. 335. 367. 370. 385 f. 389. 391. 411. 427. 435.  
 (Verstand): S. 206. 327.  
*inveniendi, inventi, inventionis*: S. 72. 77. 409.  
*praxeos*: S. 392.  
*reciproca*: S. 88.  
*replicata*: S. 87. 367.  
*ratiocinatio*: S. 67. 71 f. 216.  
     *Archimedeae*: S. 166.  
*ratiuncula*: S. 157.  
*rayon*: S. 325 f. 359 f.  
 Rechenmaschinen: S. 5. 8. 35. 62–65. 82. 440.  
     (Pascal): S. 206.  
 Rechnung  
     fortlaufende: S. 416. 420. 439. 440.  
     näherungsweise: S. 44. 84. 165. 182. 190. 319. 423.  
         s. a. *appropinquatio. approximation.*  
 Rechenproben: Neunerprobe: S. 370.  
 Regeln: Assoziativität: S. 425.  
 Verfahren: S. 5.  
     Einmaleins: S. 46.  
     Fingerrechnen: S. 46 f.  
     Reduktion auf Grundrechenarten: S. 62.  
     s. a. Arithmetik. *calcul. practica Italica.*
- Rechteck: S. 59. 88. 101. 106. 113. 177. 179 f. 192 f. 369. 392. 447. 452.  
     s. a. *rectangulum.*  
 Rechtswissenschaft, -theorie: S. 5. 84. 239.  
*recitatio calculi*: S. 81.  
*recta*: S. 67 f. 75. 87. 92–95. 97 f. 101–106. 113–121. 123–125. 131. 159. 205. 273. 310 f. 329. 350. 365 f. 372. 374. 378. 409. 456 f.  
*aequalis*: S. 68. 92. 315.  
*constans*: S. 103. 120 f. 180.  
*imaginaria*: S. 93. 118. 123. 125.  
*immobilis*: S. 102.  
*indefinita*: S. 92. 120.  
*interminata*: S. 97.  
*mobilis*: S. 97.  
*parallela*: S. 92.  
*perpendicularis*: S. 104.  
*rectangulum*: S. 59. 88. 101. 106. 113. 177. 179 f. 192 f. 369. 392. 447.  
*reditus redituum*: S. 330.  
*refractio*: S. 349 f.  
*regula*  
     (Lineal): S. 93–95. 97 f. 100–107. 113 f. 116–120. 124 f. 214. 364.  
     (Regel): S. 25. 32. 78. 84 f. 135. 138. 156. 180. 222. 277 f. 323. 327. 410. 422.  
         *aurea*: S. 71.  
         *certa*: S. 323.  
         *discerptionum et triscerptionum universalis*: S. 25. 32.  
         *fundamentalis*: S. 431.  
 Reihe: S. 42. 44.  
     arithmetische: S. 234.  
     geometrische: S. 234. 239.  
         Partialsomme: S. 239.  
         s. a. Binomialreihe. Folge. Kreis, Kreisreihe. *processio. progressio.* Reihenentwicklung. *series.*  
 Reihenentwicklung: S. 45. 370.  
*relatio*: S. 200. 218 f. 311. 352. 423. 459.  
*relation*: S. 256.  
*ré mobile*: S. 334.  
*res*: S. 6. 8. 15. 60. 63 f. 67. 69. 71–74. 78. 81–83. 85. 93. 100. 102 f. 105. 113. 117 f. 123. 125. 127. 133. 135. 142. 144. 151. 161. 163–165. 167. 182. 186. 188. 199 f. 206. 216. 219–221. 228. 267. 313.



315. 318. 325. 327. 332. 337. 366. 369. 373. 385.  
410. 432.  
*naturalis*: S. 327.  
*resolutio aequationum*: S. 70.  
*retorta*: S. 457.  
*rhombe*: S. 360.  
*rhomboeis*: S. 103. 120. 282. 284.  
Rosenkreuzer: S. 324.  
*rota*: S. 93 f. 337.  
*roue*: S. 94.
- Satz  
Fläche eines rechtwinkligen ganzzahligen Dreiecks (Frénicle, prop. 39): S. 396.  
Beweisversuch (Leibniz): S. 396.  
*conséquence* IV: S. 397.  
*conséquence* V: S. 397.  
Korollare (Leibniz): S. 396 f.  
Großer Fermatscher: S. 397.  
Fall  $n = 4$ : S. 397.  
Kleiner Fermatscher: S. 260.  
s. a. *propositio. theorema.*
- scholae*: S. 69.  
Schwefel: S. 351.  
Schweiz: S. 34.  
Schwerkraft: S. 328–331. 335.  
*scientia, scientiae*: S. 72. 82. 323–325. 327. 337.  
*humana*: S. 81 (Def.).  
*inveniendi theorematum*: S. 82.  
*juris*: S. 84.  
*logica*: S. 82 (Def.).  
*nova*: S. 67.  
*optica*: S. 79.  
*quantitatis*: S. 78.
- Sechs-Quadrat-Problem: S. 381–391.  
Ausgangsgleichung: S. 382 f. 384.  
frühere Lösungsansätze (Leibniz): S. 381.  
neue Lösungsansätze (Leibniz): S. 382–391.
- sectio*: S. 100.  
*antipeponalis*: S. 303 (Def.).  
*conica*: S. 205. 307. 330. 339. 456.  
*curvarum*: S. 84.  
*cylindri, cylindrica*: S. 307. 340.  
*peponalis*: S. 302 (Def.). 303–305.  
*potestatum*: S. 432.  
*rationis*: S. 83.  
*sphaerica*: S. 307.  
*superficierum*: S. 307.
- sectrix*  
*anguli*: S. 219.  
*rationis*: S. 219.
- Seelenwagen: S. 334.  
Seelenwanderung: S. 334.  
Segelkurve: S. 83.  
*semblable*: S. 273.  
*semicirculus*: S. 304 f. 456.  
*magnus*: S. 302.  
*sensibilia*: S. 327.  
*sensus*: S. 71. 82. 119. 267. 327.  
*series*: S. 83–85. 140 f. 143 f. 148. 151. 156 f. 165  
bis 167. 175–179. 190–193. 265. 267. 277 f. 325.  
368–371. 373. 421–424. 431 f. 436. 437 f. 449.  
*absoluta*: S. 373.  
*algebraica*: S. 373.  
*descendens*: S. 175.  
*differentialis*: S. 373.  
*efficta*: S. 373.  
*finibilis*: S. 373.  
*finita*: S. 166. 369. 371.  
*fractorum*: S. 165.  
*geometrica*: S. 253. 449.  
*harmonicogeometrica*: S. 193.  
*indefinita*: S. 368.  
*in infinitum procedens*: S. 176.  
*infinita*: S. 83. 156 f. 166. 175. 368–370. 373. 422  
bis 424.  
*rationalis*: S. 422.  
*naturalis*: S. 17. 21.  
*numeratorum primitivorum*: S. 277.  
*progressionis geometricae*: S. 175.  
*progressionis harmonicae*: S. 17.  
*radicum*: S. 437 f.  
*replicata*: S. 369 f. 373.  
*transcendens*: S. 373.  
s. a. Folge. *processio. progressio.* Reihe.
- Sexagesimalsystem: S. 48–56. 57 f.  
Sexagesimalzahl in Dezimalzahl umrechnen:  
S. 49–56. 57.  
Sexagesimalzahl mit unechtem Bruch multiplizieren: S. 48–56.

*signa**ambigua*: S. 241. 381.*disjunctivi*: S. 240. 241.*similitudo*, *similitude*: S. 80. 327. 377.

## Sinus

Differenzen: S. 33.

Kurve: Zylinder: S. 439.

*situation*: S. 273 f. 359.*situs*: S. 83. 114. 119 f. 219.s. a. *quasi-situs*.*sol*

(Note): S. 333.

(Sonne) s. *soleil*.*soleil*, *sol*: S. 325 f. 336.*soliditas*: S. 84.*solidum*, *solide*: S. 43. 45. 68. 84. 89. 135. 175. 281.

284 f. 288. 352. 435. 444.

*analyticum*: S. 444.*geometricum*: S. 444.*homogeneum*, *homogène*: S. 435. 444.*parabolique*: S. 45.

Solothurn: S. 34.

*somnium*: S. 326.

Sonne: S. 325 f. 334. 336.

*sonus*: S. 336.*spatium*: S. 71. 77. 82. 84. 94. 105. 177. 314. 328. 336. 343. 444.*anni*: S. 222.*hyperbolicum*: S. 87.*imaginarium*: S. 84.*temporis*: S. 94.*speciosa*: S. 67.*sphaera*: S. 84. 281–284. 302 f. 307 f.*sphaerometria*: S. 302.

Spieltheorie: S. 240. 241. 257. 226–256. 257–270.

s. a. Teilungsproblem. Gewinnanteil. Wahrscheinlichkeit. Wahrscheinlichkeitsrechnung. Würfelspiel.

*spiralis*: S. 336.*spiritus*: S. 327.*igneus*: S. 332.*statera*: S. 336.

Statik, Experiment: S. 82.

*statua*: S. 338.

Stellenwertsysteme: S. 48.

s. a. Dezimalsystem. Sexagesimalsystem.

*submultiplicatio*: S. 88.*subtractio*: S. 62. 81 f. 218. 410.

Subtraktion: S. 78. 81 f.

*successif*: S. 272 (Def.)*sulfur*: S. 351.*summa*, *summae*: S. 22. 63. 82. 92. 99. 122. 127. 139 f. 142. 159. 164. 175–182. 187. 190–194. 284. 305. 307. 310. 313. 320. 354. 367. 369. 371–373. 421 f. 446 f. 449.*angulorum*: S. 305. 307.*characterum*: S. 371.*cuborum*: S. 399.*discerptionum*: S. 27.*figurae*, *figurarum*: S. 177. 192 f.*logarithmorum*: S. 182. 310. 313. 315. 319 f.*numerorum*: S. 8. 369.*ordinatarum*: S. 83. 176 f. 192. 369.*perpendicularium*: S. 74.*potestatum*: S. 19. 367. 369.*primae*: S. 446.*progressionis*: S. 181. 320.*geometricae*: S. 180. 190.*quadratorum*: S. 399.*radicum*: S. 369.*rectangulorum*: S. 179 f. 192. 369.*rectarum*: S. 95.*secundae*: S. 446.*seriei*, *serierum*: S. 156 f. 178 f. 192. 369.*summarum*: S. 373.*tertia*: S. 446.

s. a. Integrale. Integration.

*summatix*: S. 193. 373.*harmonicogeometrica*: S. 193.*superficies*: S. 131. 267. 273. 281–284. 302 f. 307 f. 329. 332. 350. 371 f.*analytica*: S. 131.*conoeidica*: S. 435.*convexa*: S. 282.*curva*: S. 436.*logarithmica*: S. 363.*obliqua*: S. 339.*opaca*: S. 350.*sphaerica*: S. 308.*terrae*: S. 308.



- surface*: S. 273.  
*courbe*: S. 435.  
*du solide parabolique*: S. 45.  
*plane*: S. 273. 435.  
*symbolum*: S. 69. 77.  
*synthesis*: S. 72. 80 (Def.). 82.
- tabula*: S. 15. 27. 60. 100. 129–135. 148. 151. 163–165. 180. 217 f. 265 f. 308. 367 f.  
*analytica*: S. 61. 129. 134.  
*combinatoria*: S. 159. 163 f.  
*perfecta*: S. 222.  
*differentiarum et summarum*: S. 367.  
*formarum*: S. 367.  
*generalis*: S. 130.  
*multiplicationum*: S. 222. 367.  
*numeratorum*: S. 165.  
*combinatoriorum*: S. 157. 163.  
*potestatum*: S. 367.  
*Pythagorica*: S. 8. 46.
- tactiones*  
*circulares*: S. 205.  
*conicae*: S. 205.  
*sphaericae*: S. 205.
- Tangentenrechnung: S. 46. 82.  
 Extremwertmethode: S. 68.  
 Methode der Doppelwurzeln: S. 67.  
 Methode (Hudde): S. 77.
- Technik s. *acus*. Automat. *canal*. *columba* *Architae*. *constructor*. *dioptra*. Drucktechnik. Glas. *glissatorium*. *horologium*. *increnatura*. Instrument. Maschine. *miroir*. Rechenmaschinen. *statera*. *trochlea*. Zahnrad.
- Teilungsproblem: S. 226–256.  
 gerechte Teilung: S. 228.  
 Mindestanforderungen: S. 228. 234. 246.  
 Spiel mit drei Spielern: S. 248.  
 Teilungsregel (Cardano): S. 227.  
 Teilungsregel (Fermat): S. 226. 230. 246. 250. 255.  
 Teilungsregeln (Leibniz)  
 Teilung auf der Basis einer geometrischen Reihe: S. 239.  
 Teilung im Verhältnis  $(p + f) : (p + g)$ : S. 228.
- Teilung im Verhältnis  $(p + g - 2f) : (p + f)$   
 (1. Leibniz'sche Teilungsregel): S. 234. 250. 255.  
 Teilung im Verhältnis  $(p - f) : (p - g)$ : S. 236. 246 f.  
 Teilung im Verhältnis  $(p - f)^2 : (p - g)^2$   
 (2. Leibniz'sche Teilungsregel): S. 248. 250. 252.
- Teilungsregel (Pacioli): S. 227.  
 Teilungsregel (Pascal): S. 226. 230. 248. 250. 255.  
 Teilungsregel (Tartaglia): S. 227.  
 Zusatzspiel, bei welchem vier Runden in Folge gewonnen werden müssen: S. 239–244. 257.
- tempus*, *temps*: S. 11. 71. 80. 94. 102. 272. 328.  
*tensio*: S. 93.  
*terra*, *terre*: S. 308. 328 f. 334. 359.  
*tessera* s. Würfel.  
*testudo*: S. 331.  
*tetraedronalis*: S. 284.  
*tetraedrum*: S. 282. 289. 352–354.  
*rectangulum*: S. 352 f.  
*tetragonum*: S. 308.  
*theatrum mundi*: S. 323.  
*theoremata*, *theoremata*, *théorème*: S. 41. 61. 71–75. 78 f. 80 (Def.). 82. 131. 138 f. 141. 147 f. 159. 163. 174. 179. 216–218. 231 f. 238. 267. 362. 373. 423. 457.  
*analyticum*: S. 218.  
*artis combinatoriae*: S. 78.  
*connu naturellement*: S. 273.  
*extractionum*: S. 423.  
*generalis calculi differentialis*: S. 373.  
*generalia de formis rerum*: S. 78.  
*geometricum*: S. 218.
- thesaurus*  
*mathematicus*: S. 324.  
*publicus*: S. 77.  
*totalitas*: S. 306.  
*tout*: S. 272 (Def.).
- Transmutation: S. 45.
- triangle*, *triangulum*: S. 16. 44. 59. 84. 117. 139. 284–288. 302–307. 329. 338. 353. 407. 435. 447. 449.  
*aequilaterum*: S. 307.  
*anti-birectangulum*: S. 303 (Def.).

- arithmeticum, arithmetique*: S. 14. 139. 157.  
*birectangulum*: S. 303 (Def.). 306.  
*equiangle*: S. 360.  
*isocoles, isosceles*: S. 304–306. 328. 345.  
*mixtilineum*: S. 457.  
*proportionel*: S. 359 f.  
*rectangle, rectangulum*: S. 43. 73. 106. 121 f. 306. 328. 392. 407.  
     *numericum*: S. 396 f.  
*rectilineum*: S. 308.  
*scalenum*: S. 306.  
*semblable, simile*: S. 73. 126 f. 328. 372.  
*sphaericum*: S. 304. 306–308.  
 Triangulotriangularzahl s. Zahlen, figurierte.  
*trigonometria*: S. 33. 307.  
*trigonum*: S. 308.  
 Tripel  
     pythagoreische: S. 396 f.  
     Bildungsgesetz: S. 396 f.  
*triscerptio*: S. 25.  
*trisectio anguli*: S. 70.  
*tristis*: S. 325 f.  
*trochlea*: S. 98.  
*trochoeis, trochois*: S. 84. 87–89.  
     *generatrix*: S. 459 f.  
     *parabolica*: S. 86. 88.  
 Trochoide s. *trochoeis*. Kurve, Rollkurve.  
*tropicus Capricorni*: S. 336.  
 Überwärtsdivision: S. 24. 49–54. 56. 210–212. 223  
     bis 225. 269. 390.  
     erweiterte Rechentechnik: S. 223 f.  
     Rückwärtsprobe: S. 224.  
*ungula*: S. 89.  
*unitas*: S. 6–8. 15. 18. 20–23. 27. 29. 31 f. 67. 88. 92. 95. 97. 100. 122–127. 138 f. 141. 143. 157  
     bis 160. 175. 177. 179 f. 186. 189. 191. 266–269. 277 f. 282. 285. 343. 345. 351. 394. 411. 423.  
     *pentagona*: S. 285.  
     *triangularis*: S. 285.  
*vacuum*: S. 206. 328.  
*valetudo*  
     *corporis*: S. 325.  
     *mentis*: S. 325.  
*valor*: S. 81.  
     *expectationis* s. Erwartungswert.  
*variation*: S. 9. 11.  
     *trois sortes de*: S. 9.  
 Variation (Kombinatorik)  
     mit Wiederholung: S. 262.  
     ohne Wiederholung: S. 262.  
*varietas, variété, variétés*: S. 10–12. 60. 221. 343.  
     *numerabilis*: S. 60.  
     *sans répétition*: S. 262.  
*vectis*: S. 118.  
 Venedig: S. 275. 324. 327.  
 Verhältnis: S. 43 f. 70 f. 90. 92. 103 f. 106. 119 f. 122. 125. 130. 135. 180. 182. 186–188. 312 f. 315. 318. 320. 343. 411.  
     s. a. *analogia. proportion. Proportionale. Proportionalzirkel. ratio.*  
 Vieleck s. Dreieck. *decagonum. hexagonum. hexangulum. octagonum.* Parallelogramm. *pentagonum. polygone. polygonum. quadratum.* Rechteck. *rectangulum. rhombe. rhomboeis. tetragonum.*  
*vis*: S. 71. 118. 327–329. 338. 444.  
     *activa*: S. 327.  
     *circularis*: S. 331.  
     *imaginationis*: S. 327.  
     *magnetica*: S. 338.  
*vita*: S. 326 f.  
*vitium*: S. 325.  
*vocabula*: S. 80–82.  
*vox*: S. 333 f.  
     *dura*: S. 333.  
     *mollis*: S. 333 f.  
     *naturalis*: S. 333 f.  
 Wahrscheinlichkeit: S. 226. 228–230. 235. 239. 241. 243. 245 f. 248. 258. 262.  
     Wahrscheinlichkeitsmaß, genormtes: S. 239.  
     s. a. *apparence. probabilité.*  
 Wahrscheinlichkeitsrechnung, -theorie: S. 226–256. 257–270.  
     Ausgang eines Zufallsexperiments: S. 258 f. 261 f. 265. 269.  
     klassisches Problem: S. 226.  
     s. a. Teilungsproblem.

- s. a. *apparence. difficulté*. Ereignis. Erwartungswert. *facilité. probabilité*. Spieltheorie. Wahrscheinlichkeit. Wahrscheinlichkeitsmaß.
- Wille, freier: S. 327.
- Winkel: S. 70. 75. 92. 97. 102–106. 113 f. 117. 119. 121. 125 f. 219. 281–284. 286–288. 302–308. 347. 349. 353. 364. 366. 372.
- Außenwinkel: S. 281.
- ebener: S. 281–284.
- halbbrechter: S. 97. 106.
- Kontingenzwinkel: S. 372.
- räumlicher: S. 281–284. 348.
- Außenwinkel: S. 281 (Def.). 283.
- rechter: S. 281.
- rechter: S. 75. 105 f. 113. 117. 131. 281. 302 f. 342. 345. 352.
- schräger: S. 113.
- spitzer: S. 306.
- Winkelmessung, Instrument: S. 348.
- Winkelteilung
- Dreiteilung: S. 70. 300.
- Instrument: S. 346 f.
- Wendekreis des Steinbocks: S. 336.
- Wintersonnenwende: S. 336.
- Wochentag s. *ferie*.
- Wolfenbüttel: S. 356.
- Wunschhütlein: S. 247.
- Würfel
- Hexaeder: S. 263. 268.
- identische: S. 258 f. 261.
- Oktaeder: S. 259.
- Pentaeder: S. 263.
- Polyeder: S. 266.
- unterscheidbare: S. 262. 269.
- Würfelspiel: S. 206.
- gerechter (an Gewinnchancen gleicher) Einsatz: S. 258–260. 269.
- problema palmarium*: S. 267.
- Problem (Roannais): S. 258. 269.
- Problem, wieviele Ausgänge beim Wurf von  $T$  unterscheidbaren Würfeln genau  $R$  Sechsen zeigen: S. 262. 263–270.
- allgemeine Lösung: S. 267–270.
- Lösungsansatz mit Hilfe von Tabellen: S. 265 f.
- Lösung mit Hilfe des Arithmetischen Dreiecks: S. 265. 266.
- Lösungsweg für das Beispiel  $T = 4$  und  $R = 2$ : S. 267–269.
- Lösungsweg für das Beispiel  $T = 6$  und  $R = 4$ : S. 269 f.
- Tabelle mit den Ergebnissen für  $T = 1, 2, \dots, 6$  und  $R = 0, 1, \dots, 5$ : S. 264.
- Wurf von nicht unterscheidbaren Würfeln: S. 258–262.
- Zahl der Ausgänge insgesamt: S. 261 f.
- Zahl der Ausgänge, die keine 6 enthalten: S. 259.
- Zahl der Ausgänge, die mindestens eine 6 enthalten: S. 259.
- Wurf von unterscheidbaren Würfeln: S. 262–270.
- tabellarischer Überblick über die Zahl aller Ausgänge bei 1 bis 6 Würfeln: S. 264.
- Zahl der Ausgänge insgesamt: S. 263.
- Zahl der Ausgänge, die keine 6 enthalten: S. 263.
- Zahl der Ausgänge, die mindestens eine 6 enthalten: S. 263.
- Zahl der Ausgänge, die genau zwei Sechsen enthalten: S. 263.
- Wurfbewegung: S. 331.
- Wurzel: S. 18 f. 42 f. 61. 67. 71. 81 f. 89. 97–101. 107. 110. 122. 127. 129 f. 140 f. 162. 182. 186. 188. 195. 218. 267. 284–288. 315. 319. 343. 345. 351. 354. 368 f. 371. 385. 388. 390. 394. 407. 409 bis 411. 413. 422 f. 437 f.
- Gleichungswurzel: S. 42–44. 348. 354. 368.
- algebraische: S. 42.
- exakte: S. 42.
- geometrische: S. 42.
- näherungsweise: S. 42. 44.
4. Grades: S. 43.
- imaginäre: S. 301.
- irrationale: S. 130. 134.
- kubische: S. 43. 319. 343.
- negative: S. 97. 410.
- positive: S. 122.
- quadratische: S. 388. 411.
- rationale: S. 367 f.
- reelle: S. 98 f. 101. 122. 127. 135. 301.
- reine: S. 368.
- unbestimmte: S. 134.
- s. a. *racine. radix*.

- Wurzelziehen: S. 81. 89 f. 218. 319. 351. 367 f. 385. 388. 390. 394. 407–414. 421–424.
- Zahl: S. 6–8. 10–12. 17–24. 27. 29. 31–33. 47. 60 f. 63 f. 67. 70 f. 77. 82. 84. 90. 93. 99–101. 110. 122. 127–131. 134. 138–144. 156 f. 160. 165–167. 174–180. 182. 187 f. 190–193. 204. 222. 257. 265–269. 277 f. 281–284. 287–289. 307 f. 310 f. 313. 315. 319 f. 325. 330. 343. 345. 348. 351 f. 354. 362. 364. 367. 369–371. 374. 385–387. 392. 396. 410–412. 414. 422 f.
- algebraische: S. 288.
- arithmetische: S. 176. 179. 192 f.
- Bruch: S. 7. 61. 81. 99. 140. 144. 164. 166 f. 175–177. 180. 187. 282 f. 318. 343. 370. 388 f. 421 f.
- Dezimalbruch: S. 24.
- Sexagesimalbruch: S. 57.
- Einheit: S. 10. 15. 238. 260. 267 f. 270.
- endliche: S. 167. 180.
- figurierte: S. 136. 157. 267. 287–289. 432.
- Pyramidalzahl: S. 16. 139. 262. 267.
- Triangularzahl: S. 141. 143. 261 f. 267. 348. 437 f.
- Triangulotriangularzahl: S. 16. 139. 143. 262. 267.
- ganze: S. 164. 423.
- gerade: S. 8. 33. 164. 282.
- konstante: S. 174. 343. 345.
- imaginäre: S. 301. 424.
- irrationale: S. 99. 157. 166.
- Kombinationszahl: S. 156 f. 159. 163–167. 266. 369.
- komplexe: S. 301.
- Kubikzahl: S. 204. 289. 348.
- magische: S. 204.
- natürliche: S. 87. 157. 267.
- negative: S. 97. 313. 409 f.
- Rechenregeln: S. 410.
- perfekte: S. 348.
- positive: S. 366. 410. 413. 423.
- Potenz 4. Grades: S. 19. 204.
- Primzahl: S. 277. 369 f.
- Quadratzahl: S. 8. 161. 164. 204. 385. 388. 390.
- rationale: S. 157. 369.
- reelle: S. 99. 127. 301.
- ungerade: S. 8. 33. 164.
- Zweierpotenz: S. 282. 343. 370.
- s. a. Größe. *unitas*. Wurzel.
- Zahlendreieck, rechtwinkliges s. Tripel, pythagoreische.
- Zahlentheorie: S. 41. 260. 336. 348. 381–403. 417 f.
- Problem: S. 46. 392 f.
- s. a. Davenantsches Problem. Sechs-Quadrate-Problem.
- Zahnrad: S. 93.
- Zeichen: S. 59.
- Zeitrechnung
- christliche: S. 208. 209.
- s. a. Kalender. *période julienne*.
- Zerfällung: S. 5–8. 25–32.
- Klasse: S. 31.
- Zerlegungsschema s. Baumdiagramm.
- Zinseszins: S. 330.
- zona*: S. 282.
- Zykloide: S. 37 f. 44. 68. 70. 86. 89. 448. 455–457.
- Isochronismus: S. 70.
- Konstruktion: S. 456.
- Ordinate: S. 448.
- Quadratur: S. 44. 68. 455.
- Retorte: S. 457.
- des Rotationskörpers: S. 68.
- Segment: S. 44. 457.
- Quadratur: S. 44.
- Segmentsatz: S. 44.
- Tangente: S. 456–457.
- s. a. *cycloide*.

## FUNDSTELLENVERZEICHNIS

Verzeichnet sind die im vorliegenden Band edierten Hand- und Druckschriften, geordnet nach Fundorten und Signaturen.

### DRUCKSCHRIFT

FOUCHER DE CAREIL, *Oeuvres inédites de Descartes*, Bd I, 1859, S. 2–57.      N. 44

GOTHA *Forschungsbibliothek Gotha der Universität Erfurt*

Chart. A 448–449 Bl. 212–216.      N. 76

HANNOVER *Gottfried Wilhelm Leibniz Bibliothek – Niedersächsische Landesbibliothek*

|       |                      |               |  |
|-------|----------------------|---------------|--|
|       | LBr. 695 (Oldenburg) | Bl. 66        | N. <span style="color: red;">57</span>             |
|       |                      | Bl. 67        | N. <span style="color: red;">58</span>             |
| LH 4  | I 4b                 | Bl. 1 u. 15   | N. <span style="color: red;">37</span>             |
|       | III 9                | Bl. 10        | N. <span style="color: red;">38</span>             |
|       | IV 13c               | Bl. 33        | N. <span style="color: red;">51</span>             |
|       | V 10                 | Bl. 47        | N. <span style="color: red;">9</span>              |
|       |                      | Bl. 56        | N. <span style="color: red;">35<sub>2</sub></span> |
| LH 35 | I 9                  | Bl. 67        | N. <span style="color: red;">50</span>             |
|       |                      | Bl. 73        | N. <span style="color: red;">35<sub>1</sub></span> |
|       | I 14                 | Bl. 86        | N. <span style="color: red;">10</span>             |
|       | I 17                 | Bl. 11–15, 17 | N. <span style="color: red;">19</span>             |
|       |                      | Bl. 11 u. 17  | N. <span style="color: red;">71</span>             |
|       | II 1                 | Bl. 53–54     | N. <span style="color: red;">63</span>             |
|       |                      | Bl. 315       | N. <span style="color: red;">75</span>             |
|       | III A 20             | Bl. 1–5       | N. <span style="color: red;">20</span>             |
|       | III A 22             | Bl. 5         | N. <span style="color: red;">7</span>              |
|       | III A 26             | Bl. 13        | N. <span style="color: red;">15</span>             |
|       |                      | Bl. 17        | N. <span style="color: red;">12</span>             |
|       | III A 34             | Bl. 1–4       | N. <span style="color: red;">23<sub>1</sub></span> |
|       |                      | Bl. 5         | N. <span style="color: red;">23<sub>2</sub></span> |
|       | III B 14             | Bl. 1–2       | N. <span style="color: red;">33</span>             |
|       |                      | Bl. 4         | N. <span style="color: red;">5</span>              |
|       |                      | Bl. 5–8       | N. <span style="color: red;">32</span>             |
|       | IV 13                | Bl. 19        | N. <span style="color: red;">29</span>             |
|       | V 3                  | Bl. 8         | N. <span style="color: red;">65</span>             |
|       | V 12                 | Bl. 3–4       | N. <span style="color: red;">48</span>             |
|       | V 14                 | Bl. 18–19     | N. <span style="color: red;">41</span>             |
|       |                      | Bl. 19        | N. <span style="color: red;">42</span>             |

|       |         |             |       |
|-------|---------|-------------|-------|
| LH 35 | V 14    | Bl. 21      | N. 45 |
|       | V 16    | Bl. 4       | N. 6  |
|       | VII 1   | Bl. 25      | N. 73 |
|       |         | Bl. 80      | N. 67 |
|       | VIII 10 | Bl. 8       | N. 77 |
|       | VIII 11 | Bl. 4       | N. 30 |
|       | VIII 14 | Bl. 1–2     | N. 16 |
|       | VIII 30 | Bl. 27      | N. 11 |
|       |         | Bl. 46      | N. 61 |
|       |         | Bl. 51      | N. 55 |
|       | IX 11   | Bl. 7–8     | N. 54 |
|       | XI 18 A | S. 439–440  | N. 47 |
|       | XII 1   | Bl. 1       | N. 43 |
|       |         | Bl. 15      | N. 4  |
|       |         | Bl. 16      | N. 28 |
|       |         | Bl. 17      | N. 1  |
|       |         | Bl. 18      | N. 36 |
|       |         | Bl. 45–47   | N. 2  |
|       |         | Bl. 182–183 | N. 26 |
|       |         | Bl. 230     | N. 14 |
|       |         | Bl. 250     | N. 31 |
|       | XII 2   | Bl. 150     | N. 64 |
|       |         | Bl. 197–198 | N. 52 |
|       | XIII 1  | Bl. 122–123 | N. 13 |
|       |         | Bl. 408–409 | N. 27 |
|       |         | Bl. 408–409 | N. 60 |
|       |         | Bl. 440     | N. 22 |
|       |         | Bl. 444     | N. 21 |
|       |         | Bl. 446     | N. 66 |
|       | XIII 2b | Bl. 14      | N. 74 |
|       | XIII 3  | Bl. 206     | N. 40 |
|       |         | Bl. 249     | N. 49 |
|       | XIV 1   | Bl. 94–97   | N. 24 |
|       | XIV 2   | Bl. 76–77   | N. 59 |
|       | XV 1    | Bl. 2       | N. 25 |
|       |         | Bl. 13      | N. 34 |
|       | XV 5    | Bl. 16      | N. 62 |
| LH 37 | IV      | Bl. 11      | N. 46 |
|       | V       | Bl. 6–7     | N. 72 |
| LH 38 |         | Bl. 22      | N. 68 |
|       |         | Bl. 172     | N. 39 |
| LH 42 | V       | Bl. 7       | N. 69 |
|       |         | Bl. 27      | N. 8  |
|       |         | Bl. 27      | N. 70 |

|            |       |
|------------|-------|
| Ms IV 379a | N. 17 |
|            | N. 18 |
| Nm-A 80    | N. 53 |
| Nm-A 274   | N. 56 |
| Nm-A 605   | N. 3  |

## CC-2-KONKORDANZ

Verzeichnet sind die Nummern der im *Catalogue critique* 2 erfassten Stücke mit Angabe der ihnen entsprechenden Stücke des vorliegenden Bandes. Die ersten 29 Schriften sind im *Catalogue critique* 2 nicht aufgeführt. Steht hinter einer Cc-2-Nr.: tlw., so heißt dies, dass das bezeichnete Stück im betreffenden Stück des Bandes nicht vollständig abgedruckt ist.

| Cc 2, Nr. | N.              | Cc 2, Nr. | N.              | Cc 2, Nr.          | N.              | Cc 2, Nr.   | N. |
|-----------|-----------------|-----------|-----------------|--------------------|-----------------|-------------|----|
| —         | 1               | —         | 67              | 818                | 15              | 1134 tlw.   | 61 |
| —         | 3               | —         | 69              | 827                | 19              | 1180 tlw.   | 31 |
| —         | 8               | —         | 70              | 842                | 13              | 1188 tlw.   | 39 |
| —         | 11              | —         | 71              | 849 <sub>1</sub>   | 59              | 1259        | 32 |
| —         | 12              | —         | 73              | 866                | 9               | 1281        | 33 |
| —         | 17              | —         | 74              | 898                | 22              | 1304        | 75 |
| —         | 18              | —         | 76              | 899                | 21              | 1325        | 37 |
| —         | 35 <sub>2</sub> | —         | 77              | 900                | 23 <sub>1</sub> | 1342        | 36 |
| —         | 44              | 339       | 6               | 909                | 23 <sub>2</sub> | 1350 A      | 40 |
| —         | 46              | 448       | 35 <sub>1</sub> | 945 D              | 72              | 1381        | 38 |
| —         | 47              | 495       | 50              | 965 A tlw.         | 54              | 1405 tlw.   | 51 |
| —         | 48              | 496       | 10              | 985                | 24              | 1418        | 62 |
| —         | 49              | 506       | 7               | 986 tlw., 988, 990 | 41              | 1425 tlw.   | 43 |
| —         | 53              | 519 A, B  | 2               | 986 tlw., 989      | 42              | 1500 A, B   | 25 |
| —         | 55              | 520 A     | 5               | 991                | 45              | 1501        | 34 |
| —         | 56              | 520 B     | 4               | 1040               | 58              | 1502 B, A   | 26 |
| —         | 57              | 530 tlw.  | 52              | 1069               | 27              | 1505 B tlw. | 63 |
| —         | 60              | 740       | 14              | 1079               | 28              | 1515 B      | 64 |
| —         | 65              | 793       | 16              | 1093               | 29              | 1557        | 68 |
| —         | 66              | 815, 816  | 20              | 1097 tlw.          | 30              |             |    |

Die Entsprechung von Stücknummer und Cc-2-Nummer ist in der Überlieferung des jeweiligen Stücks vermerkt.



## ERWÄHNTE LEIBNIZ-HANDSCHRIFTEN

Dieses Verzeichnis erfasst die in den Überlieferungen und Erläuterungen erwähnten, noch nicht edierten Handschriften. Es ist nach Cc-2-Nummern und Handschriftensignaturen geordnet und verweist auf die Seiten des vorliegenden Bandes.

| Cc 2, Nr. | LH, Nr.     |                 | S.             |  | Cc 2, Nr. | LH, Nr.    |           | S.             |
|-----------|-------------|-----------------|----------------|--|-----------|------------|-----------|----------------|
| 1350 B    | 35 XIII 3   | Bl. 207–208     | <i>302.</i>    |  | —         | 35 VIII 30 | Bl. 3     | <i>455.</i>    |
| —         | 2 V 2       | Bl. 46          | <i>13.</i>     |  | —         | 35 XII 2   | Bl. 1     | <i>13. 24.</i> |
| —         | 35 III A 25 | Bl. 1–3 u. 7–10 | <i>13. 20.</i> |  | —         | 38         | Bl. 91    | <i>338.</i>    |
| —         | 35 III A 25 | Bl. 14 f.       | <i>13.</i>     |  | —         | 42 V       | Bl. 15 f. | <i>5.</i>      |
| —         | 35 VII 1    | Bl. 34–48       | <i>362.</i>    |  |           |            |           |                |

## BERICHTIGUNGEN ZU REIHE VII

Die Formatierung der Berichtigungen folgt den aktuellen Konventionen. Weil es sich beim Wechsel zur aufrechten Schrift in mathematischen Ausdrücken im Apparat um ein rein formales Gestaltungsmerkmal der Ausgabe handelt, wird dieser Aspekt in den Berichtigungen nicht berücksichtigt. Sonstige Textauszeichnungen werden nachvollzogen, da sie wie im Fall der Kursivierung von Verweisen auf Einträge im Apparat sinnentscheidend sein können. Das Verzeichnis enthält auch alle in früheren Bänden der Reihe VII gedruckten Berichtigungen.

### I. BAND 1

- S. VIII N. 14<sub>1</sub>: *statt* Ende *lies* Erste Hälfte
- S. VIII N. 14<sub>2</sub>: *statt* Frühjahr 1675 *lies* Erste Hälfte 1674
- S. VIII N. 14<sub>3</sub>: *statt* Ende 1675 (?) *lies* Mitte 1674
- S. VIII N. 18: *statt* Ende 1675 (?) *lies* Mitte 1674
- S. IX N. 32: *statt* April – Juli *lies* Am oder kurz nach dem 24. Mai
- S. IX N. 33: *statt* Ende ... 1676 *lies* Ende Oktober – November 1675
- S. IX N. 35: *statt* Sommer (?) *lies* Spätes Frühjahr
- S. IX N. 42: *statt* Juni bis August 1674 *lies* Herbst 1672 – Frühjahr 1673
- S. IX N. 43: *statt* Juni – August 1674 *lies* Herbst 1672 – Frühjahr 1673
- S. IX N. 44: *statt* Juni bis August 1674 *lies* Herbst 1672 – Frühjahr 1673
- S. IX N. 45: *statt* Juni – August 1674 *lies* 1677 – (?)
- S. IX N. 46: *statt* Juni – August 1674 *lies* September 1672 – März 1673
- S. XI N. 63: *statt* August/September 1674 *lies* Herbst 1672 – Frühjahr 1673
- S. XI N. 77: *nach* 1675 *ergänze* u. 1677 – (?)
- S. XII N. 97: *statt* April 1676 *lies* Mitte 1674 (?)
- S. XII N. 100: *statt* April 1676 *lies* 1679–1716
- S. XII N. 103: *statt* April – Juli 1676 (?) *lies* 1677 – (?)
- S. XII N. 104: *statt* Ende Mai – Ende August 1676 *lies* Ende Oktober – Anfang November 1675
- S. XIII N. 113: *statt* August (?) 1673 *lies* Mitte 1674

- S. XIII N. 115: *nach* 1673 *ergänze* u. Anfang Juni 1676 (?)
- S. XIV N. 132: *statt* 2. Hälfte *lies* Oktober – Dezember
- S. XIV N. 140: *statt* Oktober – Dezember *lies* Mitte
- S. XIV N. 142: *statt* Dezember *lies* November bis Anfang Dezember
- S. 3 Z. 6: *nach* legaturus. *ergänze* — Gedr.: *LFC* S. 538.
- S. 3 Z. 15: *nach* J. JUNGIUS, *ergänze* *Geometria empirica*, 1627 u. ö., def. 5, S. 1 u. DERS.,
- S. 63 Z. 3: *statt*  $\frac{\square}{\text{sup. cycl.}}$  *lies*  $\frac{\square}{\text{sup. cyl.}}$
- S. 65 Z. 24: *statt* article 42 ... entnommen *lies* article 40 S. 115 entnommen
- S. 78 Z. 25: *statt* 1959 *lies* 1659
- S. 105 Z. 35: *nach* N. 106 *ergänze* § 73 sowie H. FABRI, *Synopsis geometrica*, 1669, S. 497 f. [Marg.]. Leibniz hat die Aufgabenstellung dort unterstrichen, vgl. VII, 4 N. 1 S. 19 Z. 22 f.
- S. 130 Z. 1: *statt* im *lies* in
- S. 134 Z. 4: *statt* Ende *lies* Erste Hälfte
- S. 134 Z. 9–12: *statt* Huygens ... befaßt haben. *lies* Das Wasserzeichen der von Leibniz in N. 14<sub>1</sub> und N. 14<sub>3</sub> verwendeten Papiere ist seit Anfang des Jahres 1674 belegt, das zunächst gebrauchte Gleichheitszeichen = verwendet er in diesem Zeitraum bis Mitte 1674. Die später hinzugefügten Zusätze in der Gesprächsaufzeichnung mit Ozanam (N. 14<sub>3</sub> S. 143 Z. 14 – S. 144 Z. 4 u. S. 145 Z. 11 – S. 146 Z. 7), die teilweise über die Figuren von Ozanam und Leibniz geschrieben sind, verwenden das von ihm danach gebrauchte Symbol  $\sqcap$  sowie das Mitte 1674 von ihm ersonnene Doppelpfeilsymbol  $\ddagger$ . Wie Leibniz S. 139 Z. 26 f. berichtet, wurde das Problem in Lyon an Ozanam gestellt, der Name des Problemstellers war Leibniz nicht bekannt. Huygens, der das Problem vermutlich durch Leibniz kennenlernte, hat es im Spätherbst 1674 bearbeitet. Ozanam behandelt das Problem im *Dictionnaire mathematique*, 1691, S. 438–453, und benennt dort G. D. Cassini als Problemsteller.
- S. 137 Z. 17: *statt* Frühjahr 1675 *lies* Erste Hälfte 1674
- S. 139 Z. 26 f.: *statt* um ... bekannt. *lies* Vgl. J. OZANAM, *Dictionnaire mathematique*, 1691, S. 438–453; dort wird G. D. Cassini als Problemsteller genannt.
- S. 141 Z. 15: *statt* Ende 1675 (?) *lies* Mitte 1674

- S. 141 Z. 21: *statt* vornehmlich ... belegt. *lies* seit Anfang 1674 belegt. Leibniz wechselt Mitte 1674 vom Gleichheitszeichen = zu  $\sqcap$ , diesen Wechsel nimmt er auch in N. 14<sub>3</sub> in S. 145 Z. 2 vor.
- S. 148 Z. 24–26: *statt* Es scheint ... *DGS* I, S. 207 *lies* *Geometria*, *DGS* I, 1659, S. 66
- S. 159 Z. 2: *statt* Ende 1675 (?) *lies* Mitte 1674
- S. 159 Z. 7: *statt* vornehmlich ... N. 14<sub>3</sub>. *lies* seit Anfang 1674 belegt. Leibniz verwendet noch durchgehend das Gleichheitszeichen =, N. 18 dürfte ebenso wie N. 14<sub>3</sub> Mitte 1674 entstanden sein.
- S. 174 Z. 5 f.: *statt* ergeben ...  $\frac{1}{6}$  Blatt *lies* hingen zusammen mit LH 35 XIII 1 Bl. 136 u. 324 (VII, 5 N. 60 u. 61)
- S. 176 Z. 5 f.: *statt* ergeben ...  $\frac{1}{6}$  Blatt *lies* hingen zusammen mit LH 35 XIII 1 Bl. 136 u. 324 (VII, 5 N. 60 u. 61)
- S. 182 Z. 7: *nach* N. 25<sub>1</sub>. *ergänze* Die beiden Stücke hingen zusammen mit LH 35 VIII 30 Bl. 52 (VII, 2 N. 78).
- S. 184 Z. 5: *statt*  $sxx + gx + r$  *lies*  $pxx + qx + r$
- S. 185 Z. 18 f.: *statt*  $x$  die des *lies*  $x$  die Apotome des
- S. 186 Z. 8: *nach* S. 233 *ergänze* Weitere Drucke: 1. COSTABEL, *Traduction française*, 1962, S. 260 u. 268 (frz. Übers.); 2. *L'oeuvre scientifique de Pascal*, 1964, S. 100 f. (mit frz. Übers.); 3. PASCAL, *Oeuvres complètes* (Mesnard), Bd II, 1970, S. 1131; 4. PASCAL, *Oeuvres complètes* (Le Guern), Bd I, 1998, S. 139.
- S. 201 Z. 4: *nach* 2 S. *ergänze* Das Blatt hing zusammen mit LH 35 XIII 1 Bl. 134 (VII, 5 N. 81).
- S. 203 Z. 5: *nach* 3 Zeilen. *ergänze* Das Blatt hing zusammen mit LH 35 XIII 1 Bl. 170 (VII, 5 N. 83).
- S. 203 Z. 16: *statt*  $[AG] = y$ . *lies*  $[AG] \sqcap y$ .
- S. 205 Z. 2: *statt* April – Juli *lies* Am oder kurz nach dem 24. Mai
- S. 205 Z. 6: *nach* Nr. 1455. *ergänze* Das Blatt hing zusammen mit LH 35 V 6 Bl. 6, dat. 24. Mai 1676 (VII, 5 N. 78).
- S. 205 Z. 9: *nach* N. 31. *ergänze* N. 32 wurde unter VII, 5 N. 78 angeschrieben und dürfte unmittelbar danach entstanden sein.
- S. 206 Z. 2: *statt* Ende ... 1676 *lies* Ende Oktober – November 1675

- S. 206 Z. 5–8: *statt* bildet ... abgedruckt. *lies* bildete mit N. 104, LH 35 V 12 Bl. 1 (VII, 7 N. 57) und LH 35 VII 30 Bl. 12, dat. 3. November 1675 (III, 1 N. 68 u. VII, 5 N. 45) einen vollen Bogen.
- S. 206 Z. 10–15: *statt* In ... Sendungen *lies* Die Aufzeichnung dürfte kurz vor dem auf den 3. November 1675 datierten VII, 5 N. 45
- S. 206 Z. 16: *ergänze hierzu die Erläuterung* Probleme: Leibniz bezieht sich vermutlich auf J. GREGORY, *Vera circuli et hyperbolae quadratura*, 1667, prop. XXXV, S. 57–59.
- S. 213 Z. 3: *statt* Sommer (?) *lies* Spätes Frühjahr
- S. 213 Z. 9–11: *statt* dürfte ... wurde. *lies* wurde von den Herausgebern auf das späte Frühjahr 1673 datiert (vgl. VII, 4 N. 15, 162–164, 17).
- S. 213 Z. 13 f.: *statt* nimmt ... wieder auf. *lies* hat Leibniz in N. 43 u. N. 63, beide von Herbst 1672 – Frühjahr 1673, behandelt.
- S. 224 Z. 7–9: *ergänze hierzu die Erläuterung*  $\frac{1}{3} + \frac{1}{6} + \frac{1}{10}$  etc. = 2: Richtig wäre = 1 und in der Folge =  $a$ .
- S. 224 Z. 28: *nach* 561–568. *ergänze* Galilei verwendet jedoch die Dreieckszahlen in den *Theoremata circa centrum gravitatis solidorum*, in: *Discorsi*, 1638, S. 303 f. (*GO* I S. 198 f.).
- S. 229 Z. 15 f.: *statt* von Anfang März 1673 *lies* , die vermutlich bereits 1672 entstanden ist,
- S. 229 Z. 37 f.: *statt* Dabei ... geschah. *lies* Dies ist offenbar nach seinen ersten vergeblichen Lösungsversuchen in N. 42–44 u. VII, 8 N. 52 geschehen, die in der zweiten Hälfte des Jahres 1672 entstanden sein dürften.
- S. 230 Z. 1: *statt* 1674–1676 *lies* 1672–1676
- S. 230 Z. 8: *nach* wird. *ergänze* Möglicherweise gehört auch die nicht vor 1679 entstandene Aufzeichnung N. 100 in diesen Zusammenhang.
- S. 230 Z. 21: *statt* Juni – August 1674 *lies* Zweite Hälfte 1672
- S. 230 Z. 21: *nach* 44 *ergänze* , VII, 8 N. 52
- S. 230 Z. 25: *streiche* Version III: N. 100
- S. 230 Z. 29 f.: *statt* Dies ... wahrscheinlich. *lies* Leibniz wurde auf Ozanam erstmals in einem Brief von L. Ferrand vom 24. März 1672 aufmerksam gemacht (I, 1 N. 129 S. 198). Im November 1672 war er bereits gut mit ihm bekannt (vgl. IV, 1 N. 35 S. 506).

- S. 230 Z. 31 f.: *statt* Die ... gelöstes *lies* Die wohl erst nach 1676 verfasste Aufzeichnung auf der Rückseite des Blattes (N. 45) nimmt auf ein anderes, angeblich von Ozanam gelöstes, abgesehen von trivialen Lösungen tatsächlich jedoch unlösbares
- S. 230 Z. 33: *nach* muß *ergänze* (vgl. N. 46)
- S. 230 Z. 34: *streiche* — bis auf N. 100 —
- S. 232 Z. 2: *streiche* — bis ... N. 100 —
- S. 235 Z. 2: *statt* ani madversionibusque *lies* animadversionibusque
- S. 241 Z. 27–29: *ergänze hierzu die Erläuterung* duorum numerorum summa: Vgl. die Rechnungen in N. 60 S. 442 f.
- S. 246 Z. 3: *statt* Juni – August 1674 *lies* Herbst 1672 – Frühjahr 1673
- S. 246 Z. 8: *statt* s. N. 37 *lies* Das Wasserzeichen des Papiers ist für Herbst 1672 – Frühjahr 1673 belegt. Der Symbolgebrauch steht einer Datierung auf diesen Zeitraum nicht entgegen: Das Gleichheitszeichen = verwendet Leibniz in Paris bis Mitte 1674. Die Darstellung der Quadratwurzel durch  $Rq$  (und der Kubikwurzel durch  $Rc$ ) kommt in seinen Stücken nach dem Sommer 1673 kaum noch vor. Und nachdem er im Verlaufe des Jahres 1673 begonnen hat, selbst entwickelte Doppelvorzeichen einzusetzen, hätte er das Symbol  $\mp$  in einem Konzeptpapier wahrscheinlich nicht mehr verwendet.
- S. 246 Z. 10: *statt* quadratos ut *lies* quadratos (puto numeros) ut *und streiche die zugehörige Lesart*.
- S. 246 Z. 20: *statt* l'anse *lies* l'ange
- S. 250 Z. 17: *statt* Der Sinn ... Verweis *lies* s. R. DESCARTES, *Geometria*, DGS I, 1659, S. 43 sowie den zugehörigen Schootenschen Kommentar M, DGS I, S. 242–249
- S. 254 Z. 4: *statt* Juni – August 1674 *lies* Herbst 1672 – Frühjahr 1673
- S. 254 Z. 8: *statt* s. N. 37 *lies* Das Stück knüpft inhaltlich an N. 42 an. Das Wasserzeichen des Papiers ist für Herbst 1672 bis Frühjahr 1673 belegt.
- S. 257 Z. 8 – S. 258 Z. 17: *ergänze hierzu die Erläuterung* Vgl. S. 261 Z. 1 f. u. N. 112 S. 693 Z. 5.
- S. 261 Z. 1 f.: *ergänze hierzu die Erläuterung* Vgl. S. 257 Z. 8 – S. 258 Z. 17 u. N. 112 S. 693 Z. 5.
- S. 262 Z. 3: *statt* Juni – August 1674 *lies* Herbst 1672 – Frühjahr 1673

- S. 262 Z. 8: *statt* s. N. 37 *lies* Das Gleichheitszeichen = verwendet Leibniz in Paris bis Mitte 1674. Inhaltlich steht das Stück N. 42 u. 43 nahe.
- S. 264 Z. 2: *statt* Juni – August 1674 *lies* 1677 – (?)
- S. 264 Z. 8–10: *statt* den Zeitraum ... entstanden sein. *lies* die Zeit Herbst 1672 – Frühjahr 1673 datieren. In der vorliegenden Aufzeichnung verwendet Leibniz die Form der Gleichheitszeichen, die er ab Mitte Juni 1674, und der Doppelporzeichen, die er Ende 1674 eingeführt hat. Außerdem gebraucht er auch *aequ.* für Gleichheit, was auf eine Abfassung ab 1677 hinweist.
- S. 265 Z. 2: *statt* Juni – August 1674 *lies* September 1672 – März 1673
- S. 265 Z. 7–16: *statt* Leibniz ... abgefaßt). *lies* Die fragmentarische Aufzeichnung ist vor der von den Herausgebern auf Januar (?) – März 1673 datierten Studie zur Bruchfestigkeit von Balken (VIII, 2 N. 26) auf demselben Bogen verfasst worden. Das von Ozanam angeblich gelöste Problem greift Leibniz auch in N. 45 auf.
- S. 442 Z. 21: *statt* ebensowenig *lies* ebenso
- S. 461 Z. 2: *statt* August/September 1674 *lies* Herbst 1672 – Frühjahr 1673
- S. 461 Z. 16–18: *statt* (Juni ... schließen. *lies* (Herbst 1672 – Frühjahr 1673), S. 254 Z. 9 bis 17, befasst. Das Gleichheitszeichen = verwendet Leibniz in Paris bis Mitte 1674. Mit J. d'Alencé war Leibniz seit 1672 bekannt (vgl. VIII, 1 N. 36 S. 257 u. VIII, 1 N. 42 S. 363). Die vorliegende Aufzeichnung dürfte daher etwa in der Zeit von Herbst 1672 bis Frühjahr 1673 entstanden sein.
- S. 527 Z. 10: *statt*  $z + 1$  *lies*  $z + \beta$
- S. 527 Z. 29 f.: *statt* Auf ... ist. *lies* Die Symbole  $\textcircled{V}$  und ab Z. 9  $\textcircled{\textcircled{V}}$  verwendet Leibniz, um Bildungsgesetze für Zahlenfolgen zu bezeichnen.
- S. 535 Z. 2: *nach* 1675 *ergänze* u. 1677 – (?)
- S. 535 Z. 6: *ergänze nach dieser Zeile* Datierungsgründe: Bei dem Text Z. 8 – S. 536 handelt es sich um eine Ergänzung zum ursprünglichen Text S. 537 f. Das verwendete Gleichheitszeichen = und die mehrfach auftretende Potenzschreibweise ohne Exponenten deuten auf eine Entstehung der Ergänzung in der hannoverschen Zeit hin.
- S. 535 Z. 26: *statt* um 1676 *lies* nach 1676
- S. 576 Z. 14: *statt* quintus *lies* quartus
- S. 588 Z. 24: *statt*  $p$  *lies* 8
- S. 594 Z. 7: *statt* *apparationes* *lies* *apparitiones*

- S. 628 Z. 3: *statt* April 1676 *lies* Mitte 1674 (?)
- S. 628 Z. 7: *statt* s. N. 37 *lies* Der Wechsel zwischen den Gleichheitszeichen = und  $\sqcap$  im laufenden Text deutet auf eine Entstehung Mitte 1674.
- S. 635 Z. 3: *statt* April 1676 *lies* 1679–1716
- S. 635 Z. 5: *nach* 2 S. *ergänze* Bl. 28 bildete ursprünglich zusammen mit der Aufzeichnung LH 35 III B 3 Bl. 18 (Druck in einem späteren Band der Reihe) ein Bl. 2<sup>o</sup>.
- S. 635 Z. 7: *statt* s. N. 37 *lies* Die Potenzschreibweise ohne Exponenten in Verbindung mit dem Gleichheitszeichen = deutet auf eine Entstehung in der Hannoverschen Zeit hin. Die auf LH 35 III B 3 Bl. 18 im selben Duktus und mit derselben Tinte verfasste Aufzeichnung zu Perioden von Ziffern binärer Zahlen dürfte nicht vor 1679 entstanden sein.
- S. 644 Z. 2: *statt* April – Juli 1676 (?) *lies* 1677 – (?)
- S. 644 Z. 6: *statt* Wasserzeichen. *lies* Das Wasserzeichen des Papiers ist für 1676 belegt. Das Gleichheitszeichen = verwendet Leibniz bis Mitte 1674 und wieder ab 1677. Dies deutet ebenso wie der häufige Verzicht auf Exponenten bei der Schreibweise von Potenzen auf eine Entstehung der Aufzeichnung ab 1677 hin.
- S. 647 Z. 2: *statt* Ende Mai – Ende August 1676 *lies* Ende Oktober – Anfang November 1675
- S. 647 Z. 4 f.: *statt* bildet ... Blatt 2<sup>o</sup>. *lies* bildete mit N. 33, LH 35 V 12 Bl. 1 (VII, 7 N. 57) und LH 35 VII 30 Bl. 12, dat. 3. November 1675 (III, 1 N. 68 u. VII, 5 N. 45) einen vollen Bogen.
- S. 658 Z. 16: *ergänze hierzu die Erläuterung* constat: Vgl. H. FABRI, *Synopsis geometrica*, 1669, S. 73 [Marg.], sowie die zugehörige Beweisfigur (Tafel I Figur 14). Leibniz hat den Satz im Text unterstrichen und zugleich mit einer Randbemerkung versehen; bei Fig. 14 hat er den Sachverhalt formelmäßig erfasst.
- S. 664 Z. 33: *statt* 1959 *lies* 1659
- S. 665 Z. 34: *nach* S. 395. *ergänze* Zum Zahlenbeispiel vgl. J. WALLIS, *Mathesis universalis*, 1657, S. 99 f. (WO I S. 69 f.).
- S. 675 Z. 5: *statt* S. 144 *lies* S. 544
- S. 680 Z. 16: *statt*  $\mp \sqrt{1 \mp \frac{z^2}{a}} \pm 1(\mp)b$  *lies*  $\mp \sqrt{1 \mp \frac{z^2}{a}} \equiv 1(\mp)b$
- S. 688 Z. 20: *statt*  $\sqcap$  *lies* =



- S. 693 Z. 5: *ergänze hierzu die Erläuterung*  $\frac{36}{4+2}$ : Vgl. N. 43 S. 257 Z. 8 – S. 258 Z. 17 u. S. 261 Z. 1 f.
- S. 696 Z. 2: *statt* August (?) 1673 *lies* Mitte 1674
- S. 696 Z. 4: *nach* 2 S. *ergänze* Textfolge Bl. 82 v<sup>o</sup>, r<sup>o</sup>.
- S. 696 Z. 9–14: *statt* Auf ... (s. N. 110). *lies* Dieses Wasserzeichen ist bis Mitte 1674 belegt. Das Gleichheitszeichen  $\sqcap$  und das Doppelvorzeichen  $\ddot{+}$  verwendet Leibniz ab Juni 1674.
- S. 696–704: *der Text beginnt mit Bl. 82 v<sup>o</sup> (= S. 700 Z. 7 – S. 704 Z. 21), danach folgt Bl. 82 r<sup>o</sup> (= S. 696 Z. 15 – S. 700 Z. 6)*
- S. 705: *der Text des Stückes N. 114 wurde als Teil 1 in VII, 4 N. 16<sub>4</sub> eingegliedert und auf das späte Frühjahr 1673 datiert*
- S. 709 Z. 3: *nach* 1673 *ergänze* u. Anfang Juni 1676 (?)
- S. 709 Z. 15: *nach* bezeugt. *ergänze* Bei Teil 3 handelt es sich um einen späteren Zusatz: Das dort verwendete Gleichheitszeichen  $\sqcap$  gebraucht Leibniz ab Juni 1674. Möglicherweise besteht ein Zusammenhang zu VII, 5 N. 82, dat. 4. Juni 1676.
- S. 858 Z. 2: *statt* 2. Hälfte *lies* Oktober – Dezember
- S. 858 Z. 7–9: *statt* einer ... Insbesondere *lies* behandelt die Problemstellung von VII, 7 N. 41 S. 449 Z. 18 – S. 451 Z. 2. Außerdem
- S. 858 Z. 11: *statt* 2. Hälfte *lies* Oktober – Dezember
- S. 860 Z. 22: *ergänze hierzu die Erläuterung* ex traditis Scipionis Ferrei: Vgl. Fr. van SCHOOTEN, *Appendix de cubicarum aequationum resolutione*, 1659, *DGS* I S. 345.
- S. 861 Z. 11: *statt*  $z^3 - pz^2[+q]$  *lies*  $z^3 - pz^2[-q]$
- S. 900 Z. 2: *statt* Oktober – Dezember *lies* Mitte
- S. 900 Z. 11: *nach* vorstellt. *ergänze* Mit der am Ende des Textes erwähnten Konstruktion der Logarithmen durch eine Parabelkurve hat Leibniz sich seit der zweiten Hälfte des Jahres 1673 beschäftigt; vgl. VII, 4 N. 40<sub>1</sub> S. 670 u. 672, N. 40<sub>4</sub> S. 702 f. von August 1673 sowie N. 41 S. 720 von Herbst 1673. Eine vorläufige Lösung fand er im Oktober 1674 mit der Rollkurve der Parabel (VII, 3 N. 38<sub>11</sub>–38<sub>13</sub>). Das Wasserzeichen des Papiers ist von August 1673 bis Mitte 1674 belegt. Im Text verwendet Leibniz das facit-Zeichen  $\int$  und das Gleichheitszeichen  $=$ , in den Rechnungen daneben das Gleichheitszeichen  $\sqcap$ . Dies lässt eine Entstehung Mitte 1674 vermuten.
- S. 904 Z. 2: *statt* Dezember *lies* November – Anfang Dezember

- S. 904 Z. 4: *nach* 1 S. *ergänze* Das Blatt hing zusammen mit LH 35 III A 4 Bl. 20 (VII, 2 N. 4), LH 35 XIII 2c Bl. 151 (VII, 5 N. 13) und LH 35 XIII 3 Bl. 79 (VII, 5 N. 12).
- S. 904 Z. 6–11: *statt* Das Blatt, ... bis 104). *lies* Das ursprünglich zuvor auf demselben Träger verfasste Stück VII, 5 N. 12 wurde von Leibniz auf November 1674 datiert. Unser Stück ist wohl bald darauf niedergeschrieben worden. Hiernach hat Leibniz noch VII, 2 N. 4 und VII, 5 N. 13 abgefasst und schließlich den Bogen zerschnitten.
- S. 905 Z. 3: *statt* in o. *lies* in b.
- S. 910 Z. 12: *statt* genannt. Leibniz hat die Formel *lies* genannt, ebenso bei Fr. van SCHOOTEN, *Appendix de cubicarum aequationum resolutione*, 1659, DGS I S. 345. Leibniz hat die Formel vermutlich von dort oder
- S. 931 N. 2,3: *statt* 108 f. *lies* 180 f.
- S. 932 N. 11,3: *statt* 244 *lies* 224
- S. 936 N. 51,1: *statt* 67 *lies* 78
- S. 937 N. 60: *ergänze im Schriftenverzeichnis hiernach*: 60a. COSTABEL, P., *Traduction française de notes de Leibniz sur les Coniques de Pascal*. In: *Revue d'histoire des sciences et de leurs applications*, 15 (1962) S. 253–268; Neudr. in: *L'oeuvre scientifique de Pascal*. Paris 1964, S. 85–101: S. 186.

## II. BAND 2

- S. VII N. 4: *statt* Dezember *lies* November – Anfang Dezember
- S. VIII N. 24: *statt* April – Juni (?) 1675 *lies* Mitte 1674
- S. VIII N. 25: *statt* April – Juni (?) 1675 *lies* Mitte 1674
- S. VIII N. 26: *statt* April – Juni (?) 1675 *lies* Mitte 1674
- S. IX N. 55: *statt* (?) 1675] *lies* (?) 1675
- S. X N. 58: *statt* Oktober 1675 – Februar 1676 (?) *lies* Ende 1672 – September 1674
- S. 34 Z. 2: *statt* Dezember 1674 *lies* November – Anfang Dezember 1674
- S. 34 Z. 4: *nach* ergänzt. *ergänze* Das Blatt hing ursprünglich zusammen mit LH 35 XIII 2c Bl. 151 (VII, 5 N. 13), LH 35 XIII 3 Bl. 79 (VII, 5 N. 12) und LH 35 XIV 1 Bl. 49 (VII, 1 N. 142).
- S. 34 Z. 6–10: *statt* Das Stück ... entstanden. *lies* Leibniz hat auf dem ursprünglichen Träger zunächst VII, 5 N. 12 niedergeschrieben und mit dem Datum November 1674

versehen. Wahrscheinlich bald darauf hat er zuerst VII, 1 N. 142, dann unser Stück und danach VII, 5 N. 13 abgefasst und schließlich den Träger zerschnitten.

S. 75 Z. 7: *statt*  $y = \frac{a^2}{x}$  *lies*  $y \propto \frac{a^2}{x}$

S. 189 Z. 24: *nach* D3 r<sup>o</sup>. *ergänze* Das Beispiel wird auch behandelt in Fr. van SCHOOTEN, *Appendix de cubicarum aequationum resolutione*, 1659, *DGS* I S. 349–353.

S. 210 Z. 17: *nach* D3 r<sup>o</sup>. *ergänze* Vgl. Fr. van SCHOOTEN, *Appendix de cubicarum aequationum resolutione*, 1659, *DGS* I S. 349–353.

S. 295 Z. 5: *statt* desselbenaszikels *lies* desselben Faszikels

S. 318 Z. 3: *statt* April – Juni (?) 1675 *lies* Mitte 1674

S. 321 Z. 2: *statt* April – Juni (?) 1675 *lies* Mitte 1674

S. 321 Z. 10: *nach* sind. *ergänze* Das Wasserzeichen des Papiers ist für Mitte 1674 belegt. Das Gleichheitszeichen = verwendet Leibniz im fraglichen Zeitraum bis Juni 1674.

S. 329 Z. 2: *statt* April – Juni (?) 1675 *lies* Mitte 1674

S. 329 Z. 13–15: *statt* Zu ... einsetzt. *lies* Leibniz wechselt in N. 26 von der Verwendung von = als Gleichheitszeichen zu  $\propto$ , das er ab Juni 1674 verwendet.

S. 330 Z. 11: *ergänze hierzu die Erläuterung* vide sign.  $\odot$ : s. u. S. 332 Z. 5.

S. 337 Z. 2: *statt* = *lies*  $\propto$

S. 361 Z. 28: *statt* eckige *lies* eckigen

S. 472 Z. 25: *nach* D2 r<sup>o</sup> *ergänze* sowie in Fr. van SCHOOTEN, *Appendix de cubicarum aequationum resolutione*, 1659, *DGS* I S. 349–353

S. 486 Z. 25: *nach* D2 r<sup>o</sup> *ergänze* sowie in Fr. van SCHOOTEN, *Appendix de cubicarum aequationum resolutione*, 1659, *DGS* I S. 349–353

S. 668 Z. 9: *statt* [/224 f. 224 f.] *lies* [224 f./244 f.]

S. 713 Z. 3: *statt* (?) 1675] *lies* (?) 1675

S. 740 Z. 2: *statt* Oktober 1675 – Februar 1676 (?) *lies* Ende 1672 – September 1674

S. 740 Z. 6–8: *statt* Die ... N. 33. *lies* Leibniz war mit J. Gallois mindestens seit Ende 1672 persönlich bekannt (vgl. III, 1 N. 2). Bei dem *valet* (Z. 9) handelt es sich mit ziemlicher Sicherheit um J. Prestet, bis 1675 Diener von P. Malebranche am *Oratoire*. Leibniz machte seine Bekanntschaft spätestens im September 1674 (vgl. den Brief von Prestet an Leibniz, III, 1 N. 34).

- S. 740 Z. 9: *streiche die bisherige Erläuterung* valet: ... S. 65 f. *und ergänze stattdessen die Erläuterung* Algebre: Das algebraische Werk [J. PRESTET], *Elemens des mathematiques*, 1675, erschien anonym; vgl. die Auszüge und Stellungnahmen von Leibniz (N. 67).
- S. 740 Z. 15: *nach* S. 401–506. *ergänze* Vgl. [J. PRESTET], *Elemens des mathematiques*, 1675, livre III, S. 355–381.
- S. 740 Z. 19: *nach* Erläuterung). *ergänze* Prestets Modifikation der Methode von Descartes wurde in der 2., erweiterten Auflage seines Werks gedruckt (J. PRESTET, *Nouveaux elemens des mathematiques*, Bd 2, 1689, S. 486–452 [recte: 492]).
- S. 745 Z. 2: *nach* [ *ergänze* Anfang
- S. 745 Z. 16: *in Fig. 2 ersetze unter der Grundlinie*  $1 + \sqrt{-1}$  *durch*  $1 + \sqrt{+1}$
- S. 747 Z. 2: *nach* [ *ergänze* Anfang
- S. 747 Z. 10: *nach* haben. *ergänze* Leibniz bezieht sich wohl auf die in N. 61 und N. 62 dokumentierten Gespräche in VII, 5 N. 52, dat. 8. Dezember 1675.
- S. 799 Z. 34: *statt* nicht ermittelt. *lies* Vgl. z. B. J. WALLIS, *Mathesis universalis*, 1657, cap. 41, S. 368 f. (WO I S. 212 f.).
- S. 801 Z. 18: *statt* phaseologie *lies* phraseologie
- S. 861 Z. 4: *statt* Z. 1–8 *lies* Z. 7–13
- S. 869 Z. 9: *statt* Teil *lies* Titel
- S. 873 N. 32,3: *statt* N. 18, 53–55 *lies* N. 18, 58–60
- S. 873 N. 34: *ergänze im Schriftenverzeichnis hiernach* 34a. J. Wallis,  
 1. *Operum mathematicorum pars prima*. Oxford 1657.  
 2. *Mathesis universalis sive arithmeticum opus integrum*. Mit separater Paginierung in: SV. N. 34a,1; [auch in WO I S. 11–228; Marg.]: S. 799.

### III. BAND 3

- S. IX N. 42: *statt* Oktober 1674 – Januar 1675 *lies* Juli 1676
- S. X N. 51: *statt* November – Februar 1676 *lies* 22. (?) November 1675
- S. X N. 61: *statt* De figurarum areis per infinitas series exprimendis *lies* De areis et curvis per series exprimendis

- S. X N. 64: *statt* Juni? *lies* Am oder kurz nach dem 24. Mai
- S. XI N. 72: *statt* Mitte Oktober – November 1676? *lies* November 1687 – Mitte 1690
- S. 125 Z. 18: *ergänze hierzu die Erläuterung* Vgl. I. G. PARDIES, *Elemens de geometrie*, 1671, S. 3 f.
- S. 242 Z. 7: *statt* S. 4 Z. 12 f. *lies* S. 246 Z. 4
- S. 293 Z. 14: *statt* 10 *lies* 6
- S. 339 Z. 19: *statt* 14 *lies* 15
- S. 339 Z. 19: *statt* 16 *lies* 17
- S. 339 Z. 19: *statt* 17 *lies* 18
- S. 346 Z. 9: *statt* N. 21 *lies* N. 34
- S. 425 Z. 5: *statt*  $\frac{\beta a}{y\beta}$  *lies*  $\frac{\beta a}{y\beta}$
- S. 558 Z. 32: *statt* constructione *lies* constructore
- S. 606 Z. 2: *statt* Oktober 1674 – Januar 1675 *lies* Juli 1676
- S. 606 Z. 5: *statt* Spuren ... Schnittkante. *lies* Bl. 228 hing ursprünglich zusammen mit VII, 5 N. 90–93.
- S. 606 Z. 8–12: *statt* Die ... sein. *lies* Das vorliegende Stück dürfte zur gleichen Zeit entstanden sein wie das auf Juli 1676 datierte VII, 5 N. 90.
- S. 614 Z. 20: *statt* N. 46<sub>2</sub> *lies* N. 43<sub>2</sub>
- S. 696 Z. 22: *nach* [Marg.] *ergänze* ; vgl. auch VII, 4 N. 40
- S. 697 Z. 2: *statt* November 1675 – Februar 1676 *lies* 22. (?) November 1675
- S. 697 Z. 5: *nach* Textes. *ergänze* Das Blatt hing ursprünglich zusammen mit LH 35 V 8 Bl. 1 (VII, 5 N. 48), dat. 22. November 1675.
- S. 697 Z. 8: *nach* belegt. *ergänze* Die Studie dürfte zur selben Zeit entstanden sein wie das auf den 22. November datierte Stück VII, 5 N. 48.
- S. 697 Z. 24: *statt* Excercitationes *lies* Exercitationes
- S. 717 Z. 22: *statt*  $\frac{2}{1} \frac{1}{2}$  *lies*  $\frac{2}{2} \frac{1}{2}$
- S. 726 Z. 16: *statt*  $\frac{2}{2^2-1} + \frac{2}{6^2-1} + \frac{2}{100^2-1}$  *lies*  $\frac{2}{2^2-1} + \frac{2}{6^2-1} + \frac{2}{10^2-1}$
- S. 726 Z. 16: *ergänze hierzu die Variante*  $\frac{2}{6^2-1} + \frac{2}{100^2-1}$  *ändert Hrsg. | L*
- S. 728 Z. 5: *statt* eod *lies* eo

- S. 731 Z. 6: *statt* LH 35 II 1 *lies* LH 35 XII 1
- S. 749 Z. 4: *nach* ergänzt. *ergänze* Bl. 125 bildete ursprünglich mit LH 35 XIII 1 Bl. 439 (VII, 5 N. 74 u. 75) einen vollständigen Bogen 2°.
- S. 757 Z. 3 u. 5: *statt* 4° *lies* 2°
- S. 758 Z. 7: *streiche die zugehörige Erläuterung*
- S. 799 Z. 2: *statt* Juni? *lies* Am oder kurz nach dem 24. Mai
- S. 799 Z. 6: *nach* N. 32. *ergänze* Bl. 311 bildete ursprünglich mit LH 35 V 6 Bl. 6 (VII, 5 N. 78) ein vollständiges Bl. 2°.
- S. 799 Z. 8f.: *statt* Das ... 1676. *lies* Das vorliegende Stück war unter VII, 5 N. 78, dat. 24. Mai 1676, auf den Bogen geschrieben.
- S. 800 Z. 15: *streiche die zugehörige Erläuterung*
- S. 802 Z. 8: *nach* durch. *ergänze* Den unteren Teil des Blattes bildete LH 35 V 6 Bl. 5 (VII, 6 N. 18).
- S. 809 Z. 4: *nach* ergänzt. *ergänze* Bl. 146 hing ursprünglich zusammen mit LH 35 II 1 Bl. 178 (VII, 6 N. 46) und LH 35 II 1 Bl. 275 (VII, 5 N. 95).
- S. 830 Z. 2: *statt* Mitte Oktober – November 1676? *lies* November 1687 – Mitte 1690
- S. 830 Z. 4: *nach* Nr. 1542 *ergänze* A, B
- S. 830 Z. 5–10: *statt* ist auf ... 675). *lies* hängt thematisch eng mit einer Studie zum „calcul des partis“ aus dem Jahr 1686 zusammen (LH 35 XIII 3 Bl. 31–32, gedr. in MORA-CHARLES, S. 361–368). Es dürfte vor der Publikation zum selben Thema (*Ad ea, quae vir clarissimus J. B. mense Majo nupero in his Actis publicavit, responsio, Acta Eruditorum*, Juli 1690, S. 358–360) entstanden sein. Das verwendete Papier stammt vermutlich aus einer süddeutschen oder österreichischen Papiermühle, was auf eine Entstehung vor oder nach dem Italienaufenthalt hindeutet. Dasselbe Wasserzeichen weisen auch die Träger der Studien *Machina arithmetica* (LH 42 V Bl. 1–4, gedr. in JORDAN, S. 301–315) sowie in den *Problemata hydrographica* (LH 38 Bl. 17–20; gedr. in VIII, 1 N. 13) auf.
- S. 842 N. 8,5: *nach* 1657–67 *ergänze* [Marg.]
- S. 844 N. 23,30: *ergänze im Schriftenverzeichnis hiernach:*
- 30a. *Sur l'estime du sort de deux joueurs*. 1686 (?). Ms. [Gedr.: MORA-CHARLES, S. 361–368]: S. 830.
- 30b. *Machina arithmetica*. 1686–1690 (?). Ms. [Gedr.: JORDAN, S. 301–305]: S. 830.

30c. *Problemata hydrographica*. 1686–1690 (?). Ms. [Gedr.: *LSB* VIII, 1 N. 13]: S. 830.

30d. *Ad ea, quae vir clarissimus J. B. mense Majo nupero in his Actis publicavit, responsio*. In: *Acta Eruditorum*, Juli 1690, S. 358–360: S. 830.

S. 845 N. 24: *statt 723 lies 726*

S. 845 N. 27: *statt 1–2. Lyon 1655 lies 1–3. Lyon 1665*

S. 846 N. 39,2: *statt 5143–45 lies 5143–5147*

S. 846 N. 40: *statt 723 lies 726*

S. 875: *statt der Cc 2 Nr. 920 lies jeweils 915*

S. 878: *ergänze in Abkürzungen (Schriften) JORDAN für JORDAN, W., Die Leibniz'sche Rechenmaschine*. In: *Zeitschrift für Vermessungswesen* 26 (1897), S. 289–315.

S. 879: *ergänze in Abkürzungen (Schriften) MORA-CHARLES für MORA-CHARLES, M. S. de, Leibniz et le problème des partis. Quelques papiers inédits*. In: *Historia mathematica* 13 (1986), S. 352–369.

#### IV. BAND 4

S. 27 Z. 6: *statt Bl. 3 r<sup>o</sup>/v<sup>o</sup> lies Bl. A ii (S. 3 f.)*

S. 136 Z. 3: *statt ordinatis AE. lies ordinatis DE. und ergänze die Variante: 3 ordinatis | AE. ändert Hrsg. | seu L*

S. 271 Z. 17: *vor segmento ergänze [duplo]*

S. 271 Z. 17: *ergänze hierzu die Variante duplo erg. Hrsg.*

S. 271 Z. 31: *vor N. 17 ergänze N. 14 S. 211 Z. 14–17 sowie*

S. 272 Z. 12: *nach S. 105–107. ergänze Pascal erwähnt Guldins Resultat im Petit traité des solides circulaires, 1658, S. 1 u. 3 (PO IX S. 106 u. 109 f.)*.

S. 300 Z. 23: *statt proportionalis lies proportionales*

S. 307 Z. 11: *statt modus lies modos*

S. 344 Z. 5 u. 10 f.: *statt ABE lies ABC*

S. 594 Z. 4: *statt LBS lies LSB*

S. 621 Z. 30: *statt 1672 lies 1670–1671*



- S. 684 Z. 10: *statt* ducunda *lies* ducenda
- S. 690 Z. 8 f.: *ergänze hierzu die Erläuterung* Quoniam ... figurae: Vgl. N. 164 S. 323 Z. 8 bis 10.
- S. 692 Z. 20: *nach* constans *ergänze* [c ad]
- S. 692 Z. 20: *ergänze hierzu die Variante* c ad *erg. Hrsg.*
- S. 693 Z. 10: *ergänze hierzu die Erläuterung* tangentem: Richtig wäre productam.
- S. 701 Z. 15 f.: *ergänze hierzu die Erläuterung* où ... armes: Umformuliertes Zitat nach G. A. de LA ROQUE, *La methode royale, facile et historique du blason*, 1671, S. 43.
- S. 758 Z. 15: *ergänze hierzu die Erläuterung* alibi: Vgl. N. 164 S. 323.
- S. 833 N. 23: *ergänze im Schriftenverzeichnis hiernach*: 23a. LA ROQUE, G. A. de, *La methode royale, facile et historique du blason, avec l'origine des armes des plus illustres etats et familles de l'Europe*. Paris 1671: S. 701.
- S. 834 N. 33,6: *ergänze im Schriftenverzeichnis hiernach*: 6a. *Petit traité des solides circulaires*. In SV. N. 33,2; [auch in PO IX S. 105–115]: S. 272.

## V. BAND 5

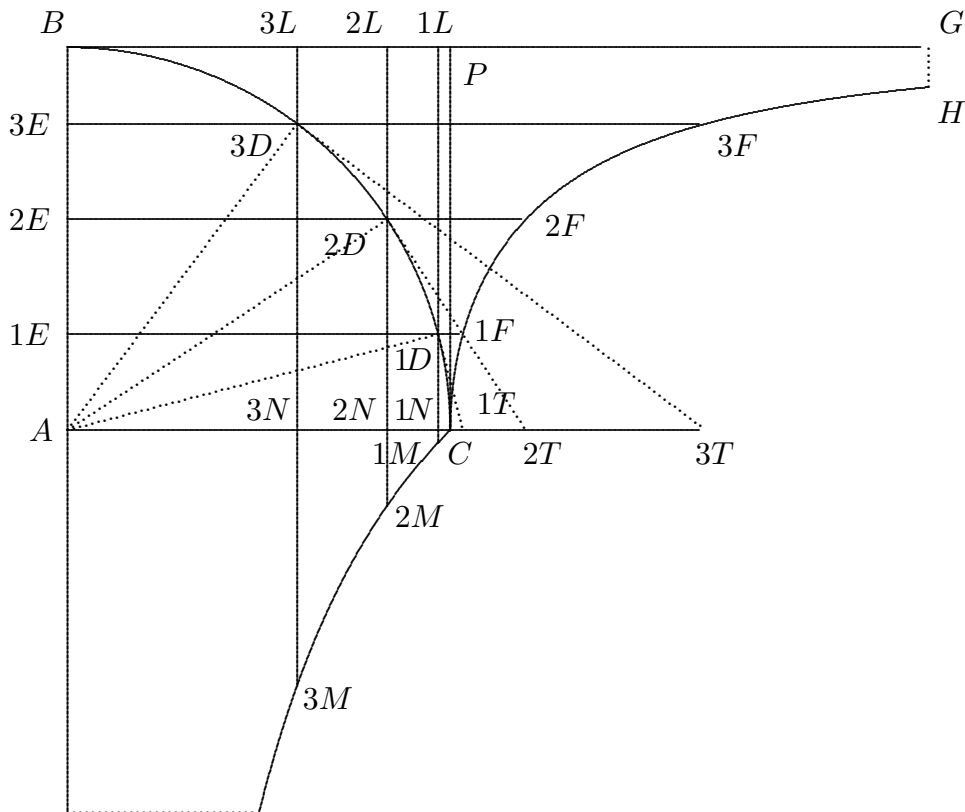
- S. VII N. 12: *statt* usus *lies* usu
- S. VII N. 13: *statt* Anfang (?) Dezember *lies* November – Anfang Dezember
- S. XI N. 94: *statt* Ende Juni – August *lies* 1.–29. Juni
- S. XXXVI Z. 22: *statt* N. 7<sub>3</sub> *lies* N. 7<sub>2</sub>
- S. 113 Z. 1 u. 7: *statt* usus *lies* usu
- S. 115 Z. 3: *statt* Anfang (?) Dezember *lies* November – Anfang Dezember
- S. 115 Z. 7–9: *statt* Das ursprünglich ... worden. *lies* Leibniz hat auf dem ursprünglichen Träger zuerst N. 12, dann VII, 1 N. 142, VII, 2 N. 4 und zuletzt unser Stück niedergeschrieben. N. 12 ist auf November 1674 datiert, und die Stücke sind vermutlich kurz nacheinander entstanden.
- S. 167 Z. 7: *statt* – lnap *lies* + lnap
- S. 192 Z. 9: *statt* rigidiae *lies* rigidae
- S. 199 Z. 31: *statt* pars 2 *lies* pars 1



- S. 202 Z. 26: *statt* Q v a d r a t i c e s *lies* Q v a d r a t r i c e s
- S. 263 Z. 5: *nach* S. 65–72 *ergänze* ; 5. (japan. Teilübers.) LEIBNIZ, *Opera omnia* [japan.], Bd 2, 1997, S. 150–154
- S. 288 Z. 6: *nach* S. 76–83 *ergänze* ; 5. (japan. Teilübers.) LEIBNIZ, *Opera omnia* [japan.], Bd 2, 1997, S. 157–170
- S. 411 Z. 23: *statt*  $\sqcap \sqcap$  *lies*  $\sqcap$
- S. 411 Z. 26: *nach* S. 313f. *ergänze* Das neue Zeichen  $\sqcap$  steht für „größer oder kleiner“.
- S. 420 Z. 4: *nach* leer. *ergänze* Das Blatt hing ursprünglich zusammen mit LH 4 IV 13c Bl. 33 (VII, 8 N. 51 u. VI, 3 N. 29<sub>1</sub>).
- S. 473 Z. 3: *statt* possunt *lies* possint
- S. 473 Z. 11: *ergänze hierzu die Erläuterung* ordinatarum: Richtig wäre abscissarum.
- S. 598 Z. 6: *nach* 1. *ergänze* GERHARDT, *Differentialrechnung*, 1848, S. 51–54;
- S. 598 Z. 6f.: *statt* 2. (engl. Übers. von 1.) *lies* 3. (engl. Übers. von 2.)
- S. 598 Z. 7: *nach* S. 118–122 *ergänze* ; 4. (japan. Übers.) LEIBNIZ, *Opera omnia* [japan.], Bd 2, 1997, S. 211–216
- S. 609 Z. 2: *statt* Ende Juni – August *lies* 1.–29. Juni
- S. 609 Z. 12: *statt nach* *lies* vor
- S. 612 Z. 5–7: *nach* 1. *ergänze* GERHARDT, *Differentialrechnung*, 1848, S. 56–59; 2. GERHARDT, *Analysis*, 1855, S. 140–142;
- S. 612 Z. 6: *statt* 2. (engl. Übers. von 1.) *lies* 4. (engl. Übers. von 3.)
- S. 612 Z. 7: *statt* 3. HESS *lies* 5. HESS
- S. 612 Z. 7: *nach* S. 86–92 *ergänze* ; 6. (japan. Übers.) LEIBNIZ, *Opera omnia* [japan.], Bd 2, 1997, S. 238–246
- S. 663: *ergänze in Abkürzungen (Schriften)* LEIBNIZ, *Opera omnia* [japan.] = LEIBNIZ, G. W., *Opera omnia. Japanese Edition*. 10 Bde. Tokio 1988–1990.

## VI. BAND 6

- S. 217 Z. 7 u. S. 554 Z. 5: *In Figur 5 ergänze die Punktbezeichnungen* 1N, 2N, 3N *für die Schnittpunkte der Strecken* 1L1M, 2L2M, 3L3M *mit der Strecke* AC. *Beide Male ergibt sich:*



S. 326 Z. 1: *ergänze hierzu die Erläuterung concava*: Richtig wäre *convexa*; Leibniz übernimmt den Fehler in N. 51 prop. XXVIII (S. 593 Z. 10).

S. 485 Z. 17: *statt seconde partie, chap. VIII* (2. Aufl. 1648, S. 147) *lies* S. 143 (2. Aufl. 1648, seconde partie, chap. VIII, S. 147)

S. 524 Z. 2, 3 u. 29: *statt pertubato lies dreimal perturbato*

S. 525 Z. 16: *statt major lies zweimal minor und ergänze die Variante maior* *L* ändert Hrsg. *zweimal*

S. 527 Z. 28: *statt hic lies his*

S. 528 Z. 6: *statt aliave lies aliasve*

S. 528 Z. 16: *nach ergänzt. ergänze* — Oberhalb von  $1C$  fehlt die Punktbezeichnung  $1G$ ; Leibniz verwechselt in der Folge diesen Punkt mit dem Punkt  $2T$  (s. u. S. 543 Z. 15).

S. 534 Z. 1: *statt compehensum lies comprehensum*

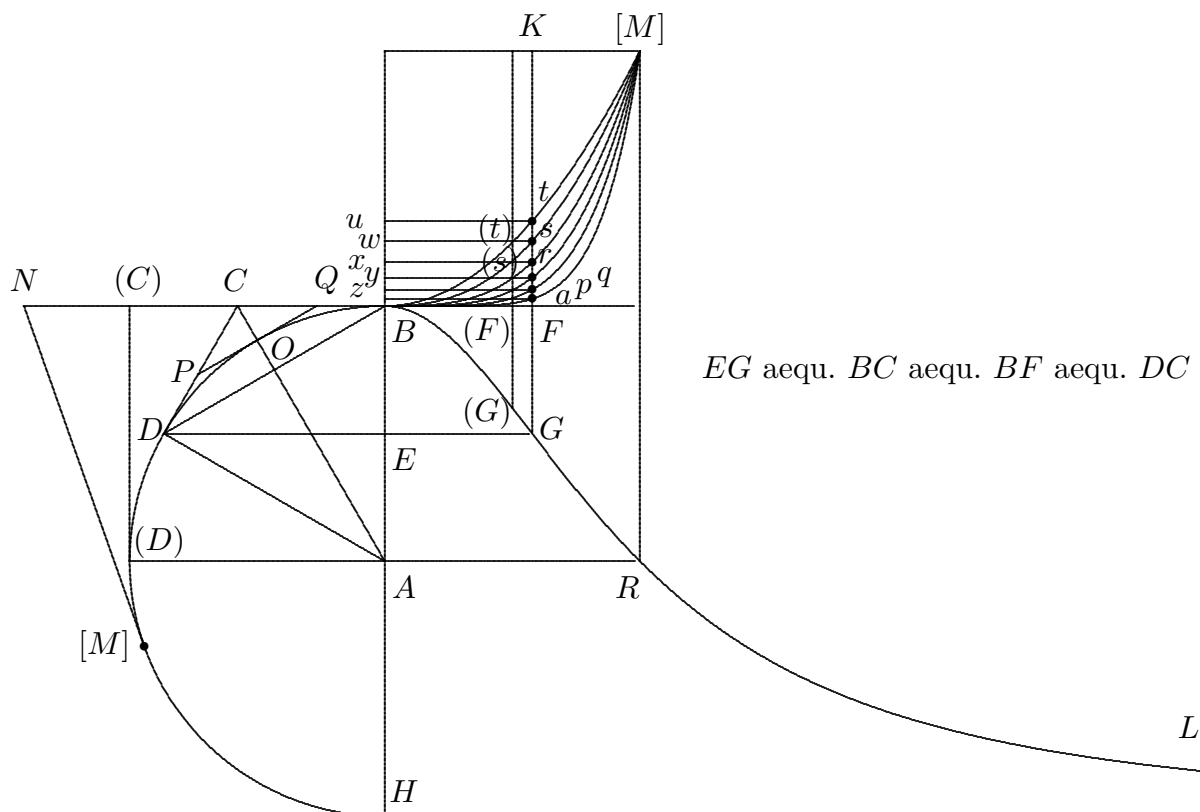
S. 536 Z. 6: *ergänze hierzu die Varianten*  $1N1B2B1N$  *L* ändert Hrsg. *sowie*  $2N2B3B2N$  *L* ändert Hrsg.

S. 537 Z. 12: *nach scilicet ergänze vel*

S. 541 Z. 10 f.: *ergänze hierzu die Variante curva (1) A1C2C (2) | 1C2CA ändert Hrsg. |, unde L*

S. 543 Z. 15: *ergänze hierzu die Variante A1B1C2T: Richtig wäre A1B1C1G; s. o. Erl. zu S. 528 Z. 1.*

S. 545 Z. 4: *In Fig. 9 lies [M] statt M und ergänze rechts neben K die Punktbezeichnung [M] für den Endpunkt des Kurvenbogens BtM. Es ergibt sich die Figur:*



S. 545 Z. 4: *ergänze hierzu die Erläuterung fig. 9: Leibniz verwendet im Text S. 593 Z. 10 bis 12 u. S. 598 Z. 4 f. die Punktbezeichnung M, die in fig. 9 fehlt, für zwei verschiedene Punkte.*

S. 546 Z. 6: *statt BEGF, BFGB lies BEGF, BEGB und ergänze die Variante BEGF, | BFGB ändert Hrsg. |. adde L*

S. 546 Z. 17: *statt occurant lies occurrant*

S. 547 Z. 19: *ergänze hierzu die Variante maius L ändert Hrsg.*

- S. 565 Z. 5: *ergänze hierzu die Variante* aeq.  $y$ . et  $|y^4$  *ändert Hrsg.*  $|$  aeq.  $p^2y^2$  cum hac  $|y^2$  *ändert Hrsg.*  $|$  aeq.  $L$
- S. 565 Z. 7: *statt* posita *lies* posito *und ergänze die Variante* posita  $L$  *ändert Hrsg.*
- S. 568 Z. 6: *statt* ad *lies* ab
- S. 568 Z. 23: *statt*  $\theta$  *lies*  $1\theta$
- S. 570 Z. 12: *statt* imprimis *lies* inprimis
- S. 576 Z. 10: *statt* Hyperbola *lies* Hyperbolae
- S. 576 Z. 25: *statt* trilinea *lies* trilineo
- S. 579 Z. 20: *statt* A1B1G1C *lies* A1B1C1G *und ergänze die Variante:* A1B1G1C  $L$  *ändert Hrsg.*
- S. 581 Z. 19: *statt* 0C *lies* [0B]0C
- S. 581 Z. 26: *statt* 0G0C1P1G *lies* 0G0C0P1G
- S. 587 Z. 3: *vor* aequalis *ergänze* BC
- S. 590 Z. 3: *statt* maximam summam *lies* (maximam) summam
- S. 591 Z. 6: *ergänze hierzu die Variante* Juncta  $|1B2C$  *ändert Hrsg.*  $|$  producat  $L$
- S. 593 Z. 10: *ergänze hierzu die Erläuterung* concava: Richtig wäre convexa; Leibniz hat den Fehler aus N. 20 übernommen (s. o. S. 326 Z. 1).
- S. 597 Z. 6: *ergänze hierzu die Erläuterung* fiet: Die Nenner der folgenden Brüche müssten  $AB^2$ ,  $AB^4$  u.  $AB^6$  lauten; in Z. 16 f. verwendet Leibniz die richtigen Exponenten.
- S. 599 Z. 26: *ergänze hierzu die Variante*  $-\frac{\boxed{3}AB}{3\boxed{2}AB}$   $L$  *ändert Hrsg.*
- S. 605 Z. 2: *nach*  $+\frac{1}{143}$  *ergänze* [etc.]
- S. 605 Z. 17: *statt*  $+\frac{1}{99}$  *lies*  $+\frac{1}{143}$  *und ergänze die Variante*  $+\frac{1}{99}$   $L$  *ändert Hrsg.*
- S. 616 Z. 8: *statt*  $B(H)$  *lies*  $(E)(H)$  *und ergänze die Variante*  $B(H)$   $L$  *ändert Hrsg.*
- S. 616 Z. 14: *statt* CBEHC *lies* CB(E)(H)C *und ergänze die Variante* CBEHC  $L$  *ändert Hrsg.*
- S. 616 Z. 15: *statt* CDQHC *lies* CDQ(H)C *und ergänze die Variante* CDQHC  $L$  *ändert Hrsg.*
- S. 617 Z. 5: *statt* (H)QFGH *lies* (H)QFG(H) *und ergänze die Variante* (H)QFGH  $L$  *ändert Hrsg.*

S. 617 Z. 10: *statt puncto Q. H. lies puncta Q. (H). und ergänze die Variante Q. H. L ändert Hrsg.*

S. 617 Z. 16: *statt  $\frac{DQ^2, -\overline{DQ \text{ in } DF}, +DF^2}{3AQ^3}$  lies  $\frac{DQ^2, -\overline{DQ \text{ in } QF}, +QF^2}{3AQ^3}$  und ergänze die Variante  $\frac{DQ^2, -\overline{DQ \text{ in } DF}, +DF^2}{3AQ^3}$  L ändert Hrsg.*

S. 618 Z. 24: *nach ad ergänze [duplam]*

S. 619 Z. 3: *nach ad ergänze [duplum]*

S. 620 Z. 5: *statt  $\frac{AB}{2}$  lies zweimal  $\frac{AB}{2[AE]}$*

S. 623 Z. 22: *statt  $\oslash A$  lies  $\oslash R$  und ergänze die Variante  $\oslash A$  L ändert Hrsg.*

S. 625 Z. 5: *ergänze hierzu die Variante  $\varphi \oslash$  L ändert Hrsg.*

S. 626 Z. 8: *statt  $-l-a-b \quad -a-b$  lies  $-l-b \quad -b$  und ergänze die Variante  $-l-a-b \quad -a-b$  L ändert Hrsg.*

S. 626 Z. 9: *statt  $-l-a-b-g \quad -a-b-g$  lies  $-l-g \quad -g$  u. erg. die Variante  $-l-a-b-g \quad -a-b-g$  L ändert Hrsg.*

S. 626 Z. 15: *statt  $-b \quad 0 \quad +g[-a-b]$  lies  $-b+a \quad 0 \quad +g-b$  u. erg. die Variante  $-b \quad 0 \quad +g$  L ändert Hrsg.*

S. 626 Z. 16: *statt  $-b-g \quad -g$  lies  $-g+a \quad -g+b$  u. erg. die Variante  $-b-g \quad -g$  L ändert Hrsg.*

S. 626 Z. 17: *statt  $+l+a+b \quad +l+a+b+g$  lies  $+l+b \quad +l+g$  u. erg. die Variante  $+l+a+b \quad +l+a+b+g$  L ändert Hrsg.*

S. 632 Z. 12f.: *statt b lies in den Nennern viermal [2]b*

S. 632 Z. 18: *statt  $\frac{(n)}{1} - \frac{(n^2)}{2b}$  lies  $\frac{(n)}{1} + \frac{(n^2)}{2b}$  und ergänze die Variante  $\frac{(n)}{1} - \frac{(n^2)}{2b}$  L ändert Hrsg.*

S. 632 Z. 19: *ergänze hierzu die Variante erit |  $X\gamma$  ändert Hrsg. | aequ. L*

S. 633 Z. 2: *statt l lies (l) und ergänze die Variante erit | l ändert Hrsg. | aequ. L*

S. 635 Z. 20 u. 22: *ergänze hierzu die Variante  $T\beta SRT$  L ändert Hrsg. zweimal*

S. 638 Z. 18: *statt numerorum lies numerum*

S. 639 Z. 4: *ergänze hierzu die Variante posito ((n)). (1) ac CX posito  $b+n$ , CF,  $b-((n))$  (2) Ac CX posita |  $c+b$ , ändert Hrsg. |  $C(X)$  L*

- S. 651 Z. 17: *statt*  $RF$  *lies*  $R[1]F$
- S. 652 Z. 5: *ergänze hierzu die Variante*  $|1M2N$  *ändert Hrsg.*  $|$  *aequ.*  $L$
- S. 652 Z. 7: *ergänze unter der Zeile*  $A\theta$  *aequ.*  $DE$ .
- S. 654 Z. 4f.: *ergänze hierzu die Variante*  $\text{potest } |1\ M\ 2\ N$  *ändert Hrsg.*  $|$  *pro*  $L$
- S. 654 Z. 27: *ergänze hierzu die Variante*  $\text{similia } |2M2P1N$ , *ändert Hrsg.*  $|$  *et*  $L$
- S. 655 Z. 12: *ergänze hierzu die Variante*  $AC1C$   $L$  *ändert Hrsg.*
- S. 656 Z. 12: *statt*  $R1DH$  *lies*  $RD1H$  *und ergänze die Variante*  $R1DH$   $L$  *ändert Hrsg.*
- S. 656 Z. 12: *statt*  $1DH$  *lies*  $D1H$  *und ergänze die Variante*  $1DH$   $L$  *ändert Hrsg.*
- S. 657 Z. 5: *statt*  $RDH$  *lies*  $RD1H$  *und ergänze die Variante*  $RDH$   $L$  *ändert Hrsg.*
- S. 657 Z. 7: *statt*  $E1F$  *lies*  $R1F$  *und ergänze die Variante*  $E1F$   $L$  *ändert Hrsg.*
- S. 661 Z. 4: *statt*  $BF$  *lies*  $BH$  *und ergänze die Variante*  $BF$   $L$  *ändert Hrsg.*
- S. 663 Z. 1: *statt* *potentia minor* *lies* *potentia major* *und ergänze die Variante* *potentia*  
*| minor* *ändert Hrsg.*  $|$  *est*  $L$
- S. 663 Z. 10: *statt*  $+12 + 24c$ . *lies*  $+36 + 24c$ .  
 $-24$
- S. 666 Z. 5: *statt*  $\frac{b}{b+n}$  *lies*  $\frac{n}{b+n}$  *und ergänze die Variante*  $\frac{b}{b+n}$   $L$  *ändert Hrsg.*
- S. 666 Z. 8: *ergänze hierzu die Variante*  $+ \frac{b}{5} - \frac{b}{7}$   $L$  *ändert Hrsg.*
- S. 666 Z. 10: *ergänze hierzu die Variante* *harmonice*  $L$  *ändert Hrsg.*
- S. 667 Z. 3: *statt*  $\frac{1}{2}$  *lies*  $\frac{1}{2}[b]$
- S. 667 Z. 11: *statt* *ut* (1) *lies* *ut*  $\langle C \rangle(1)$
- S. 667 Z. 15: *statt*  $\alpha(8)(9)$  *lies*  $\alpha(8)$  *und ergänze die Variante*  $\alpha(8)(9)$   $L$  *ändert Hrsg.*
- S. 668 Z. 8: *ergänze hierzu die Variante*  $C6$   $L$  *ändert Hrsg.*
- S. 668 Z. 8: *statt*  $\frac{512829}{10,00,000}$  *lies*  $\frac{512829}{100,00,000}$  *und ergänze die Variante*  $\frac{512829}{10,00,000}$   $L$  *ändert*  
*Hrsg.*
- S. 668 Z. 13: *statt*  $\frac{66717166 \text{ etc. } 2}{100000000 \text{ etc. } 0}$  *lies*  $\frac{66171166 \text{ etc. } 2}{100000000 \text{ etc. } 0}$  *und ergänze die Variante*  
 $\frac{66717166 \text{ etc. } 2}{100000000 \text{ etc. } 0}$   $L$  *ändert Hrsg.*
- S. 668 Z. 16: *ergänze hierzu die Variante* *erit*  $C6$   $L$  *ändert Hrsg.*

S. 668 Z. 19: *ergänze hierzu die Variante  $+\frac{d^2}{e^3}-\frac{d^4}{e^4}$  L ändert Hrsg.*

S. 669 Z. 25: *nach S. 481 Z. 19 ergänze ; er multipliziert dort aber den abgerundeten Wert 95310166, nicht 953101666, der 6671711662 ergeben würde*

S. 673 Z. 9: *statt HM lies FM und ergänze die Variante HM L ändert Hrsg.*

## VII. BAND 7

S. XXXVIII Z. 29: *statt N. 60 lies N. 72*

S. 81 Z. 19: *statt  $4E \dots\dots\dots + \dots - \dots + \dots$  lies  $4E \dots\dots\dots + \dots - \dots - \dots$*

S. 189 Z. 6: *statt Ebenso wie lies Anders als*

S. 561 Z. 13: *statt factitiis lies fictitiis*